2
Referencial teórico

Este capítulo é dividido em três seções. A primeira seção traz uma revisão de como se calcula a volatilidade, uma vez que esta forma de cálculo será utilizada em todos os modelos, sendo considerada no cálculo da volatilidade histórica padrão. A segunda seção aborda a literatura relacionada ao entendimento da volatilidade histórica, calculada tanto pelo modelo univariado, quanto pelo modelo bivariado. A terceira seção apresenta uma revisão da teoria sobre o cálculo de volatilidade a partir dos modelos auto-regressivo de heteroscedasticidade condicional generalizada (GARCH) e auto-regressivo de heteroscedasticidade condicional generalizada exponencial (EGARCH).

2.1.
Estimando volatilidade

Conforme já mencionado, pode-se definir volatilidade com sendo uma medida de dispersão dos retornos de um título ou índice de mercado.

Entretanto, existem diversas definições e conceitos de volatilidade na literatura. De acordo com Shiryaev (1999), não há nenhum conceito em finanças que seja tão discutido e livremente interpretado como a volatilidade.

Geralmente este termo é empregado em Finanças para denotar o desvio padrão do retorno de um ativo. Sendo assim, uma das variáveis para o cálculo da volatilidade é o retorno de um título (u_i) durante certo intervalo de tempo i:

$u_i = \ln(S_i / S_{i-1})$, com i = 1, 2 ,3 ..., n, (5)

onde S_ié o preço do ativo no tempo i e S_{i-1}é o preço do ativo no tempo i-1.

Considerando n + 1 observações, calcula-se o retorno médio (ū) dos ativos:

$$\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i \qquad (6)$$

A usual estimativa σ^2que representa a variância de u_i, é dado por:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2 \qquad (7)$$

Assim, pode-se definir volatilidade como σ_n.

2.2.
Modelo univariado e bivariado de volatilidade histórica

De acordo com Katz e Cornick (2005), a volatilidade histórica geralmente é utilizada para calcular o preço da opção. Porém, o valor da opção não será dado pela volatilidade histórica e sim pela futura.

Por conta disso, eles realizaram alguns experimentos de forma a calcular a volatilidade futura com base na volatilidade histórica. Dois destes modelos são utilizados neste estudo: volatilidade histórica univariada e volatilidade histórica multivariada.

No modelo de volatilidade histórica univariada são utilizadas duas medidas para cálculo da volatilidade: a volatilidade histórica padrão, baseada no desvio padrão dos retornos logaritmos, como pode ser visto no item anterior apresentado neste capítulo (7) e a volatilidade média, de acordo com a equação abaixo (8), conforme Katz e Cornick (2005):

$$v = 0{,}627\ \left(\frac{1}{m}\right)\sum_{i=0}^{m-1}\ln(H_{k-1}/L_{k-1}), \qquad (8)$$

onde m representa o período selecionado, H_{k-1}é a máxima do ativo no período e L_{k-1} é a mínima do ativo em determinado período.

Já o modelo de volatilidade histórica bivariada utiliza uma medida de volatilidade histórica de curto prazo e adiciona uma medida de volatilidade histórica de longo prazo para previsão da volatilidade futura.

Caspary (2011) utiliza tanto a regressão univariada quanto a regressão bivariada para obter uma relação entre a volatilidade histórica padrão e a volatilidade futura. Em seu estudo, ele analisou as vinte e sete ações mais líquidas do Bovespa, além do IBOVESPA para previsão da volatilidade futura. Em ambos os modelos os resultados foram satisfatórios, observando-se reversão à média, ou seja, valores mais baixos de volatilidade histórica implicam em valores mais altos de volatilidade futura e valores mais altos de volatilidade histórica implicam em valores mais baixos de volatilidade futura.

2.3. Modelo GARCH e EGARCH

Engle (1982) introduziu o modelo auto-regressivo de heteroscedasticidade condicional (ARCH) apresentando o conceito de variância condicional que provou ser utilizado em muitos modelos de diferentes fenômenos econômicos.

Bollerslev (1986) expandiu o modelo de Engle de forma a possibilitar que a variância condicional fosse modelada como um processo auto-regressivo de média móvel (ARMA). De acordo com Gujarati (2005), o modelo auto-regressivo de heteroscedasticidade condicional generalizada (GARCH), como o nome já diz, é uma generalização do modelo ARCH, onde a variância condicional em certo instante depende de perturbações e variâncias condicionais passadas.

O mais simples e também o mais utilizado modelo de GARCH é o GARCH (1,1). Por ser a série do modelo GARCH que melhor se ajusta, além de haver autocorrelação entre os resíduos encontrados da regressão AR(1), ao passo que não houve autocorrelação entre os resíduos encontrados da regressão AR(2), foi utilizado no estudo o GARCH (1,1). Segue abaixo a equação deste modelo:

$$\sigma_n^2 = \gamma VL + \alpha u_{n-1}^2 + \beta\sigma_{n-1}^2 \qquad (9)$$

Onde *VL* representa a variância de longo prazo, u_{n-1}^2 representa a variação percentual diária mais recente e σ_{n-1}^2 é a variância do dia anterior. Além disso γ é o peso referente a *VL*, α o peso referente a u_{n-1}^2 e β o peso referente aσ_{n-1}^2. A soma destes pesos é igual a 1:

$$\gamma + \alpha + \beta = 1 \qquad (10)$$

Além de ser um modelo mais avançado que o ARCH também pode ser considerado uma extensão do modelo exponencial de média móvel ponderada (EWMA), já que a variância de longo prazo é levada em consideração, o que influencia no cálculo da variância do dia corrente.

Por essa razão o modelo GARCH foi utilizado neste estudo e seus resultados serão apresentados no capítulo 3.

Também será utilizado o modelo auto-regressivo de heteroscedasticidade condicional generalizada exponencial (EGARCH) por ser um modelo ainda mais desenvolvido do que o GARCH, uma vez que utiliza assimetria, levando em consideração que cada subida e descida no valor do ativo têm um peso diferenciado na volatilidade.

Este modelo criado por Nelson (1991) teve como objetivo desenvolver uma versão multivariada de ARCH exponencial e uma teoria satisfatória assintótica para as estimativas de parâmetros de máxima verossimilhança.

Segue abaixo a equação do modelo EGARCH(p,q):

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^{q} \beta_k \, g(Z_{t-k}) + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k \, log(\sigma_{t-k}^2), \qquad (11)$$

onde g(Zt) = θZ_t + λ(| Zt | − E(| Z_t |)), σ_t^2é a variância condicional, ω, β, α, θeλ são coeficientes, e $Z_t$pode ser uma variável normal padrão ou proveniente de uma distribuição de erros generalizada. Assim como para o modelo GARCH, o EGARCH (1,1) será utilizado no estudo em detrimento das outras séries EGARCH, já que apresenta autocorrelação entre os resíduos da regressão, ajustando-se melhor ao modelo.

Quando Morais e Portugal (1999) comparam qual modelo melhor prevê a volatilidade do IBOVESPA em períodos estáveis ou conturbados, concluem que o modelo GARCH (modelo determinístico) apresenta resultado superior aos demais em período de certa calma no mercado, ao passo que o modelo estocástico obtém resultados mais satisfatórios em períodos de crise.

Wang (2007), quando analisa modelos históricos, a volatilidade média móvel, a volatilidade GARCH e EGARCH, além da volatilidade implícita para previsão de volatilidade futura de ações, títulos do governo e mercado de câmbio chega à conclusão de que o modelo de volatilidade implícita foi o que teve os melhores resultados para previsão de volatilidade futura, embora todos os modelos tenham baixa influência.

Já Figlewski (2004), quando compara diversos modelos para previsão de volatilidade futura conclui que, em geral, o modelo de volatilidade histórica é o que proporciona melhores resultados para previsão de volatilidade futura para curtos e longos períodos. Segundo Figlewski (2004), o modelo GARCH requer uma grande amostra para proporcionar uma melhor estimativa. Por isso, quando são utilizados dados diários para cálculo do modelo, o GARCH obteve resultados satisfatórios para previsão de volatilidade em um horizonte de menos de três meses.