

## 6. Estudo de Caso

O modelo de Schwartz e Smith (2000) com sazonalidade trimestral vai ser utilizado para modelar e prever os preços do GN com base na série histórica dos preços do *Henry Hub*. O estudo é feito num contexto binomial baseado em Hahn e Dyer (2011) para o cálculo de opções de *swing* dos contratos de GN, cujo contrato apresenta as mesmas características de Jaillet *et al.* (2004). Uma vez que, não é possível se obter um contrato padrão no mercado brasileiro de energia, optou-se por utilizar um formato já analisado anteriormente.

### 6.1. Características do Contrato

O contrato analisado embute uma opção de *swing* com quatro datas de exercício, onde só podem ser exercidos, no máximo, dois direitos. O tempo de refração será considerado redundante e fará parte da categoria de contratos cujo efeito local é levado em consideração. Cada exercício permite a aquisição de um ou dois MMBtus, ou seja, a cada direito, o titular do contrato de *swing* pode escolher um volume incremental positivo, ou pode simplesmente não exercer esse direito. O exercício ocorre no último dia do mês em que o contrato do mês seguinte é negociado. É considerado um horizonte de tempo de um ano, com possíveis exercícios trimestrais, com duas possíveis estruturas de preços de exercício:

- Preço de exercício fixado em \$3,70 por MMBtu, média dos últimos 12 meses do contrato F4 (quando poderá exercer, pela primeira vez, a opção).
- Preço de exercício variável e baseado na estrutura dos preços futuros para as datas de exercícios.

Todo contrato de *swing* tem uma parte fixa, que garante um volume básico a ser fornecido por um período a um preço pré-fixado, e uma parte variável, que permite que o comprador altere a quantidade básica em datas específicas com algumas restrições. No estudo de caso, só será analisado a parte variável do contrato. Além disso, há ausência de multas e penalidades.

Num ambiente neutro ao risco, a taxa de juros é considerada de 5% ao ano e constante em todo o período. Demais custos burocráticos, fiscais e operacionais estão sendo desconsiderados nos cálculos.

O contrato analisado visa principalmente calcular os valores das opções de *swing*. Para isso, o contrato de GN em estudo pode ser resumido nas seguintes características:

- Horizonte no tempo: 1 ano com exercícios trimestrais;
- Data da assinatura do contrato: 2 de maio de 2012;
- Datas de possíveis exercícios: 2 de agosto de 2012, 1 de novembro de 2012, 1 de fevereiro de 2013 e 2 de maio de 2013;
- Preço de exercício: fixo ou variável (análise dos dois casos);
- Número máximo de exercícios: 2;
- Processo estocástico para os preços do GN: modelo de dois fatores de Schwartz e Smith (2000) com sazonalidade trimestral;
- Taxa de desconto livre de risco:  $r = 5\%$  aa;
- Ausência de multas, penalidades, impostos e demais custos.

## 6.2. Análise da Série de Preços do GN

As *commodities*, em geral, não são negociadas no mercado à vista fazendo que os preços à vista não sejam observáveis no estrito conceito. É comum encontrar na literatura os contratos futuros com vencimento mais próximo como uma *proxy* para o preço à vista. Este trabalho visa implementar o modelo de Schwartz e Smith (2000) para os preços futuros do GN do *Henry Hub*. Essa implementação é feita com o método do filtro de Kalman que relaciona as variáveis de estado não observáveis com os preços futuros de diversas maturidades.

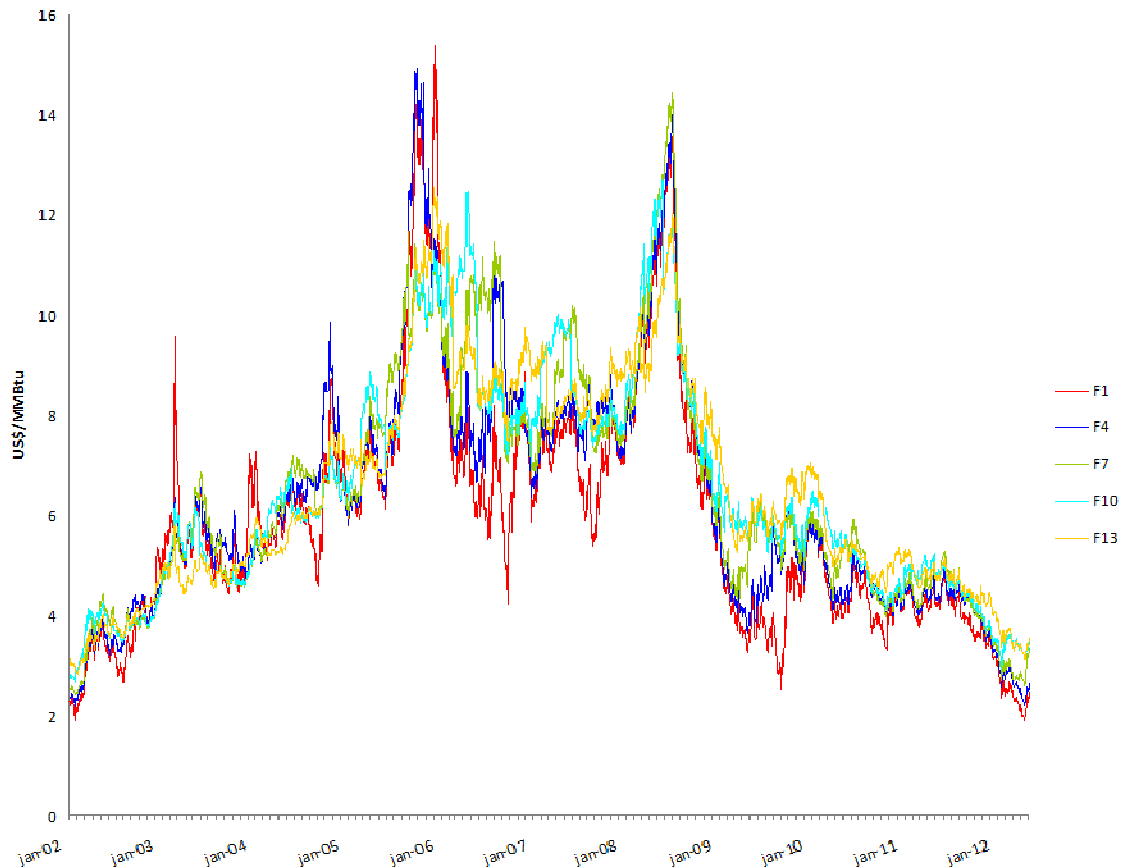
Os dados básicos utilizados para análise dos modelos foram os preços da *commodity* GN *Henry Hub*. Esta *commodity* é negociada na Bolsa de Mercadorias de Nova Iorque (NYMEX). O *Henry Hub* é o ponto físico de convergência de grandes gasodutos no Estado da Luisiana e de onde os preços de suprimento de GN nos Estados Unidos são referenciados, sendo usados como referência para os

contratos futuros de GN na NYMEX. Os preços fixados em *Henry Hub* são denominados em dólares por milhões de unidades térmicas britânicas (\$/MMBtu).

Os dados utilizados no presente trabalho correspondem aos valores diários coletados diariamente e semanalmente do fechamento da quarta-feira. No caso de feriado, o valor de quinta-feira é o apurado. Foram analisados contratos para diversos vencimentos como resume a tabela 2 e mostra a figura 7.

| Contrato | Período                       | Número de dados | Média US\$/MMBtu | Desvio Padrão US\$/MMBtu | Média 12 meses US\$/MMBtu |
|----------|-------------------------------|-----------------|------------------|--------------------------|---------------------------|
| F1       | 05/01/2000<br>a<br>28/03/2012 | 762<br>semanais | 5,65             | 2,37                     | 3,69                      |
| F4       |                               |                 | 5,95             | 2,41                     | 3,90                      |
| F7       |                               |                 | 6,08             | 2,38                     | 4,06                      |
| F10      |                               |                 | 6,12             | 2,29                     | 4,21                      |
| F13      |                               |                 | 6,10             | 2,23                     | 4,32                      |
| F1       | 04/01/2002<br>a<br>30/04/2012 | 2589<br>diários | 5,85             | 2,37                     | 3,43                      |
| F4       |                               |                 | 6,26             | 2,42                     | 3,68                      |
| F7       |                               |                 | 6,44             | 2,36                     | 3,86                      |
| F10      |                               |                 | 6,52             | 2,24                     | 4,03                      |
| F13      |                               |                 | 6,52             | 2,14                     | 4,19                      |
| F1       | 02/01/2009<br>a<br>30/04/2012 | 837<br>diários  | 4,01             | 0,79                     | 3,43                      |
| F4       |                               |                 | 4,40             | 0,79                     | 3,68                      |
| F7       |                               |                 | 4,72             | 0,87                     | 3,86                      |
| F10      |                               |                 | 5,00             | 0,88                     | 4,03                      |
| F13      |                               |                 | 5,19             | 0,94                     | 4,19                      |

**Tabela 1 – Informações das séries de preços futuros do gás natural utilizadas**



**Figura 1 – Preços futuros do gás natural – *Henry Hub***

### 6.2.1. Estimação dos Parâmetros Via Otimização

Com base no modelo de Schwartz e Smith (2000), onde o logaritmo do preço futuro do GN é linear com relação a duas variáveis incertas e ainda contém uma componente determinística sazonal, o modelo pode ser estimado pelo filtro de Kalman onde são obtidos os hiperparâmetros do modelo e as variáveis  $\xi_t$  e  $\chi_t$  através da maximização da verossimilhança do erro de previsão.

Os filtros e todos os procedimentos foram implementados com o uso do *software* EViews, da mesma forma que Aiube (2005), porém introduzindo o componente sazonal determinístico,  $f(t)$ . A componente sazonal é implementada usando variáveis *dummies* trimestrais a fim de mensurar os efeitos e impactos, que

as diferentes estações do ano (verão, outono, inverno e primavera) exercem sobre os preços do GN.

Através do *software* MATLAB, Marotta (2011) calculou os valores dos hiperparâmetros com base nas séries de preços futuros do GN para o modelo de Schwartz e Smith (2000). Esses dados foram usados como valores iniciais na estimação e estão apresentados na tabela 3.

| Parâmetro        | Valor Estimado | Erro   |
|------------------|----------------|--------|
| $\mu_{\xi}$      | 0,0012         | 0,0013 |
| $\lambda_{\xi}$  | -0,0150        | 0,0034 |
| $\kappa$         | 3,3501         | 0,0295 |
| $\lambda_{\chi}$ | -0,3678        | 0,1876 |
| $\sigma_{\chi}$  | 0,5734         | 0,0235 |
| $\sigma_{\xi}$   | 0,3267         | 0,0135 |
| $\rho_{\chi\xi}$ | -0,2649        | 0,0781 |

**Tabela 2 – Parâmetros usados para a simulação**

Fonte: Marotta, 2011

Nesta seção será feito um breve resumo do filtro de Kalman, com base em Aiube (2005), Aiube *et al.* (2006) e Marotta (2011), juntamente com sua implementação para filtragem e estimação dos parâmetros.

O filtro de Kalman é um procedimento recursivo eficiente de estimação para calcular estimativas de variáveis de estado (no contexto de Kalman são variáveis não observáveis) através de variáveis observáveis. É um procedimento que determina o estimador ótimo dadas as informações disponíveis até o tempo  $t$ . Este estimador é dito ótimo uma vez que a variância do erro das variáveis de estado é mínima.

As equações do filtro de Kalman são agrupadas em dois tipos: as equações de transição que regem as variáveis de estado e as equações de medição que relacionam as variáveis de estado e os preços observados. As equações de transição são responsáveis pelo avanço das variáveis de estado e das covariâncias

para se obter as primeiras estimativas para o próximo instante de tempo. Já as equações de medição incorporam uma nova informação da variável observável nas estimativas anteriores para obter melhores estimadores.

Com base na equação dos preços futuros do modelo de Schwartz e Smith (2000),

$$\ln(F_{t,T}) = e^{-\kappa(T-t)} \chi_t + \xi_t + A(T-t) + f(t) + u_t$$

Onde  $F_{t,T}$  é o preço futuro em  $t$  de um contrato com vencimento em  $T$ ,  $u_t$  é um ruído Gaussiano,  $u_t \sim N(0, s_i)$ ,  $A(T-t)$  é dado por:

$$A(T-t) = (\mu_\xi - \lambda_\xi)(T-t) - (1 - e^{-\kappa(T-t)}) \frac{\lambda_\chi}{\kappa} + \frac{1}{2} \left[ (1 - e^{-2\kappa(T-t)}) \frac{\sigma_\chi^2}{2\kappa} + \sigma_\xi^2 (T-t) + 2(1 - e^{-\kappa(T-t)}) \frac{\rho_{\chi\xi} \sigma_\chi \sigma_\xi}{\kappa} \right]$$

E função de sazonalidade  $f(t)$  é representada pela seguinte equação:

$$f(t) = \alpha_2 Q_2 + \alpha_3 Q_3 + \alpha_4 Q_4$$

Onde  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  e  $\alpha_4$  representam os coeficientes do 2º trimestre, 3º trimestre e 4º trimestre, respectivamente. As variáveis  $Q_2$ ,  $Q_3$  e  $Q_4$  são variáveis *dummies*<sup>1</sup> e referem-se aos respectivos trimestres, tendo o 1º trimestre como padrão.

Os parâmetros a serem estimados, através da maximização da verossimilhança do erro de previsão, são  $\Theta = (\kappa, \lambda_\chi, \sigma_\chi, \mu_\xi, \lambda_\xi, \sigma_\xi, \rho_{\chi\xi}, s_1, s_4, s_7, s_{10}, s_{13}, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ , onde  $s_i$  é o desvio padrão de ruído das observações do  $i$ -ésimo contrato.

Assim, no modelo de Schwartz e Smith (2000) as equações das variáveis de estado devem ser discretizadas.

---

<sup>1</sup> Uma variável *dummy* é uma variável artificial, sendo 1 para os casos em que ocorre determinada situação e 0 para os casos contrários. Por exemplo, se uma observação estiver relacionada ao 2º trimestre, então  $Q_2 = 1$ ,  $Q_3 = 0$  e  $Q_4 = 0$ .

$$\begin{aligned}d\chi_t &= -\kappa\chi_t dt + \sigma_\chi dz_\chi \\d\xi_t &= \mu_\xi dt + \sigma_\xi dz_\xi\end{aligned}$$

Após a discretização, obtêm-se as equações denominadas equações de transição:

$$\begin{aligned}\chi_t &= (1 - \kappa\Delta t)\chi_{t-\Delta t} + \varepsilon_t \\ \xi_t &= \xi_{t-\Delta t} + \mu_\xi\Delta t + \nu_t\end{aligned}$$

Onde  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$  e  $\nu_t \sim N(0, \sigma_\nu^2)$ , sendo  $\rho_{\chi\xi}\Delta t$  a correlação entre as duas distribuições normais e  $\Delta t$  o intervalo de tempo. Como as distribuições das variáveis  $\xi_t$  e  $\chi_t$  são condicionalmente normais, as variâncias condicionais e a matriz de covariância são dadas por:

$$\begin{aligned}Var[\chi_t | \chi_{t-1}] &= (1 - e^{-2\kappa(\Delta t)}) \frac{\sigma_\chi^2}{2\kappa} = \sigma_\varepsilon^2 \\ Var[\xi_t | \xi_{t-1}] &= \sigma_\xi^2 \Delta t = \sigma_\nu^2 \\ Cov[\chi_t, \xi_t] &= \begin{bmatrix} (1 - e^{-2\kappa(\Delta t)}) \frac{\sigma_\chi^2}{2\kappa} & (1 - e^{-\kappa(\Delta t)}) \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho_{\chi\xi}}{\kappa} \\ (1 - e^{-\kappa(\Delta t)}) \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho_{\chi\xi}}{\kappa} & \sigma_\xi^2 (\Delta t) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Já tendo as equações de transição, a equação de medição é dada por:

$$\ln(F_{t,T}) = e^{-\kappa(T-t)} \chi_t + \xi_t + A(T-t) + f(t) + u_t$$

Onde  $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$  é um ruído Gaussiano que foi introduzido no logaritmo dos preços futuros, cujos erros são descorrelacionados dos erros das equações de transição  $\varepsilon_t$  e  $\nu_t$ .

De posse de todas as equações e ruídos é possível implementar o algoritmo do filtro de Kalman e a cada rodada atualizar a estimativa para as variáveis de

estado não observáveis. Para minimizar o erro quadrático das previsões é preciso encontrar o estimador ótimo através da maximização da função verossimilhança dado o vetor inicial de hiperparâmetros. A tabela 4 mostra os resultados da estimação dos parâmetros com o filtro de Kalman, após 10.000 interações.

|                       | Dados semanais 2000-2012 |          | Dados Diários 2002-2012 |          | Dados Diários 2008-2012 |          |
|-----------------------|--------------------------|----------|-------------------------|----------|-------------------------|----------|
| Parâmetro             | Valor Estimado           | Erro     | Valor Estimado          | Erro     | Valor Estimado          | Erro     |
| $\mu_\varepsilon$     | 0,0093                   | 0,0408   | -0,3612                 | 0,0650   | -0,0886                 | 0,1103   |
| $\lambda_\varepsilon$ | -0,1757                  | 0,0407   | -0,6032                 | 0,0648   | -0,1873                 | 0,1116   |
| $\kappa$              | 3,1389                   | 0,0176   | 3,2919                  | 0,0072   | 2,2055                  | 0,0772   |
| $\lambda_x$           | 0,3220                   | 0,0376   | 0,5887                  | 0,0197   | 0,0637                  | 0,0222   |
| $\sigma_x$            | 0,4814                   | 0,0104   | 0,4816                  | 0,0067   | 0,3052                  | 0,0083   |
| $\sigma_\varepsilon$  | 0,1860                   | 0,0055   | 0,2181                  | 0,0039   | 0,2410                  | 0,0063   |
| $\rho_{x\varepsilon}$ | 0,5507                   | 0,0220   | 0,6646                  | 0,0086   | 0,6473                  | 0,0233   |
| $s_1$                 | 4,68E-07                 | 1,85E-05 | 2,49E-07                | 8,56E-06 | 0,0002                  | 1,10E-05 |
| $s_4$                 | 0,0012                   | 1,07E-05 | 0,0009                  | 3,29E-06 | 0,0051                  | 0,0003   |
| $s_7$                 | 0,0011                   | 1,45E-05 | 0,0009                  | 4,71E-06 | 0,0054                  | 0,0004   |
| $s_{10}$              | 0,0041                   | 0,0001   | 0,0024                  | 3,07E-05 | 0,0040                  | 0,0003   |
| $s_{13}$              | 0,0005                   | 1,38E-05 | 0,0005                  | 4,79E-06 | 1,17E-06                | 3,57E-06 |
| $\alpha_2$            | 0,0019                   | 0,0070   | -0,0298                 | 0,0064   | -0,0197                 | 0,0128   |
| $\alpha_3$            | 0,0111                   | 0,0086   | 0,0141                  | 0,0068   | -0,0181                 | 0,0121   |
| $\alpha_4$            | 0,0018                   | 0,0080   | 0,0136                  | 0,0067   | -0,0111                 | 0,0094   |

**Tabela 3 – Parâmetros Estimados**

A maioria dos estimadores, tanto para os dados diários quanto para os dados semanais, são bastante similares, porém a sazonalidade é mais significativa na análise dos dados diários. Com base nas estimativas encontradas, os parâmetros para os preços diários com dados de 2002 a 2012 se mostraram mais consistentes e serviram de base para a previsão dos preços do GN.

### 6.3. Construção da Árvore de Preços do Gás Natural

Com base nos parâmetros, podem-se prever os preços do GN para as datas dos possíveis exercícios da opção. De acordo com os cálculos feitos, os valores iniciais das variáveis para a data da assinatura do contrato, 2 de maio de 2012 são:

$$\chi_0 = -0,3097$$

$$\xi_0 = 1,1012$$

Assim,

$$\ln(S_t) = Y_t = \chi_t + \xi_t + f(t)$$

$$\ln(S_0) = -0,3097 + 1,1012 - 0,0298 = 0,7617$$

$$S_0 = \$2,14$$

Além disso,

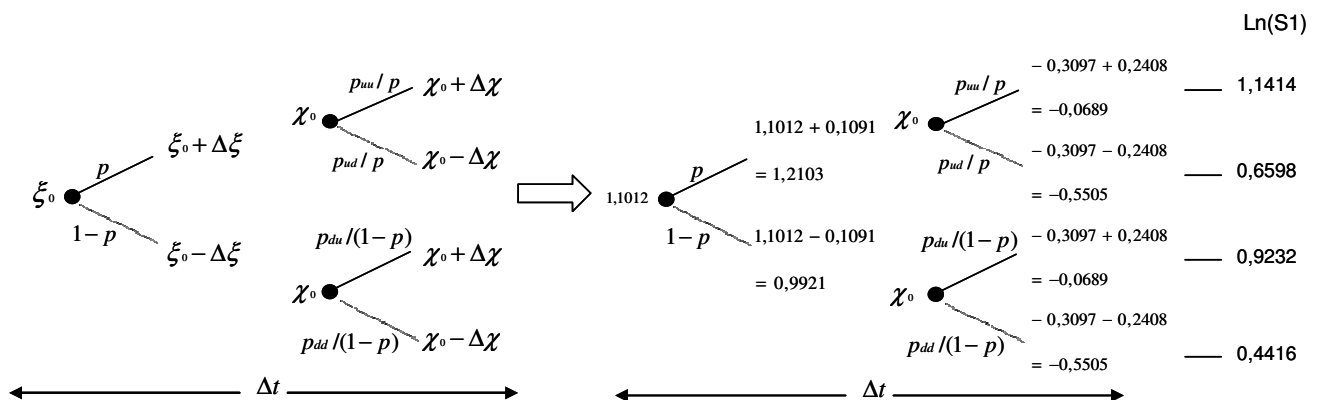
$$\Delta\chi = \sigma_\chi \sqrt{\Delta t} = 0,4816 \sqrt{\frac{1}{4}} = 0,2408$$

$$\Delta\xi = \sigma_\xi \sqrt{\Delta t} = 0,2181 \sqrt{\frac{1}{4}} = 0,1091$$

$$\nu_\chi^* = -\kappa\chi_t - \lambda_\chi = -3,2919\chi_t - 0,5887$$

$$\nu_\xi^* = \mu_\xi - \lambda_\xi = -0,3612 + 0,6032 = 0,2420$$

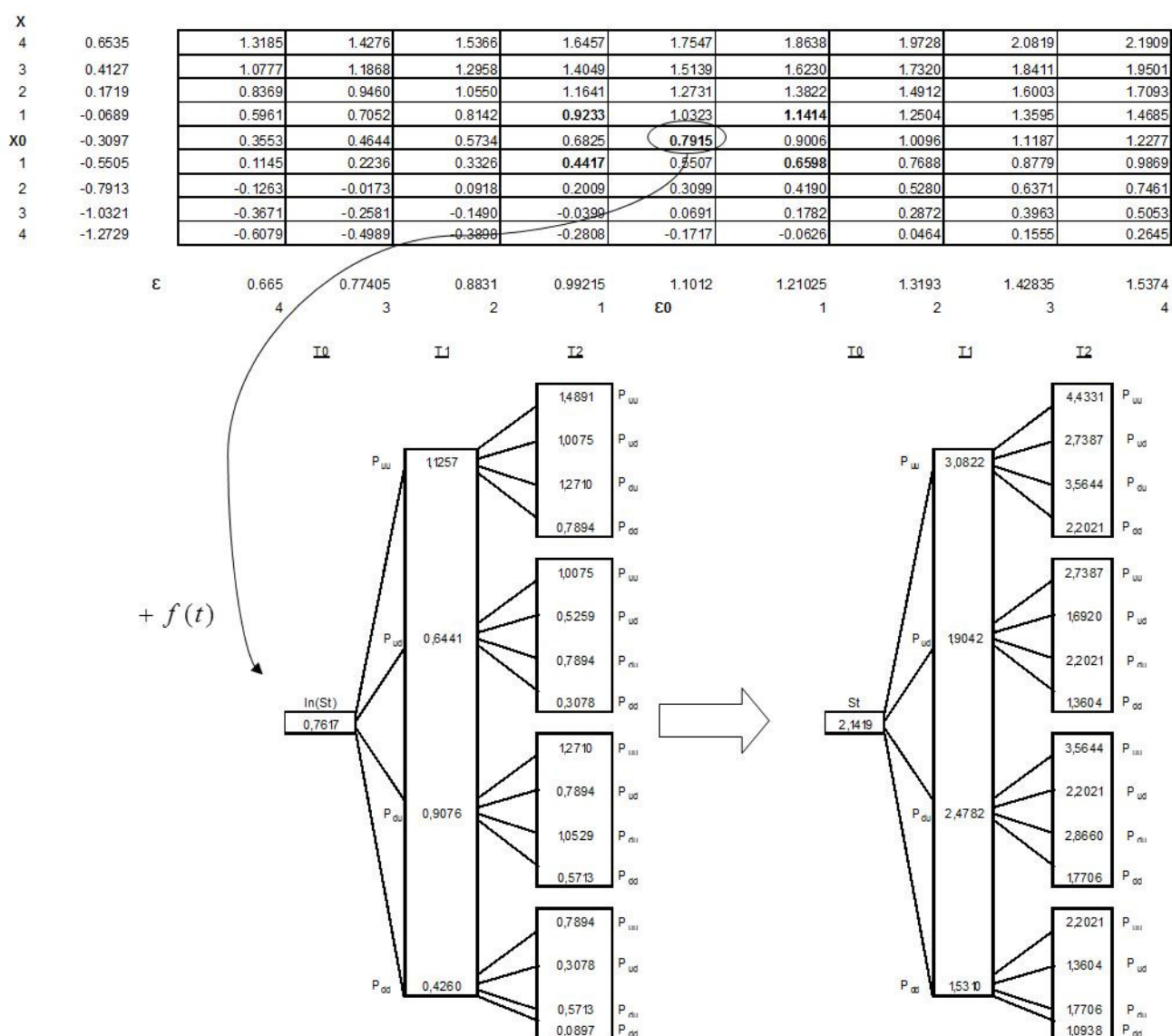
A partir desses valores, estimam-se os logaritmos dos preços para um esquema de árvore binomial bidimensional. Parte da árvore está na figura 8.



**Figura 2 – Árvore binomial bidimensional dos preços do gás natural**

Tanto a variável de curto prazo quanto a de longo prazo podem ter um incremento positivo ou negativo em cada passo de tempo discreto, fazendo com que essas duas árvores binomiais resultem em quatro valores para o preço em cada instante. A figura 9 mostra de forma intuitiva parte do deslocamento desses preços a cada intervalo de tempo dependendo das variações de cada um dos fatores, ou seja, cada preço resulta em quatro possíveis preços em cada instante de tempo.

Como essas árvores são recombinantes, vários valores se repetem como pode ser observado na figura 9.



**Figura 3 – Esquema dos preços do gás natural**

#### 6.4. Cálculo da Opção de *Swing* no Contrato de Gás Natural

Com a previsão dos preços já feita, podem-se calcular as opções do contrato da mesma forma que fez Jaillet *et al.* (2004). Considerando uma opção de *swing* simples com duração de um ano e quatro datas de exercício (trimestrais), onde só podem ser exercidos, no máximo, dois direitos de *swing*. Cada exercício permite a aquisição de um ou dois MMBtus de GN. Para o valor dessa opção, constroem-se

três árvores binomiais bidimensionais - não exercer os direitos, exercer um direito, e exercer dois direitos.

No primeiro caso, o preço de exercício está fixado em \$3,70 por MMBtu. Como essa árvore é bastante extensa, a figura 10 contém parte da árvore já com as quatro ramificações para cada instante de tempo e mostra os valores da opção de *swing*. As três árvores podem ser explicadas da seguinte forma, lembrando que a análise é feita de trás para frente no tempo:

- O nível inferior mostra o valor da opção sem exercícios realizados. Os zeros na figura 10 são atribuídos a ausência de possíveis medidas a serem tomadas e a ausência de multas.
- O nível médio mostra a árvore, quando um direito é exercido e dois MMBtus de GN extras são comprados. Nesta árvore, o valor para o primeiro nó do retângulo superior no instante  $T3$  é calculado da seguinte forma,

$$\begin{aligned} 2,7148 &= \max \left[ 2(P_{GN\_T3} - P_{Exercício}) + 0; P_{opção1\_T4} e^{-r\Delta t} \right] \\ &= \max \left[ 2(5,0574 - 3,70) + 0; (6,53p_{uu} + 1,2059p_{ud} + 3,8004p_{du} + 0,00p_{dd}) e^{-r\Delta t} \right] \\ &= \max \left[ 2(1,3574) + 0; (1,2006)e^{-0,05/4} \right] = \max[2,7148; 1,1857] \end{aligned}$$

Isso mostra que é ideal exercer a opção de *swing* nesse nó para o máximo possível de MMBtus ao invés de esperar, pois o ganho com a diferença entre o preço à vista do GN e o preço de exercício é maior do que o valor da espera (os valores da opção em  $T4$  ponderados, descontando a taxa livre de risco para  $T3$ ). Por isso ao exercer essa opção já não pode mais permanecer nessa árvore e pula-se para a árvore inferior onde não é possível exercer nenhuma opção, seguindo o caminho indicado em vermelho na figura 10.

- No nível mais alto o valor da opção de *swing* com dois direitos exercidos, em cada nó, é dado pelo maior valor entre:
  - Exercer agora + valor presente esperado neutro ao risco do valor da árvore abaixo (no nível médio);
  - Adiar o exercício e ter o valor presente esperado dos próximos quatro nós se mantendo na árvore superior.

Nesta árvore, o valor de \$3,90 no primeiro nó do retângulo superior para o instante de tempo  $T3$ , é obtido por:

$$\begin{aligned}
 3,9005 &= \max[ 2(P_{GN\_T3} - P_{Exercício}) + P_{opção\ 1\_T4} e^{-r\Delta t}; P_{opção\ 2\_T4} e^{-r\Delta t} ] \\
 &= \max[ 2(5,0574 - 3,70) + (6,53 p_{uu} + 1,2059 p_{ud} + 3,8004 p_{du} + 0,00 p_{dd}) e^{-r\Delta t}; \\
 &\quad (6,53 p_{uu} + 1,2059 p_{ud} + 3,8004 p_{du} + 0,00 p_{dd}) e^{-r\Delta t} ] \\
 &= \max [ 2(1,3574) + (1,2006) e^{-0,05/4}; (1,2006) e^{-0,05/4} ] \\
 &= \max [ 3,9005; 1,1857 ]
 \end{aligned}$$

Nesse nó, o exercício da opção de *swing* é mais valioso do que a espera, portanto é válido exercer a opção. Ao exercer essa opção, pula-se para a árvore do nível médio onde ainda é possível exercer outra opção, seguindo o caminho indicado em vermelho na figura 10.

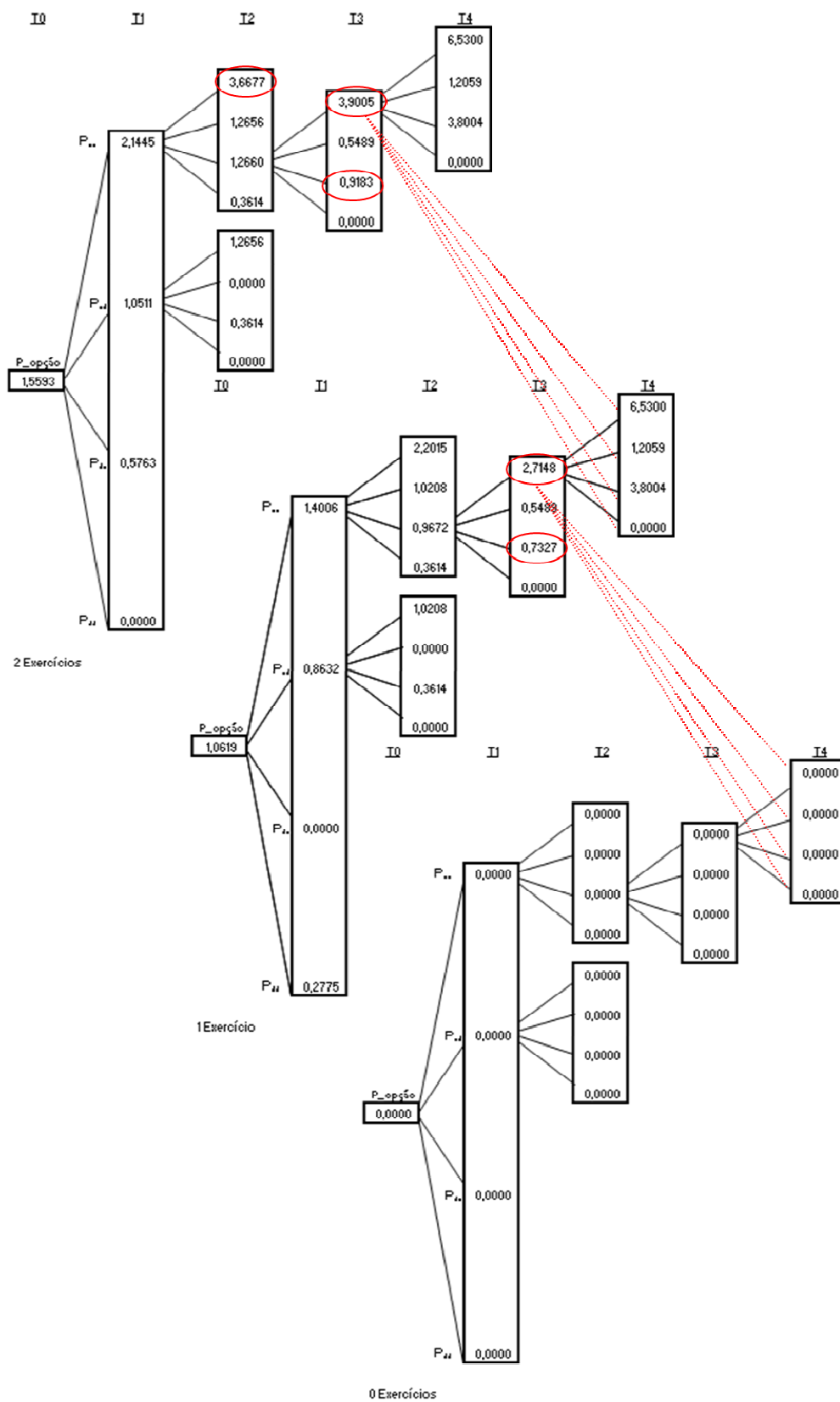


Figura 4 – Árvore de opção de swing – Preço de Exercício Fixo

Num segundo caso, é analisado o valor da opção onde o preço de exercício é diferente para cada uma das datas de possível exercício. Observando os contratos futuros do *Henry Hub* negociados no NYMEX, na data de assinatura do contrato fixam-se os preços de exercícios pelos preços futuros para os meses de possíveis exercícios. O fechamento dos contratos futuros para os meses de interesse estão na tabela 5.

| Data Exercício    | Preço Futuro<br>US\$/MMBtu |
|-------------------|----------------------------|
| Agosto de 2012    | 2.50                       |
| Setembro de 2012  | 3.20                       |
| Fevereiro de 2013 | 3.33                       |
| Maio de 2013      | 3.40                       |

**Tabela 4 – Preços de Exercício do GN**

Os cálculos para a opção de *swing* com diferentes preços de exercício foram feitos da mesma forma que os explicados anteriormente. A figura 11 mostra o mesmo esquema da figura 10 onde com o exercício da opção pula-se para a árvore abaixo. A única diferença é que nesse segundo caso, o preço de exercício varia para cada uma das datas de possível exercício da opção.

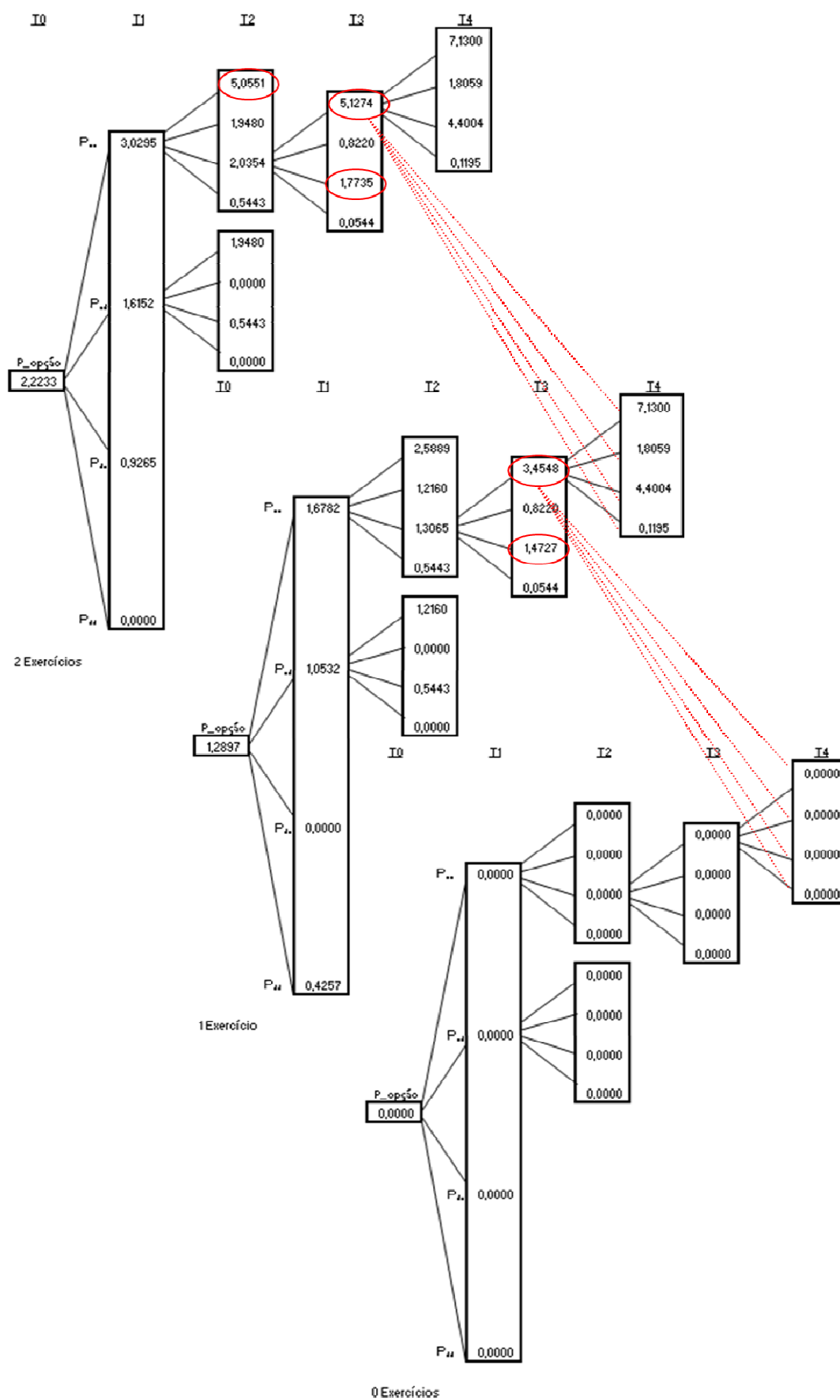


Figura 5 – Árvore de opção de swing – Preço de Exercício Variável

## 6.5. Resultados

Após estimar os parâmetros do modelo de dois fatores de Schwartz e Smith (2000) dos preços do GN com base nas séries históricas dos preços futuros do *Henry Hub* através do filtro de Kalman, foi possível prever os preços do GN para o período de vigência do contrato. A projeção desses preços foi feita de forma discreta através de árvores binomiais bi-variável, e as opções de *swing* nos contratos de GN foram calculadas de forma equivalente a Jaillet *et al.* (2004).

Com base nos cálculos acima e analisando numa perspectiva de trás para frente (*backwards*), num contrato de GN com opção de *swing* válido por um ano, com quatro datas de exercício (exercício trimestral) podendo realizar até dois exercícios, o valor da opção de *swing* é de \$1,56. Nesse contrato o preço de exercício foi fixado em \$3,70 por MMBtu. Como em cada exercício podem ser contratados 2MMBtus além do contrato padrão, cada opção permite aumentar em 4MMBtus o volume inicialmente contratado. Tendo como base o preço à vista do GN estimado pelo modelo de Schwartz e Smith (2000) para a data de assinatura do contrato de \$2,14 por MMBtu, expressando em percentagem do preço à vista do GN, o valor da opção de *swing* é de 73% do preço do GN, 18% do preço à vista do GN por MMBtu extra que pode ser contratado. Ou seja, num mercado de incerteza como o de GN, o comprador está disposto a pagar 18% do preço à vista do GN por cada MMBtu extra que lhe dá o direito, mas não a obrigação de comprar em datas futuras.

Caso queira assinar um contrato que seja menos flexível e exercer uma vez o direito de comprar mais 2MMBtus, essa opção de *swing* vale \$1,06 que equivale a 50% do preço à vista do GN na data de assinatura do contrato. Nesse caso, paga-se 50% do preço do GN pela garantia de ter o fornecimento de 2MMBtus excedente. Esse valor equivale a 25% do preço à vista do GN por MMBtu extra que a opção lhe dá o direito de comprar.

Analisando um contrato de GN com opção de *swing* com as mesmas características do contrato anterior (a única diferença no preço de exercício, pois os preços de exercício são diferentes para cada uma das datas de possíveis exercícios) foram considerados os preços futuros do *Henry Hub*, negociados na

data da assinatura do contrato, para cada mês das datas de exercício. O valor da opção com o preço de exercício variando é de \$2,22, e representa 104% do preço à vista do GN, enquanto que o percentual por MMBtu é de 26%. O valor da opção com a possibilidade de um único exercício é de \$1,29 (60% do preço do GN). Essa opção é mais valiosa do que a opção de *swing* com preço de exercício fixo porque, nesse caso, os preços de exercício são todos inferiores a \$3,70 (preço de exercício do contrato fixo) aumentando as chances de exercer a opção, o que a torna mais atrativa e valiosa.

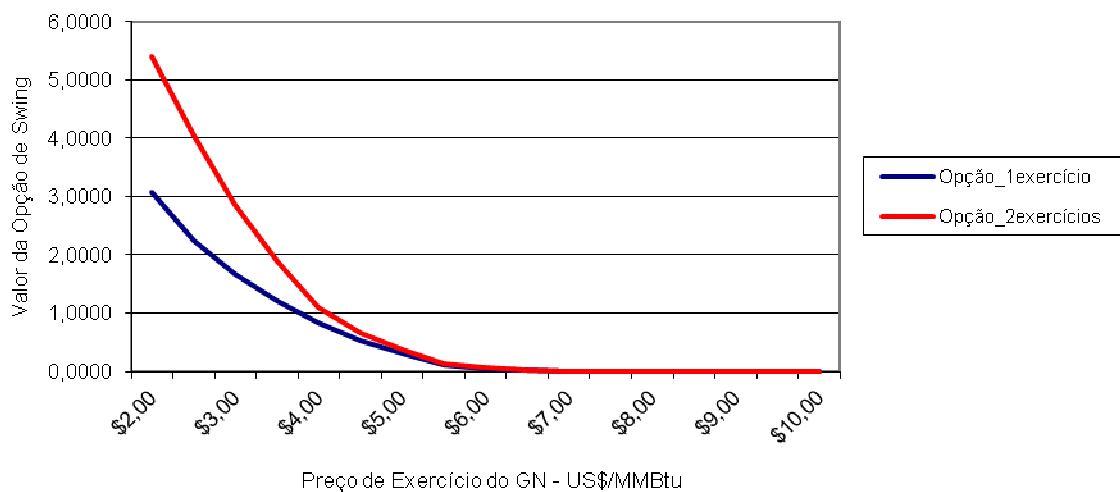
Algumas análises podem ser realizadas, mesmo não podendo ser feita uma comparação rigorosa com os resultados de Jaillet *et al.* (2004), por terem usado diferentes períodos de observação como base. Considerando um contrato de GN com opção de *swing* cujo preço de exercício é fixo, em Jaillet *et al.* (2004), o valor da opção é de \$1,39 (59% do preço à vista do GN). Esse valor é menor do que o valor encontrado, mas esse aumento parece realista com a expectativa de crescimento do mercado de GN e com o preço de exercício adotado. Já no caso de preços de exercícios diversos, o valor da opção em Jaillet *et al.* (2004) é de \$1,01 (43% do preço à vista do GN), um valor muito inferior ao encontrado devido, principalmente, aos valores de exercício escolhidos. Vale ressaltar que o preço de exercício e a estimação dos preços futuros afetam significativamente o preço da opção.

## 6.6. Análise de Sensibilidade

Diversas análises de sensibilidade podem ser feitas para verificar as variações do valor da opção de *swing* de acordo com mudanças em algumas variáveis de interesse. Seguem algumas que foram realizadas.

A opção de *swing* com exercício variável é mais valiosa do que a opção calculada com preço de exercício fixo, os valores dos exercícios variáveis são inferiores ao valor fixado, incentivando mais o exercício da opção e valorizando-a. Para analisar o quanto o preço de exercício influencia no valor da opção, a figura 12 mostra os valores da opção de *swing* com um ou dois exercícios para diferentes preços de exercício. Quanto menor o preço fixado do GN, maior o valor da opção, pois maior a probabilidade da opção ser exercida. À medida que o preço

aumenta, o valor das opções tende a convergir e se aproximar de zero. A opção passa a não ter mais valor significativo quando o preço de exercício atinge valores superiores a \$7,00.

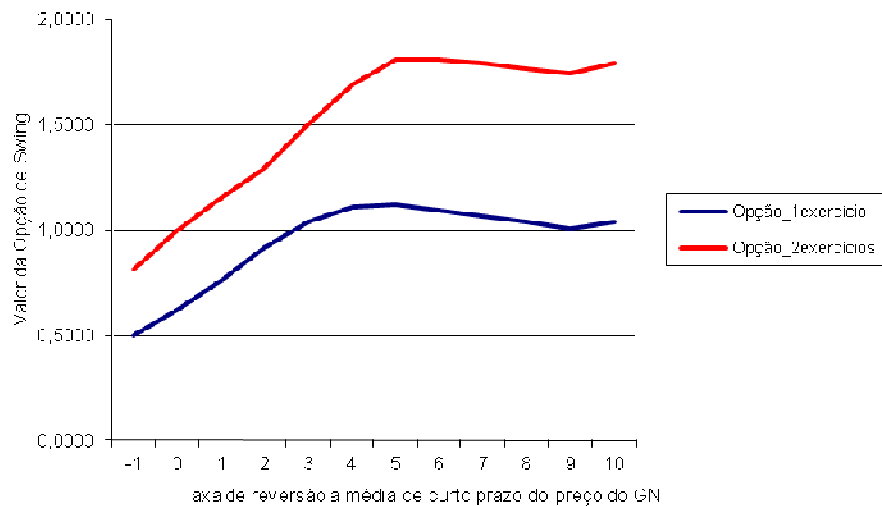


**Figura 6 – Valor da Opção X Preços de Exercícios**

Analizando a estrutura da formação dos preços pelo modelo de dois fatores de Schwartz e Smith (2000),

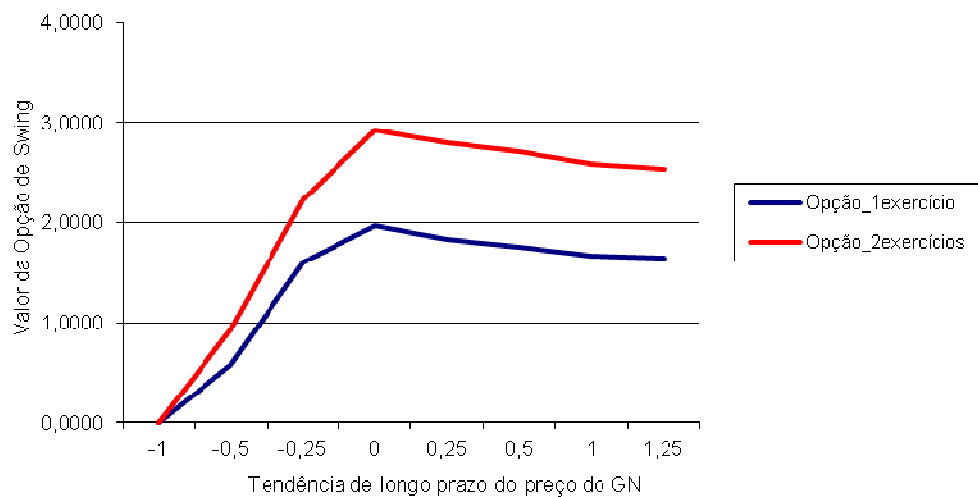
$$\begin{aligned}\ln(S_t) &= Y_t = \chi_t + \xi_t \\ d\chi_t &= (-\kappa\chi_t - \lambda_\chi)dt + \sigma_\chi dz_\chi \\ d\xi_t &= (\mu_\xi - \lambda_\xi)dt + \sigma_\xi dz_\xi \\ dz_\chi dz_\xi &= \rho_{\chi\xi} dt\end{aligned}$$

Os parâmetros  $\kappa$ ,  $\mu_\xi$ ,  $\sigma_\chi$  e  $\sigma_\xi$  e a correlação  $\rho_{\chi\xi}$  podem afetar o valor da opção. Alterando o valor da velocidade de reversão à média do processo de curto prazo  $\kappa$ , como mostra a figura 13, observa-se que quanto mais próxima de quatro, maior é o valor da opção. Como  $\chi_t$  pode assumir valores positivos e negativos e a velocidade de reversão também afeta as probabilidades, a taxa de reversão à média provoca variações diversas no preço da opção.

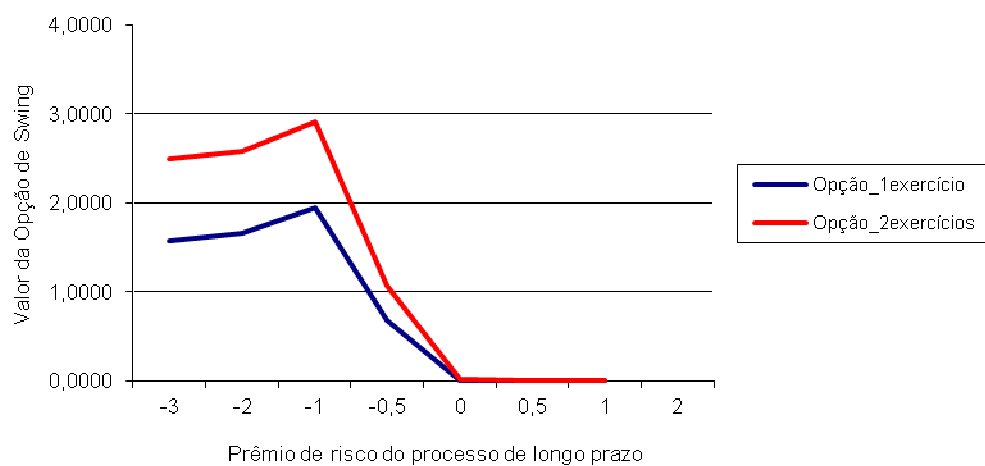


**Figura 7 – Valor da Opção X Taxa de reversão à média**

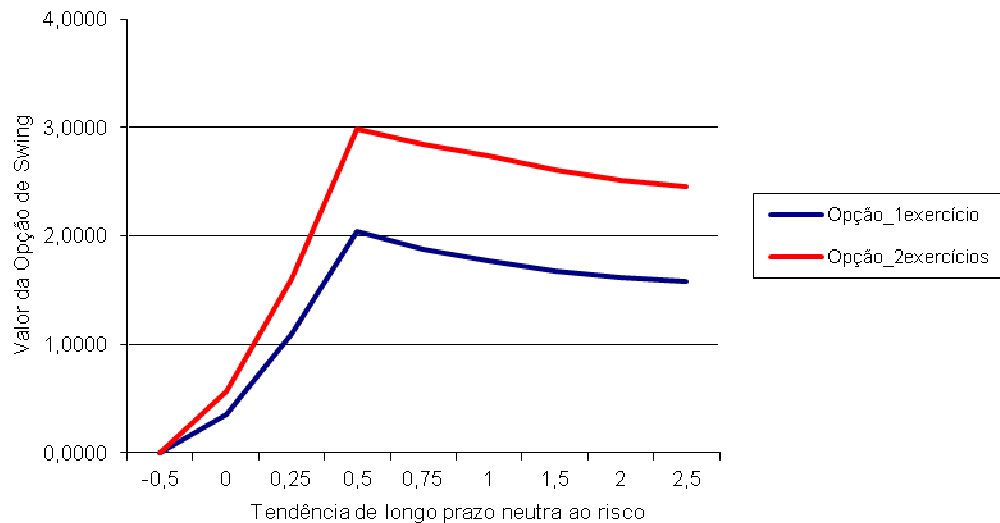
Com relação ao parâmetro de crescimento de longo prazo  $\mu_{\xi}$ , quanto mais próximo de zero a taxa de crescimento penalizada do prêmio de risco  $(\mu_{\xi} - \lambda_{\xi})$ , menor é a tendência de crescimento dos preços do GN na medida neutra e com isso menor o valor da opção de *swing*. Por outro lado, essa taxa também afeta as probabilidades de subida e de descida dos preços, fazendo com que o comportamento da tendência de longo prazo neutra ao risco se comporte de modo que o valor da opção cresce à medida que a tendência neutra ao risco se aproxima de 0,5 e sofre um lento decaimento com o aumento no valor da tendência neutra ao risco. A figura 14 mostra as variações somente da tendência de longo prazo, enquanto que na figura 15, observam-se variações apenas no prêmio de risco do fator de longo prazo  $\lambda_{\xi}$ . Já a figura 16 apresenta os impactos no valor da opção de acordo com variações na taxa de crescimento neutra ao risco  $(\mu_{\xi} - \lambda_{\xi})$ .



**Figura 8 – Valor da Opção X Tendência de longo prazo**

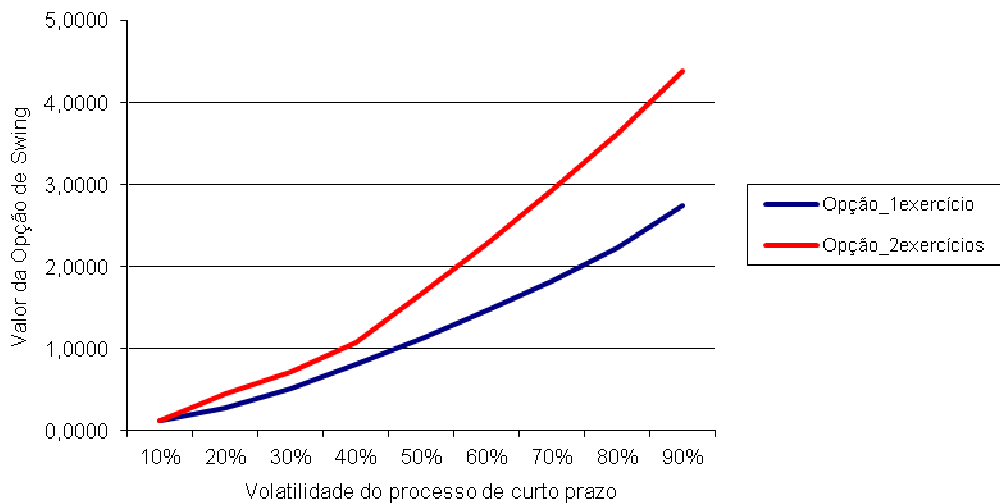


**Figura 9 – Valor da Opção X Prêmio de risco de longo prazo**

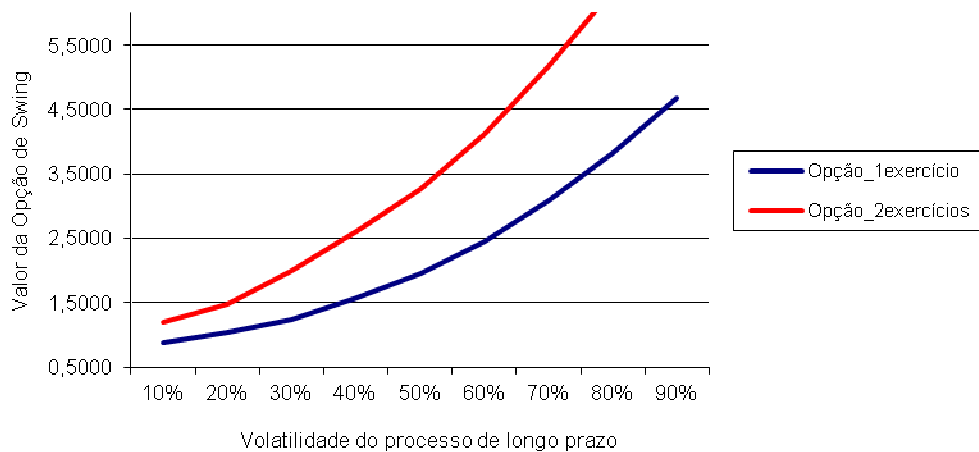


**Figura 10 – Valor da Opção X Tendência neutra ao risco**

Quanto maior as volatilidades tanto do processo de curto prazo ( $\sigma_x$ ) quanto da tendência de longo prazo ( $\sigma_\xi$ ), maior a incerteza dos preços do GN e essa incerteza aumenta o valor da opção. Essa tendência crescente é bastante intuitiva e pode ser observada nas figuras 17 e 18.

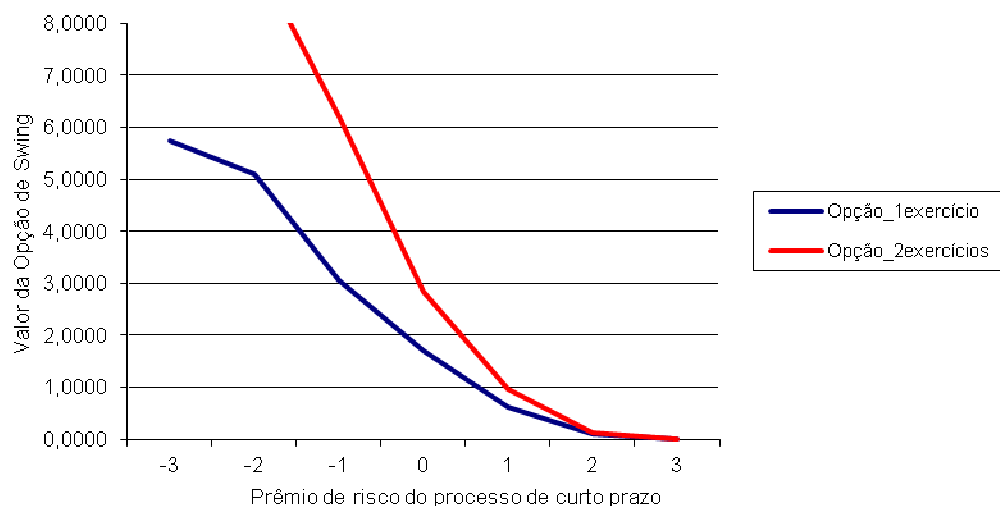


**Figura 11 – Valor da Opção X Volatilidade de curto prazo**



**Figura 12 – Valor da Opção X Volatilidade de longo prazo**

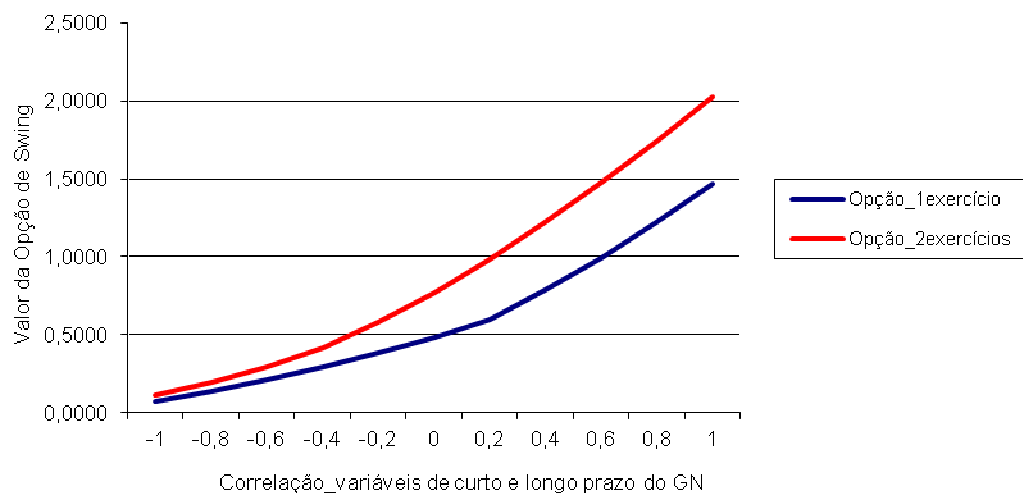
Analizando o prêmio de risco do fator de curto prazo ( $\lambda_\chi$ ), a figura 19 mostra claramente que quanto maior esse prêmio, menor o valor da opção. Isso ocorre porque o prêmio de risco penaliza a tendência do fator de curto prazo do processo  $(-\kappa\chi_t - \lambda_\chi)$ , inibindo grandes variações nos preços e desvalorizando a opção.



**Figura 13 – Valor da Opção X Prêmio de risco de curto prazo**

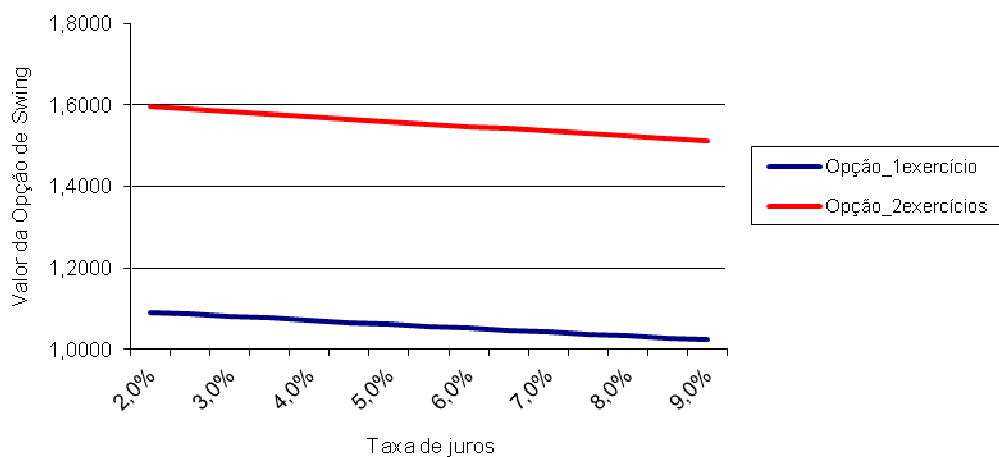
A correlação entre as variáveis de curto e longo prazo  $\rho_{\chi\xi}$  também influenciam no valor das opções de forma significativa. Na figura 20, observa-se

que, quanto maior a correlação dos fatores, maior o valor da opção. E à medida que essa correlação diminui e se torna negativa, a opção é desvalorizada.



**Figura 14 – Valor da Opção X Correlação**

Do ponto de vista macroeconômico, outra análise de sensibilidade pode ser feita, com relação à taxa de juros. A figura 21 mostra o quão pouco a taxa de juros afeta o valor da opção de *swing*, ou seja, variações significativas na taxa de juros não causam alterações relevantes no valor da opção. Assim, a taxa de juros passa a ser uma variável não muito relevante.



**Figura 15 – Valor da Opção X Taxa de Juros**