



Paulo Roberto Lima Dias Filho

**Apreçamento de Opções Através do Modelo de Árvore
Trinomial Implícita – Aplicação no Mercado
Acionário Brasileiro**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto

Rio de Janeiro
Abril de 2012



Paulo Roberto Lima Dias Filho

**Apreçamento de Opções Através do Modelo de Árvore
Trinomial Implícita – Aplicação no Mercado
Acionário Brasileiro**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-
graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio.
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto

Orientador
Departamento de Administração – PUC-Rio

Prof. Marcelo Cabus Klotzle

Departamento de Administração - PUC-Rio

Prof^a. Katia Rocha

IPEA

Prof^a. Mônica Herz

Vice-Decana de Pós-Graduação do CCS

Rio de Janeiro, 4 de abril de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da Universidade do autor e do orientador.

Paulo Roberto Lima Dias Filho
Graduou-se em Engenharia de Telecomunicações na Universidade Federal Fluminense (UFF) em 2008.

Ficha Catalográfica

Dias Filho, Paulo Roberto Lima

Apreçamento de opções através do modelo de árvore trinomial implícita: aplicação no mercado acionário brasileiro / Paulo Roberto Lima Dias Filho ; orientador: Antonio Carlos Figueiredo Pinto. – 2012.

104 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração, 2012.

Inclui bibliografia

1. Administração – Teses. 2. Apreçamento de opções. 3. Volatilidade implícita. 4. Árvore trinomial implícita. I. Pinto, Antonio Carlos Figueiredo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD: 658

À minha mãe, Jhosira.
A maior responsável por me fazer chegar até aqui.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, a Deus a minha família, por estarem sempre ao meu lado ao longo dessa caminhada, dando-me forças para seguir em frente e me acompanhado em todos os momentos, sejam eles bons ou ruins.

Ao Professor Figueiredo, que tão bem me orientou ao longo desse período, sendo sempre solícito e disponível para me ajudar desde a escolha do tema a ser abordado até a forma como ele deveria ser explorado. Com a sua ajuda, esse trabalho fluiu de forma muito suave ao longo de todos esses meses.

À Luciana Lima, pela enorme participação nessa Dissertação.

Aos meus colegas de classe, pela oportunidade de conhecê-los, pela convivência e por tudo o que aprendi com cada um deles.

A todos os professores de quem fui aluno, espero levar para a vida todas as lições que tive com eles.

Resumo

Dias Filho, Paulo Roberto Lima; Pinto, Antonio Carlos Figueiredo. **Apreçamento de Opções Através do Modelo de Árvore Trinomial Implícita: Aplicação No Mercado Acionário Brasileiro**. Rio de Janeiro, 2012. 104p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação visa analisar como o modelo de apreçamento de opções, utilizando o conceito de árvore trinomial implícita, pode ser aplicado no mercado acionário brasileiro, com resultados mais consistentes, se comparado ao modelo de Black-Scholes. Esse modelo incorpora o conceito de volatilidade implícita, sendo consideradas as expectativas futuras em relação ao preço de um ativo. A volatilidade implícita apresenta diferentes valores para diferentes preços de exercício ao longo do tempo. A denominação sorriso de volatilidade deve-se ao formato da curva da volatilidade implícita em função do preço de exercício. O formato do sorriso varia de acordo com o ativo-objeto da opção. Assim, a volatilidade varia ao longo tempo no cálculo da árvore, pois leva em consideração as oscilações do mercado, o que, conseqüentemente, impacta no preço do ativo e sua opção.

Palavras-chave

Apreçamento de Opções; Volatilidade Implícita; Árvore Trinomial Implícita.

Abstract

Dias Filho, Paulo Roberto Lima; Pinto, Antonio Carlos Figueiredo (Advisor). **Option Pricing Using The Implied Trinomial Trees Model: Applied To The Brazilian Stock Market**. Rio de Janeiro, 2012. 104p. MSc. Dissertation - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This Paper aims to analyze how the option pricing model, using the concept of Implied Trinomial Trees can be applied to the Brazilian stock market, achieving more accurate results, if compared to the Black-Scholes model. This model includes the Implied Volatility concept, which means that future expectations are considered to price an asset. It presents different values for different Strike Prices through time. The volatility smile is named this way because of the shape of the Implied Volatility x Strike Price curve, which reminds a smile. Its shape changes according to the asset to be priced. Thus, as volatility varies with time, the option pricing using Implied Trinomial Trees is affected by the market's oscillations, whose consequences can be observed in the asset's price and its option price, consequently.

Keywords

Option Pricing; Implied Volatility; Implied Trinomial Trees.

Sumário

1. Introdução	13
2. Referencial Teórico	15
2.1. Volatilidade Implícita	17
2.2. Árvore Binomial Implícita	21
2.3. Árvore Trinomial Implícita	23
2.3.1 Possíveis falhas do mercado	30
2.3.2 Modelo aplicado ao índice de ações alemão	32
3. Metodologia	35
3.1 Cálculo do Skew	54
4. Resultados	68
4.1 Análise estatística dos resultados	85
5. Conclusões	101
6. Referências Bibliográficas	103

Lista de Figuras

Figura 1: Sorriso de Volatilidade em opções de ações	18
Figura 2: Distribuição lognormal (linha hachurada) e distribuição implícita para opções de ação	19
Figura 3: Nós em uma árvore trinomial. Painel esquerdo: um nó simples em seu espaço amostral. Painel direito: árvore com dois níveis $n-1$ e n	24
Figura 4: Espaço de estado de uma (a) árvore trinomial padrão e (b) árvore trinomial implícita	27
Figura 5: Dois tipos de violação de preço futuro: (a) Preços futuros fora do intervalo dos espaços de estado correspondentes aos seus respectivos nós. (b) Aumento acentuado no preço da opção conduz a uma volatilidade local extrema	31
Figura 6: Volatilidade implícita de opções de venda da DAX em 29/01/1999 - (a) sorriso da volatilidade e (b) estrutura a termo da volatilidade. (Čížek e Komorád, 2005)	32
Figura 7: O espaço de estado de uma ATI calculada para opções da DAX em 04/01/1999	33
Figura 8: Volatilidade implícita local estimada pela ATI para DAX em 4/01/1999	33
Figura 9: Densidade do preço estimado pela árvore trinomial implícita para DAX em 04/01/1999. A linha tracejada representa a densidade calculada pelo B-S. Painel esquerdo: densidade de preço para uma árvore de três níveis. Painel direito: densidade de preço para uma árvore de seis níveis	34
Figura 10: Cálculo da opção de compra via Black & Scholes	49
Figura 11: Cálculo da volatilidade implícita	54
Figura 12: Resultado da regressão linear no SPSS para cálculo do skew	56
Figura 13: Gráficos de “sorriso” de volatilidade	60
Figura 14: Gráfico de “skew”	60
Figuras 15: Cálculo da opção de compra através do modelo de Árvore Trinomial Implícita	61
Figura 16: Preço da opção de compra em função do valor do skew	77
Figura 17: Preço da opção de compra em função da volatilidade	78
Figura 18: Preço da opção de compra em função do tempo de exercício da opção de compra	79
Figura 19: Preço da opção de compra em função do preço da ação	80

Lista de Tabelas

Tabela 1: Opções de compra de ações PN da Petrobrás	35
Tabela 2: Opções de compra de ações PN da Vale	39
Tabela 3: Dados de entrada para cálculo das opções de compra das ações da Petrobrás	43
Tabela 4: Dados de entrada para cálculo das opções de compra das ações da Vale	45
Tabela 5: Resultados para cálculo das opções de compra das ações da Petrobrás	49
Tabela 6: Resultados para cálculo das opções de compra das ações da Vale	51
Tabela 7: Resultados para cálculo da volatilidade implícita	54
Tabela 8: Resultados para cálculo do skew - Vale	57
Tabela 9: Resultados do cálculo da opção de compra através do modelo de Árvore Trinomial Implícita – Petrobrás	61
Tabela 10: Resultados do cálculo da opção de compra através do modelo de Árvore Trinomial Implícita – Vale	64
Tabela 11: Comparação das diferenças em reais e percentual para as opções de compra de ações de Petrobrás calculadas por Black & Scholes e Árvore Trinomial Implícita	68
Tabela 12: Comparação das diferenças em reais e percentual para as opções de compra de ações de Vale calculadas por Black & Scholes e Árvore Trinomial Implícita	72
Tabela 13: Comparação entre os valores das opções de compra em função do skew	77
Tabela 14: Comparação entre os valores das opções de compra em função da volatilidade	78
Tabela 15: Comparação entre os valores das opções de compra em função do tempo de exercício da opção	79
Tabela 16: Comparação entre os valores das opções de compra em função do tempo de exercício da opção	80
Tabela 17: Comparação entre os valores de skew Petrobrás x Vale	81
Tabela 18: Média e Desvio-Padrão para opções Dentro do Dinheiro – Petrobrás	85
Tabela 19: Média e Desvio-Padrão para opções No do Dinheiro – Petrobrás	86
Tabela 20: Média e Desvio-Padrão para opções Fora do Dinheiro – Petrobrás	87
Tabela 21: Média e Desvio-Padrão para opções Dentro do Dinheiro – Vale	88
Tabela 22: Média e Desvio-Padrão para opções No Dinheiro – Vale	89
Tabela 23: Média e Desvio-Padrão para opções Fora do Dinheiro – Vale	90
Tabela 24: Opções B-S x Opções ATI – Petrobrás	91
Tabela 25: Opções B-S x Opções ATI – Vale	95
Tabela 26: Resultados Teste de Hipóteses Não-Paramétrico de Wilcoxon – Petrobrás	99

Tabela 27: Resultados Teste de Hipóteses Não-Paramétrico de 100
Wilcoxon – Vale

Lista de Acrônimos

ABI	Árvore Binomial Implícita
ATI	Árvore Trinomial Implícita
B-S	Black & Scholes
CRR	Cox, Ross e Rubinstein
DAX	<i>Deutscher Aktien IndeX</i> (Índice de Ações Alemão)
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
IBOVESPA	Índice BOVESPA