4
Aplicação dos métodos descritos

4.1.
Contextualização do exemplo analisado

Neste capítulo é apresentado um exemplo de aplicação dos métodos descritos, baseado em um caso real. Trata-se de uma situação frequentemente observada na indústria de óleo e gás, na qual existem contratos de afretamento de embarcações como sondas, navios aliviadores, FPSOs, etc. Ao serem negociados tais contratos, é comum que uma das partes solicite a inclusão de uma cláusula de opcionalidade de compra ou de venda da embarcação, a depender do seu interesse. Em geral, a opção tem vencimento com o fim do contrato, podendo ser do tipo européia ou americana.

O preço de exercício da opção a cada instante de tempo, se americana, ou ao final do contrato, se européia, também faz parte da cláusula de opcionalidade. Essa curva (no caso de opções americanas) é, em geral, declinante, de forma a representar a perda de valor do ativo com o seu envelhecimento.

Outra particularidade destes casos é relativa ao pagamento da taxa de afretamento. Esse valor deve ser visto como um dividendo pago pelo ativo base (embarcação). Entretanto, diferente das opções financeiras, que consideram o pagamento de um número pequeno de dividendos até a expiração da opção e têm o seu valor como um percentual (*dividend yield*) do valor do ativo base, casos como o descrito acima tem pagamento de dividendo mensal, além de ter um valor fixo, definido em contrato, quando analisado em valores reais. Tais contratos costumam ter ajustes apenas com a inflação.

A Teoria de Opções Reais diz que este tipo de opcionalidade tem valor e, por isso, deve ser apreçada. Geralmente, o valor da opção é embutido na taxa de afretamento, ao longo do tempo de vigência do contrato. Entretanto, vale ressaltar que o dividendo considerado no cálculo de apreçamento da opção deve ser relativo apenas a parte do custo do capital do dono do ativo, sendo desconsiderado o custo operacional e próprio valor da opção já embutido na tarifa.

4.2.
Dados do exemplo analisado

A empresa Y atua na indústria de óleo e gás, sendo demandante de embarcações a serem utilizadas em projetos de exploração e produção de petróleo. Em virtude das recentes perspectivas de aumento das atividades, a empresa Y vem buscando dar incentivos para a indústria naval, motivando-a a desenvolver projetos de construção destes tipos de embarcações.

A empresa X faz parte do segmento naval e produz sondas de perfuração. Com vistas a incentivar a empresa X, a empresa Y propõe que ambas firmem um contrato de afretamento de longo prazo de uma sonda de perfuração (com pagamento de uma taxa de afretamento *D* fixa e mensal), embutindo no mesmo uma cláusula de opcionalidade de venda em favor da empresa X. A opção lhe garante o direito de vender a sonda a qualquer momento até o final do período de contrato de afretamento (10 anos). O preço de exercício da opção é definido em contrato e decai com o tempo de acordo com a taxa de depreciação estimada para o ativo. Desta forma, o risco de mercado da empresa X é mitigado, lhe restando apenas o risco de construção.

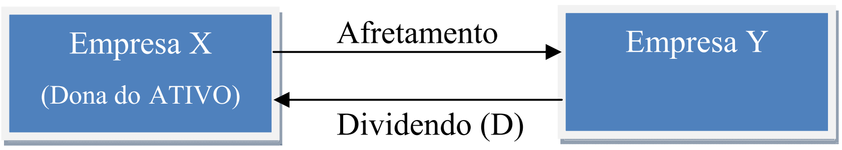

Figura 5: Representação esquemática do exemplo analisado
Fonte: Própria

Este exemplo configura um caso de opção de venda americana, com pagamento de dividendos mensais fixos e com preço de exercício declinante. Sua valoração é essencial para dar continuidade às negociações entre as partes.

A cada mês a empresa X deverá avaliar se deseja ou não exercer a sua opção de venda do ativo para a empresa Y. A avaliação deve considerar que, exercendo a opção, a empresa deixa de receber a taxa de afretamento (dividendo) vinculada ao contrato, assim como deixa de possuir o ativo. Nesse caso ela recebe o preço de exercício e pode adquirir novo ativo no mercado. Não exercendo a opção, a empresa X mantém a posse do ativo e continua a receber a taxa de afretamento acordada. O valor de mercado do ativo é a incerteza do problema e segue, por definição, um processo estocástico do tipo MGB.

O valor inicial do ativo é de \$500 milhões, definido a partir de uma análise do mercado. O preço de exercício se inicia em \$500 milhões no instante t = 0 e declina em 0,41% a cada mês (ou 5% ao ano), o que equivale à aplicação da taxa de depreciação.

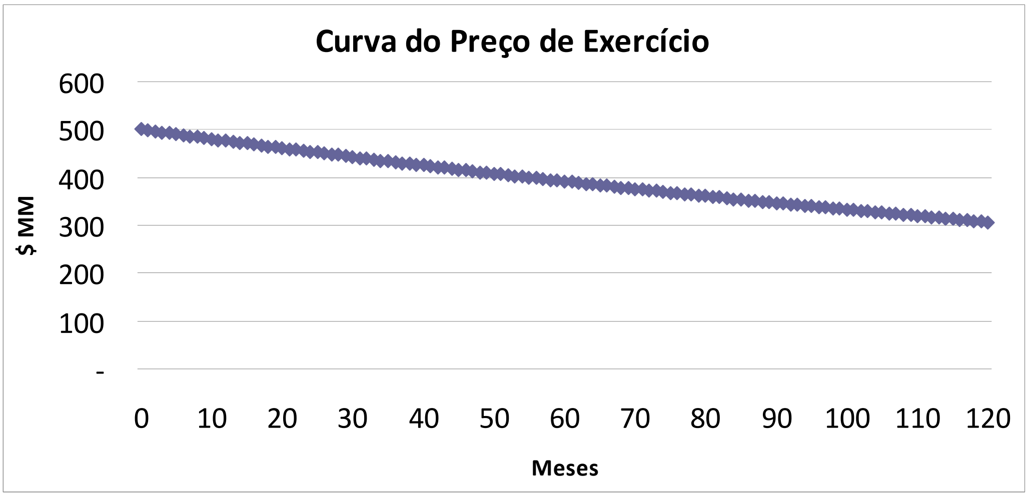

Figura 6: Curva do preço de exercício da opção.
Fonte: Própria

A taxa de afretamento é normalmente definida de forma diária, entretanto, seu pagamento é mensal. Sendo assim, a árvore binomial com discretização mensal tem um total de 120 períodos (10 anos, equivalente ao tempo de contrato). O valor da taxa de afretamento mensal (dividendo) é de \$2,5 milhões (dividendo fixo), referente apenas ao custo de capital. Para o dividendo de mercado, utilizado no Método do Custo de Oportunidade do Dividendo, é considerada uma taxa mensal constante de 0,5% (*dividend yield*) em tempo contínuo. A taxa livre de risco em tempo contínuo considerada é de 8% a.a durante todo o período de análise. A volatilidade do valor de mercado do ativo é de 30% a.a. (equivalente a volatilidade verificada para o preço do petróleo).

4.3. Resultados pelo Método da Média Ponderada

Aplicando-se o Método da Média Ponderada, foi encontrado um valor de \$95,35 milhões para o prêmio da opção. Para valoração do ativo com contrato com opção, deve ser somado o valor de mercado inicial do ativo, resultando em um valor de \$595,35 milhões.

Os cálculos do Método da Média Ponderada foram executados em VBA, tendo seu resultado apresentado em Excel. A descrição das rotinas pode ser vista no Anexo A.

A curva de gatilho desta aplicação é apresentada na Figura 7. Ela representa a estrutura a termo de valores do ativo a partir dos quais é ótimo exercer a opção imediatamente.

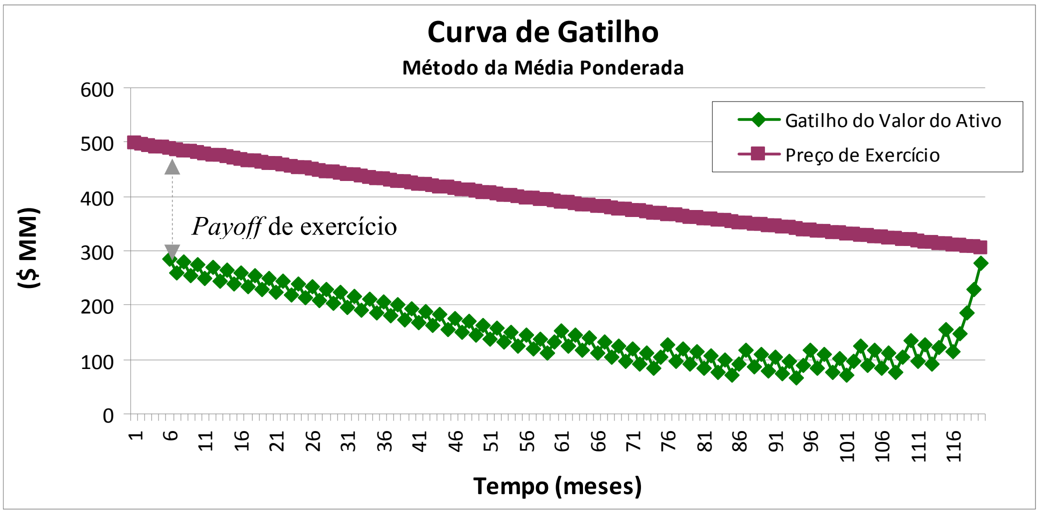

Figura 7: Gráfico da curva de gatilho gerada pelo Método da Média Ponderada.
Fonte: Própria

O formato serrilhado da curva de gatilho se deve ao fato do método se basear em um modelo binomial. Ela apresenta uma tendência decrescente seguida de um crescimento acentuado, o que foge ao padrão de tendência de crescimento ao longo do tempo para casos de opções de venda tradicionais (demonstrada na Figura 8). Acredita-se que a mudança de comportamento da curva seja decorrente do pagamento de dividendos fixos e da curva de exercício declinante.

No gráfico da Figura 7, a região acima da curva de gatilho representa a região de espera, ou seja, caso o ativo assuma valor superior ao da curva, a opção de venda não deve ser exercida imediatamente, sendo a espera mais valiosa. Já a região abaixo da curva representa a região de exercício imediato, ou seja, para valores inferiores ao da curva, o exercício imediato é ótimo. Para os parâmetros de entrada considerados neste exemplo, apenas a partir do 6º mês é que foram gerados valores de ativo na árvore binomial suficientemente baixos para que o exercício imediato seja ótimo.

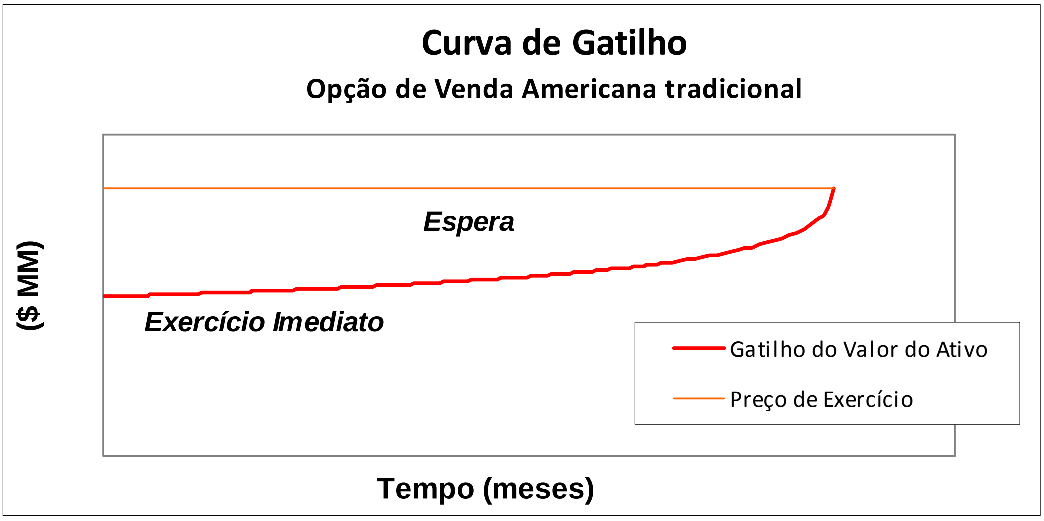

Figura 8: Gráfico da curva de gatilho de uma Opção de Venda Americana tradicional.
Fonte: Própria

Conforme discutido no Tópico 3.1, ativos financeiros sofrem queda em seu valor de intensidade igual ao seu dividendo para que não haja oportunidade de arbitragem. Em princípio, a utilização desta mesma premissa no Método da Média Ponderada garante tal condição de não arbitragem, mas é necessária a realização de alguns testes para verificar se os ajustes incluídos na metodologia alteram ou não esta condição. Sendo assim, buscou-se verificar através do Método do Portfólio sem Risco se o modelo gera oportunidade de arbitragem. Esse método admite a construção de um portfólio formado pelo derivativo e n unidades do ativo base, conforme descrito na Equação (30).

$$\phi = F - nS \tag{30}$$

Onde, F é o valor do derivativo, S é o valor do ativo base e n é chamado *delta-hedge*, sendo calculado como a razão entre a variação do valor da opção e a variação do valor do ativo.

$$n = \frac{\Delta F}{\Delta S} \tag{31}$$

Sendo Φ um portfólio livre de risco, então a taxa de desconto apropriada é a taxa livre de risco. Caso o retorno encontrado seja diferente desta taxa, então existe oportunidade de arbitragem.

Conforme descrito anteriormente, a árvore binomial gerada por este método possui valores ex-dividendos e, portanto, o valor do portfólio livre de risco deve ser calculado pela Equação (32).

$$\phi = F - n(S + D) \tag{32}$$

Onde D é o valor do dividendo.

Ao se escolher, por exemplo, o último nó do 32º período foi encontrada uma divergência entre o valor da opção calculado pelo Método do Portfólio sem Risco e o valor da opção de espera calculado diretamente a partir dos nós, indicando oportunidade de arbitragem.

$$F_{32,33} = \phi_{32,33} + nS_{32,33} = 433.518.595,96$$

$$F'_{32,33} = [F_{33,33}q + F_{33,34}(1-q)]e^{-r\Delta t} = \$433.325.519,89$$

Neste exemplo, a taxa de retorno do ativo (soma do retorno do dividendo com o retorno do capital) na medida neutra ao risco é inferior à taxa livre de risco.

$$R_{dividendo} = \frac{D}{S_{32,33}} = 82\%$$

$$R_{capital} = \frac{S_{33,33}q + S_{33,34}(1-q)}{S_{32,33}} - 1 = -75\%$$

$$R_{total} = 82\% - 75\% = 7\%$$

Uma taxa inferior significa que é possível vender o ativo em t = 33, aplicar o valor recebido a uma taxa que deve ser pelo menos a taxa livre de risco (8% a.a.) para, no período seguinte, resgatar o dinheiro aplicado e recomprar o ativo, tendo com isso um lucro dado pela diferença de taxas.

A mesma verificação foi feita para outros nós da árvore gerada com os dados do exemplo, tendo sido encontrado retorno total igual à taxa livre de risco apenas para o primeiro nó. Entretanto, a questão da arbitragem gerada pelo método pode não ser tão crítica, uma vez que diversos livros recentes e de autores conceituados, por exemplo o livro de Hull (2012), continuam a sugerir o modelo 1 (*Escrowed Dividend Model*) para apreçamento de opções financeiras com dividendos discretos, apesar da arbitragem já ter sido comprovada por outros autores. Além disso, sendo a modelagem oriunda da aplicação de árvore não recombinante que é livre de arbitragem, é razoável imaginar que a principal causa da arbitragem nesta metodologia é a interpolação realizada, sendo então um problema comum a todas as metodologias que aplicam algum tipo de interpolação.

Conforme detalhado no Tópico 3.1, o Método da Média Ponderada foi definido de forma a apresentar uma restrição a valores negativos (do ativo base). Com isso, observa-se na data de expiração da opção uma grande densidade de zeros, o que invalida a premissa de lognormalidade dos valores futuros do ativo, condição necessária para que o processo estocástico seja um MGB. Para que não seja necessária a imposição da condição que zera o valor do ativo quando $S<D$, considerando os demais dados do exemplo analisado, não poderiam ser considerados mais de 33 meses até a expiração do contrato.

4.3.1. Comparação com os resultados do modelo 3 sem ajustes (Árvore não Recombinante)

A solução pelo modelo 3 sem ajustes demanda a construção de uma árvore não recombinante, procedimento computacionalmente complexo, porém, segundo a literatura disponível, capaz de gerar um resultado exato (pelo menos para opções financeiras).

Para que se possa ter uma base de comparação para o resultado obtido através do Método da Média Ponderada, foi calculado o resultado para o problema anteriormente descrito pela árvore não recombinante. Entretanto, foi necessária a utilização de um intervalo de 8,57 meses entre os nós da árvore (Δt), de forma que a árvore gerada tivesse apenas 14 períodos e o resultado pudesse ser obtido em tempo razoável. Sabe-se que tal adaptação dos dados do problema gera uma subestimação no valor do prêmio da opção, pois a possibilidade de exercício a qualquer mês torna a opção mais valiosa do que em uma situação em que a decisão se dá a cada 8,57 meses.

Os cálculos deste método também foram executados em VBA, tendo seus resultados apresentados em Excel. A descrição das rotinas pode ser vista no Anexo B.

Assim como no Método da Média Ponderada, foi considerado que o ativo não pode assumir valores negativos e por isso, foi necessária a imposição de uma condição na geração da árvore binomial. Entretanto, da mesma forma que para o Método da Média Ponderada, observa-se uma grande densidade de valores nulos para o ativo na data de expiração da opção, ferindo a premissa de lognormalidade. Para que não sejam gerados zeros, demais dados do exemplo consideradas constantes, não podem ser considerados mais que 60 meses (ou 7 períodos de 8,57 meses) até a expiração da opção.

O valor do dividendo considerado neste exemplo (Δt = 8,57 meses) foi calculado pelo valor presente dos fluxos de pagamento mensal do dividendo do exemplo considerado ($2,5 milhões), ou seja, $20,76 milhões. A curva do preço de exercício foi definida da mesma forma, porém levando em consideração a taxa de depreciação acumulada de 8,57 meses (3,45% a.p.).

O resultado encontrado através desta metodologia foi de $ 73,77 milhões, o que indica uma diferença de -22,6% em relação ao Método da Média Ponderada.

Modelo	**Prêmio da Opção de Venda**
Média Ponderada	$95,35 milhões
Não recombinante	$73,77 milhões
Diferença %	-22,6%

Tabela 3: Resultados da aplicação do Método da Média Ponderada e da árvore não recombinante.
Fonte: Própria

4.4. Resultados pelo Método das Probabilidades Variáveis

A aplicação do Método das Probabilidades Variáveis no cálculo do prêmio da opção do exemplo anteriormente descrito gerou um resultado de $74,58 milhões. O valor do ativo com contrato com opção é de $574,58 milhões. Os cálculos deste método também foram executados em VBA, tendo seu resultado apresentado em Excel. A descrição das rotinas pode ser vista no Anexo C.

Ao se examinar os valores gerados pelo método a cada nó, pode-se perceber que a partir do 34º mês de análise, são calculadas probabilidades negativas nos nós mais inferiores da árvore binomial. Tais valores são gerados nos casos em que o valor do ativo se encontra muito baixo, quando comparado ao valor do dividendo, gerando um retorno do dividendo muito elevado. Sabe-se que para que não haja arbitragem, o retorno total do ativo na medida neutra ao risco, dado pelo retorno do capital mais o retorno do dividendo, deve ser igual à taxa livre de risco. Sendo assim, para casos em que o retorno do dividendo é superior à taxa livre de risco, o retorno do capital deverá ser negativo. Um caso desses é observado no último nó do penúltimo período (t = 119).

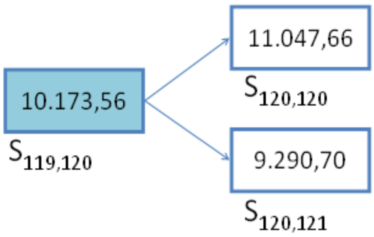

Figura 9: Representação do último nó do 119º período da árvore binomial gerada pelo Método das Probabilidades Variáveis.
Fonte: Própria

De acordo com os dados apontados na Figura 9 e sabendo-se que o dividendo fixo é de \$2,5 milhões, temos os seguintes retornos para o nó em análise.

$$R_{dividendo} = \frac{D}{S_{119,120}} = 24.574\%$$

$$R_{capital} = \frac{S_{120,120}q + S_{120,121}(1-q)}{S_{119,120}} - 1$$

Para que se obtenha um retorno total igual à taxa livre de risco de 8% a.a., as probabilidades que ponderam o retorno do capital devem ser

$$8\% = 24.574\% + \frac{11.047,66q + 9.290,70(1-q)}{10.173,56} - 1$$

$$q = -142.198\%$$

$$1 - q = 1 - (-142.198\%) = 143.198\%$$

E com isso,

$$R_{capital} = \frac{S_{120,120}q + S_{120,121}(1-q)}{S_{119,120}} - 1 = -24.566\%$$

Haug (2004) defende a aceitação de probabilidades negativas nos modelos quantitativos de finanças, sugerindo que sejam vistas como uma ferramenta matemática que torna os modelos mais flexíveis. O autor toma como exemplo o método binomial de CRR que pode gerar probabilidades neutras ao risco negativas para casos com volatilidade muito pequena e custo de carregamento do ativo base relativamente alto. Ele defende que as probabilidades negativas indicam que o preço futuro do ativo base encontra-se fora do espaço amostral, ou seja, trata-se de um preço não coberto pela amostra sub-ótima considerada pela árvore gerada. Para o autor, esse é um problema da árvore de CRR e não das probabilidades negativas. Ele alega que, ao se utilizar a árvore CRR para calcular o preço futuro de um ativo, levando em conta uma estrutura a termo da taxa de juros determinística e um dividendo determinístico, o preço futuro é calculado corretamente, mesmo sendo geradas probabilidades negativas. Outro argumento colocado pelo autor é que as probabilidades calculadas no método binomial são as chamadas neutras ao risco, consideradas apenas como variáveis de suporte computacional para a construção de um mundo imaginário (o neutro ao risco) de forma a simplificar os cálculos. São citados ainda diversos trabalhos de outros autores, principalmente na área da Física, que se utilizam de probabilidades negativas. Ele também cita Khrennikov (1999) que desenvolveu uma teoria que permite probabilidades negativas.

Por outro lado, probabilidades neutras ao risco (ou medidas equivalentes de martingale[1]) negativas ferem a definição de medidas de probabilidade equivalentes. Dado um intervalo *dz*, duas medidas de probabilidade *P* e *Q* são consideradas equivalentes se a seguinte condição for satisfeita (NEFTCI, 1996),

P(dz) > 0 se, e somente se, Q(dz) > 0

[1] Se na medida Q o valor do ativo tiver um retorno total igual à taxa livre de risco, então Q é uma medida equivalente martingal.

A satisfação desta condição faz com que exista um $\xi(z_t)$ e que se possa passar de uma medida para a outra usando as relações

$$dQ(z_t) = \xi(z_t)dP(z_t) \tag{33}$$

$$dP(z_t) = \xi(z_t)^{-1}dQ(z_t) \tag{34}$$

Tal definição deixa claro que se a medida real *P* estiver definida em um intervalo estritamente positivo, a medida equivalente de martingale *Q* também deverá ser estritamente positiva.

Segundo os teoremas fundamentais de Preços de Ativos (HARRISON E KREPS, 1979 E HARRISON E PLISKA, 1981), para que não haja oportunidade de arbitragem, deve existir pelo menos uma medida equivalente de martingale. Se essa medida for única, o mercado é completo. Em suma, para casos em que o método gera probabilidades negativas, há oportunidade de arbitragem.

Outra forma de demonstrar que existe arbitragem quando calculadas probabilidades negativas é com base no exemplo em que o valor do ativo é inicialmente de \$10.173,56 ($S_{119,120}$), cujos nós seguintes tem valor $S_{120,120}$ = \$11.041,66 e $S_{120,121}$ = \$9.290,70. Considerando o pagamento de dividendo (\$2,5 milhões), o valor total que se tem em qualquer um dos cenários é muito superior ao valor que se tinha no período anterior, para qualquer probabilidade real (*p*) do cenário favorável (equivalente ao *q)* maior que zero. Suponha uma situação em que p = 1%, nesse caso, o cenário desfavorável terá uma probabilidade real bem maior de ocorrer, *(1-p)* = 99%. Mesmo nesse caso, o retorno real total do ativo será ainda muito alto.

$$\mathrm{R}_{favorável} = 24.574\% + \left(\frac{11.047,66}{10.173,56}\right) - 1 = 24.583\%$$

$$\mathrm{R}_{desfavorável} = 24.574\% + \left(\frac{9.290,70}{10.173,56}\right) - 1 = 24.565\%$$

$$R_{total} = 24.574\% + \left[\frac{11.047,66q + 9.290,70(1-q)}{10.173,56}\right] - 1 = 24.565\%$$

Ou seja, há ganho em qualquer um dos cenários e o retorno total é superior a qualquer taxa de desconto razoável aplicada no mercado, sendo válida a obtenção de um empréstimo para comprar o ativo a \$10.173,56, pagando uma taxa de até 24.565% e vender o ativo no período seguinte, após o recebimento do dividendo. Este exemplo é um caso extremo, no qual o retorno total é muito superior à taxas de desconto razoáveis do mercado, mas o raciocínio é válido para qualquer nó do modelo para o qual tenha sido calculada uma probabilidade negativa. Em suma, para problemas com elevado número de períodos, nos quais surgem nós com probabilidades neutras ao risco negativas, o Método de Probabilidades Variáveis não é capaz de originar uma solução em que a condição do derivativo ser livre de arbitragem se mantenha.

Em relação ao Método de Média Ponderada, o Método de Probabilidades Variáveis apresenta a vantagem de não gerar valores negativos para o ativo ou mesmo valores nulos (quando considerada a regra de decisão anteriormente mencionada) que invalida a premissa de lognormalidade dos valores futuros do ativo. Entretanto, apresenta um novo problema com a geração de probabilidades neutras ao risco negativas. Segundo Dias (2012), o surgimento desta problemática nos faz contestar a premissa do modelo que define o dividendo de mercado como o dividendo do contrato privado (fixo), afinal, para cenários de valor de mercado do ativo extremamente inferiores, o dividendo privado considerado neste caso não seria razoável.

Sensibilidades

Análises de sensibilidades foram realizadas para as principais variáveis de entrada da metodologia. Os resultados apontam que são obtidos valores consistentes mesmo quando obtidas probabilidades neutras ao risco excessivamente negativas, à exceção da análise resultante da sensibilização da variável <u>dividendo fixo</u>. Para este caso foram encontrados prêmios de opções extremamente altos e inconsistentes para valores a partir de \$3,5 milhões. O gráfico da Figura 10 mostra a curva de variação do prêmio e a curva de variação da probabilidade neutra ao risco mínima, calculada para o último nó da árvore gerada.

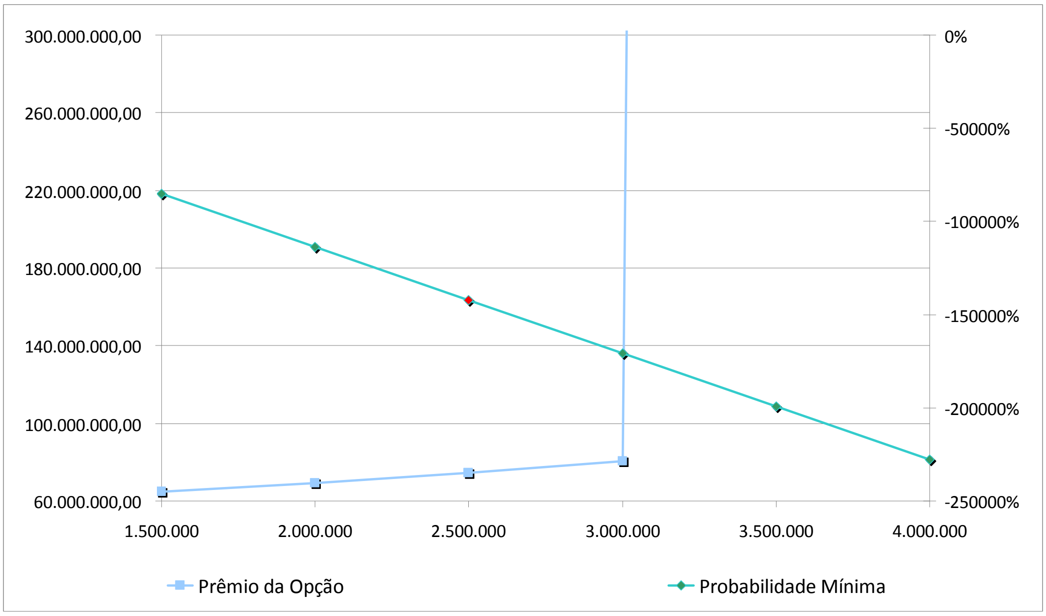

Figura 10: Gráfico Dividendo Fixo x Valor do Prêmio da Opção x Probabilidade Mínima – Exemplo com 120 períodos.
Fonte: Própria

O Teorema de Equivalência de Lax em conjunto com o Método de Diferenças Finitas Explícitas, nos permite considerar a possibilidade de aceitação de pesos negativos. Neste método, que é uma resolução numérica de equações diferenciais parciais, são definidas equações de diferenças que substituem as derivadas parciais e, após realizadas as devidas substituições, são encontrados 3 fatores de ponderação (ou pesos) dos valores futuros do derivativo. Sabe-se que tais fatores somam 1, o que os permitem serem entendidos como probabilidades. James (2003) levanta a hipótese de semelhança do Método de Diferenças Finitas Explícitas com o esquema binomial devido ao fato do cálculo da opção ser feito *backwards*. Em seguida, ele demonstra que a solução da equação de BSM dada pelo Método de Diferenças Finitas Explícitas e o método binomial de Jarrow-Rudd "são simplesmente diferentes formas de expressar o mesmo formalismo matemático"[2]. Não sendo nulo, apresenta-se o esquema trinomial. O Método de Diferenças Finitas Explícitas pode apresentar problema de convergência, o que significa que a solução dada pelo método para o problema de equações diferenciais não converge para o resultado correto. Entretanto, este problema pode ser resolvido através da utilização de um intervalo de tempo (Δt) suficientemente

[2] Para refletir o esquema binomial, o fator de ponderação intermediário deve ser zero.

pequeno, quando comparado a variação do ativo base (ΔS), variável aleatória do exemplo analisado. Segundo o Teorema de Equivalência de Lax, para um dado esquema de diferenças finitas consistente, basta que haja estabilidades para que haja convergência do método. Para diferenças finitas explícitas, a estabilidade é alcançada quando a variação de tempo tiver valor igual ou inferior a metade do quadrado da variação do valor do ativo base.

$$\Delta t = \frac{\Delta S^2}{2} \tag{35}$$

Diante de tal teorema, é possível perceber que poderão existir valores negativos para 1 dos fatores de ponderação calculados no Método de Diferenças Finitas Explícitas, para os quais a condições de estabilidade e de soma igual a 1 sejam verdadeiras simultaneamente, garantindo assim, a convergência do resultado. Em suma, sendo os métodos binomial e trinomial casos particulares do Método de Diferenças Finitas Explícitas, é razoável imaginar que tais métodos possam gerar resultados convergentes, mesmo que calculados os pesos (ou probabilidades) negativas. As análises de sensibilidade realizadas quando da aplicação deste método ao exemplo descrito sugerem o mesmo.

Sendo assim, fica como sugestão para trabalhos futuros a verificação da condição de convergência do Método das Probabilidades Variáveis quando aplicado a problemas com pagamento de dividendos fixos.

4.5.
Resultados pelo Método do Custo de Oportunidade do Dividendo

A aplicação da metodologia que considera o custo de oportunidade do dividendo gerou um resultado de $45,48 milhões para o valor do prêmio da opção. Para esta metodologia, o prêmio é obtido pela diferença entre o valor do ativo com contrato com opção e o valor do ativo com contrato sem opção, conforme detalhado na Tabela 4. Esta forma de cálculo se faz necessária (ao invés da simples comparação com o valor de mercado do ativo) devido à comparação entre o dividendo do contrato e o dividendo de mercado considerada nesta metodologia, e que possibilita que o contrato por si só (sem a opção) agregue ou desagregue valor ao ativo. Os cálculos deste método também foram executados em VBA, tendo seu resultado apresentado em Excel. A descrição das rotinas pode ser vista no Anexo D. A curva de gatilho desta mesma aplicação é apresentada na Figura 11.

Valor do ativo com contrato com opção	Valor do ativo com contrato sem opção	Prêmio da Opção
$525,70 milhões	$480,22 milhões	$45,48 milhões

Tabela 4: Resultados obtidos pelo Método do Custo de Oportunidade do Dividendo.
Fonte: Própria

Para o exemplo analisado obteve-se um valor de $480,22 milhões para o ativo com contrato sem opção. Esse resultado indica que o contrato é desfavorável ao detentor do ativo e que o mesmo obteria ganhos esperados superiores ao afretar seu navio no mercado *spot*. Apenas com a inclusão da opcionalidade de venda é que o contrato passa a gerar valor adicional para o detentor.

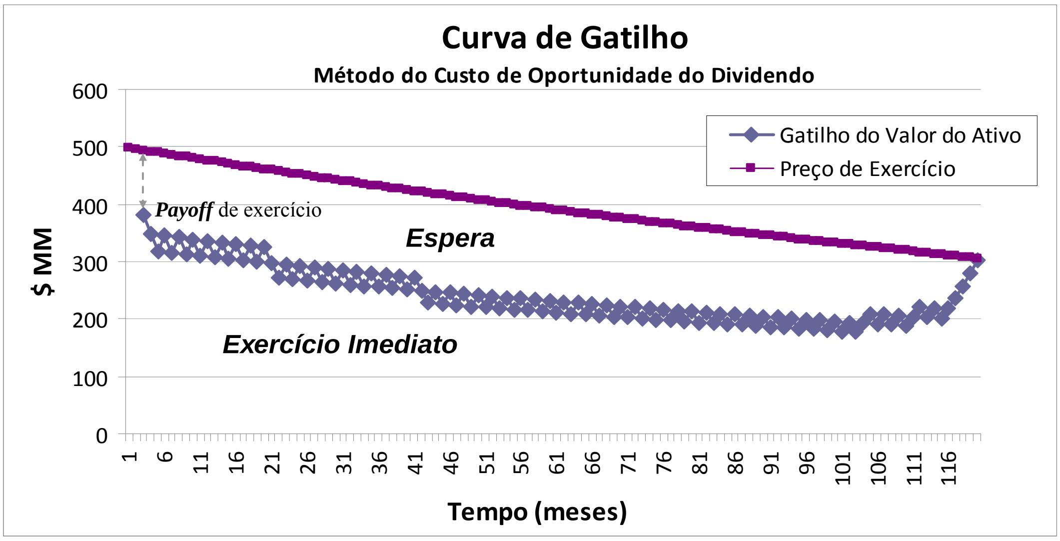

Figura 1: Gráfico da curva de gatilho gerada pelo Método de Custo de Oportunidade dos Dividendos.
Fonte: Própria

Dados os parâmetros de entrada, apenas a partir do 3º mês é que são gerados valores suficientemente baixos para que o exercício imediato seja ótimo. Assim como a curva de gatilho gerada pelo Método da Média Ponderada, essa curva apresenta tendência descendente seguida de tendência ascendente, fugindo ao comportamento padrão de uma curva de gatilho gerada para opções de venda tradicionais.

4.6. Comparação de resultados

Para que fosse possível comparar o resultado dos três métodos discutidos de forma que pudessem ser evitados alguns dos problemas levantados nos tópicos anteriores, foi necessário considerar os dados do exemplo analisado para um número bem menor de períodos/ meses até a maturidade do contrato com opção. Como visto, a manutenção da lognormalidade dos preços futuros do ativo é mantida para o Método da Média Ponderada para uma análise com até 33 períodos/ meses. Para o Método das Probabilidades Variáveis, o número máximo também é de 33 períodos/ meses para que não sejam calculadas probabilidades negativas. Sendo assim, considerou-se para a realização da comparação de resultados um exemplo com 30 períodos/ meses.

Os resultados obtidos através dos 3 métodos estão compilados na Tabela 5.

Modelo	Prêmio da Opção de Venda
Média Ponderada	\$63,64 milhões
Probabilidades Variáveis	\$59,22 milhões
Custo de Oportunidade	\$53,38 milhões

Tabela 5: Resultados da aplicação dos métodos de Média Ponderada, Probabilidades Variáveis e Custo de Oportunidade do Dividendo.
Fonte: Própria

4.3. Sensibilidades

Para que seja avaliado simultaneamente o impacto da oscilação das principais variáveis do exemplo analisado, optou-se pela realização de sensibilidades tomando-se como base o exemplo com 30 períodos. As variáveis sensibilizadas foram (1) volatilidade, (2) número de períodos/ meses, (3) valor do dividendo fixo, (4) *dividend yield*, apenas para o Método do Custo de Oportunidade do Dividendo e (5) taxa livre de risco. Os resultados são exibidos nos gráficos das Figuras 12 a 18.

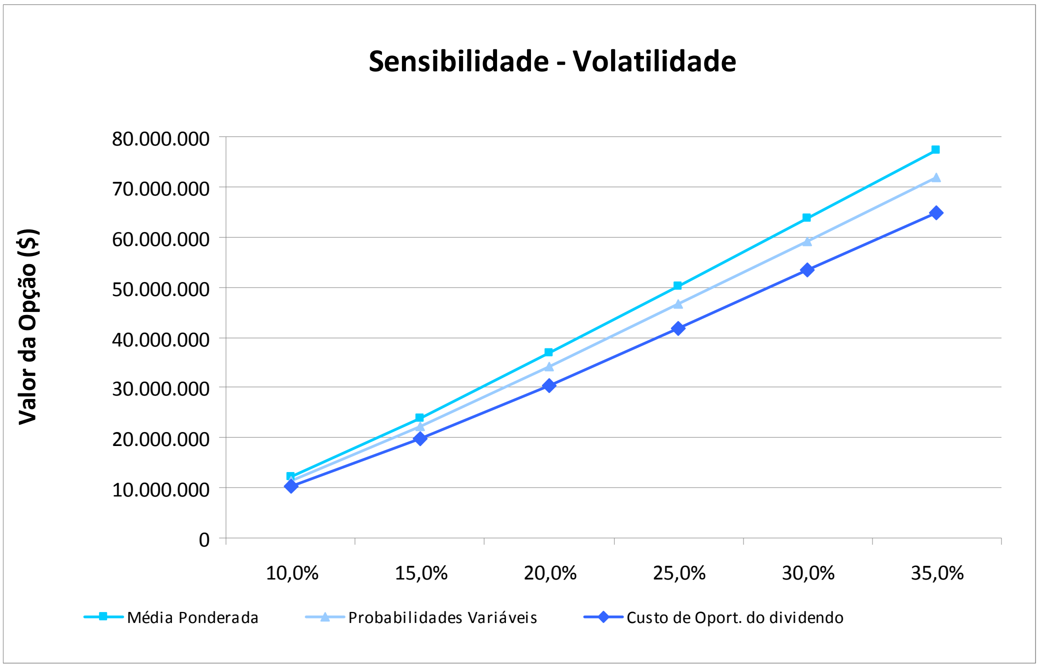

Figura 12: Análise de Sensibilidade da variável Volatilidade
Fonte: Própria

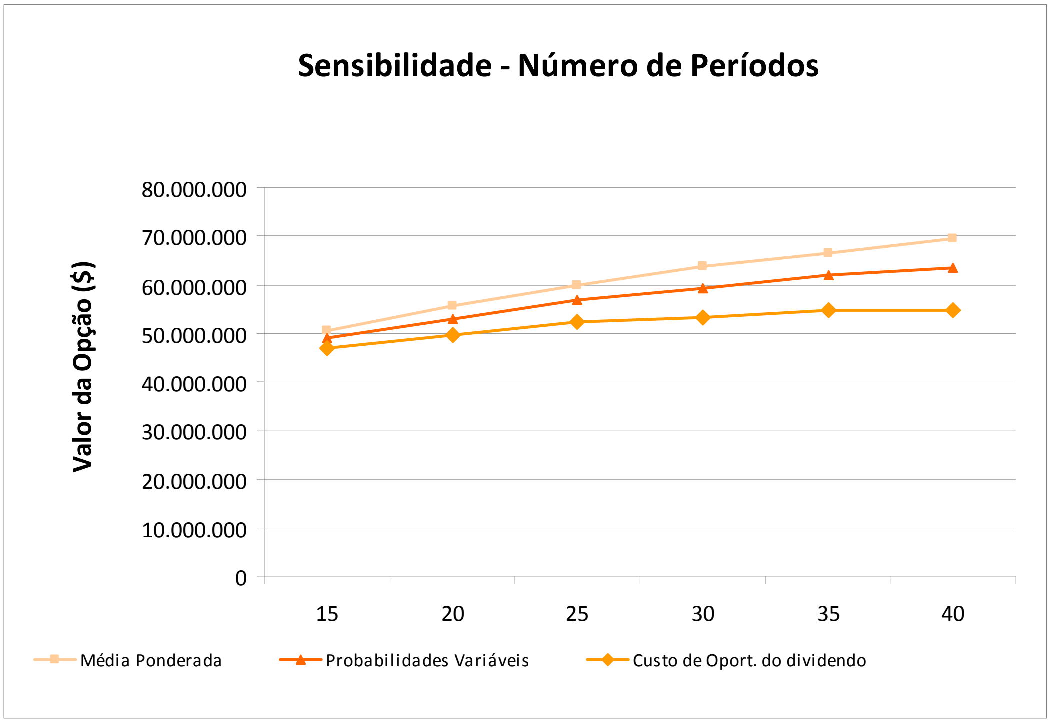

Figura 13: Análise de Sensibilidade da variável Número de Períodos
Fonte: Própria

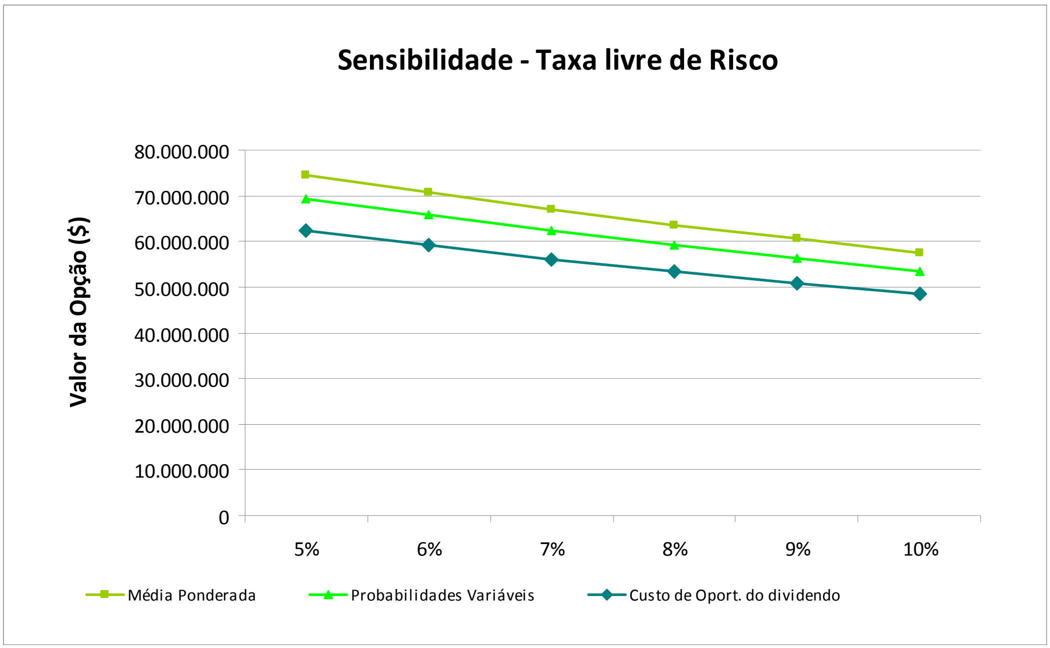

Figura 14: Análise de Sensibilidade da variável Taxa Livre de Risco
Fonte: Própria

Pode-se perceber pelos gráficos das Figuras 12, 13 e 14 que os resultados gerados pelos três métodos encontram-se sempre muito próximos, estando aqueles gerados pelo Método da Média Ponderada majoritariamente acima dos demais. Além disso, percebe-se também que o comportamento (ascendente ou descendente) do valor da opção com a oscilação das variáveis é o mesmo para as três metodologias, se diferenciando apenas na intensidade (inclinação da curva).

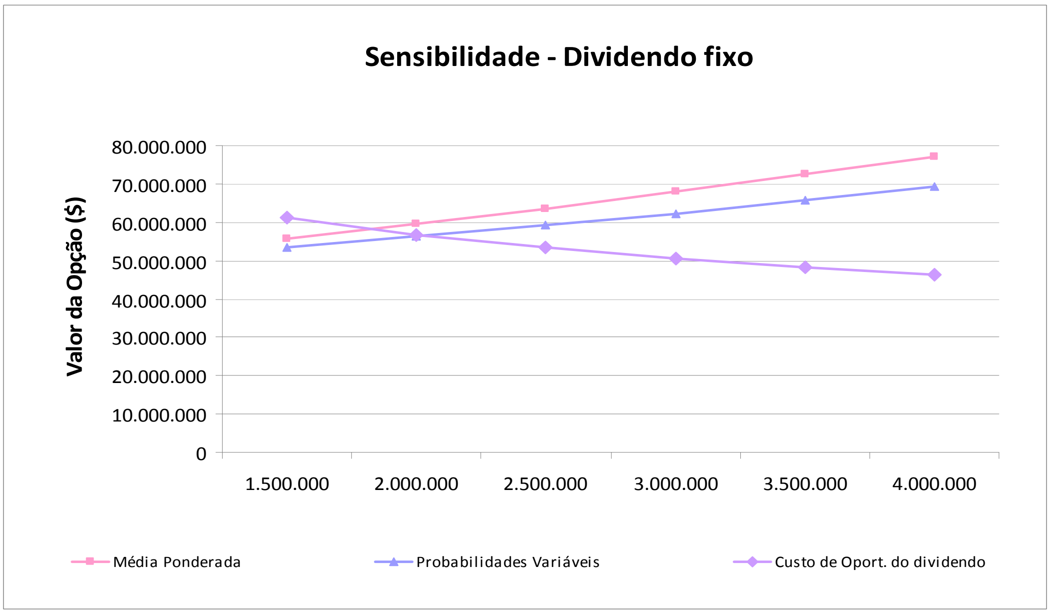

Figura 15: Análise de Sensibilidade da variável Dividendo Fixo
Fonte: Própria

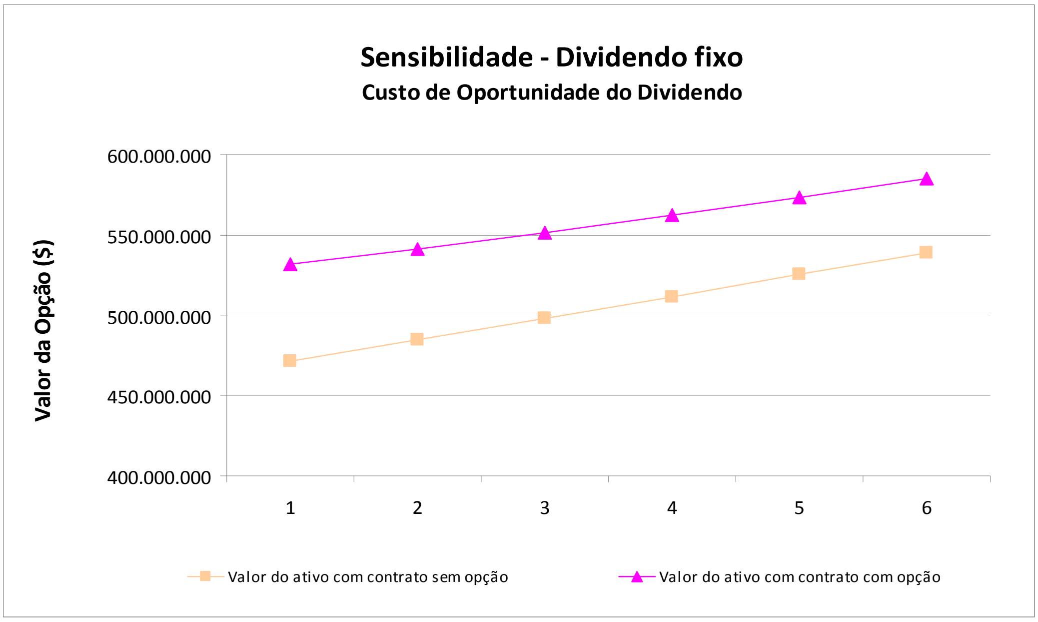

Figura 16: Análise de Sensibilidade da variável Dividendo Fixo
Fonte: Própria

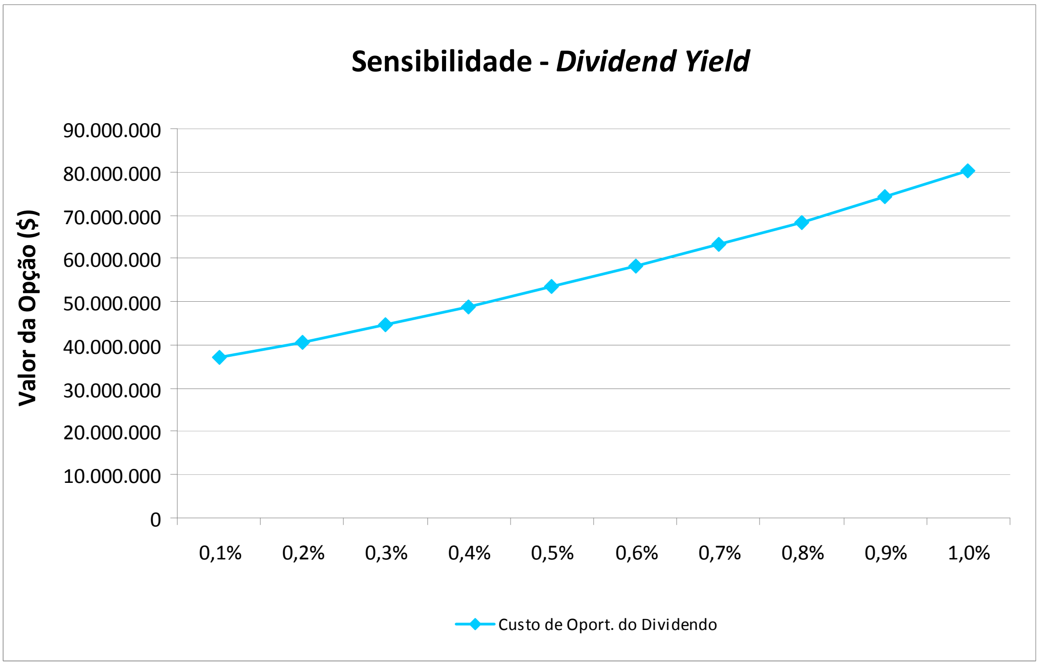

Figura 17: Análise de Sensibilidade da variável *Dividend Yield*
Fonte: Própria

Já para variável dividendo fixo (Figura 15), observa-se um comportamento diferente entre os métodos: o aumento do valor da variável gera um aumento do prêmio da opção dos métodos da Média Ponderada e das Probabilidades Variáveis e uma diminuição do prêmio da opção do Método do Custo de Oportunidade do Dividendo. O resultado pelo Método do Custo de Oportunidade do Dividendo é o que parece mais consistente, uma vez que a existência de um dividendo privado cada vez mais alto deve tornar o seguro (representado pela *put*) cada vez menos necessário. A explicação matemática para o comportamento descendente desta curva pode ser vista através do gráfico da Figura 16, no qual se observa que apesar do valor do ativo com contrato com opção e sem opção aumentar com o aumento do valor do dividendo fixo, a diferença entre eles diminui, pois o valor do ativo com contrato sem opção aumenta mais rápido. Um efeito semelhante é observado no gráfico da Figura 17, onde se busca analisar o efeito da oscilação do valor do *dividend yield* quando aplicado o Método do Custo de Oportunidade do Dividendo. Neste caso, o resultado observado é decorrente do comportamento descendente de ambas as curvas (com e sem opção), mas com o valor do ativo com contrato sem opção decaindo mais rápido, o que torna a diferença crescente.

A curva de sensibilidade da variável número de períodos para o Método do Custo de Oportunidade do Dividendo é ascendente, entretanto, foi encontrado um valor inferior para o exemplo com 120 períodos ($45,48), quando comparado ao valor encontrado para o exemplo com 30 períodos ($53,38 milhões). Para avaliar melhor o comportamento desta variável para esta metodologia, foi feito novo gráfico de sensibilidade (Figura 17) expandindo os cenários considerados até 120 períodos. Os resultados apontam um pico para o valor do prêmio da opção quando considerados 45 meses até a expiração.

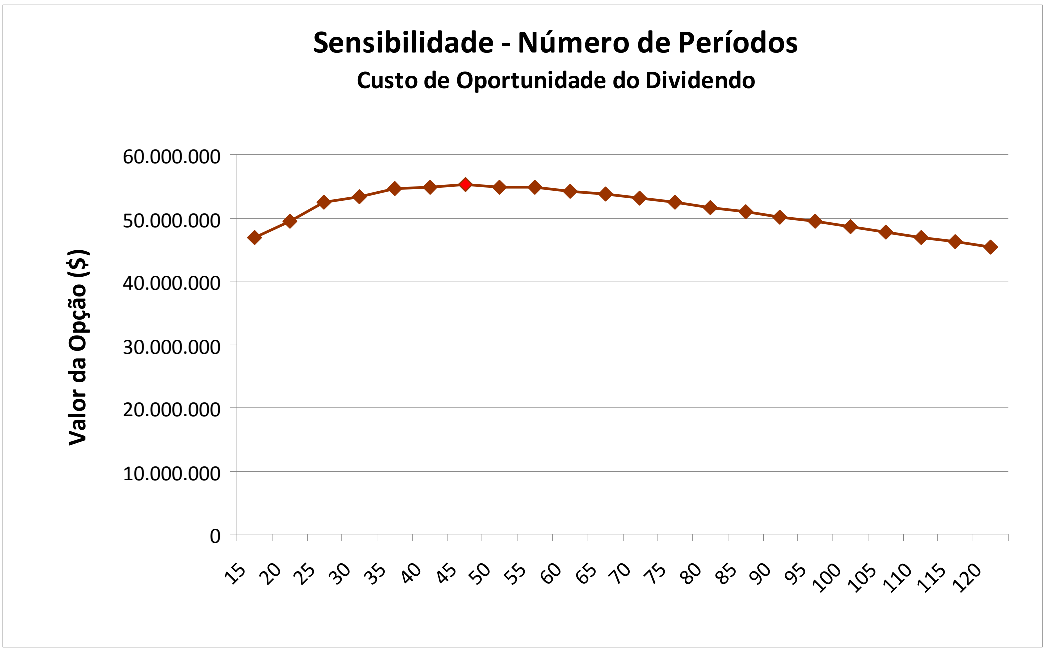

Figura 18: Análise de Sensibilidade da variável Número de Períodos para o Método do Custo de Oportunidade do Dividendo
Fonte: Própria