2
Modelo do sinal

Neste capítulo é apresentado do modelo do sinal para a transmissão em blocos em portadora única (SC) e multiportadora (MC). Os sistemas apresentados consideram a transmissão através de um canal com multipercurso. É também derivado um modelo generalizado para os sistemas considerados.

2.1
Transmissão e Recepção por blocos

A técnica de transmissão em blocos efetua a transmissão de blocos de símbolos oriundos de uma constelação APSK (*Amplitude Phase Shift Keying*). Utilizando-se representação complexa os símbolos transmitidos são da forma:

$$b_n \in \{\alpha_{\zeta_1} + j\beta_{\zeta_2}\}; \quad \zeta_1\zeta_2 = 0, \cdots, \log_2 \mathcal{A} \tag{2-1}$$

onde $\mathcal{A}$ é o número de níveis da modulação. O transmissor primeiro agrupa os símbolos em blocos de tamanho N, sendo o i-ésimo bloco transmitido representado pelo vetor $\mathbf{b}(i) = [b_0(i),\ b_1(i),\ \cdots,\ b_{N-1}(i)]^T$, onde $b_n(i)$ é da forma dada por (2-1). Estes blocos de dados são transmitidos em portadora única ou em um esquema multiportadora.

Antes da transmissão, um intervalo de guarda de tamanho L é inserido com o fim de permitir a eliminação da interferência interblocos (IBI) na recepção. Na estrutura da Fig. 2.1, as características da matriz $\mathbf{F}$ definem se a transmissão é em portadora única ou é multiportadora e a matriz de dimensão $M \times N$, $\mathbf{T}$ onde $M = N + L$, representa a inserção do intervalo de guarda. As características destas matrizes serão especificadas nas seções seguintes. O modelo discreto geral do sistema é apresentado na Fig. 2.1.

O vetor resultante para a transmissão, de dimensão M, é expresso por:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(i) &= \mathbf{Td}(i) \\ &= \mathbf{TFb}(i) \end{aligned} \tag{2-2}$$

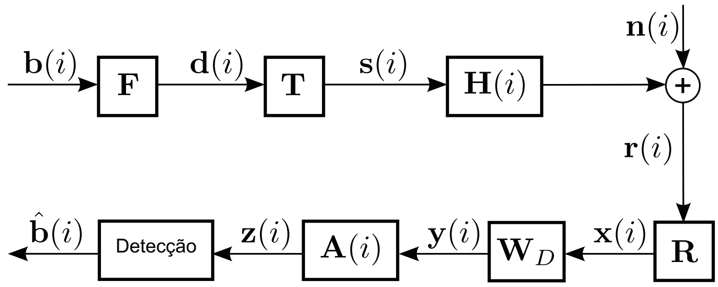

Figura 2.1: Estrutura geral de um sistema de transmissão por blocos

2.1.1 Transmissão Multiportadora

O esquema eficiente de transmissão multiportadora por blocos utiliza sub-portadoras ortogonais entre si, dando lugar ao surgimento do OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Define-se a matriz $\mathbf{W}_N$ que representa a operação da transformada discreta de Fourier DFT normalizada de N pontos tal que $\mathbf{W}_N^{\mathcal{H}} = \mathbf{W}_N^{-1}$, $\mathbf{W}_N\mathbf{W}_N^{\mathcal{H}} = \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}\mathbf{W}_N = \mathbf{I}_N$, onde $\mathbf{I}_N$ é a matriz identidade de dimensão $N \times N$, e $\mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}$ é a matriz hermitiana normalizada de dimensão $N \times N$, que representa a operação de IDFT da matriz DFT $\mathbf{W}_N$. A modulação em multiportadora é implementada por meio da matriz $\mathbf{F} = \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}$, assim:

$$\mathbf{d}(i) = \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}\mathbf{b}(i) \qquad (2\text{-}3)$$

2.1.2 Transmissão em Portadora Única

Neste sistema os símbolos transmitidos são modulados por apenas uma portadora. De forma a generalizar o modelo, a modulação em portadora única é representada pela matriz $\mathbf{F} = \mathbf{I}_N$, ou seja:

$$\mathbf{d}(i) = \mathbf{I}_N\mathbf{b}(i) \qquad (2\text{-}4)$$

2.1.3 Intervalo de Guarda

O vetor $\mathbf{s}(i)$ em (2-2) é transmitido serialmente através de um canal multipercurso, geralmente variante no tempo, composto por P percursos. Este canal pode ser modelado como um filtro FIR com P coeficientes de valores iguais às amostras da envoltória complexa da resposta impulsional do canal equivalente, tomados a taxa de transmissão de símbolos, isto é:

$$\mathbf{h}(i) = [h_0(i), h_1(i), \cdots, h_{P-1}(i)]^T. \qquad (2\text{-}5)$$

Supondo que durante um período de bloco o canal permaneça constante e que a ordem do canal seja menor que o tamanho do bloco $P-1 \leq M$, o vetor de observação na entrada do receptor $\mathbf{r}(i)$ de dimensão M pode ser representada por:

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{H}(i)\mathbf{s}(i) + \mathbf{H}_{IBI}(i)\mathbf{s}(i-1) + \mathbf{n}(i) \tag{2-6}$$

onde $\mathbf{n}(i)$ é um vetor de ruido térmico modelado por um vetor aleatório complexo gaussiano branco com média nula e matriz covariância $\mathbf{K}_n = \mathbb{E}[\mathbf{n}(i)\mathbf{n}^{\mathcal{H}}(i)] = N_0\mathbf{I}_M$, com N_0 sendo a densidade espectral do ruido. A matriz $\mathbf{H}(i)$ de tamanho $M \times M$, em (2-6), que representa a convolução entre o sinal transmitido e o canal de transmissão é uma matriz Toeplitz triangular inferior com a primeira coluna $[h_0(i), \cdots, h_{P-1}(i)\ \underbrace{0\ \cdots\ 0}_{M-P-1}]$, ou seja:

$$\mathbf{H}(i) = \begin{bmatrix} h_0(i) & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1(i) & h_0(i) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_2(i) & h_1(i) & h_0(i) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & h^{(i)}[0] & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{P-1}(i) & h_{P-2}(i) & h_{P-3}(i) & \cdots & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & h_{P-1}(i) & \cdots & h_0(i) \end{bmatrix}. \tag{2-7}$$

Ainda em (2-6), a matriz de tamanho $M \times M$, $\mathbf{H}_{IBI}(i)$, que representa a interferência inter blocos sucessivos, é uma matriz Toeplitz triangular superior, com primeira linha $[\underbrace{0\ \cdots\ 0}_{M-P}\ h_{P-1}(i)\ \cdots\ h_0(i)]$. Assim:

$$\mathbf{H}_{\mathrm{IBI}}(i) = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & h_{P-1}(i) & \cdots & h_1(i) \\ \vdots & \ddots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \ddots & \cdots & h_{P-1}(i) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \tag{2-8}$$

O termo $\mathbf{H}_{IBI}(i)\mathbf{s}(i-1)$ em (2-6) representa a interferência no i-ésimo bloco devida ao $(i-1)$-ésimo bloco, a chamada interferência interblocos (IBI).

Como já mencionado, a eliminação da IBI na recepção é viabilizada por meio da inserção de um intervalo de guarda antes da transmissão e definida pela matriz $\mathbf{T}$. Os intervalos de guarda consideradas neste trabalho são: CP (*Cyclic-Prefix* ou prefixo cíclico) e ZP (*Zero-Padding* ou preenchimento de zeros) [6].

Prefixo Cíclico

Neste método, na transmissão insere-se no inicio de cada bloco, as últimas L amostras do mesmo bloco, esta inserção pode ser efetivada por meio da matriz $\mathbf{T} = \mathbf{T}_{cp}$ de dimensão $M \times N$ dada por:

$$\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{cp} \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix}_{M \times N}, \quad (2\text{-}9)$$

onde a matriz $\mathbf{I}_{cp}$ de dimensão $L \times N$, contém as últimas L linhas da matriz identidade de $\mathbf{I}_N$. O resultado é um vetor $\mathbf{s}_{cp}$ de tamanho M dado por:

$$\mathbf{s}_{cp}(i) = \mathbf{T}_{cp}\mathbf{F}\mathbf{b}(i) \quad (2\text{-}10)$$

Na recepção o intervalo de guarda é retirado do sinal recebido em (2-6), esta operação é representada pela matriz $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{cp} = [\mathbf{0}_{N\times L} \vdots\ \mathbf{I}_N]$ de tamanho $N \times M$. O vetor resultante de tamanho N é dado por:

$$\mathbf{x}(i) = \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}(i)\mathbf{T}_{cp}\mathbf{F}\mathbf{b}(i) + \mathbf{R}_{cp}\mathbf{n}(i) \quad (2\text{-}11)$$

A inserção e a remoção da faixa de guarda faz com que a matriz $\mathbf{H}(i)$ em (2-7), se torne uma matriz circulante $\mathbf{H}_c(i)$de tamanho $N \times N$ [6]. Isto é, $\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}(i)\mathbf{T}_{cp} = \mathbf{H}_c(i)$. Assim a expressão (2-11) pode ser escrita na forma:

$$\mathbf{x}(i) = \mathbf{H}_c(i)\mathbf{F}\mathbf{b}(i) + \mathbf{R}_{cp}\mathbf{n}(i) \quad (2\text{-}12)$$

Observa-se que o vetor de ruido $\mathbf{R}_{cp}\mathbf{n}(i)$, tem a mesma caracterização estatística de vetor $\mathbf{n}(i)$.

Preenchimento de Zeros

Nos sistemas com faixa de guarda ZP os N símbolos de informação são concatenados com L zeros ao final do bloco a ser transmitido [7]. A inserção da faixa de guarda ZP, é representada pela matriz $\mathbf{T} = \mathbf{T}_{zp}$ de dimensão $M \times N$ tal que:

$$\mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_{L\times N} \end{bmatrix}, \quad (2\text{-}13)$$

onde $\mathbf{0}_{L\times N}$ é uma matriz de zeros de dimensão $L \times N$. O vetor transmitido é então:

$$\mathbf{s}_{zp}(i) = \mathbf{T}_{zp}\mathbf{F}\mathbf{b}(i) \quad (2\text{-}14)$$

Neste caso o intervalo de guarda é mantido na recepção e portanto, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{zp} = \mathbf{I}_M$. O vetor de observação de tamanho M é então dado por:

$$\mathbf{x}(i) = \mathbf{H}(i)\mathbf{T}_{zp}\mathbf{F}\mathbf{b}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (2\text{-}15)$$

A estrutura de $\mathbf{T}_{zp}$ e $\mathbf{H}(i)$ fazem com que a multiplicação $\mathbf{H}(i)\mathbf{T}_{zp}$ seja equivalente a $\mathbf{H}_c(i)\mathbf{T}_{zp}$ [7], onde $\mathbf{H}_c(i)$ é uma matriz circulante de tamanho

$M \times M$, então a equação (2-15) pode ser rescrita como:

$$\mathbf{x}(i) = \mathbf{H}_c(i)\mathbf{T}_{zp}\mathbf{F}\mathbf{b}(i) + \mathbf{n}(i) \tag{2-16}$$

Observe-se que, em ambos casos, CP e ZP, para evitar a IBI o tamanho do intervalo de guarda deve ser ao menos a ordem do canal, ou seja $L \geq P - 1$.

2.2 Equalização no Domínio da Freqüência

O vetor $\mathbf{x}(i)$, é então transformado para o domínio da frequência, de forma a simplificar o processo de equalização. Esta transformação é realizada por meio da multiplicação pela matriz $\mathbf{W}_D$ que implementa a transformada discreta de Fourier de dimensão D, onde $D = N$ para o caso CP e $D = M$ para ZP. Assim o vetor resultante no domínio da freqüência é da forma:

$$\mathbf{y}(i) = \mathbf{W}_D\mathbf{x}(i) \tag{2-17}$$

2.2.1 Propriedade da DFT

Seja $\mathbf{H}_c$ uma matriz circulante de dimensão $M \times M$, a transformação da forma $\mathbf{W}_M\mathbf{H}_c\mathbf{W}_M^{\mathcal{H}}$, gera uma matriz diagonal, de tamanho M, contendo os autovalores de $\mathbf{H}_c$ em sua diagonal principal dado por:

$$\tilde{\mathbf{H}}_d = \mathbf{W}_M\mathbf{H}_c\mathbf{W}_M^{\mathcal{H}} \tag{2-18}$$

Estes autovalores representam a resposta em freqüência do canal, ou seja a transformada discreta de Fourier (não normalizada) dos M-pontos do canal equivalente $\mathbf{h}(i)$, ou seja, $\tilde{\mathbf{H}}_d = diag[\mathbf{q}]$, onde $\mathbf{q} = \sqrt{M}\mathbf{W}_{MP}\mathbf{h}(i)$ e $\mathbf{W}_{MP}$ contém as primeiras P colunas de $\mathbf{W}_M$.

A operação inversa, $\mathbf{W}_M^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d\mathbf{W}_M$, onde $\tilde{\mathbf{H}}_d$ é uma matriz diagonal de tamanho M, gera uma matriz circulante $\mathbf{H}_c$, contendo em sua primeira coluna a IDFT da diagonal principal de $\tilde{\mathbf{H}}_d$:

$$\mathbf{H}_c = \mathbf{W}_M^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d\mathbf{W}_M \tag{2-19}$$

Considerando que uma matriz circulante pode ser decomposta na forma $\mathbf{H}_c(i) = \mathbf{W}^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{W}$, onde $\tilde{\mathbf{H}}_d(i)$ é uma matriz diagonal que contem em sua diagonal a resposta de freqüência do canal discreto e após manipulações algébricas, aplicando (2-19) em (2-17), com $\mathbf{x}(i)$ dado por (2-12) e (2-16), tem-se que (2-17) pode ser reescrita na forma geral:

$$\mathbf{y}(i) = \tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{V}\mathbf{b}(i) + \tilde{\mathbf{n}}(i) \tag{2-20}$$

sendo cada caso particular descrito a seguir:

CP

1. Caso SC-CP, (2-12) com $\mathbf{F} = \mathbf{I}$, o vetor observado de dimensão $N \times 1$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(i) &= \mathbf{W}_N \mathbf{x}(i) \\ &= \tilde{\mathbf{H}}_d(i) \underbrace{\mathbf{W}_N}_{\mathbf{V}} \mathbf{b}(i) + \underbrace{\mathbf{W}_N \mathbf{R}_{cp} \mathbf{n}(i)}_{\tilde{\mathbf{n}}(i)} \end{aligned} \tag{2-21}$$

2. Caso MC-CP, o vetor observado de dimensão $N \times 1$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(i) &= \mathbf{W}_N \mathbf{x}(i) \\ &= \tilde{\mathbf{H}}_d(i) \underbrace{\mathbf{I}_N}_{\mathbf{V}} \mathbf{b}(i) + \underbrace{\mathbf{W}_N \mathbf{R}_{cp} \mathbf{n}(i)}_{\tilde{\mathbf{n}}(i)} \end{aligned} \tag{2-22}$$

(2-12) com $\mathbf{F} = \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}$.

ZP

1. Caso SC-ZP, (2-16) com $\mathbf{F} = \mathbf{I}$, vetor observado de dimensão $M \times 1$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(i) &= \mathbf{W}_M \mathbf{x}(i) \\ &= \tilde{\mathbf{H}}_d(i) \underbrace{\mathbf{W}_M \mathbf{T}_{zp}}_{\mathbf{V}} \mathbf{b}(i) + \underbrace{\mathbf{W}_M \mathbf{n}(i)}_{\tilde{\mathbf{n}}(i)} \end{aligned} \tag{2-23}$$

2. Caso MC-ZP, vetor observado de dimensão $M \times 1$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(i) &= \mathbf{W}_M \mathbf{x}(i) \\ &= \tilde{\mathbf{H}}_d(i) \underbrace{\mathbf{W}_M \mathbf{T}_{zp} \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}}_{\mathbf{V}} \mathbf{b}(i) + \underbrace{\mathbf{W}_M \mathbf{n}(i)}_{\tilde{\mathbf{n}}(i)} \end{aligned} \tag{2-24}$$

(2-16) com $\mathbf{F} = \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}$

2.2.2 Equalização Zero-Forcing

O equalizador ZF suprime o efeito do canal sobre o bloco de dados transmitidos, por meio da multiplicação da inversa ou pseudo-inversa das matrizes que pre-multiplicam o vetor de dados $\mathbf{b}(i)$ em $\mathbf{y}(i)$, sem levar em consideração o efeito do ruído.

Define-se a matriz $\mathbf{A}(i) = (\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{V})^\dagger$ onde $(\cdot)^\dagger$ representa a operação pseudo-inversa e o vetor $\mathbf{z}(i)$ de dimensão $N \times 1$ dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(i) &= \mathbf{A}(i)[\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{V}\mathbf{b}(i) + \tilde{\mathbf{n}}(i)] \\ &= \mathbf{b}(i) + \mathbf{A}(i)\tilde{\mathbf{n}}(i) \\ &= \mathbf{b}(i) + \mathbf{n}_{\mathbf{z}}(i) \end{aligned} \tag{2-25}$$

onde $\mathbf{n}_{\mathbf{z}}(i)$ é o vetor de ruido gaussiano agora colorido após a equalização, cuja matriz covariância de dimensão $N \times N$ é dada por:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{n}_{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}(i)\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}}\mathbf{A}^{\mathcal{H}}(i) \tag{2-26}$$

As matrizes $\mathbf{A}(i)$ e $\mathbf{K}_{\mathbf{n}_{\mathbf{z}}}$ para cada sistema são apresentadas a seguir:

CP

1. SC-CP:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{cp}^{sc}(i) &= [\mathbf{H}_d(i)\mathbf{W}_N]^{-1} \\ &= \mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d^{-1}(i) \end{aligned} \tag{2-27}$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{n}_{cp}}^{sc} = \sigma^2\mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d^{-1}(i)(\tilde{\mathbf{H}}_d^{-1})^{\mathcal{H}}(i)\mathbf{W}_N \tag{2-28}$$

2. MC-CP:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{cp}^{mc}(i) &= \tilde{\mathbf{H}}_d^{-1}(i) \\ \mathbf{K}_{\mathbf{n}_{cp}}^{mc} &= \sigma^2\tilde{\mathbf{H}}_d^{-1}(i)(\tilde{\mathbf{H}}_d^{-1})^{\mathcal{H}}(i), \end{aligned} \tag{2-29}$$

Note-se que apenas no caso MC-CP a matriz covariância do ruido em (2-25) é diagonal, ou seja o ruido possui componentes descorrelatadas.

ZP

1. SC-ZP

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{zp}^{sc}(i) &= [\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{W}_{MN}]^\dagger \\ &= [\mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d^{\mathcal{H}}(i)\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{W}_{MN}]^{-1}\mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d^{\mathcal{H}}(i) \end{aligned} \tag{2-30}$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{n}_{zp}}^{sc} = \sigma^2[\mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d^{\mathcal{H}}(i)\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{W}_{MN}]^{-1} \tag{2-31}$$

2. MC-ZP

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{zp}^{mc}(i) &= [\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{W}_{MN}\mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}]^{\dagger} \\ &= [\mathbf{W}_N\mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d^{\mathcal{H}}(i)\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{W}_{MN}\mathbf{W}_N^{\mathcal{H}}]^{-1}\mathbf{W}_N\mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d^{\mathcal{H}}(i)\end{aligned} \tag{2-32}$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{n}_{zp}}^{mc} = \sigma^2\mathbf{W}_N[\mathbf{W}_{MN}^{\mathcal{H}}\tilde{\mathbf{H}}_d^{\mathcal{H}}(i)\tilde{\mathbf{H}}_d(i)\mathbf{W}_{MN}]^{-1}\mathbf{W}_N^{\mathcal{H}} \tag{2-33}$$

onde $\mathbf{W}_{MN}$ é a matriz que contem as N primeiras colunas de $\mathbf{W}_M$.

Os diferentes tipos de receptores para cada caso serão apresentados no seguente capítulo.