

## 5

### **Mecanismo de dano para modelagem de corte em rocha por erosão**

Devido ao modelo de dano isotrópico ser usado na modelagem da interação rocha-cortador, os conceitos envolvidos para a descrição deste modelo são resumidos neste capítulo. Este capítulo descreve a teoria desenvolvida acerca do mecanismo de dano e o seu significado físico, assim como também uma metodologia para obter os parâmetros que definem o mecanismo de dano em rochas. Finalmente, é apresentado o resultado da implementação do mecanismo de dano no comportamento da rocha modelada.

#### **5.1.**

##### **Mecânica do dano**

O comportamento mecânico das rochas é altamente influenciado pela presença de heterogeneidades como poros e microfissuras. Estas heterogeneidades são as responsáveis pela degradação das propriedades mecânicas quando são aplicadas tensões externas (Aubertin & Simon, 1997). Este fato faz com que o comportamento das rochas possa ser modelado através da teoria da mecânica do dano contínuo que estuda, por meio das variáveis mecânicas, os mecanismos envolvidos na deterioração dos materiais submetidos a carregamentos (Lemaitre, 1996).

Em um nível de micro-escala, o dano provém do acúmulo de microtensões ao redor de defeitos ou interfaces inerentes ao material, levando ao rompimento das ligações nestes locais, o que resulta no dano ao material. Em um volume representativo do corpo do material, o dano representa o crescimento de microfissuras e microvazios, podendo resultar no nascimento e crescimento de uma macrofissura (Lemaitre & Desmorat, 2005).

Segundo Pedrini (2008), a teoria da mecânica do dano contínuo leva em consideração vários fatores, tais como a direção de orientação de fissuras, forma das fissuras, crescimento, anisotropia existente, entre outros. O acúmulo e consideração de tantos parâmetros podem levar a formulações realmente complexas. Pode-se trabalhar com formulações de alta complexidade, onde as

variáveis internas são representadas por tensores de até 8ª ordem, ou pode-se optar por empregar simplificações e usar formulações mais simples, negligenciando-se certos aspectos, como por exemplo, a anisotropia, para obter variáveis internas escalares. Estas formulações, apesar de mais simples, possuem grande aplicabilidade e relação com os fenômenos físicos reais.

O modelo de dano contínuo mais simples é o chamado modelo de dano isotrópico. O modelo de dano isotrópico representa a não-linearidade do material com uma variável de dano de ordem escalar. Sua simplicidade conceitual e aplicabilidade, bem como sua eficiência em muitos casos práticos fazem deste modelo um dos mais aceitos e aplicados na engenharia (Pedrini, 2008).

## 5.2.

### **Conceitos fundamentais e representação mecânica do dano**

Desde o ponto de vista físico, o dano está relacionado com as deformações plásticas e irreversíveis. Os microdefeitos contribuem para a resposta não linear dos sólidos em tensões pós-pico, sendo evidenciado macroscopicamente por redução de rigidez e resistência do material (Rodrigues & Manzoli, 2010).

O mecanismo que caracteriza o fenômeno de degradação mecânica pode ser dividido em duas classes: dano frágil e dano dúctil (Lemaitre, 1996). O dano frágil ocorre principalmente na forma de clivagem de planos cristalográficos na presença de deformações inelásticas negligenciáveis na mesoescala. Seu principal mecanismo é a nucleação e crescimento de micro-trincas e seu coalescimento até iniciar a trinca em nível de mesoescala (Mendonça & Freitas, 2010).

O dano dúctil ocorre principalmente pela decoesão de uniões interatômicas iniciada no contorno das interfaces de inclusões, precipitações e partículas de elementos de liga levando a formação de trincas e vazios microscópicos, normalmente associados à presença de grandes deformações plásticas na vizinhança dos defeitos cristalinos. O dano dúctil ocorre simultaneamente com deformações plásticas acima de certo limiar (Mendonça & Freitas, 2010).

Os conceitos envolvidos na formulação do modelo de dano isotrópico que precisam ser explicados para o melhor entendimento do modelo são: a variável unidimensional de dano, o conceito de tensão efetiva e o princípio da deformação equivalente.

### 5.2.1. Variável unidimensional de dano

Considera-se um volume representativo ( $dv$ ) de um sólido submetido a efeitos de dano em um ponto  $M$  cortado por um plano de vetor normal  $\mathbf{n}$ , como mostra a Figura 5.1.

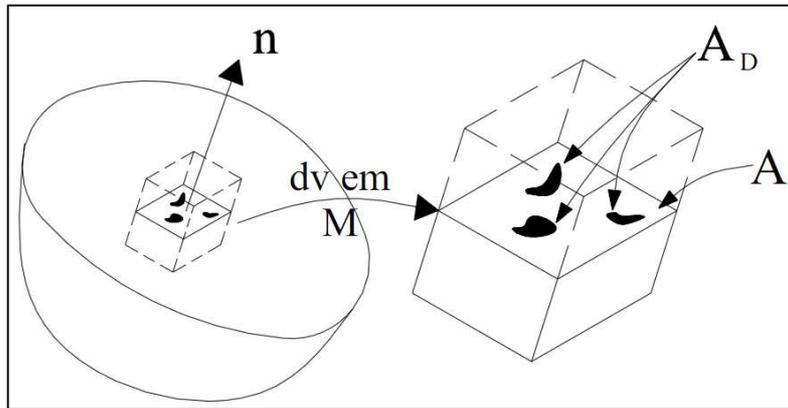


Figura 5.1 – Definição de dano (Pedrini, 2008).

Considera-se que  $A$  é a área formada no volume representativo na interseção do plano, e  $A_D$  é a área com defeitos (microfissuras ou cavidades).

O dano pode então ser simplesmente representado pela variável  $d(M, n)$ , e constitui-se da proporção existente entre a área com defeitos ( $A_D$ ) e a área nominal ( $A$ ) dependente da posição  $M$  e orientação  $\mathbf{n}$  do plano. A variável de dano pode variar de um material onde  $d$  é nulo (pois a área de defeitos é nula) até o material totalmente degradado, onde  $d$  é 1, devido ao fato da área com defeitos ser igual à área total. Estados intermediários correspondem ao material em processo de degradação.

O modelo de dano isotrópico propõe que, independente da direção, o comportamento mecânico das microfissuras e microporos é o mesmo. A relação para o caso de dano isotrópico unidimensional independe obviamente de  $\mathbf{n}$ , e está explicitada na Equação (5.1).

$$d = \frac{A_D}{A} \quad (5.1)$$

### 5.2.2. Conceito de tensão efetiva

Considerando-se um elemento unidimensional submetido a uma força axial  $F$ , a tensão nominal é definida pela Equação (5.2).

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (5.2)$$

Para a representação do dano é exigido então um novo conceito de tensão. Caso haja microdefeitos, a área resistente a  $F$  deixa de ser representada pela área total ( $A$ ), passando a ser representada por uma área efetiva ( $\bar{A}$ ). Esta área é a diferença entre a área total e a área com microporos e microfissuras ( $A_D$ ). Torna-se conveniente a introdução da chamada tensão efetiva ( $\bar{\sigma}$ ), conceito representado pela Equação (5.3) e pela Figura 5.2.

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{\bar{A}} \quad (5.3)$$

onde:

$$\bar{A} = (A - A_D)$$

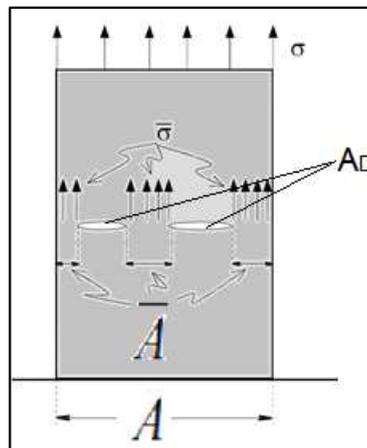


Figura 5.2 - Descrição da tensão efetiva. (Modificado de Chaves, 2009).

Introduzindo-se a variável de dano e combinando-se as Equações (5.2) e (5.3) chega-se a:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - d} \quad (5.4)$$

Esta é a definição de tensão efetiva em função da tensão nominal. Este conceito pode ser estendido ao estado triaxial de tensões, sendo definido como:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - d} \quad (5.5)$$

onde  $\bar{\sigma}$  é o tensor de tensões efetivas e  $\sigma$  é o tensor de tensões de Cauchy.

### 5.2.3. Princípio de deformação equivalente

Segundo a representação dada ao dano pela Equação (5.1), Lemaitre (1984) propôs a hipótese do princípio da deformação equivalente. Este princípio

determina que qualquer equação de deformação constitutiva para materiais danificados pode ser derivada do mesmo modo que são derivadas para materiais sem dano, exceto através da substituição da tensão nominal pela tensão efetiva. Desse modo temos:

$$\begin{array}{ll} \textit{Material sem dano} (d = 0) & \textit{Material danificado} (0 < d \leq 1) \\ \varepsilon = f(\sigma, \dots) & \bar{\varepsilon} = f\left(\frac{\sigma}{1-d}, \dots\right) \end{array}$$

Este princípio pode ser aplicado tanto a regimes elásticos quanto a regimes inelásticos.

Considerando-se uma relação elástico-linear, temos:

$$\begin{array}{ll} \textit{Material sem dano} (d = 0) & \textit{Material danificado} (0 < d \leq 1) \\ \varepsilon = \frac{\sigma}{E} & \varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{E(1-d)} \end{array}$$

Como foi exposto acima, é possível fazer a ligação do estado de material sem dano com o material danificado por meio da redução do módulo de elasticidade, como segue na Equação (5.6), onde  $E$  é o módulo de elasticidade e  $E_D$  é o módulo de elasticidade degradado.

$$E_D = (1-d)E \quad (5.6)$$

O mesmo conceito aplicado no caso das tensões efetivas pode ser aplicado às deformações. Estendendo-se para o caso triaxial é possível chegar à conclusão de que:

$$\bar{\varepsilon} = (1-d)\varepsilon \quad (5.7)$$

onde  $\varepsilon$  e  $\bar{\varepsilon}$  representam os tensores de deformações do material degradado e o de deformações efetivas, respectivamente.

### 5.3. Modelo constitutivo de dano isotrópico

Com a inclusão dos conceitos de tensões e deformações efetivas e a definição do módulo de elasticidade degradado, chega-se à seguinte relação constitutiva para o modelo de dano isotrópico no caso uniaxial:

$$\sigma = E_D \varepsilon = (1-d)E\varepsilon \quad (5.8)$$

A Equação (5.8) pode ser generalizada para o caso bi e tridimensional, chegando-se à Equação (5.9), onde  $\sigma$  e  $\varepsilon$  são os tensores de tensões e deformações, respectivamente, e  $\mathcal{C}$  é o tensor de quarta ordem das constantes elásticas. Nota-se que a isotropia do material é conservada com a utilização da

relação constitutiva da Equação (5.9), introduzindo-se apenas um multiplicador escalar  $(1 - d)$  de redução nos casos onde a variável  $d$  não for nula.

$$\sigma = (1 - d)C : \varepsilon = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (5.9)$$

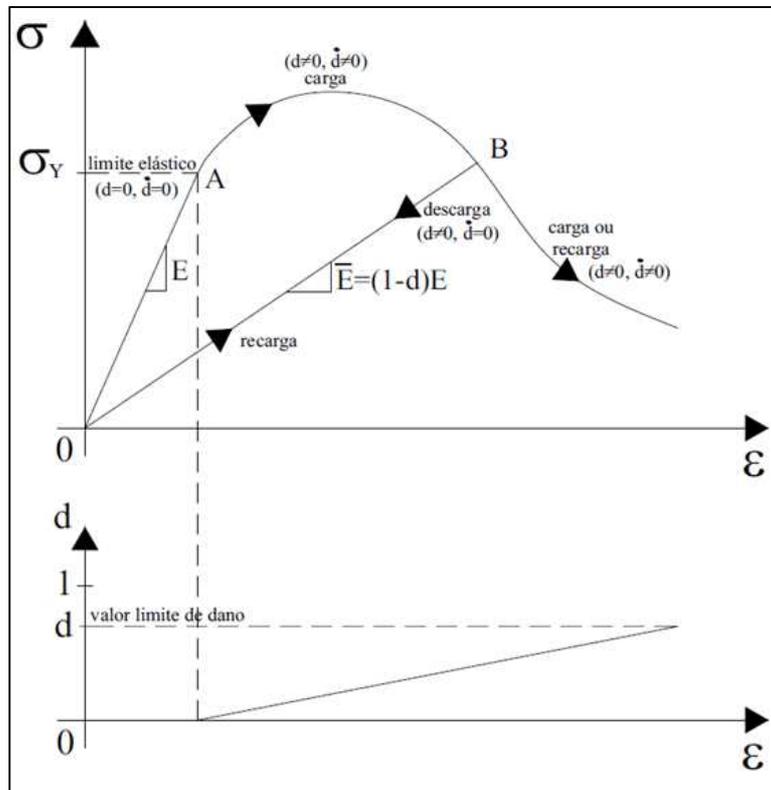


Figura 5.3 – Diagrama de tensão deformação uniaxial com modelo de dano. (Pedrini, 2008).

A curva de tensão versus deformação apresentada esquematicamente na Figura 5.3 representa (i) o trecho correspondente ao regime elástico linear sem a evolução de dano ( $0A \rightarrow \dot{d} = 0$ ), (ii) o trecho correspondente ao carregamento que corresponde ao regime inelástico com evolução de dano ( $AB \rightarrow \dot{d} \neq 0$ ) e (iii) os trechos  $B0$  e  $0B$  que correspondem, respectivamente, às situações de carga e recarga sem evolução de dano ( $\dot{d}$ ). O ponto sobre a variável de dano ( $\dot{d}$ ) representa sua derivada com relação ao tempo, ou seja, sua taxa de variação no tempo. Assim a taxa de variação é na verdade relacionada ao processo de carga.

### 5.3.1. Critério de iniciação de dano para rochas

Aubertin & Simon (1997) propuseram um critério de início de dano para rochas testadas sob compressão triaxial. Para delinear este critério eles fizeram a descrição do comportamento da rocha através de uma curva típica de tensão-deformação de um ensaio de compressão (Figura 5.4), resumido a seguir.

Na etapa I (do início da curva até o ponto A) encontra-se uma linha curvada ascendente que está associada ao fechamento de microfissuras. Nesta etapa o material não apresenta um comportamento totalmente linear devido ao esmagamento e destruição de uma parte do material.

A etapa II (entre os pontos A e B) apresenta o comportamento linear elástico.

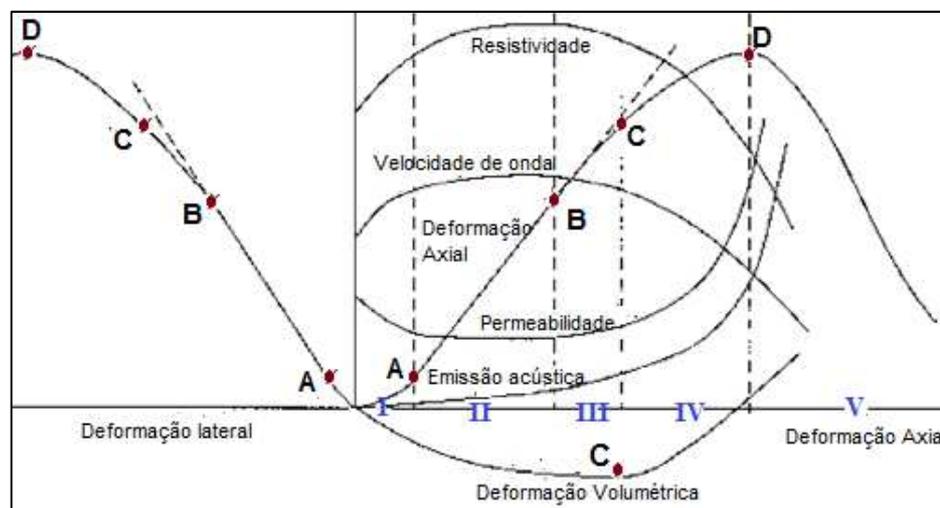


Figura 5.4 – Etapas de deformação de uma amostra de rocha testada em compressão. (Modificado de Aubertin & Simon, 1997)

A etapa III (entre os pontos B e C) mostra o início de deformações inelásticas, que muitas vezes é mais claramente identificado em um diagrama de deformação lateral por deformação axial. Nesta etapa, o módulo de Young permanece quase constante, porém o coeficiente de Poisson aparente medido sobre as curvas de carregamento começa a aumentar. Em compressão uniaxial, a etapa III usualmente começa quando a tensão axial atinge cerca de 50% da resistência à compressão uniaxial, embora as observações tenham mostrado que o ponto B pode ser alcançado para uma tensão entre 30 a 70% da resistência à compressão (Gramberg, 1989). Durante esta etapa, há uma certa iniciação de microfissuras, mas com pouca propagação. Tanto as emissões

acústicas como a resistividade elétrica, que foram quase totalmente ausentes nas etapas I e II, são visíveis na etapa III. Na etapa III, às vezes referida como o estágio de crescimento estável das fissuras, o comportamento da amostra é apenas levemente alterado pela microfissuração.

Quando a tensão é aumentada ainda mais, a etapa IV é atingida (ver ponto C na curva de tensão-deformação da Figura 5.4). No ponto C a tensão encontra-se entre 50 a 90% da resistência máxima. Nota-se neste ponto que a curva de tensão-deformação axial claramente se afasta da linearidade, e a deformação lateral aumenta muito mais rapidamente. Nesse mesmo nível de tensões, também se observa uma inversão da deformação volumétrica, de contração para um comportamento relativamente dilatante. Outras características que indicam o aumento fraturas são: uma maior emissão acústica, uma acentuada velocidade de onda e a queda da resistividade elétrica.

A etapa IV, às vezes chamada de etapa de propagação instável das fissuras, apresenta deslizamentos ao longo das faces das fissuras, que por sua vez permitem o aparecimento de grandes fissuras seguido da coalescência de fissuras existente.

Segundo Martin (1993), observações experimentais indicam que o limiar entre a fase III e a fase IV, identificado por ele como tensão de dano, essencialmente não é afetado pela taxa de carregamento, mas sim pela pressão confinante.

A tensão pico (ponto D) representa a tensão máxima que uma amostra pode suportar sob um dado conjunto de condições de carga. Devido ao estado de tensões correspondente ao ponto D estar afetado por vários fatores (tais como o tamanho da amostra e a taxa de carregamento), este ponto não pode ser tomado como uma propriedade que representa realisticamente o material.

Depois do ponto D, na fase de pós-pico, a amostra de rocha geralmente torna-se descontínua, e a sua resposta depende das propriedades do sistema de carregamento.

Nos testes de tração, o comportamento das rochas é geralmente mais simples, porque as fissuras estão abertas e por isso não há atrito entre as suas faces. O início e a propagação de poucas fissuras levam rapidamente à falha do material. A tensão de iniciação de fissuras, conseqüentemente, pode ser assumida muito próxima à resistência à tração da rocha.

Devido às etapas de deformação descritas acima, Aubertin & Simon (1997) concluíram que, do ponto de vista da mecânica de rochas, a condição de carga

associada ao critério de início de dano deve ter uma incidência significativa no comportamento mecânico do material.

No diagrama da Figura 5.4, o ponto B e o ponto C podem ser escolhidos como o início do dano. O ponto B, entre as etapas II e III, é o ponto com a mínima tensão que produz uma mudança notável nas propriedades do material, principalmente através do aumento do valor do coeficiente de Poisson. Já o ponto C corresponde a um estado de tensões, onde as fissuras mostram um claro efeito sobre o material, incluindo uma mudança no valor aparente do módulo de Young. Esta definição concorda com o ponto de vista de Martin (1993) que denominou a tensão neste ponto como a tensão de início de dano. Além disso, este ponto tem sido utilizado para modelar o comportamento da rocha através dos modelos de dano contínuo (Sgaoula *et al.*, 1995).

Nesta dissertação, o início do dano da rocha modelada foi definido no ponto C, porque foram aplicados os conceitos do modelo de dano contínuo. Para isso foram ingressados os dados da deformação plástica correspondente a uma tensão intermediária entre a tensão de escoamento e a tensão máxima em diferentes pressões de confinamento mostradas na Figura 4.4. As deformações plásticas são definidas através de uma paralela à linha de comportamento linear, como mostrado na Figura 5.5.

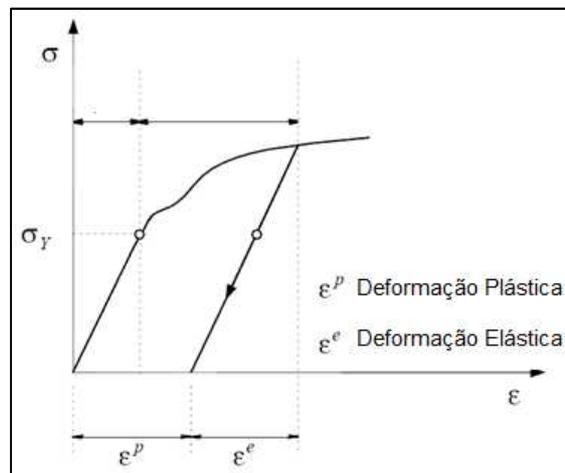


Figura 5.5 – Determinação da deformação plástica. (Modificado de Chaves, 2009).

O programa ABAQUS define o critério de início de dano dúctil (com presença de deformações plásticas) através do fornecimento de uma tabela de dados com deformações plásticas no início do dano (Tabela 5.1) e da correspondente triaxialidade. O conceito de triaxialidade é simplesmente a razão

entre a tensão hidrostática ( $p$ ) e a tensão equivalente ( $q$ ). Deve-se ressaltar aqui, que o programa ABAQUS usa a notação de tensões positivas para tensões de tração e negativas para tensões compressivas, conseqüentemente:

$$p = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (5.10)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} \quad (5.11)$$

Para o ensaio triaxial temos  $\sigma_2 = \sigma_3$ ,

$$p = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) \quad (5.12)$$

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (5.13)$$

A triaxialidade para cada deformação plástica foi definida pela Equação (5.14):

$$T = -p/q \quad (5.14)$$

A Tabela 5.1 reproduz os dados de deformação plástica ( $\varepsilon_p$ ) no início de dano para diferentes pressões de confinamento ( $\sigma_3$ ) e suas respectivas triaxialidades ( $T$ ). Estes dados foram calculados baseados nos dados fornecidos na Figura 4.4 que descrevem o comportamento do arenito simulado nesta dissertação (o sinal negativo indica tensões de compressão).

Tabela 5.1 – Deformação plástica no início de dano e triaxialidade para um arenito em diferentes pressões de confinamento.

$\sigma_3$ (MPa)	$\sigma_m$ (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$\sigma_{dano}$ (MPa)	$\varepsilon_p$	$p$ (MPa)	$q$ (MPa)	$T$
0	-60	-48	-54	0.004673	18	54	0.3333
-5	-100	-75	-87.5	0.006642	-32.5	82.5	0.3939
-10	-122	-90	-106	0.010181	-42	96	0.4375
-20	-154	-125	-139.5	0.012184	-59.8	119.5	0.5007
-30	-193	-150	-171.5	0.013812	-77.2	141.5	0.5453
-40	-221	-180	-200.5	0.015141	-93.5	160.5	0.5826
-50	-253	-220	-236.5	0.017962	-112.2	186.5	0.6014
-60	-275	-200	-237.5	0.020354	-119.2	177.5	0.6714
-70	-310	-250	-280	0.021477	-140	210	0.6667
-80	-323	-260	-291.5	0.022171	-150.5	211.5	0.7116
-90	-346	-280	-313	0.023689	-164.3	223	0.7369
-100	-361	-280	-320.5	0.02369	-173.5	220.5	0.7868

### 5.3.2. Critério de evolução de dano

Depois de definir o critério de iniciação de dano, a evolução do dano deve ser definida. A evolução do dano pode ter comportamentos distintos dependendo das características do material (Pedrini, 2008). No caso da modelagem de rocha, o comportamento que representa melhor a resposta mecânica é o amolecimento.

A evolução linear da variável de dano está definida mediante o deslocamento plástico efetivo, como mostrado na Equação (5.15):

$$\dot{d} = \frac{L\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}} = \frac{\dot{\bar{u}}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}} \quad (5.15)$$

Esta definição estabelece que quando o deslocamento plástico efetivo atingir o valor de  $\bar{u}^{pl} = \bar{u}_f^{pl}$ , a rigidez do material estará completamente degradada ( $d = 1$ ) (ABAQUS, 2010). O valor do deslocamento plástico efetivo na falha ( $\bar{u}_f^{pl}$ ) deve ser ingressado como um dado de entrada na simulação. Para escolher o valor deste deslocamento é preciso estimar a longitude característica do elemento (L) que depende da geometria e da formulação deste elemento. Para um elemento bidimensional de primeira ordem, a longitude característica (L) é definida por uma linha que atravesse o elemento (ABAQUS, 2010). Para um elemento tridimensional, a longitude característica (L) pode ser assumida como a raiz cúbica do volume do elemento.

### 5.4. Validação da modelagem do mecanismo de dano

A modelagem do mecanismo de dano no programa ABAQUS utiliza a definição de variável de dano escalar, descrita no início deste capítulo. O programa ABAQUS imprime o dado de saída designado como SDEG que representa o valor da variável de dano em cada instante da simulação.

Usando o modelo de ensaio triaxial do capítulo 4, a evolução do dano foi avaliada na rocha modelada. A Figura 5.6 mostra um diagrama de tensão-deformação para um confinamento de 0 MPa. Embaixo desse diagrama é apresentada a evolução do dano através da variável SDEG. Observa-se que este diagrama é similar ao diagrama da Figura 5.3 que descreve um mecanismo de dano isotrópico.

Na Figura 5.6, SDEG tem um valor de zero no início do dano e um valor de 1 na perda total da resistência do material. No modelo de erosão que define a

interação rocha-cortador, os elementos da malha que atingem a condição representada pelo variável SDEG=1 são apagados. Isso permite o deslocamento do cortador e o desprendimento do material cortado.

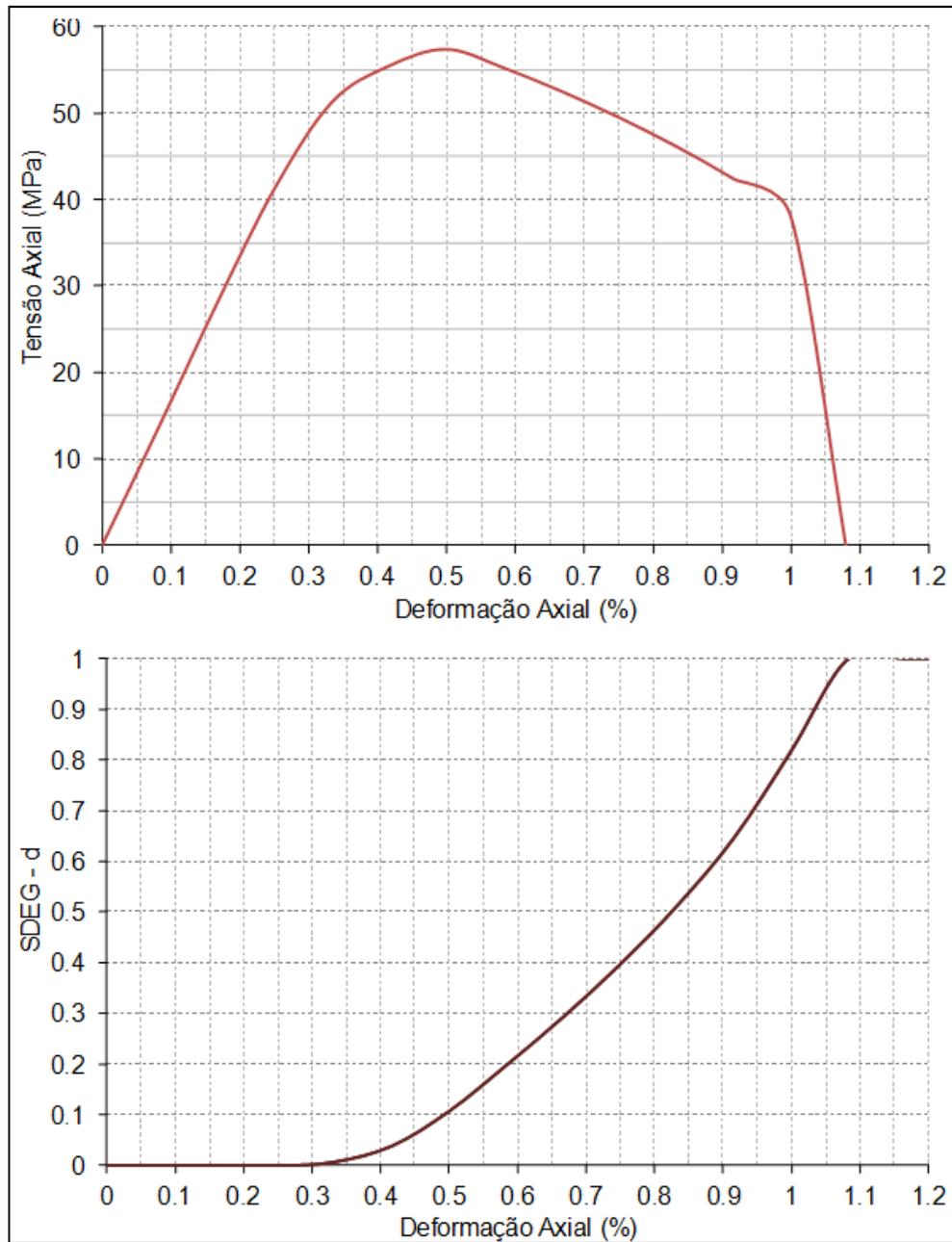


Figura 5.6 – Evolução do dano para uma simulação de uma amostra submetida a um ensaio de compressão axial.