

## 2 Lentes Metálicas

Este capítulo destina-se a apresentar os princípios básicos de funcionamento e dimensionamento de lentes metálicas. Apresenta, ainda, comparações com as lentes dielétricas, cujas técnicas de projeto se aplicam as lentes metálicas com algumas restrições.

### 2.1 Metal-Plate

Um conjunto de placas condutoras com um espaçamento  $d$  devidamente dimensionado pode ser utilizado para construção de estruturas que funcionam de forma similar as lentes dielétricas na faixa de microondas, ou seja, permitindo que se controle a direção de propagação de uma onda incidente.

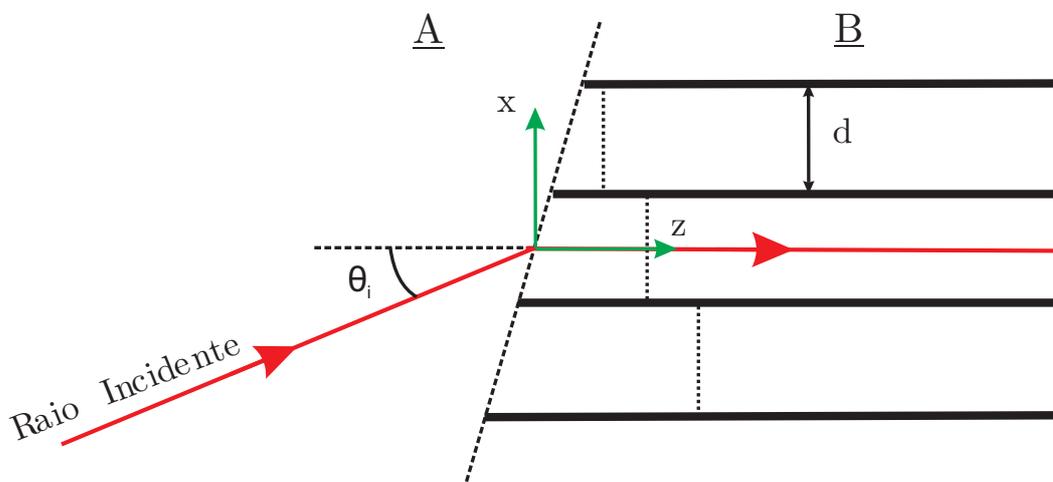


Figura 2.1: Geometria das placas paralelas (Vista Superior).

Para ilustrar este comportamento, considera-se o caso de uma onda plana incidindo em um conjunto de placas planas paralelas coincidentes com o plano  $yz$ , conforme ilustrado na geometria da Figura 2.1. Pode-se considerar que estas placas, duas a duas, atuam como um guia de onda formado por placas planas infinitas e que a presença de campos na abertura deste guia em  $z = 0$  excitarão os modos  $TE$  e  $TM$  em relação a  $z$  no interior desta estrutura.

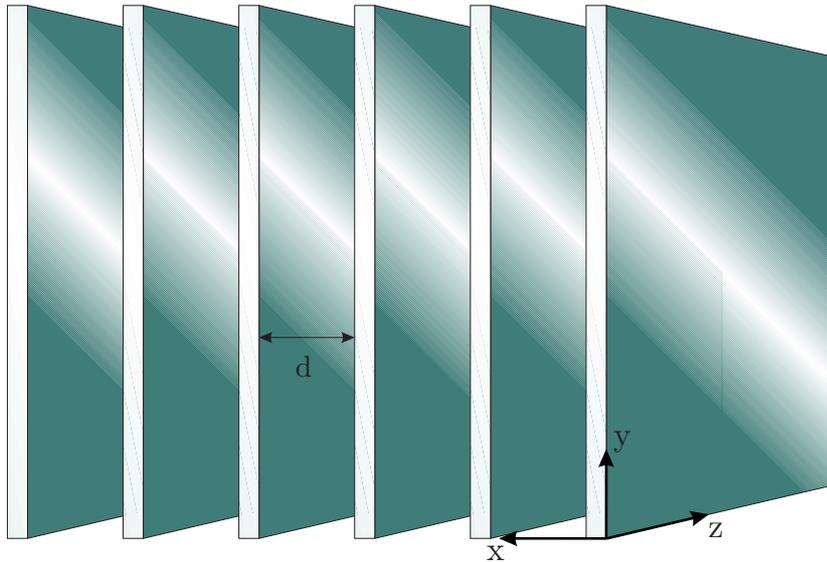


Figura 2.2: Geometria das Placas Paralelas (Vista em Perspectiva).

Para simplificar esta análise, supõe-se, primeiramente que a onda incidente tenha uma polarização paralela as placas, com  $E_x = 0$ , e se propague em uma direção ao longo do eixo  $z$ , como ilustrado na Figura 2.1. Esta polarização irá excitar modos no interior do guia que se propagam na direção  $z$  com componentes de campo elétrico paralelas as placas. Por tratar-se de uma onda plana incidindo sobre uma estrutura infinita, a distribuição de amplitude dos modos deverá ser a mesma em cada guia, mas a fase dependerá da fase dos campos na abertura, ou da inclinação da onda incidente.

Os modos existentes em um guia de seção transversal retangular são classificados em transversal elétrico ( $TE_{nm}$ ) e transversal magnético ( $TM_{nm}$ ), onde os índices  $n$  e  $m$  representam o número de meios ciclos de cossenóides que compõem as distribuições de campo nas direções ortogonais ao sentido de propagação da onda. Por outro lado, os modos no guia de placas planas paralelas excitados pelos campos da onda plana incidente não apresentam variação na direção  $y$  e podem ser tratados de forma análoga aos modos  $TE_{0n}$  e  $TM_{m0}$  do guia retangular, também denominados na literatura como modos  $LSE$  e  $LSM$ . Em função da dimensão  $d$  do guia de onda de placas paralelas os modos apresentam comprimento de onda de corte  $\lambda_n^c$  e o comprimento de onda  $\lambda_n^g$  descritos pela seguinte expressão [20]:

$$\lambda_n^c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n}{2d}\right)^2}} \quad (2-1)$$

$$\lambda_n^g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda_0}{2d}\right)^2}} \quad (2-2)$$

onde  $\lambda_0$  é o comprimento de onda no espaço livre para a frequência da onda. Nestas expressões,  $n$  indica o número de meios ciclos nas direções  $x$ . A constante de propagação dos modos na direção  $z$  é obtida de:

$$\beta_n = \frac{2\pi}{\lambda_n^g} = \sqrt{\kappa^2 - \kappa_n^2} \quad (2-3)$$

sendo que

$$\kappa_n^2 = \frac{2\pi}{\lambda_n^c} \quad (2-4)$$

Dessa forma a frequência de corte dos modos excitados é dada por:

$$f_n^c = \frac{n}{2d\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2-5)$$

O comprimento de onda de corte ou frequência de corte marcam a divisão espectral entre a região onde o modo é propagante  $f > f_c$  e onde o modo é evanescente  $f < f_c$ . Para garantir a propagação do modo fundamental no guia de seção transversal retangular, ou seja, do modo  $TE_{10}$ , o guia de onda deve ser dimensionado de forma que  $d < \lambda < 2d$ . Desta forma as dimensões da seção transversal do guia afetam a velocidade de fase da onda e a taxa de atenuação dos modos. A distribuição de campo elétrico e a importância do modo fundamental em aplicações eletromagnéticas é fato amplamente divulgado na literatura. De modo similar ao que é feito nos guias retangulares, pode-se ajustar a distância  $d$  entre as placas para que exista somente um modo propagante  $TE_{10}$ , estando os demais abaixo da frequência de corte. Assim, pode-se controlar a velocidade de fase da onda propagante entre as placas além de alterar sua direção de propagação.

O interesse neste objeto de estudo reside no fato do conjunto de placas propiciar um comportamento similar ao de um meio com característica refrativa distinta de outros meios até então utilizados. Este meio é formado por um conjunto de placas metálicas paralelas, em um meio homogêneo, estando as placas distanciadas umas das outras de uma distância  $d$  maior que meio comprimento de onda e menor que um comprimento de onda, garantindo a propagação do modo fundamental  $TE_{10}$  quando a polarização da onda incidente é paralela a superfície das placas conforme ilustrado na Figura 2.1. Dessa forma, o comprimento da onda  $\lambda_P$  do modo propagante no interior das placas

será [20]:

$$\lambda_P = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2d}\right)^2}} \quad (2-6)$$

As propriedades refrativas surgem do aumento da velocidade de fase da onda eletromagnética devido à presença das placas metálicas, estando associado a um índice de refração  $n$  menor que a unidade, caracterizando uma onda que se propaga no interior das placas com velocidade de fase maior que a velocidade de propagação da onda no espaço livre. A Figura 2.3 ilustra o comportamento de  $n$  em função da distância  $d$  entre as placas na faixa de valores onde existe a propagação de um único modo.

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2d}\right)^2} \quad (2-7)$$

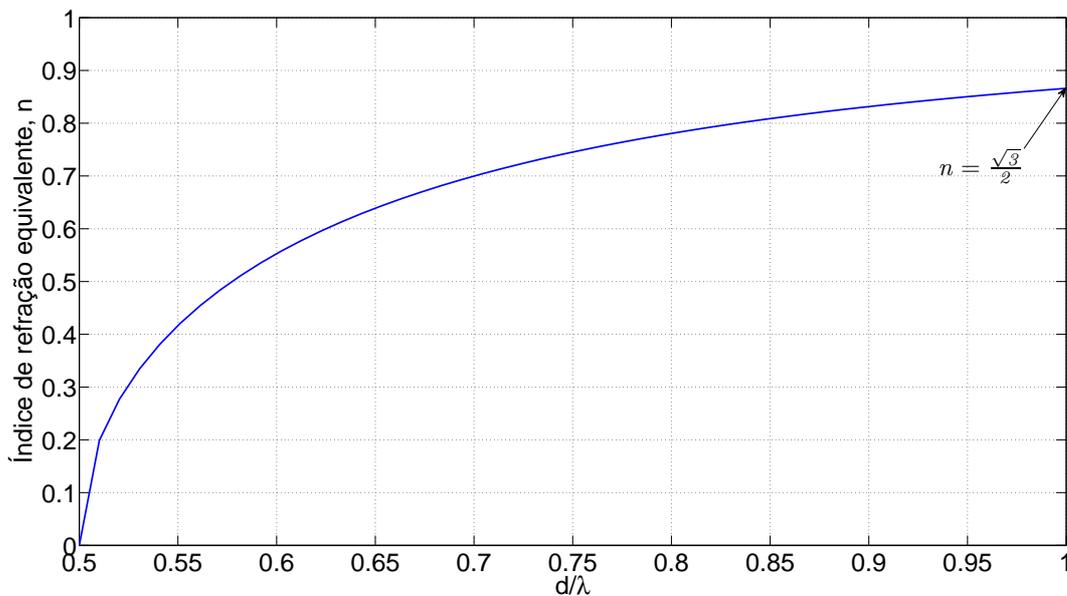


Figura 2.3: Variação do índice de refração  $n$  com a distância entre placas dimensionada para propagação do modo  $TE_{10}$ .

O método apresentado para determinação do índice de refração considera que a normal a superfície do conjunto de placas e a direção de propagação da onda incidente estejam num mesmo plano. Um índice de refração equivalente pode ser obtido para o caso em que esta condição não é atendida, como descrito na referência [6]. Embora esta técnica tenha sido proposta para simplificar o caso de lentes cilíndricas, transformando um problema tridimensional em

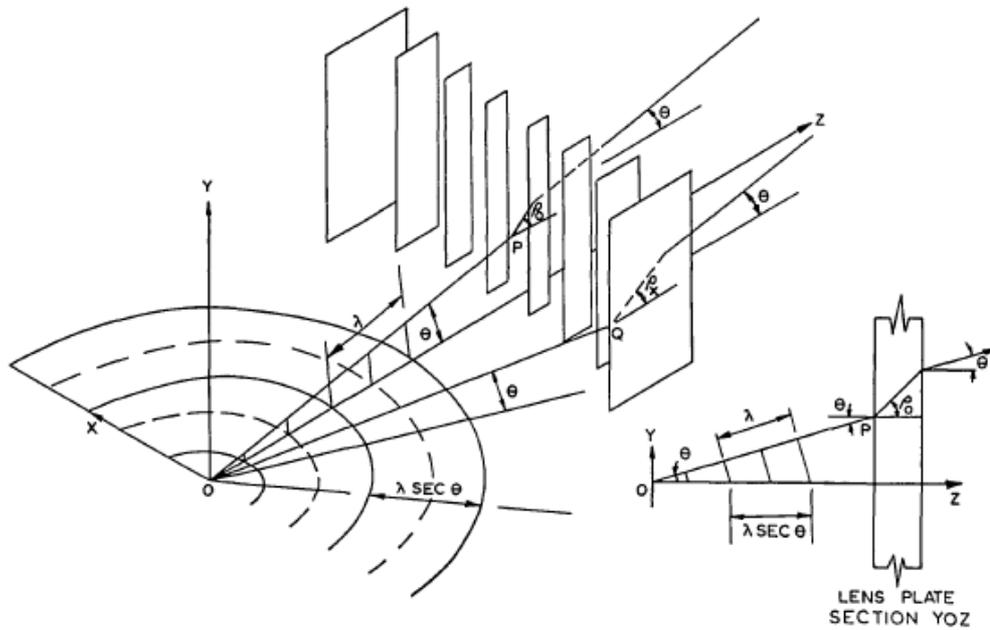


Figura 2.4: Traçado de raios sobre a lente [6].

bidimensional, ele pode ser facilmente aplicado a outros casos mais simples como o das placas metálicas paralelas.

Considere os raios da frente de onda traçados no plano  $xz$  normal a fonte linear, como ilustrado na Figura 2.4. Neste caso as superfícies equifásicas são círculos centrados no centro de fase do alimentador e a direção de propagação apresenta uma inclinação  $\theta$ . O comprimento de onda aparente no plano  $xz$  exterior a lente será  $\lambda \sec \theta$ , como visto na Figura 2.4.

Ao atingir a superfície da lente a frente de onda é refratada, e pela lei de snell temos:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \rho} = n \quad (2-8)$$

No interior das placas o comprimento de onda aparente no plano  $xz$  será  $(\lambda/n) \sec \rho$ . Na região mais afastada da lente, a direção de propagação é novamente caracterizada pelo ângulo  $\theta$ , e o comprimento de onda aparente nas placas é  $\lambda \sec \theta$ . Desta forma, o índice de refração aparente  $\tilde{n}$  no plano  $xz$  será dado por:

$$\tilde{n} = \frac{\lambda \sec \theta}{(\lambda/n) \sec \rho} \quad (2-9)$$

e a partir de Equação 2-8 temos:

$$\tilde{n} = \sec \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \quad (2-10)$$

A Figura 2.5 ilustra o comportamento do índice de refração aparente para alguns valores de inclinação  $\theta$  da onda incidente. Uma vez determinado o índice de refração aparente, através da Equação 2-10 ou graficamente, o mesmo deve ser convertido para um índice de refração real que permitirá obter a separação  $d$  entre placas adjacentes.

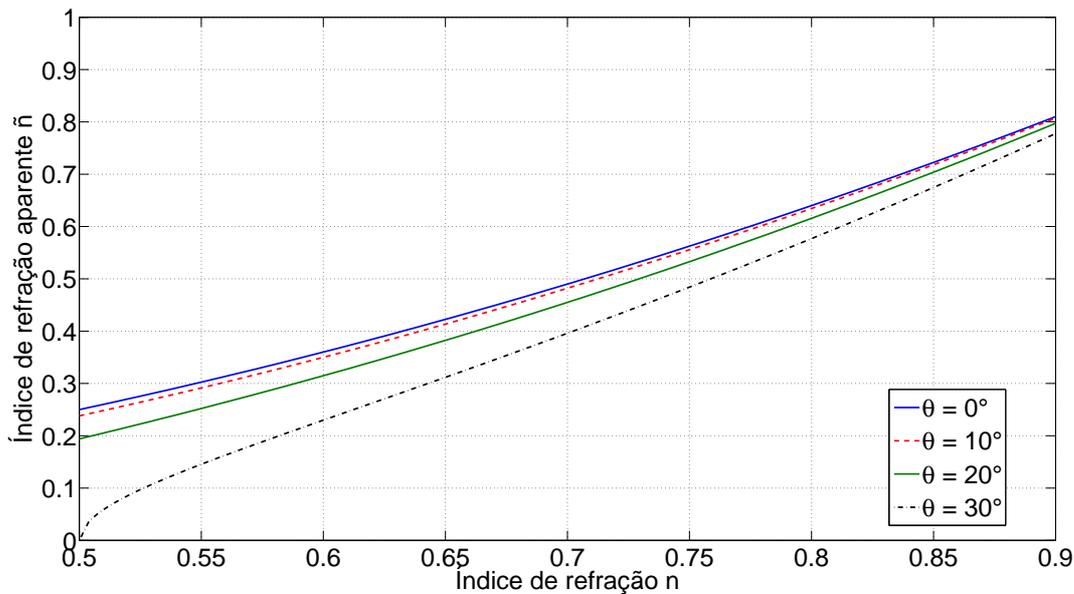


Figura 2.5: Variação do índice de refração efetivo com a inclinação da onda incidente.

## 2.2 Lentes

A função principal das lentes é a modificação da frente de onda irradiada pela fonte primária de forma a obter-se determinada distribuição de amplitude e fase na abertura da lente, sendo este um problema frequente no projeto de antenas na faixa de microondas. Converte-se uma frente de onda esférica oriunda de uma fonte pontual, ou uma frente de onda cilíndrica de uma fonte idealmente linear, em uma frente de onda plana sobre a abertura. Uma frente de onda plana na abertura resulta em considerável elevação do ganho do diagrama associado a abertura, normalmente obtido com o uso da teoria da difração.

Lentes podem ser divididas em dois tipos distintos: lentes de atraso (delay lenses) e lentes rápidas (fast lenses). Nas lentes de atraso o comprimento do percurso elétrico é aumentado pela característica elétrica do meio que compõe a lente. Nas lentes rápidas este comprimento é reduzido. Lentes dielétricas são

o principal tipo de lentes de atraso utilizadas, enquanto lentes metálicas do tipo E-plane são utilizadas como lentes rápidas.

### 2.2.1

#### Lentes Dielétricas

O projeto de lentes dielétricas é baseado nos princípios da ótica geométrica (GO) que determinam a igualdade do percurso ótico entre duas superfícies equifásicas ao longo da direção de propagação do raio e na lei de Snell da refração. Este procedimento é conhecido como traçado de raios e determina a superfície da lente.

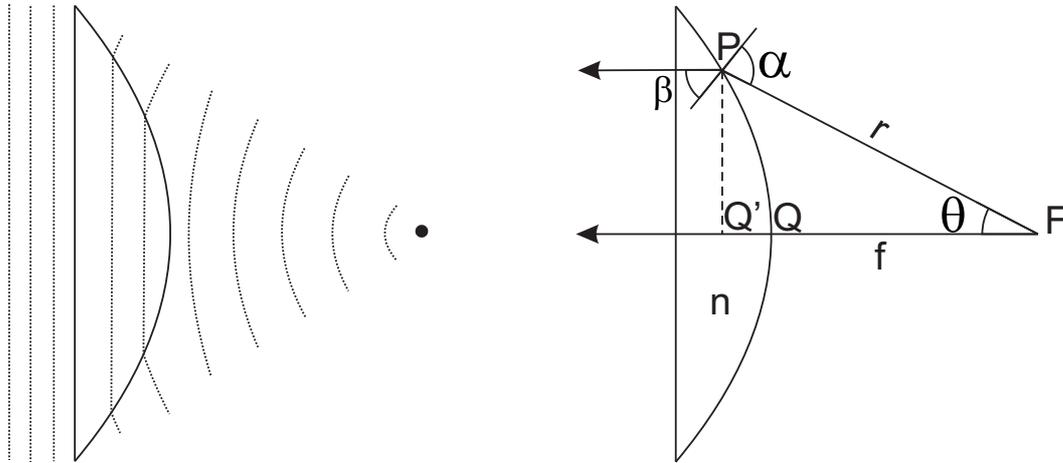


Figura 2.6: Perfil da lente dielétrica e geometria associada.

O perfil mais simples, visto na Figura 2.6, é obtido mantendo-se a superfície de saída plana e efetuando-se o traçado de raios a partir da fonte em F até o ponto P na superfície da lente. Dessa forma temos o ângulo  $\alpha$  de incidência do raio e o ângulo de refração  $\beta$ . Pela lei de Snell temos:

$$\text{sen } \alpha = n \text{ sen } \beta \quad (2-11)$$

onde  $n$  é o índice de refração.

O perfil da lente é obtido pela condição de que o percurso ótico deve ser constante para que a onda esférica incidente seja transformada em uma onda plana na saída da lente, ou seja,  $FP = FQ + nQQ'$ . Dessa forma obtém-se a curva geratriz da superfície de entrada da lente com índice de refração  $n$  e distância focal  $f$  dada por:

$$r = \frac{(n-1)f}{n \cos \theta - 1} \quad (2-12)$$

Como para dielétricos  $n > 1$ , a equação descreve uma hipérbole cuja excentricidade é dada pelo índice de refração  $n$  com sua origem em um dos focos.

Desta forma pode-se obter lentes esféricas, com pelo menos uma superfície sendo uma parcela de uma esfera, para superfícies obtidas pela rotação da curva geratriz sobre seu eixo de simetria, ou lentes cilíndricas, com pelo menos uma superfície sendo uma parcela de um cilindro, para superfícies geradas pela translação da curva geratriz paralela a linha da fonte, sendo estas definições utilizadas por pura conveniência.

Reflexões na superfície dielétrica proporcionam perda de potência e são função do índice de refração  $n$  e do ângulo de incidência  $\theta_i$ . Para o caso em que o vetor campo elétrico é perpendicular ao plano de incidência temos o coeficiente de reflexão  $R$ , dado por [20]:

$$|R| = \frac{\text{sen}(\theta_i - \theta_r)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_r)} \quad (2-13)$$

sendo que

$$\theta_r = \text{sen}^{-1} \left( \frac{1}{n} \text{sen} \theta_i \right) \quad (2-14)$$

Para polarização com o vetor campo elétrico no plano de incidência temos:

$$R = \frac{\tan(\theta_i - \theta_r)}{\tan(\theta_i + \theta_r)} \quad (2-15)$$

### 2.2.2 Lentes E-plane

Neste tipo de lente as placas metálicas são paralelas ao vetor campo elétrico incidente e dimensionadas para propagação do modo fundamental. A velocidade de fase  $v_f$  do modo fundamental é dada por:

$$v_f = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2d}\right)^2}} \quad (2-16)$$

sendo  $v_0$  a velocidade de propagação no espaço livre.

O perfil para este caso, visto na Figura 2.7, é obtido de forma similar ao dielétrico, ou seja,  $FQ = FP + nPP'$ . Logo temos:

$$r = \frac{(1 - n)f}{1 - n \cos \theta} \quad (2-17)$$

Para a lente metálica temos um índice de refração equivalente  $n < 1$ , e a

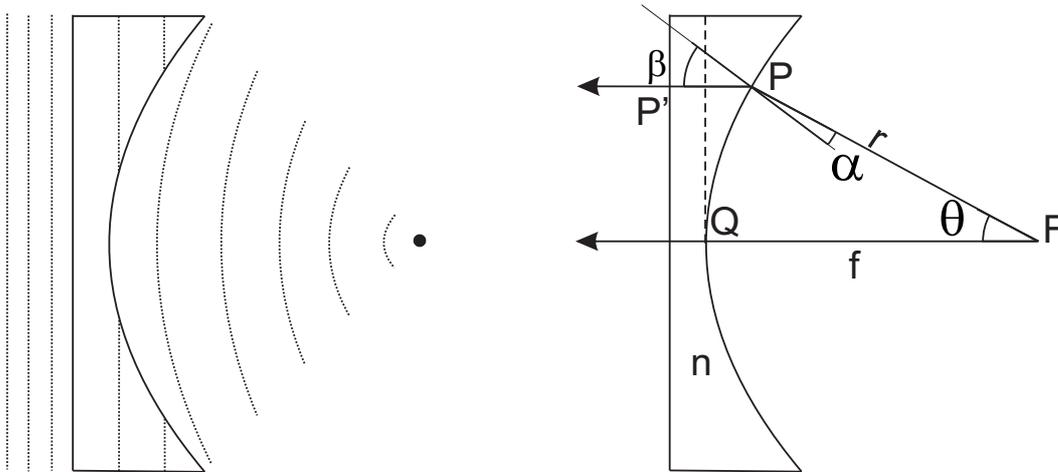


Figura 2.7: Perfil da lente metálica e geometria associada.

equação descreve uma elipse, e, como no caso dielétrico, temos superfícies formadas por rotação ou translação. Dessa forma, uma frente de onda esférica ou cilíndrica será transformada numa frente de onda plana na abertura da lente. Com o intuito de reduzir o comprimento das placas e melhorar a banda de operação das lentes, reduzida em função da dependência do índice de refração com a frequência, aplica-se o seccionamento das mesmas. A parte iluminada da lente é seccionada e estas seções são aprofundadas de forma que raios refratados em seções adjacentes cheguem a saída da lente com um deslocamento de fase de  $2\pi$ . Cada seção da lente terá uma distância focal e uma equação do perfil para a emésima seção dada por:

$$r_m = \frac{(1 - n)f_m}{1 - n \cos \theta} \quad (2-18)$$

Para lentes metálicas E-plane, como a ilustrada na Figura 2.8, a onda incidente num ponto  $P$  obedece a lei de Snell da refração, enquanto no ponto  $P'$  a onda incidente é forçada a percorrer o percurso imposto pelas paredes metálicas.

Lentes deste gênero podem ser projetadas com esta última restrição apenas, e a seção transversal de duas possibilidades para as mesmas é ilustrada nas figuras 2.9 e 2.10 .

Em ambos os casos a fonte é linear e o vetor campo elétrico é paralelo a fonte. Para a primeira lente o espaçamento  $a$  entre as placas é uniforme e as placas têm comprimento variável enquanto no segundo as placas têm o mesmo comprimento e espaçamentos distintos.

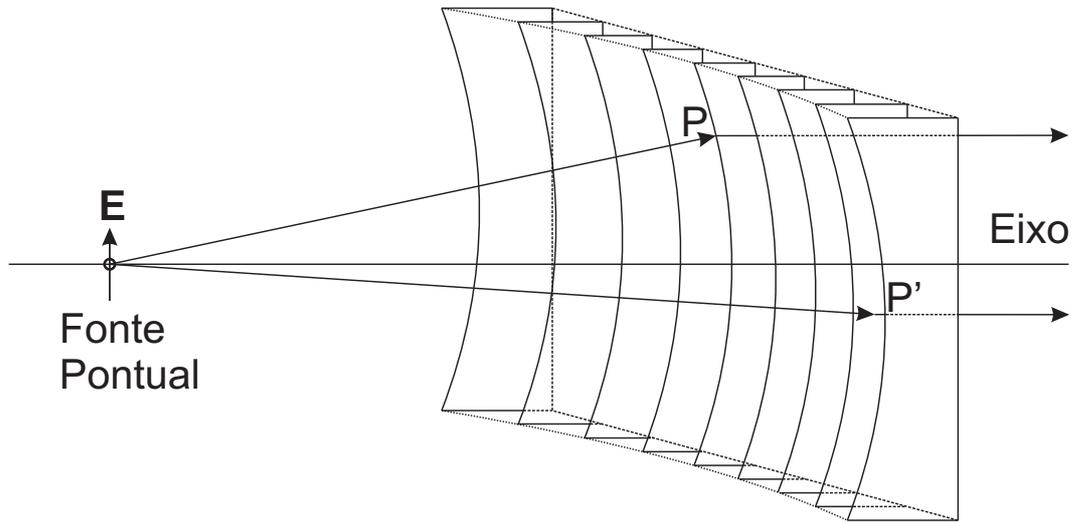


Figura 2.8: Lente E-plane.

O coeficiente de reflexão  $R$  para lentes de placas metálicas sobre incidência normal é dado por [20]:

$$R = \frac{1 - n}{1 + n} \exp \Phi \quad (2-19)$$

A principal diferença com relação ao caso dielétrico é a presença do termo de fase  $\exp \Phi$ . Os efeitos da descontinuidade na fronteira entre os meios resulta numa mudança de fase. Este efeito foi modelado nos trabalhos de Lengyel [13], Berz [3] e Whitehead [21], e apresentam um deslocamento de fase moderado com uma variação do ângulo de incidência.

No plano em que a mudança de ângulo é determinada pela restrição de percurso e não pela lei de Snell, a expressão para a magnitude do coeficiente de reflexão

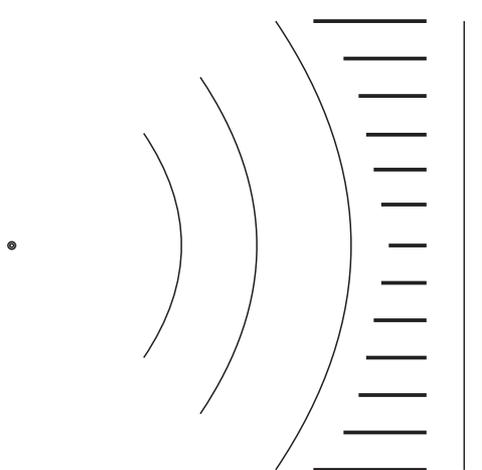


Figura 2.9: Lente Côncava.

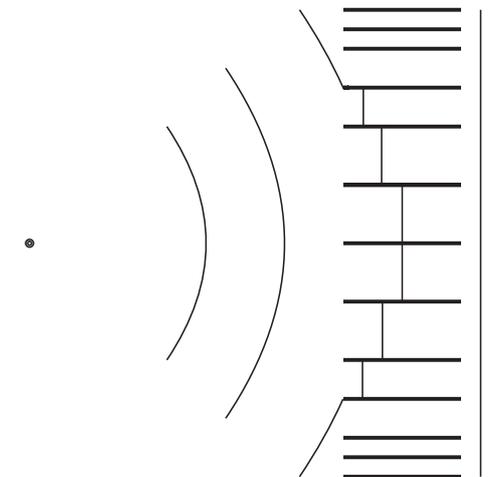


Figura 2.10: Lente Plana.

é dada por:

$$|R| = \left| \frac{\cos \theta_i - n}{\cos \theta_i + n} \right| \quad (2-20)$$

sendo esta expressão válida quando

$$0 \leq \theta_i \leq \text{sen}^{-1} \left( \frac{\lambda}{d} - 1 \right) \quad (2-21)$$

Para o plano em que a lei de Snell é obedecida, o comportamento do coeficiente de reflexão apresenta similaridade com o caso dielétrico, a menos do termo de fase.