



**Regina Antunes Pereira Almeida**

## **Apreçamento de Opções Reais com Dividendos Fixos**

### **Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Administração de Empresas.

Orientador: Prof. Luiz Eduardo Teixeira Brandão

Rio de Janeiro

Abril de 2012



**Regina Antunes Pereira Almeida**

## **Apreçamento de Opções Reais com Dividendos Fixos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Luiz Eduardo Teixeira Brandão**

Orientador

Departamento de Administração – PUC-Rio

**Prof. Marco Antonio Guimarães Dias**

Co-Orientador

Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras

**Prof. Leonardo Lima Gomes**

Departamento de Administração - PUC-Rio

**Prof. Fernando Antônio Lucena Aiube**

Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras

**Prof<sup>a</sup>. Mônica Herz**

Vice-Decana de Pós-Graduação do CCS

Rio de Janeiro, 3 de abril de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

### **Regina Antunes Pereira Almeida**

Engenheira de Produção graduada na Universidade Federal do Rio de Janeiro. Atualmente trabalha na gerência de Planejamento Financeiro e Gestão de Riscos da Petrobras.

#### Ficha Catalográfica

Almeida, Regina Antunes Pereira

Apreçamento de opções reais com dividendos fixos / Regina Antunes Pereira Almeida ; orientador: Luiz Eduardo Teixeira Brandão. – 2012.

79 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração, 2012.

Inclui bibliografia

1. Administração – Teses. 2. Opções reais. 3. Dividendos fixos. 4. Contratos privados. I. Brandão, Luiz Eduardo Teixeira. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD:658

Dedico este trabalho aos meus pais Rosângela Antunes e Nelson Almeida,  
dos quais tenho muito orgulho de ser filha.  
Eles são meu exemplo de caráter, determinação e sucesso.

## Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao professor Marco Antonio Dias por sua disponibilidade e paciência durante nossas diversas discussões sobre este trabalho.

Agradeço também ao professor Luiz Eduardo Brandão, orientador deste trabalho, assim como aos demais professores com quem tive aulas no IAG.

Agradeço ainda aos meus colegas de trabalho Rafael Hartke, Eliane Penha, Alberto Monteiro e Nelson de Maria pelas diversas discussões que contribuíram para a solidificação do conhecimento adquirido durante o mestrado.

Por fim, agradeço aos meus pais pelo apoio e pela compreensão durante os últimos dois anos, período no qual estive cursando o mestrado.

## Resumo

Almeida, Regina Antunes Pereira; Brandão, Luiz Eduardo Teixeira. **Apreçamento de Opções Reais com Dividendos Fixos**. Rio de Janeiro, 2012. 79p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Opções cujo ativo base paga dividendos devem ser apreçadas de maneira particular. Se os dividendos forem calculados como um percentual do valor de mercado do ativo, pequenos ajustes nos modelos como BSM e Método Binomial são suficientes. Entretanto, se o valor do dividendo for fixo, ou seja, independente do valor de mercado do ativo, há necessidade de modelagens mais complexas. A literatura disponível propõe soluções para este caso, porém com foco em ativos financeiros. Ativos reais possuem particularidades que demandam o desenvolvimento de metodologias específicas. O pagamento de dividendos ocorre quando existe um contrato privado de uso entre o detentor do ativo e outro agente. Por estar vinculado a um contrato privado, agentes externos não podem realizar operações de arbitragem. Três diferentes metodologias são descritas e avaliadas neste trabalho. Um exemplo de uma opção de venda embutida em um contrato de afretamento de 10 anos de uma embarcação é utilizado para análise dos resultados. A primeira metodologia se baseia em um dos modelos utilizados para opções financeiras e a segunda busca resolver a principal fraqueza do modelo anterior. No terceiro método é considerada a diferença entre o dividendo do contrato privado e o dividendo de mercado, que representa o valor que poderia ser recebido se firmado um novo contrato. Dentre as metodologias analisadas, a terceira é aquela que apresenta premissas e resultados mais consistentes.

## Palavras-chave

Opções reais; dividendos fixos; contratos privados.

## Abstract

Almeida, Regina Antunes Pereira; Brandão, Luiz Eduardo Teixeira (advisor). **Pricing of Real Options with Fixed Dividends**. Rio de Janeiro, 2012. 79p. MSc. Dissertation - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Options that pay dividends must be priced in a particular way. If dividends are calculated as a percentage of the asset's market value, then few adjustments in the BSM model and the Binomial Method are enough. However, if the dividend is fixed, which means that it is independent from the asset's market value, then the models are more complex. The available bibliography proposes solutions for this case, however with emphasis to financial assets. Real assets are different and demand the development of specific methodologies. The dividends payment happens when there is a private contract between the asset's owner and the other agent. Because it is related to a private contract, external agents can't make an arbitrage operation. Three different methodologies are described and evaluated in this work. An example of a put option included in a 10 year charter party of a vessel is used for analyzing the results. The first methodology is based on one of the models applied do financial options and the second aims to solve the first one main weakness. In the third method a difference between the private contract dividend and the market dividend is considered, which represents the value that could be obtained if a new contract is set. Among the methodologies analyzed, the third one presents more consistent premises and results.

## Keywords

Real options; fixed dividends; private contracts

# Sumário

1. Introdução	11
2. Revisão da Literatura	14
2.1. Modelos Tradicionais	14
2.2.1. Escrowed Dividend Model (Modelo 1)	17
2.2.2. Forward Dividend Model (Modelo 2)	18
2.2.3. Piecewise Lognormal Model (Modelo 3)	18
2.2. Novos Modelos	21
2.2.1. Modelo de Haug et al.	21
2.2.2. Modelo de Vellekoop e Nieuwenhuis	23
2.2.3. Modelo de Nardon e Pianca	24
2.2.4. Modelo de Daí	24
3. Descrição das Metodologias Analisadas	25
3.1. Método da Média Ponderada	25
3.1.1. Interpolação por Média Aritmética	26
3.1.2. Interpolação por Média Ponderada	27
3.1.3. Eliminação de Valores Negativos	28
3.2. Método das Probabilidades Variáveis	29
3.3. Método do Custo de Oportunidade do Dividendo	33
3.4. Resumo das Diferenças entre os Métodos	37
4. Aplicação dos Métodos Descritos	38
4.1. Contextualização do Exemplo Analisado	38
4.2. Dados do Exemplo Analisado	39
4.3. Resultados pelo Método da Média Ponderada	40
4.3.1. Comparação com os Resultados do Modelo 3 sem Ajustes (Árvore não Recombinante)	44
4.4. Resultados pelo Método das Probabilidades Variáveis	45
4.5. Resultados pelo Método do Custo de Oportunidade do Dividendo	51
4.6. Comparação de Resultados	53
4.7. Sensibilidades	53
5. Conclusões	59
6. Referências Bibliográficas	61
7. Anexos	64
7.1. Anexo A: Rotinas do Método da Média Ponderada	64
7.2. Anexo B: Rotinas do Modelo 3 (Árvore Não Recombinante)	68
7.3. Anexo C: Rotinas do Método das Probabilidades Variáveis	72
7.4. Anexo D: Rotinas do Método do Custo de Oportunidade do Dividendo	76
7.5. Anexo E: Demonstração da Equação (27)	79

## Lista de figuras

Figura 1: Árvore binomial recombinante com dividendos proporcionais	16
Figura 2: Representação da árvore binomial gerada a partir de média aritmética	27
Figura 3: Representação da árvore binomial gerada a partir de média ponderada	28
Figura 4: Representação da árvore binomial do Método das Probabilidades Variáveis	32
Figura 5: Representação esquemática do exemplo analisado	39
Figura 6: Curva do preço de exercício da opção	40
Figura 7: Gráfico da curva de gatilho gerada pelo Método da Média Ponderada	41
Figura 8: Gráfico da curva de gatilho de uma Opção de Venda Americana tradicional	42
Figura 9: Representação do último nó do 119º período da árvore binomial gerada pelo Método das Probabilidades Variáveis	46
Figura 10: Gráfico Dividendo Fixo x Valor do Prêmio da Opção x Probabilidade Mínima – Exemplo com 120 períodos	50
Figura 11: Gráfico da curva de gatilho gerada pelo Método de Custo de Oportunidade dos Dividendos	52
Figura 12: Análise de Sensibilidade da variável Volatilidade	54
Figura 13: Análise de Sensibilidade da variável Número de Períodos	54
Figura 14: Análise de Sensibilidade da variável Taxa Livre de Risco	55
Figura 15: Análise de Sensibilidade da variável Dividendo Fixo	55
Figura 16: Análise de Sensibilidade da variável Dividendo Fixo	56
Figura 17: Análise de Sensibilidade da variável <i>Dividend Yield</i>	56
Figura 18: Análise de Sensibilidade da variável Número de Períodos para o Método do Custo de Oportunidade do Dividendo	58

## Lista de tabelas

Tabela 1: Representação do número de nós de uma árvore binomial gerada pelo modelo 3 quando o ativo paga dividendos a cada dois meses e a cada mês	21
Tabela 2: Comparativo entre premissas das metodologias avaliadas	37
Tabela 3: Resultados da aplicação do Método da Média Ponderada e da árvore não recombinante	45
Tabela 4: Resultados obtidos pelo Método do Custo de Oportunidade do Dividendo	52
Tabela 5: Resultados da Aplicação dos métodos de Média Ponderada Probabilidades Variáveis e Custo de Oportunidade do Dividendo	53