# 3 Opções Reais

Nesta seção, será abordada a teoria de opções reais, mostrando seu confrontamento com a teoria tradicional de análise de investimentos, conceitos básicos, ilustrações de aplicações de opções reais, a tipificação de opções reais e, finalmente, seus métodos de precificação. Ao final, detalha-se um pouco mais sobre a Simulação de Monte Carlo, utilizada na modelagem do caso capítulo 5.

Para iniciar a análise dessa teoria, nada melhor que duas frases marcantes de conceituados autores. Segundo Dixit & Pindyck (1994), o investimento é o ato de incorrer em custos imediatos na expectativa de futuros benefícios. É sob essa ótica que deve ser analisado qualquer tipo de projeto de investimento. Mas a abordagem de opções reais exige um pouco além dessa visão. Ela exige a quebra de alguns paradigmas tradicionais, presentes no dia-a-dia das organizações. Assim, o famoso economista John Maynard Keynes (1883-1946) cita que "a verdadeira dificuldade está não em aceitar idéias novas, mas em livrar-se das idéias antigas". E é sob essa ótica que devem ser analisados os projetos de investimento que tenham o envolvimento de opções reais.

## 3.1 Teoria Tradicional de Análise de Investimentos versus Teoria de Opções Reais

Segundo Dias (1996), em teoria de finanças existe a teoria de valoração livre de preferências, onde, teoricamente, não existem valorações subjetivas, e a teoria de valoração dependente de preferências. Entretanto, a primeira pressupõe que o mercado seja suficientemente completo e forneça as informações necessárias ao decisor, exclusivamente de forma técnica. Todavia, no mundo real, com informações não simétricas e mercado incompleto, a valoração dependente de preferências, acaba por prevalecer nas decisões gerenciais das mais diferentes empresas.

Além desse fator da completude do mercado, outros fatores não técnicos também podem influenciar quando da priorização de uma carteira de investimentos: decisões políticas ou ainda de caráter estratégico de longo prazo. Estes últimos podem ter seus benefícios não devidamente mensuráveis no momento da análise, mas que podem gerar diferenciais estratégicos importantes para a companhia. É pressuposto que o decisor seja maximizador de riquezas e avesso ao risco.

A teoria livre de preferências pressupõe a não arbitragem, estabelecidas por Modigliani & Miller (1958), ou seja, que não se pode ganhar dinheiro sem correr qualquer tipo de risco. Ainda segundo Dias (1996), a grande maioria dos modelos de opções utiliza a não arbitragem como base, fazendo os mesmos ficarem com menos parâmetros e, consequentemente, mais simples e gerais. Já a teoria dependente de preferências tem como seu principal instrumento o CAPM (Capital Asset Pricing Model).

As técnicas tradicionais de avaliação econômica de projeto, que utilizam o fluxo de caixa descontado (FCD), são oriundas de modelos que consideram o ambiente de certeza, estático. Essas técnicas tiveram de ser adaptadas para o ambiente de incerteza, onde a taxa de desconto do fluxo de caixa não somente representasse o valor do dinheiro no tempo, mas também incorporasse o risco do projeto. As teorias que se baseavam em modelos de equilíbrio de mercado, como o CAPM (Capital Asset Pricing Model), representavam uma evolução por ter introduzido os conceitos de risco diversificável e de risco não diversificável, além de ter relacionado risco e retorno.

A técnica mais difundida e utilizada até hoje nas organizações, sem dúvida, é o valor presente liquido do projeto, mais conhecido como VPL. *Ceteris paribus*[16], análises de VPL indicam que o projeto deve ser executado, uma vez que seu valor seja positivo e que não deve ser executado nas demais situações. Sua ampla utilização advém de sua simplicidade de aplicação. Entretanto, como será exposto ao longo deste capítulo, esse tipo de análise simplista pode levar a decisões equivocadas, já que desconsideram três características importantes das decisões de investimento: a irreversibilidade, a incerteza sobre o futuro e a possibilidade de adiamento da decisão de investir. Essas características fazem a oportunidade de investimento ser análoga a uma opção financeira.

[16] *Ceteris paribus* é uma expressão do latim que pode ser traduzida por "todo o mais é constante" ou "mantidas inalteradas todas as outras variáveis".

Esse tipo de opção que as empresas possuem, de investir ou não em um determinado projeto irreversível, associado a uma incerteza, é denominada opção real. A empresa possui o direito (a opção), mas não a obrigação de investir naquele determinado projeto (ativo) no futuro, pagando por isso o valor de investimento (ou preço de exercício).

Uma vez concretizado o investimento, a opção de investir não mais existirá. Ou seja, a espera tem um valor associado. E este valor da opção de espera, um dos tipos de opção real, é ignorado pelas teorias de análise econômica tradicional. Tal valor pode ser bem elevado e modificar totalmente o direcionamento do mesmo, ou seja, pode viabilizar um projeto "antes" inviável. A técnica de opções reais reconhece e valora essa opção de investimento sob incerteza e de natureza irreversível, o que somente será realizado imediatamente, caso seja de natureza "agora ou nunca" ou se o valor presente do projeto seja significativamente superior ao seu custo de execução. Um detalhe interessante é: quanto maior a incerteza, maior será o valor da opção de espera e, consequentemente, menor será o incentivo ao investimento imediato.

Segundo Samanez (2007), podem-se enumerar algumas razões para a adoção do modelo de opções reais, quando da análise de projetos de investimento:

1. Essa permite uma definição mais adequada do momento de investir e qual a taxa de desconto necessária, para que o investimento seja realizado imediatamente (naturalmente superior àquela calculada pelos métodos tradicionais).
2. A análise do projeto considera não apenas a situação estática tradicional, mas também os diferentes cenários para o mesmo.
3. A abordagem por opções viabiliza a utilização de incertezas na modelagem, gerando assim valores diferenciados das opções e, consequentemente, o melhor momento para investir.
4. Abordagem bastante flexível, aplicável a quase todo tipo de projeto.

A teoria de opções reais vem modificando o processo de tomada de decisões de investimento nas empresas, por considerar a flexibilidade gerencial e também as considerações estratégicas. Essa teoria está aproximando o mundo teórico dos livros ao mundo real, na medida que leva em consideração as incertezas, inerentes à realidade de qualquer organização, de qualquer meio produtivo. Mais do que a flexibilidade operacional trazida no âmbito operacional, a abordagem por opções reais fornece estratégias de adaptação aos cenários que vierem a ser concretizados, principalmente, por ter a capacidade de limitar as possíveis perdas provenientes de movimentos desfavoráveis do mercado.

Ainda segundo Samanez (2007), a teoria de opções reais explica algumas decisões de investimento e de avaliações subjetivas existentes, nos dias de hoje, nas empresas, que, pelos métodos tradicionais, pareciam inexplicáveis. Tal ocorre já que tal metodologia se propõe a levar em consideração a atuação futura do corpo gerencial, ou seja, que não seja passivo às situações que venham a ocorrer. Sempre na busca de maximizar o valor da empresa. Na prática, não faz sentido imaginar que a direção de uma empresa ficaria estática, caso o cenário planejado fosse alterado quando de sua realização.

Ainda sobre as diferenças existentes entre o método tradicional e as opções reais, Brealey & Myers (1991) apud Dias (1996) estabelecem que:

- O FCD[17] assume que a empresa possui seus ativos reais (ou projetos)
- No passado,o FCD fora desenvolvido para analisar títulos do governo e ações. Dessa forma, aqueles que investiam nos mesmos não eram participativos, não podendo fazer nada para aumentar a rentabilidade do investimento. Mas, aqueles que possuíam a opção de investir, decidiam se exerciam ou não.

A simples análise do FCD ignora as opções existentes nos ativos. Entretanto, os gestores dos projetos podem atuar de forma a maximizar os ganhos e minimizar as perdas.

[17] Fluxo de caixa descontado

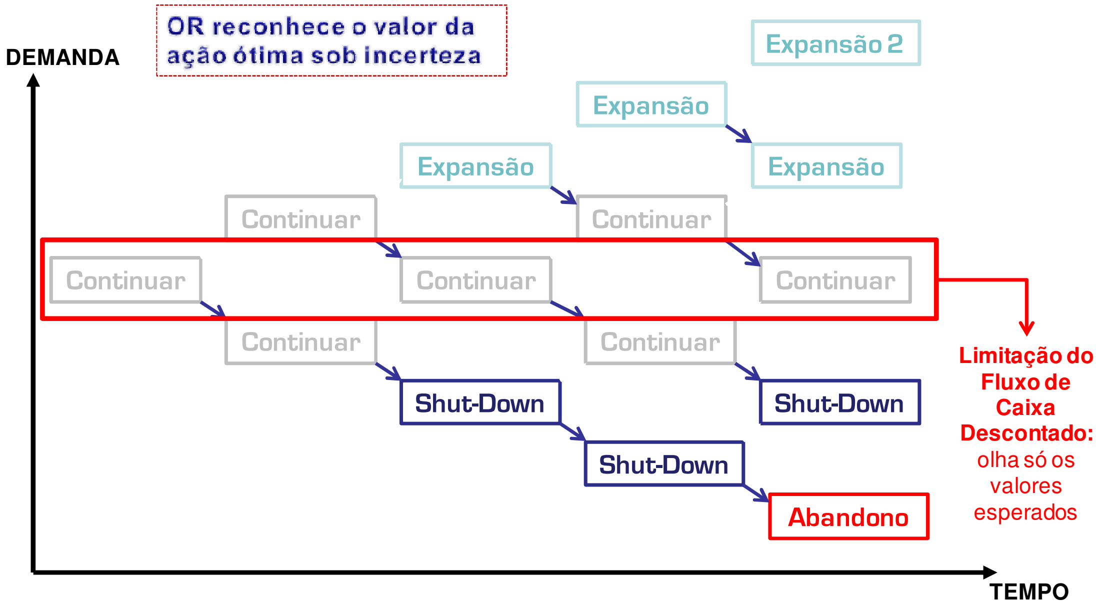


**Figura 7 - Limitação FCD x Opções Reais**
**Fonte: DIAS (2011a)**

Apesar das críticas ao modelo de FCD, o mesmo ainda é muito aplicado nas empresas, por sua facilidade de utilização. Entretanto, ainda é bastante razoável para projetos do tipo "agora ou nunca", onde a espera não tem qualquer valor, ou ainda que não há margem para a flexibilidade gerencial. Quanto maior a margem para a atuação gerencial, maior será o valor da opção e, por conseguinte, a diferença entre os cálculos tradicionais e aqueles feitos seguindo os preceitos da teoria de opções reais.

Nessa linha de comparação entre as duas abordagens, van Rhee, Pieters & van de Voort (2008) elaboraram um quadro comparativo, que mostra quando cada uma das abordagens é mais vantajosa. A teoria de opções reais, por ser um pouco mais complexa, não deve ser utilizada em todo e qualquer projeto, principalmente naqueles de características estáticas, onde a influência gerencial é mínima.

| **Características de projetos que se beneficiam mais de Opções Reais** | |
|---|---|
| **Opções Reais agregam mais valor** | **Abordagem VPL suficiente** |
| Decisões que afetam prazos longos | Um projeto que tenha um curto prazo |
| Grande incerteza ou volatilidade nos custos e receitas | Baixa margem de variação das possíveis receitas |
| Os benefícios de introdução de opções superam seus custos | Opções não adicionam valor |

| | |
|---|---|
| Informações que afetam os custos e benefícios do projeto se tornam disponíveis somente durante a execução do projeto | Nenhuma informação nova torna-se disponível durante a execução do projeto |
| Benefícios e custos do projeto são suscetíveis a tendências e desenvolvimentos externos | Para diferentes situações, a mesma decisão será tomada. |

**Tabela 3 - Características de projetos que se beneficiam mais de Opções Reais**

**Fonte: Adaptado de VAN RHEE, PIETERS & VAN DE VOORT (2008)**

## 3.2 Conceitos básicos de Opções Reais

### 3.2.1 Investimento: Irreversibilidade, Incerteza e Timing

Conforme analogia de investimentos de Dias (1996) com ações, o retorno sobre o investimento pode ser dividido basicamente em duas parcelas: uma referente aos dividendos e outra referente ao ganho de capital. A primeira refere-se a quanto a operação da empresa gerou num determinado período, ponderado pela quantidade de ações (lucro por ação). Já o ganho de capital refere-se a quanto uma determinada ação valorizou (ou desvalorizou, para o caso de perda de capital) num período de tempo, refletindo as expectativas futuras do mercado em relação à empresa.

Já quando o assunto é investimento sob incerteza, os três conceitos pilares que suportam essa teoria são: irreversibilidade, incerteza e timing. A harmonização desses conceitos visa sobretudo maximizar a riqueza da empresa.

#### 3.2.1.1 Irreversibilidade

O conceito de irreversibilidade pode ser dividido em total ou parcial.

- *Irreversibilidade total* ocorre quando um investimento feito não pode ser recuperado de forma racional sob nenhuma hipótese, em caso de arrependimento do investimento feito. Ou seja, quando os gastos a serem feitos para desfazê-lo são maiores do que os proventos que o mesmo renderia uma vez desfeito. Como exemplo, um prédio que tenha tido sua obra interrompida e abandonada em fase inicial. O custo de retirada de cada um dos materiais para uma possível revenda é maior que o valor obtido com a revenda dos mesmos.

- *A irreversibilidade parcial* é quando um investimento pode ser desfeito, com recuperação parcial dos recursos ali aportados. Quando, por exemplo, um bem empregado no investimento tenha um relativo bom valor de revenda. Nesse caso, são aplicáveis modelos da teoria de opções que consideram esse "custo de abandono negativo".

Segundo Dias (1996), a maior parte de um custo de investimento é um custo afundado (que jamais será recuperado), tornando assim ainda mais valorosa a opção de espera, quando esta for pertinente. A espera é reversível, exceto nos casos específicos de investimentos do tipo "agora ou nunca", devendo, portanto, o investidor aguardar para quando a probabilidade de insucesso seja suficientemente baixa. Isso ocorre já que pode haver mudanças de cenário. Ou simplesmente pela passagem do tempo, ou ainda por investimentos que venham a revelar novas informações relevantes a opções que sejam sequenciais.

Conforme exemplo de Dias (2011a), esse conceito é aplicável a decisões sociais, políticas e até individuais, como o casamento e o divórcio. Em uma negociação, em caso de dúvida se uma informação deve ser revelada ou não, não se deve revelar. A revelação da informação é irreversível, enquanto que a espera é reversível, ou seja, a informação pode ser revelada posteriormente.

#### 3.2.1.2 Incerteza

- *Incerteza econômica ou de mercado:* A incerteza pode ter seu impacto, positivo ou negativo, tanto para os custos quanto para os benefícios de um projeto. Está correlacionada aos movimentos gerais da economia, sujeitos a acontecimentos aleatórios como guerras, condições climáticas ou modismo. A incerteza econômica é completamente exógena ao processo decisório de uma empresa e não pode ser completamente mitigável através da diversificação.
- *Incerteza técnica:* em projetos que utilizam tecnologias de ponta, jamais antes testadas e implantadas. Os custos de manutenção e de instalação de bens dessa característica são imprevisíveis com boa margem de segurança. A incerteza técnica, portanto, não tem nada a ver com a situação econômica, mas sim com a realização de um projeto que pode ter ganhos em função da ação gerencial. Ou seja, esse tipo de incerteza tem

característica endógena ao processo decisório. Segundo Dixit & Pindyck (1994), a incerteza técnica incentiva o investimento gradual, de forma a reduzir a variância dessa incerteza. Dessa forma, torna-se importante o aprendizado obtido em cada uma das fases ou passos do projeto, no que também é conhecido como "*learning-by-doing*".

- *Incerteza estratégica:* são incertezas que dizem respeito às preferências e/ou comportamentos de outros atores que interagem no ambiente econômico. Segundo Dias (2011a), as incertezas estratégicas são endógenas e modeladas, seguindo a teoria dos jogos.

Segundo Samanez (2007), a diferença entre um investidor que detém uma carteira de ações e um gerente de empresa que detém uma carteira de projetos é que o primeiro não pode tirar proveito da vantagem trazida pela incerteza técnica para maximizar sua riqueza. O melhor que aquele pode fazer é diversificar sua carteira, enquanto que o gerente pode fazer mais, agindo e revisando sua alocação de recursos, tirando vantagem da incerteza técnica, a fim de maximizar o valor da empresa. Dessa forma, pode-se afirmar que a incerteza técnica é relevante apenas para projetos de investimento, e não para carteira de ações do mercado financeiro, motivo pelo qual esse tema não fosse muito tratado pelos economistas financeiros.

A incerteza não pode ser completamente mitigada através de operações de Hedge. Conforme a segunda preposição de Modigliani & Miller, em mercados eficientes, qualquer redução no risco traz consigo a redução no retorno. Segundo Dixit & Pindyck (1994) apud Dias (1996), a operação financeira em nada influencia a decisão econômica de investimento.

Segundo Dias (1996), a incerteza está associada ao desvio de uma variável em relação ao valor esperado. Essa, geralmente, é medida pela variância ou desvio padrão da mesma. Entretanto, ressalta-se que essa variação, em relação ao valor esperado, pode ter seu aspecto positivo ou negativo. Se for uma variável que se deseje maximizar, como o lucro, a oscilação positiva é sempre bem vinda, enquanto que a negativa é mal quista. Nesse sentido, a abordagem de opções reais tenta expurgar ao máximo as incertezas indesejadas, "deixando" apenas que as desejáveis atuem sobre o modelo em questão. Ou seja, a ação gerencial será assimétrica em resposta à incerteza.

Tal assimetria gera alguns efeitos:

- *Assimetria no valor da opção de investimento*: em geral, um aumento na incerteza econômica em geral reduz a disposição em investir em um projeto (já que valoriza a espera em torno do lado positivo do projeto).
- *Assimetria na regra de decisão:* se o tipo de decisão for de investir, o aspecto negativo é o mais relevante; mas se o tipo de decisão for de desinvestir (abandonar), o aspecto positivo é mais relevante.

#### 3.2.1.3 Timing ou momento adequado de investimento

O momento mais adequado de investir é um aspecto fundamental, geralmente, delegado ao tomador de decisões da empresa. Dificilmente, um investimento é do tipo "agora ou nunca", fazendo, portanto, a opção de espera ser mais valorosa. Mas esta espera deve ocorrer até quando? Tal é a importância desse pilar de timing, para os custos de investimento.

A possibilidade de postergação de um investimento influencia, diretamente, a decisão, já que invalida a regra do VPL, como é hoje amplamente utilizada pelas empresas.

Todavia, cabe ressaltar que nem sempre os investimentos são postergáveis, como prezam os casos de "agora ou nunca". No meio termo disso, há aqueles projetos em que, ao serem postergados, oferecem um custo pela espera a ser contabilizado nos fluxos de caixa dos mesmos. Concorrente a isto, existe o risco de outras empresas se adiantarem e ocuparem o mercado que seria ocupado pela empresa que fosse a precursora. Dessa forma, esses custos de espera devem ser ponderados com os benefícios da espera.

Segundo Copeland & Antikarov (2003), as opções reais são mais valiosas, quanto maior for a incerteza e a flexibilidade de reação.

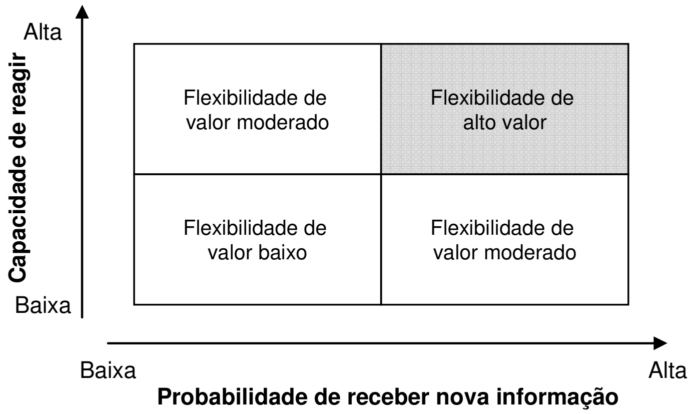


**Figura 8 - Capacidade de reação x Probabilidade de nova informação**
**Fonte: DIAS (2011a)**



Realmente, nos últimos tempos, os critérios gerenciais para a tomada de decisão foram muitas vezes questionados por, justamente, ir de encontro com os métodos "científicos" dos analistas tradicionalistas. Entretanto, o que, com o passar do tempo, foi se modelando teórica e quantitativamente foi a capacidade dos brilhantes (e por que não dos não brilhantes também ?) empreendedores em estimar as opções embutidas em cada um dos negócios. Tais opções que, segundo os métodos tradicionalistas, não eram modeladas e por esse motivo, muita das vezes, dava como resultado o apontamento diferente daqueles que os gerentes "queriam" provar. Resultado: a maioria das vezes os tomadores de decisão faziam suas escolhas no mais puro sentimento de que tal iniciativa ou projeto fosse dar certo. E justificavam com base em argumentos dos tipo:

- "aspectos estratégicos", não mapeados numa analise técnica econômica;
- "perspectivas de expansão" ou outras flexibilidades empresariais;
- "valores muito pequenos" com o temor de uma variação frente à previsão feita, o que abriria margem a prejuízos;
- "ausência de informações suficientemente seguras".

Na realidade, esse modelo "sentimental" de tomada de decisão, apesar de ter sido minimizado com o avanço das modernas técnicas de valoração de projetos, como opções reais, ainda é um dos principais responsáveis por negócios estruturados no "mundo real". Entendendo por mundo real aquele que não é descrito em artigos científicos ou em publicações de renome, mas sim aquele que faz enriquecer um seleto grupo de empreendedores de sucesso. Nesse sentido, a procura inveterada de cientistas pela receita e modelagem da realidade esbarra nos aspectos subjetivos da tomada de decisão. De qualquer forma, uma vez que não existe uma fórmula exata para o sucesso e para a previsão do futuro, um estudo completo que deixe as realizações do mundo dos negócios apenas como confirmações de cenários, previamente modelados, é o objetivo de métodos avançados como o de opções reais.

Conforme Teixeira (1989) apud Dias (1996), a teoria de opções tem o propósito de realizar a integração entre a estratégia e as finanças, preenchendo as lacunas deixadas pela teoria tradicional, principalmente no que diz respeito às decisões gerenciais. Entretanto, essa lacuna dificilmente será completamente preenchida. Sempre haverá um espaçamento, pois do contrário estar-se-ia dominando o futuro e suas consequências.

### 3.2.2 Valor da oportunidade de Investimento e Regra de decisão

O valor de um projeto pode ser estruturado como o valor intrínseco do mesmo, calculado através de seu VPL, acrescido das opções gerenciais que o mesmo proporciona a seu gestor. Ou seja, conforme enunciado por Van Horne (1992) apud Dias (1996) e por Trigeorgis (1993):

| Valor de um projeto = VPL + Valor da Opção |
|---|

Ou ainda: VPL expandido (estratégico) = VPL estático (passivo) dos fluxos de caixa + Valor das opções da gestão ativa. Por isso, os projetos avaliados sob a ótica de opções reais costumam apresentar um resultado diferenciado dos métodos tradicionais, que subestimam o valor do projeto. O valor de uma opção é maior quanto maior for a probabilidade de receber uma nova informação (incerteza) e quanto maior for a capacidade de reagir a ela (flexibilidade).

As regras de decisão são montadas através gatilhos sob os quais a decisão deve ser alterada. Dessa forma, uma vez que uma variável seja alterada no modelo, pode determinar uma alteração no comportamento ótimo do possuir da opção: pode fazer, por exemplo, ela invistir se ainda não investiu, ou ainda abandonar, se já realizou o investimento. O ponto, onde a opção é igual ao gatilho, é chamado de ponto de indiferença entre exercer ou não uma opção (DIAS, 2011a).

Um exemplo de regra de decisão poderia ser. Para um projeto que apresente custo de produção de R$ 10/unidade, e que apresente receita de R$15/unidade, teria como regra de decisão no caso da teoria tradicional: "invista já". Já o mesmo projeto analisado, sob a ótica das opções reais, poderia ter como regra de decisão investir somente para valores igual ou maiores que R$18/unidade. E, uma vez investido, somente abandonar o projeto, caso o valor fique abaixo de R$7/unidade. Nesse caso, são consideradas as volatilidades, o custo de abandono, dentre outros.

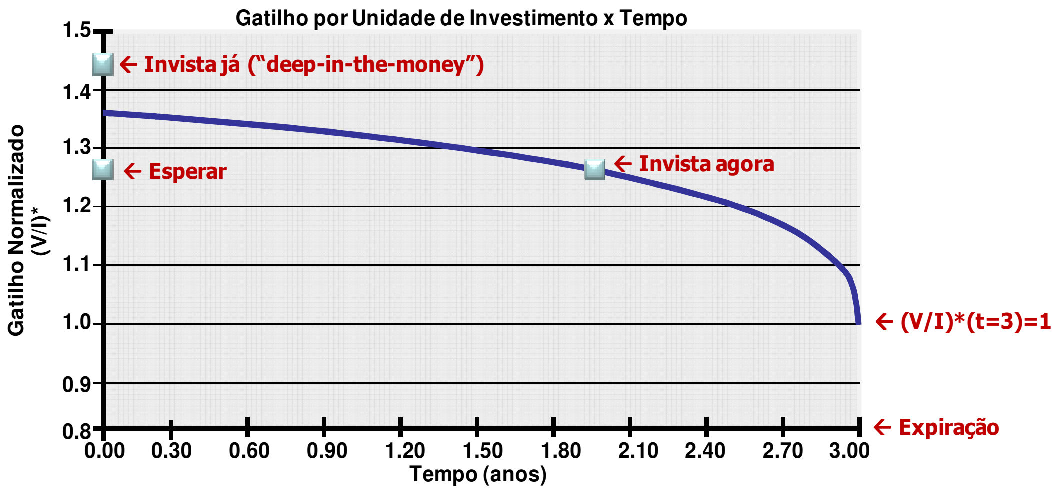


**Figura 9 - Gráfico de gatilho**

**Fonte: DIAS (2011a)**

### 3.2.3 Arbitragem

O conceito de arbitragem é antigo; segundo Dias (2011a), permeia a teoria de investimentos pelo menos desde o século XVII, mas foi mais difundido quando Black-Scholes-Merton o utilizaram como premissa básica de seus modelos matemáticos. Na realidade, a não arbitragem é condição necessária para que um mercado esteja em equilíbrio.

A arbitragem pode ser definida como uma "máquina de fazer dinheiro sem risco" (DIAS, 2011a), já que alguém tomaria dinheiro emprestado e repassaria o empréstimo a uma taxa maior daquela que havia tomado, sem incorrer em qualquer risco. O fato de não incorrer em risco e ter os ganhos certos torna essa prática impossível, se considerarmos um mercado completo e em equilíbrio. Em um mercado considerado competitivo, as oportunidades de arbitragem tendem a desaparecer em uma fração pequena do tempo, já que todos iriam querer comprar barato e vender caro um mesmo ativo, levando o preço a encontrar seu equilíbrio de compra e venda naturalmente.

Modelos de precificação de opções tendem a ser livres de arbitragem, sendo esta uma premissa básica de tais modelos. Baseada nisso, está a idéia de construção de um portfólio sem risco, composto de opções e ativos básicos e que tem como retorno a taxa livre de risco (risk free).

Um exemplo de não-arbitrgem pode ser visto no modelo binomial. Um ativo $V_0$ tem probabilidade p>0 de ficar como $V^{+} = uV_0$ e probabilidade (1-p)>0 de ficar como $V^{-} = dV_0$. Para que não haja oportunidade de arbitragem, assume-se necessariamente que:

$$0 < d < (1 + r) < u$$

Isto pode ser mostrado por partes:

- *d > 0:* Uma ação não pode ter preços negativos. No máximo, perde-se o valor investido.
- *(1+r) > d:* É fundamental, pois, se o oposto acontecer ((1+r) < d), far-se-ia arbitragem. Pegar-se-ia emprestado $V_0$, a taxa (1+r). No pior dos casos, em t=1, a ação cairia para d$V_0$. Assim, vender-se-ia d$V_0$, para pagar o empréstimo e ainda assim o lucro seria positivo (pois d>(1+r)), sem risco. Logo, para se evitar a arbitragem, (1+r) > d.
- *u > (1+r):* Se isto não fosse verdade, far-se-ia arbitragem. Uma venda em descoberto de $V_0$ seria feita para comprar títulos de renda fixa (1+r). Em t=1, mesmo que o ativo subisse para u$V_0$, eu venderia (1+r) $V_0$, para pagar o empréstimo e teria lucro positivo, sem incorrer em risco. Logo, a fim de evitar a arbitragem u > (1+r).

### 3.2.4 Opções

A origem da teoria das opções tem um viés completamente financeiro. Foram desenvolvidos modelos de precificação de opções, inicialmente europeias, de compra. Entretanto, esse modelo foi adaptado para a utilização em ativos reais, como projetos de investimento. Uma oportunidade de investimento que seja postergável e irreversível é análoga a uma opção financeira de compra, oferecendo a seu proprietário o direito, e não a obrigação, por um tempo específico, de pagar um preço (de exercício) e receber a ação. Analogamente, um projeto de investimento pode ser uma oportunidade de, ao investir o custo do mesmo, receber o mesmo implantado e produzindo. Assim como a opção de compra de ações, a opção de investir é valorada de forma incerta, uma vez que o valor futuro do empreendimento é incerto.

Para o caso de uma opção de compra europeia financeira, o exercício será feito no vencimento se o valor da ação for maior que o preço de exercício da opção. Caso contrário, o investidor perde apenas o valor pago para ter a oportunidade de investimento futuro. O mesmo raciocínio vale para o caso de opções de ativos reais. Para tanto, existem modelos de precificação das mesmas, que serão abordados posteriormente.

Em projetos de investimentos, podem ser consideradas as mais diferentes situações, que resultam em um conjunto de opções reais. São exemplos genéricos de aplicação de opções:

- Modificar o mix de produtos
- Alterar a quantidade produzida
- Investir em expansão (upgrade)
- Suspender investimentos ou reduzir a planta (downgrade)
- Modificar a tecnologia de produção
- Acelerar a implantação de uma nova planta
- Fechar temporariamente
- Abandonar o negócio

A natureza assimétrica de uma opção é uma de suas características principais em sua valoração. Isso ocorre já que seu possuidor tem o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender o ativo. Dessa forma, em situações não favoráveis, a opção não é exercida. Essa é a diferença fundamental entre uma opção e um contrato futuro. Em um contrato futuro, o lucro ou a perda é a diferença entre o preço do ativo à vista e aquele valor acordado no contrato (esta é a chamada liquidação por diferença). Em contratos futuros, existe a obrigação a ser cumprida, já em opções o possuidor somente exercerá seu direito em situações que lhe forem convenientes.

As opções financeiras são a origem de toda teoria de opções reais. Uma oportunidade de investimento corporativo é uma opção, já que a empresa tem o direito, e não a obrigação, de exercer o investimento. Assim, a abordagem de valoração de uma opção real segue os conceitos da teoria de precificação de opções financeiras.

As opções reais de um projeto de investimento podem ter seus parâmetros comparáveis aos parâmetros utilizados em uma call europeia, conforme a fórmula de BSM. Essa comparação pode ser observada no quadro a seguir:

| Projeto de produção | Variável | Call |
|---|---|---|
| Valor presente dos fluxos de caixa do projeto | $S_0$ | Preço do ativo objeto hoje |
| Investimento | X | Preço de exercício |
| Tempo no qual a decisão de investir pode ser tomada | T | Tempo até o vencimento |
| Valor do dinheiro no tempo | σ | Volatilidade do preço da ação |
| Variabilidade do valor do projeto | r | Taxa de juros risk free |

**Tabela 4 - Variáveis OR x Variáveis Call**

**Fonte: Adaptado de SAMANEZ (2007)**

Entretanto, existem notáveis diferenças entre as opções reais e as opções financeiras. Segundo Mun (2006) apud Blank (2008), as principais diferenças são:

- OR apresentam vencimentos mais longos (até infinito) que as *calls*.
- OR não são negociáveis a priori e têm seus valores atrelados a decisões gerenciais como são as *calls*.
- OR possuem como ativos referência, valores de preços, fluxos de caixa, entre outros, enquanto uma call tem como referência o preço da ação.
- OR são mais complexas, já que podem ter preços de exercício incertos, ou até interações entre mais de uma OR.

## 3.3 Tipos de opções reais

Diversas classificações para opções reais podem ser estudadas e foram expostas por diversos especialistas da área. Neste texto, é apresentada a classificação proposta por Dias (2011a), que aborda o tema de maneira mais completa. Para tanto, foi inserida uma figura resumo, seguida das devidas explicações.

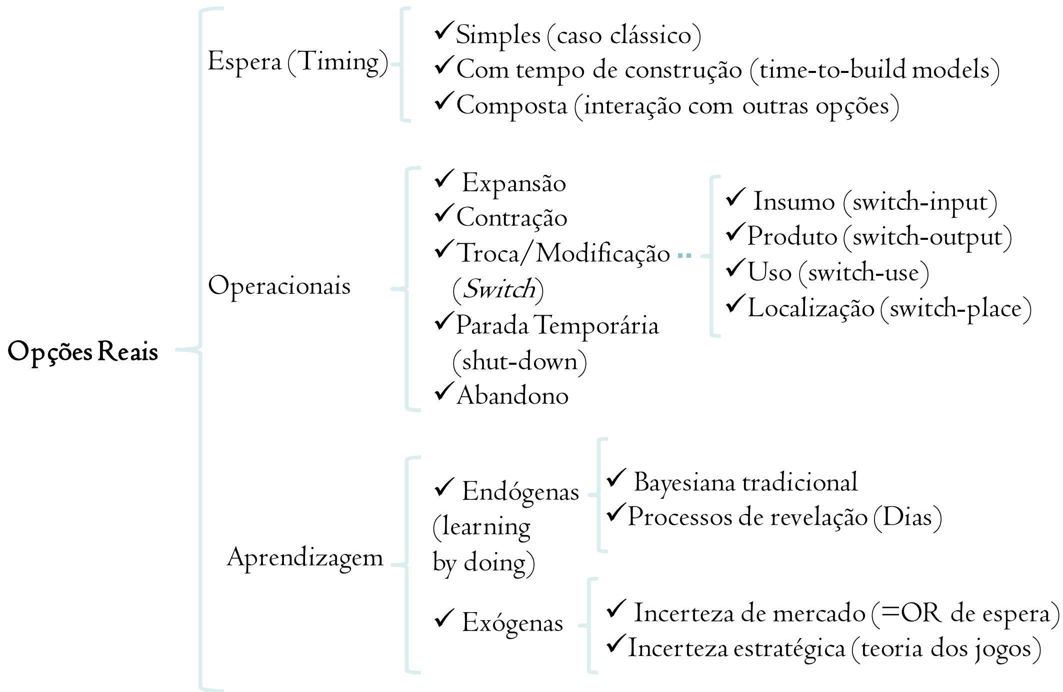


**Figura 10 - Tipos de Opções Reais**
**Fonte: DIAS (2011a)**

Inicialmente, as opções reais podem ser subdividas em Espera (mais conhecida como Timing), Operacionais e de Aprendizagem. Primeiramente, são detalhadas as opções de espera.

- *Opção de espera simples:* A mais clássica e tradicional opção real. Sempre que um projeto não for do tipo "agora-ou-nunca", onde exista a possibilidade de novos estudos para maior conhecimento do investimento, essa espera apresenta um valor a ser considerado. A diferença entre uma opção que seja adiável de uma opção que esteja expirando é o valor que a espera traz, diminuindo a incerteza associada à irreversibilidade da decisão. [Opção adiável – Opções expirando = Valor da espera].

Entretanto, quanto mais “deep in the money” estiver uma opção, mais rapidamente esta deve ser exercida, reduzindo, portanto, o valor da espera. Outro ponto é que essa opção, por ser simples, é aquela que não gera nenhuma outra opção após ser tomada, diferentemente da composta.

- *Opção de espera composta:* A opção composta é aquela que gera opções a partir de decisões feitas em opções anteriores. Um poço de petróleo só pode entrar em produção, uma vez que tenha sido tomada a decisão anterior de explorar, depois avaliar e, finalmente, desenvolver o campo que era um potencial. Ou seja, um total de quatro macrodecisões para que tal poço entrasse em produção.
- *Opção de espera com tempo de construção:* Esse conceito confunde-se um pouco com o de opção operacional de parada temporária. Aplica-se quando os preços relativos à construção de um determinado empreendimento estão atrelados a uma variável com uma alta incerteza atrelada. Ou seja, para os casos em que tal variação fosse negativa ao projeto, optar-se-ia por uma parada na construção, ou espera, até que a situação revertesse ao positivo.

Agora são analisadas as opções do tipo Operacionais:

- *Opção operacional de expansão (ou crescimento):* quando existe a oportunidade de crescer uma determinada operação, como por exemplo, duplicar o tamanho de uma planta fabril.
- *Opção operacional de contração:* Caso simetricamente oposto ao anterior. Se um gestor desejasse reduzir o tamanho de sua planta fabril, seja por fatores endógenos ou exógenos ao processo. Associada a essa opção está a redução dos custos operacionais e uma receita residual proveniente da eventual venda dos equipamentos desativados. Tais valores podem ser extramente relevantes, a depender da indústria em questão.
- *Opção operacional de troca/modificação (Switch):*
    - *Insumo:* quando existe a possibilidade de uso por mais de um insumo, como por exemplo, os carros “flex-fuel”. Há versões que rodam com gasolina, álcool e gás natural, assim como qualquer combinação entre os mesmos.

- *Produto:* quando uma fábrica é projetada para montar produtos que possam ser genéricos até o último instante, adiando ao máximo a necessidade de definição do item. Isso confere um maior poder de resposta ao mercado, além de uma redução significativa dos estoques finais de produto. Como exemplo, pode ser citada a construção de chassis de carros que servem para várias opções de carrocerias diferentes (ex: o chassi do Gol, Saveiro e Parati é o mesmo, alterando apenas a carroceria).
- *Uso:* baseado nas múltiplas aplicações que podem ter um ativo ou uma capacidade. Um exemplo do mesmo são as "furgonetas" de cachorro-quente para seus usuários. Servem tanto de meio de locomoção como de cozinha para elaboração do produto, quando estão estacionadas.
- *Localização:* atualmente, muitas das plataformas de produção de petróleo estão sendo desenvolvidas em formato de navios, chamadas de FPSO (Flooting, Production, Storage and Off-loading), e não mais em plataformas fixas. Tal flexibilidade permite que o navio seja facilmente redirecionado para outro poço exploratório, em outra localização, caso o primeiro seja descontinuado. Essa facilidade de mudança de localização de uma "planta de produção petrolífera" pode ser analisada como uma opção operacional de troca do tipo localização, possuindo assim um valor econômico associado.



- *Opção operacional de parada temporária (Shut-down)*: neste caso, devem ser considerados os custos da interrupção dos serviços, os custos da manutenção dos equipamentos e pessoal sem produzir e os custos da retomada da operação. A totalidade desses custos pode fazer o custo total da opção ser impeditivo, sendo melhor considerar ou o abandono ou a manutenção da operação. A opção de retomada da operação está intrinsecamente associada à parada temporária, somente sendo válida uma vez que esta ultima tenha ocorrido.
- *Opção operacional de abandono (parada definitiva):* opção bastante valiosa, quando existente, pois significa a possibilidade de interrupção de

um mau negócio, podendo estar inclusive associada ao recebimento do valor residual dos equipamentos associados. Segundo Dias (1996), quanto maior a flexibilidade do uso alternativo dos recursos do projeto, mais valiosa será essa opção. Entretanto, a opção de abandono pode estar associada a um custo altíssimo (multa contratual, por exemplo), que a torna inviável.

Finalmente, as opções de aprendizagem:

- *Opção de aprendizagem endógena:*
    - *Bayesiana tradicional:* a abordagem bayesiana apresenta sua distribuição de probabilidade a priori, mas que pode ser modificada com informações adicionais, que venham a reduzir ou eliminar a incerteza técnica (possuindo um valor associado – valor da informação). A utilização dessas informações adicionais configura-se como a opção de aprendizagem em questão.
    - *Processos de revelação (ou de investimentos sequenciais):* em projetos do tipo "piloto", em que sejam necessárias informações para subsidiar o desenvolvimento de novos projetos. Dessa forma, reduz-se a incerteza técnica de novos projetos, mesmo que, para isso, signifique a elaboração de um projeto "piloto", com seus investimentos associados. Caso as informações reveladas sejam positivas, novos projetos expansionistas tendem a ser desenvolvidos.
- *Opção de aprendizagem exógena*
    - *Incerteza de mercado:* equivalente à opção real de espera simples.
    - *Incerteza estratégica (teoria dos jogos)*: podendo esse jogo ser do tipo cooperativo (ganha-ganha), ou não cooperativo (guerra de atritos). Esta opção é explicitada no item 3.2.1.2

Outras comparações e conceitos, não explicitados diretamente na figura resumo, são apresentados a seguir:

- Opções que ocorrem naturalmente x Opções planejadas (TRIGEORGIS, 1993)

- Dentre as opções que ocorrem naturalmente, podem ser citadas as opções de espera (conhecida como timing) redução da capacidade, parada temporária e definitiva (ou abandono).
- Dentre as opções planejadas, podem ser citadas a expansão de capacidade, de mudança de uso, de mudança de insumo, dentre outras.

- Opção proprietária x Opção compartilhada
    - Dizem respeito ao compartilhamento, ou não, da opção. Para os casos onde possa existir o direito da exclusividade, seja ela através de monopólio seja através de patente, denomina-se opção proprietária. Mas, quando essas opções estão disponíveis para todos que quiserem de alguma forma explorá-las, a tal opção, dá-se o nome de opção compartilhada. Geralmente, a tendência é que a opção proprietária tenha um maior valor de mercado, em função da exclusividade.

Ainda nessa linha de classificação de opções reais, van Rhee, Pieters & van de Voort (2008) elaboraram duas listas de verificação (*checklists*) que tentam diferenciar as abordagens:

1. Oportunidades de projeto que limitam a variância de um projeto e fazem um hedge contra a incerteza antes do projeto iniciar.

| Checklist: Oportunidades de reduzir a incerteza | | |
|---|---|---|
| **Opção/Oportunidade** | **Questionamento** | **Exemplo** |
| **Influenciar ou modelar a incerteza** | As oportunidades de limitar a incerteza, formando parcerias ou influenciando um dos parâmetros que determina a variância de saída, foram tomadas para tornar o projeto menos arriscado? Foi considerado investir em uma competição antecipada? | Limitar o peso de caminhões, de forma a reduzir a incerteza na deterioração das estradas. |

| | | |
|---|---|---|
| **Variar ou distribuir riscos** | Foram consideradas todas as possibilidades de dividir riscos entre as partes envolvidas? Atribuíram tarefas àqueles que são mais capazes de gerenciar os riscos? | Negociar contratos de preço fixo com uma empresa de construção de uma estrada. |
| **Aprender ou Estudar mais** | Foram avaliadas oportunidades de desenvolver o conhecimento ou garantir mais informação nas incertezas? | Tentar seções teste para características de manutenção. |
| **Fazer um seguro ou Hedge** | Foram avaliadas as oportunidades de seguro ou hedge contra alguns dos riscos? | Seguros para variações na taxa de câmbio ou para máximo de dias não trabalháveis. |
| **Diversificar** | Foi considerada a possibilidade de combinar projetos com um perfil diferente de risco a fim de limitar o risco total? | Combinar diferentes abordagens para reduzir os engarrafamentos: informações sobre a estrada, melhor transporte público, maior capacidade das estradas. |
| **Sair ou Abandonar** | Já se deu conta para o fato de que o projeto pode ser abandonado após seu início, e um valor residual pode ser recuperado com isso? | Parada na manutenção de infraestrutura se alternativas de melhor custo estiverem disponíveis. |

**Tabela 5 - Checklist: Oportunidades de reduzir a incerteza**

**Fonte: Adaptado de VAN RHEE, PIETERS & VAN DE VOORT (2008)**

2. Opções que deem ao corpo gerencial a flexibilidade de influenciar o projeto durante sua execução.

| Checklist: Oportunidades de aumentar a flexibilidade | | |
|---|---|---|
| **Opção/Oportunidade** | **Questionamento** | **Exemplo** |
| **Trocar tecnologia, mercados ou produtos.** | Foi considerada a oportunidade de trocar os *inputs* (uso de material), *outputs* (produtos e mercados) e tecnologia utilizada durante a operação de melhoria do negócio? | Troca entre trens convencionais e trens de alta velocidade. |
| **Crescer (projeto ou corporativamente)** | Foram considerados os benefícios das novas oportunidades apresentadas pelo desenvolvimento de novas tecnologias, acesso a mercados, conhecimento e experiência adquirida durante este projeto de investimento? Foi levado em consideração o fato de que, o exercício de uma opção pode abrir novas opções? | Reserva de espaço para possíveis expansões; Utilização de tecnologias desenvolvidas em outros projetos/ mercados. |
| **Acelerar e Desacelerar** | Foi considerada a oportunidade de balancear recursos e tempo, ou ainda ajustar o tempo de construção e prorrogar o prazo de forma a limitar os riscos? | Alterar o ritmo de ajustes em diques, em função do desenvolvimento do nível dos mares, chuvas e riscos de inundação. |
| **Adiar** | Foi considerado atrasar a decisão até que mais informações se tornassem disponíveis ou condições de investir fossem melhoradas? O valor de adiar é maior do que o de investir agora? | Aquisição retardada de trens até a data de finalização dos trilhos é mais adequada. |
| **Fasear, dividir** | Foi considerada a oportunidade de dividir o projeto ou o investimento em diferentes investimentos que pudessem ser faseados no tempo? Considerou-se o ajuste de uma fase consecutiva baseada nas informações reveladas pela fase precedente? | Dependendo do desenvolvimento econômico e da necessidade de espaço, uma nova área pode ser desenvolvida em fases. |

| | | |
|---|---|---|
| **Ajustar a escala** | Foi considerada a oportunidade de ajustar a capacidade de produção, tanto para cima quanto para baixo, temporariamente ou não? | Permissão de pistas temporárias em horários de pico (*rush hour*). |

**Tabela 6 - Checklist: Oportunidades de aumentar a flexibilidade**

**Fonte: Adaptado de VAN RHEE, PIETERS & VAN DE VOORT (2008)**

## 3.4 Ilustrações de aplicação

Os casos relatados a seguir foram extraídos do material de Dias (2011a). Trata-se de um conjunto de slides e textos com o objetivo didático dentro da disciplina “Análise de Investimentos com Opções Reais”, ministrada por Marco A.G. Dias, no primeiro semestre de 2011 na PUC-RJ.



### 3.4.1 Opção de espera

Supondo a existência de um terreno urbano vazio em que seu dono tenha duas oportunidades de investimento: a construção de um condomínio de 6 unidades ou a construção de um condomínio de 9 unidades. Essa construção pode ser imediata ou aguardar um período de tempo.

Os valores atuais de venda de cada unidade, para ambos os casos, é o mesmo: R$ 200.000,00. Entretanto, os custos de construção para cada caso são diferentes: para a construção do condomínio de 9 unidades seriam gastos R$ 160.000,00 por unidade, enquanto que para a construção do condomínio de 6 unidades seriam gastos R$ 140.000,00 por unidade.

Entretanto, os valores de venda não são fixos no tempo. Existe a possibilidade de o mercado imobiliário valorizar, e cada unidade ser vendida a R$ 240.000,00. Entretanto, também existe a possibilidade da desvalorização do imóvel, sendo obtido um valor de R$ 180.000,00 por unidade.

Cabe ressaltar que o condomínio pode ser construído de imediato e ter suas unidades alugadas por um período, no valor de R$ 10.000,00 a unidade, sendo vendidas no período seguinte. Ou seja, esse valor do aluguel pode ser encarado como o dividendo da opção.

Nesse sentido, deve-se pensar qual a regra de decisão ótima: construir de imediato ou esperar um período? E quando for construir, que tipo de condomínio construir?

Considerou-se como premissas desse caso, que os custos de construção não variam com o tempo, que os valores e custos estão em valores presentes na data de exercício e que a taxa de juros livre de risco é de 10% por período. Inicialmente, deve-se decidir se se constrói de imediato ou se espera.

Para tanto, calcula-se o valor presente de investir de imediato.

$$VPL^{t=0} = Máx\ (VPL_9^{t=0}\ ; VPL_6^{t=0}; 0)$$

- $VPL_9^{t=0}$ = 9*(200-160) = R$ 360.000,00
- $VPL_6^{t=0}$ = 6*(200-140) = R$ 360.000,00

Logo, $VPL^{t=0}$ = R$ 360.000,00

Agora se deve calcular o valor do terreno, em caso de espera. Para tanto, é utilizado o método neutro ao risco.

$$\begin{tikzcd} & Máx\ (V_9^+\ ; V_6^+; 0) \\ F(t=0) \arrow[ur, "q"] \arrow[dr, "1-q"'] & \\ & Máx\ (V_9^-\ ; V_6^-; 0) \end{tikzcd}$$

Sendo

$$u = \frac{V^+ + div^+}{V} = \frac{240 + 10}{200} = 1{,}25$$

$$d = \frac{V^- + div^-}{V} = \frac{180 + 10}{200} = 0{,}95$$

$$q = \frac{1 + r - d}{u - d} = \frac{1 + 0{,}1 - 0{,}95}{1{,}25 - 0{,}95} = \frac{0{,}15}{0{,}30} = 0{,}5$$

$V_9^+$ = 9*(240-160)= R$ 720.000,00

$V_6^+$= 6*(240-140)= R$ 600.000,00

$V_9^-$ = 9*(180-160)= R$ 180.000,00

$V_6^-$= 6*(180-140)= R$ 240.000,00

Tem-se que como opção:

$$\begin{tikzcd} & \text{R\$ 720.000,00} \\ F(t=0) \arrow[ur, "0{,}5"] \arrow[dr, "0{,}5"'] & \\ & \text{R\$ 240.000,00} \end{tikzcd}$$

$$F(t=0) = \frac{q * F^{+} + (1-q) * F^{-}}{1+r} = \frac{0{,}5 * 720 + 0{,}5 * 240}{1{,}10} = R\$\ 436.363{,}63$$

Dessa forma, a regra de decisão ótima é, primeiramente, esperar passar de t=0 para t=1, já que informações serão reveladas. O valor do terreno de exercício imediato é de R$360.000,00, enquanto o valor do terreno em caso de espera é de R$436.363,63.

No momento t=1, revelando-se o cenário favorável, deve-se construir o condomínio com 9 unidades ($V_9^+$), de maior rentabilidade neste cenário. Se revelar o cenário desfavorável, deve-se construir o condomínio com 6 unidades ($V_6^-$), de maior rentabilidade neste cenário.

### 3.4.2 Opção de aprendizado

Este caso ilustra o conceito de opcionalidade e revelação de informações. Supondo um caso onde existam dois poços de petróleo que sejam relacionados, onde as informações relativas à exploração de um poço revelem informações para a exploração de um segundo poço.

Inicialmente, ambos apresentam um valor monetário esperado igual a R$ – 1,5 MM, já que o investimento é de R$ 30 MM, e a chance de sucesso do poço produzir é de 30%, tendo como retorno, uma vez produzindo, R$ 95MM. Ou seja:

$$VME_1 = VME_2 = -30 + (30\% * 95) = R\$ - 1{,}5\ MM$$

Pela visão tradicional, o melhor seria não perfurar nenhum dos poços, pois estes nada valem. Entretanto, o processo de revelação de informações é tal que revisa a probabilidade de sucesso do segundo poço para 50%, caso o primeiro tenha sido favorável, e para 21,4%, caso o primeiro tenha sido desfavorável. Dessa forma:

$$VME_{2\ revisado}^{+} = -30 + (50\% * 95) = R\$ + 17{,}5\ MM$$

$$VME_{2\ revisado}^{-} = -30 + (21{,}4\% * 95) = R\$ - 9{,}7\ MM$$

Tendo em conta que a perfuração do segundo poço é uma opção, e não uma obrigação, tem-se que o valor conjugado da exploração do primeiro poço mais a opção de exploração do segundo como:

$$VME_1 + E[opção(VME_2)] = -1{,}5 + [(30\% * 17{,}5) + (70\% * 0)$$
$$= R\$ + 3{,}75MM$$

Logo, a informação fez o conjunto de ambos os poços serem válidos ao investimento por valerem R$+3,75MM.

Se a empresa conseguisse ainda uma outra empresa que aceitasse receber de graça o poço, tendo como contrapartida a revelação de todas as informações sobre a exploração, o negócio ficaria ainda mais lucrativo, pois passaria a valer R$+5,25MM.

$$Valor = 0\{primeiro\ poço\} + [(30\% * 17{,}5) + (70\% * 0) = R\$ + 5{,}25MM$$

## 3.5 Métodos de precificação de opções reais

Os métodos de precificação de opções reais podem ser resumidos segundo a figura a seguir, proposta por Dias (2011b).

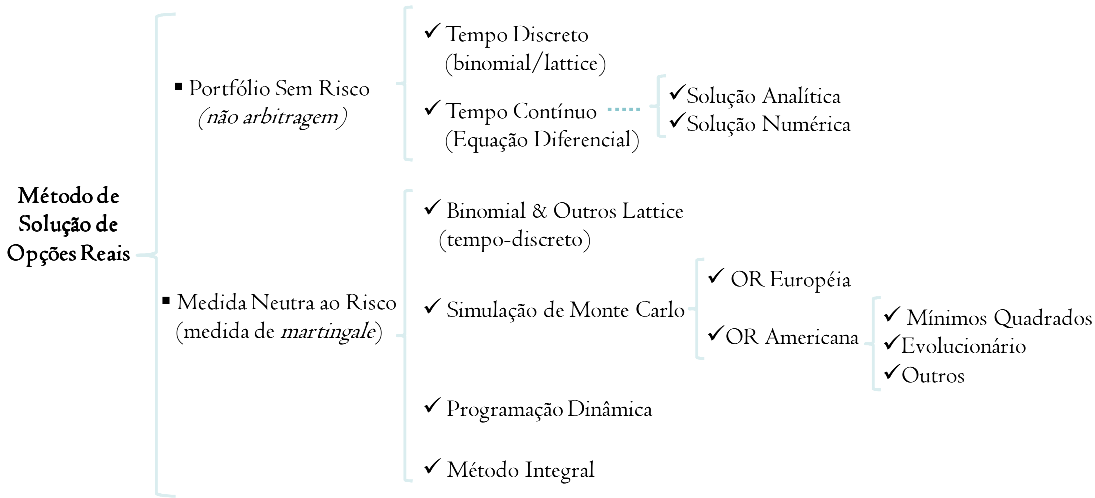


**Figura 11 - Métodos de Solução de Opções Reais**
**Fonte: DIAS (2011b)**

Os principais métodos de solução de opções reais podem ser divididos em dois grandes grupos: o portfólio sem risco e a métrica neutra ao risco. Estes serão mais bem detalhados a seguir. Apresentam-se também conceitos básicos de processos estocásticos, necessários à mensuração de opções reais através dos métodos contínuos supracitados. Para os casos específicos, somente é detalhado aquele pertinente ao caso tratado nesta dissertação, em capitulo específico.

O Método binomial, para múltiplos períodos, conforme relatado por Cox, Ross e Rubinstein, escolhe u e d convenientemente de forma que a árvore possa recombinar. Ou seja, em situações limites, pode-se aproximar pela distribuição log-normal (utilizada nas equações de BSM). Segundo Dias (2011b), o método binomial-lattice é o mais popular já que é mais intuitivo do que a abordagem em tempo contínuo.

Entretanto, esse caso mais simples não é interessante para casos em que a opção real seja perpétua ou que contenha mais de uma variável estocástica. Para os casos em que existam múltiplas variáveis estocásticas, o mais simples é usar a Simulação de Monte Carlo.

### 3.5.1 Método do portfólio sem risco

Este método pressupõe a criação de uma carteira (Φ) que seja composta pela opção (derivativo F) menos n vezes o ativo (ação V) [$\Phi = F - nV$]. Este n deve ser escolhido de tal forma que a taxa de desconto dessa carteira seja a taxa livre de risco, ou então seriam criadas oportunidades de arbitragem. Este n é conhecido como delta hedge.

- Para tempo discreto:

$$n = \frac{F^+ - F^-}{V^+ - V^-}$$

- Para tempo contínuo:

$$n = \frac{\partial F}{\partial V}$$

Detalhando um pouco mais o caso de tempo discreto e supondo a seguinte situação:

- Deseja-se calcular o valor de uma opção F no momento atual (F(t=0)).
- Mas, para isso, conhece-se apenas o valor do ativo no momento atual (V(t=0)), e as possibilidades futuras desse ativo ($V^+ \; e \; V^-$), que são incertas. A probabilidade de cada caso é respectivamente p e 1-p.
- Uma vez $V^+ \; e \; V^-$ são conhecidos, $F^+ \; e \; F^-$ também são conhecidos, já que é função de V: F(V).

- Não é conhecido F(t=0) já que não é conhecida a taxa de desconto da opção. A taxa de desconto da opção é diferente da taxa de desconto (μ) da ação V, que pode ser calculada.
- O método, portanto, propõe-se a montar um portfólio $[\Phi = F - nV]$ composto pela ação e pela opção de forma que a taxa de desconto desse portfólio seja necessariamente a taxa livre de risco (r).
- Como explicitado acima, o n é escolhido de forma conveniente para que em t=1, $\Phi^{+} = \Phi^{-} = \Phi\ (\mathrm{t} = 1)$. O n é detalhado acima tanto para o caso contínuo quanto para o caso discreto.
- Assim, tem-se:

$$\Phi(\mathrm{t} = 0) = \frac{\Phi\ (\mathrm{t} = 1)}{1 + \mathrm{r}}$$

$$\Phi(\mathrm{t} = 0) = \mathrm{F}(\mathrm{t} = 0) - \mathrm{n} * \mathrm{V}(\mathrm{t} = 0)$$

$$\Phi\ (\mathrm{t} = 1) = \frac{\mathrm{uF}^{-} - \mathrm{dF}^{+}}{\mathrm{u} - \mathrm{d}}$$

Sendo $u = \frac{V^{+}}{V}$ e $d = \frac{V^{-}}{V}$

- Finalmente, tem-se que

$$\mathrm{F}(\mathrm{t} = 0) = \frac{\mathrm{uF}^{-} - \mathrm{dF}^{+}}{(\mathrm{u} - \mathrm{d})(1 + \mathrm{r})} + \frac{\mathrm{F}^{+} - \mathrm{F}^{-}}{\mathrm{u} - \mathrm{d}}$$

- Ou seja, F(t=0) depende somente de V, $\mathrm{V}^{+}, \mathrm{V}^{-}, \mathrm{F}^{+}, \mathrm{F}^{-}, \mathrm{r}$.

Um caso análogo pode ser feito para o caso continuo.

### 3.5.2 Método da neutralidade ao risco

O método da neutralidade ao risco (ou método da mudança de medida de probabilidade) tem por característica principal a penalização da probabilidade de ocorrência da situação favorável em detrimento da situação não favorável. A essa nova medida de probabilidade dá-se o nome de medida equivalente de martigale. Em tempo discreto, tal medida corrige o risco, tornando o valor uma certeza equivalente, faltando apenas serem corrigidos os fatores temporais, que são corrigidos através do desconto à taxa livre de risco. O valor da medida de martigale para métodos binomiais em tempo discreto pode ser deduzido[18] como:

$$q = \frac{1 + r - d}{u - d}$$

Onde:

- q = probabilidade neutra ao risco do ativo subir
- r = taxa livre de risco
- u = cenário de subida $(V^{+}/\, V)$
- d = cenário de descida $(V^{-}/\, V)$

A partir dessa medida de equivalência, podem-se estimar os valores de qualquer função derivado de V, como por exemplo, uma opção, que esta medida **q** continua sendo verdadeira.

Já quando o assunto são os tempos contínuos, a tendência neutra ao risco tem sua origem a partir das fórmulas de retorno do investimento (que pode ser dividido entre o ganho de capital obtido e o fluxo de dividendos provenientes de tal investimento) e do retorno esperado de capital do CAPM (que pode ser dividido em taxa livre de risco e prêmio de risco). Assim temos:

- Taxa de retorno total (μ) = taxa de ganho de capital (α) + taxa de dividendos (δ) → $[\mu = \alpha + \delta]$
- Taxa de retorno total (μ) = taxa livre de risco (r) + prêmio de risco (π) → $[\mu = r + \pi]$

Então temos: $\mu = \alpha + \delta = r + \pi$. Logo:

$$\alpha - \pi = r - \delta$$

Ou seja, o ganho de capital, penalizado pelo prêmio de risco, assim como a taxa livre de risco penalizada pelos dividendos, são conhecidos como tendência neutra ao risco. Para os métodos estocásticos que utilizavam a tendência α quando estavam sob a probabilidade p, utilizam $\alpha - \pi$ ou ainda $r - \delta$ para retratar a probabilidade neutra ao risco q.

Para tempos contínuos, esse método da neutralidade ao risco é provado com o teorema de Girsanov (detalhado em DIAS, 2011a). Embora demonstrado para o caso particular de um binomial, esse teorema se aplica para tempo contínuo e distribuições contínuas.

---

[18] Ver Dias (2011a) para deduções formais destes valores.

Cabe ressaltar que o método da neutralidade ao risco não pressupõe que os investidores sejam neutros ao risco. Não há relação entre o método e a característica do investidor.

Para o cálculo de opções reais, como é objeto desta dissertação, é usual assumir-se que o mercado é aproximadamente completo, o que significa que a medida equivalente de martingale q é única. E, para que exista pelo menos uma medida equivalente de martingale, pressupõe-se que o mercado é livre de arbitragem. Os conceitos de arbitragem e martingale foram tratados em teoremas dos autores Harrison, Kreps e Pliska, citados em Dias (2011a).

## 3.6 Processos Estocásticos

Os modelos tradicionais fazem projeções das receitas de um determinado projeto baseado no preço corrente, ou ainda, numa série histórica desse preço, calculando assim um valor esperado para o mesmo. Algumas vezes, são realizadas ainda análises de sensibilidade, quando uma determinada variável (como o preço, por exemplo) é oscilada para cima e para baixo, gerando, portanto, novos valores para a receita final do projeto. Já a teoria das opções reais lança mão da incerteza no modelo, levando em consideração a aleatoriedade e o tempo atrelados à variável de análise, criando modelos estocásticos para métodos de tempo contínuo.

Dentre os processos estocásticos, aquele que apresenta maior aderência aos casos tratados por opções reais são os processos de Itô. Este, segundo Dixit & Pindyck (1994) apud Dias (1996), é uma ferramenta matemática análoga à expansão de Taylor do cálculo ordinário. Para uma variável estocástica qualquer, como um projeto(V), o processo de Itô pode ser escrito como:

$$dV = a(V,t)dt + b(V,t)dz$$

onde:

- dV = variação infinitesimal do valor do projeto durante o tempo infinitesimal dt
- a(V,t)dt = termo de tendência ou termo de valor esperado
- b(V,t)dz = termo de variância ou termo aleatório.
- dz = incremento de Wiener. (dz ~ [0,dt]) . Logo $dz = N(0,1)\sqrt{dt}$

Segundo Dias (1996), quando o projeto em analise é da indústria do petróleo, consideram-se, idealmente, as variáveis preço e custo operacional como estocásticas. A existência de duas variáveis estocásticas aumenta um pouco a complexidade do modelo. Dessa forma, por vezes, são considerados somente a variável preço ou o valor do projeto, facilitando a interpretação da taxa de conveniência, fundamental à tomada de decisão.

Os dois principais processos estocásticos com aplicações econômicas diretas são contínuos e particulares ao de Itô, já enunciado:

- <u>Movimento Geométrico Browniano (MGB):</u>

  Trata-se de um processo estocástico indexado pelo tempo. É composto de duas parcelas: uma do valor esperado (determinístico) e outra referente ao erro (aleatoriedade). Já que dV/V tem distribuição normal, logo, V apresenta distribuição lognormal. Assim, V não pode conter valores negativos, já que não existem preços negativos. Sua fórmula é:

$$\frac{dV}{V} = \alpha dt + \sigma dz$$

  Onde:

  - $\frac{dV}{V}$ = taxa de variação da variável estocástica
  - $\alpha dt$ = parcela do valor esperado
  - $\sigma dz$ = parcela de erro (incerteza)
  - $\alpha$ = taxa de crescimento ou ganho de capital
  - $\sigma$ = desvio-padrão

  Assim, V(t) apresenta uma distribuição lognormal, enquanto que $\frac{dV}{V}$ apresenta distribuição normal. Logo:

$$\frac{dV}{V} \sim N\,(\alpha dt\,, \sigma^2 dt)$$

  A média e a variância são mostrados por Dixit & Pindyck (1994):

$$\mathrm{E}[\mathrm{V_t}] = \mathrm{V_0} \mathrm{e}^{\alpha \mathrm{t}}$$

$$\mathrm{VAR}[\mathrm{V_t}] = \mathrm{V_0^2} \mathrm{e}^{2\alpha \mathrm{t}}\,(\mathrm{e}^{\sigma^2 \mathrm{t}} - 1)$$

Suas principais propriedades são:

- o Trata-se de um processo de Markov, apesar de depender do preço corrente, independe da trajetória dos preços passados.
- o Seus incrementos são independentes no tempo.
- o Os incrementos apresentam distribuição Normal com parâmetros que dependem só do intervalo de tempo – são estacionários.

- <u>Movimento de Reversão à Média (MRM)</u>

O movimento de reversão à média é bastante utilizado na modelagem de preço de commodities. Existe mais de uma modelagem para o caso, entretanto, aqui somente será tratado do caso mais simples, chamado de Ornstein-Uhlenbeck, ou ainda MRM aritmético. Sua fórmula é:

$$dV = \eta(\bar{V} - V)dt + \sigma V dz$$

Onde:

- $\eta$ = velocidade de reversão à média
- $\bar{V}$ = média de longo prazo

A média e a variância são mostrados por Dixit & Pindyck (1994):

$$E\big(V(T)\big) = V(0)e^{-\eta T} + \bar{V}\,(1 - e^{-\eta T})$$

$$VAR\big(V(T)\big) = (1 - e^{-2\eta T}).\frac{\sigma^2}{2\eta}$$

Suas principais propriedades são:

- o Trata-se de um processo de Markov que depende (o sentido e a intensidade da tendência) do preço corrente, mas independe da trajetória dos preços passados;
- o A tendência é o preço reverter para um nível de equilíbrio do mercado.

Além desses processos, são conhecidos também o movimento aritmético browniano e o processo de Poisson (de saltos), mas que não serão objetos desta dissertação. Para mais informações, Dixit & Pindyck (1994).

Conforme demonstrado no Apêndice 8.1, a fórmula de Black-Scholes-Merton considera, portanto, uma relação geral de não arbitragem entre o ativo ou projeto V e seu derivativo F. Esta pode ser escrita como:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 F}{\partial V^2} + (r - \delta) V \frac{\partial F}{\partial V} + \frac{\partial F}{\partial t} - rF = 0$$

Onde:

- $\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 F}{\partial V^2}$ = termo de correção da convexidade do retorno de F em relação a V.
- $(r - \delta) V \frac{\partial F}{\partial V}$ = variação pelo retorno livre de risco do ativo básico V(Se negativo, esta parcela reflete a existência de uma put. Se positivo, uma call)
- $\frac{\partial F}{\partial t}$ = termo pela simples passagem do tempo (Se $\frac{\partial F}{\partial t}$ = 0, então a opção é perpétua. Neste caso, F deixa de ser função de V e t e passa a ser apenas função de V.)
- $rF$ = retorno livre de risco da opção.

Segundo Dias (2011b), tal fórmula nada diz se esse derivativo é uma opção ou não, se é uma call ou uma put, ou se é americana ou europeia, se finita ou perpétua, etc. São informações obtidas através das condições de contorno do problema. As condições de contorno clássicas são:

- Trivial: para V=0 → F(0,t) =0
- VPL positivo: para t=T →F(V,T) = Max [V- I,0] = Max [VPL,0]
- "Continuidade": F(V*,t) = V*- I
- "Suavidade": $\frac{\partial F}{\partial V}$ (V*,t) = 1

Em caso de opção europeia de compra, bastam as duas primeiras condições de contorno. As outras duas somente são validas para opções americanas.

## 3.7 Simulação de Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo é uma técnica de geração de números aleatórios sobre um ou mais parâmetros de maneira contralada. Ou seja, a partir de uma determinada distribuição probabilística e de limites estabelecidos, são geradas informações relevantes para um modelo, como valor esperado e desvio padrão de um parâmetro.

Como o próprio nome diz, trata-se de uma ferramenta de simulação, e não de um otimizador sob incerteza. Essa confusão é comum, mas trata-se de um equívoco, uma vez que o resultado de uma simulação não é a decisão a ser tomada, mas sim o comportamento de uma determinada variável (ou um conjunto de variáveis) de um modelo frente a diferentes situações. Baseado nesse comportamento e em outras premissas, o decisor pode tomar a decisão. Conforme ressaltado por Dias (1996), essa ferramenta não faz qualquer distinção entre os tipos de incerteza com que ela está lidando. Ou seja, a incerteza técnica e a econômica devem ser corretamente analisadas pelo alimentador do modelo, já que levam efeitos opostos em decisões de investimento.

Esse tipo de ferramenta é de grande utilidade quando da modelagem de situações onde a incerteza apresenta um valor representativo, como no contexto de opções reais.

Segundo Hull & White (1988) apud Dias (1996), a Simulação de Monte Carlo somente deveria ser utilizada para opções europeias, uma vez que estas não apresentam exercício ótimo, enquanto métodos gradeados (binomiais, trinomiais, etc.) poderiam ser usados para o caso de opções americanas.

A Simulação de Monte Carlo é uma abordagem prática de mensuração de opções reais. Isso pode ser feito através de processos estocásticos neutros ao risco combinados com regras de decisão ótima. O valor de uma opção real europeia pode ser escrita como:

$$F(t=0) = e^{-rT}E^{Q}[Max[V(T) - I, 0]|V(0)]$$

Variando os valores de V(T) através de um processo neutro ao risco, pode-se obter o valor de F(t=0). Como citado anteriormente, a Simulação de Monte Carlo é indicada para casos onde exista mais de uma variável estocástica envolvida.

As etapas da Simulação de Monte Carlo podem ser descritas como:

1. Especificar as distribuições das variáveis de entrada e suas respectivas correlações (incluindo processos estocásticos);

2. Amostrar as distribuições de dados de entrada (*inputs*);
3. Utilizar dados gerados nos modelos gerando assim os *outputs*;
4. Calcular média e desvio padrão (dentre outras propriedades) da distribuição resultante dos *outputs*.

De forma visual, essa sequência é explicitada na figura a seguir para uma opção real do tipo europeia:

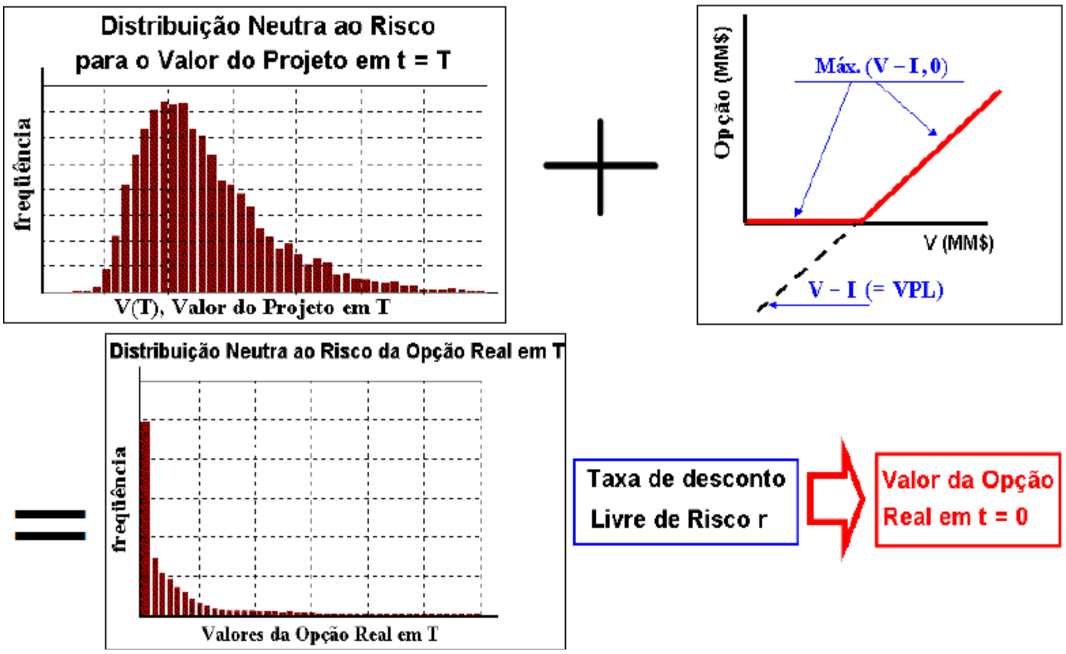


**Figura 12 - Simulação de Monte Carlo de uma Opção Real**

**Fonte: DIAS (2011a)**

A simulação de Monte Carlo pode tanto simular o processo estocástico real, para aplicações de *value at risk*, *hedge*, etc. como ainda simular o processo estocástico neutro ao risco para valoração de derivativos, como são as opções. Esta última abordagem é apresentada na modelagem do caso desta dissertação.

Dentro da Simulação de Monte Carlo, podem existir dois tipos principais de erros:

- Erro de discretização de processos estocásticos contínuos
    - Entretanto, existem discretizações exatas, como no caso do Movimento Geométrico Browniano (MGB).
    - A discretização exata neutra ao risco do MGB é da forma:
        - $P_t = P_{t-1} \exp\{(r - \delta - 0{,}5\sigma^2)\Delta t + \sigma N(0{,}1)\sqrt{\Delta t}\}$

    - Amostra-se $N(0,1)$ obtendo assim os valores de $P_t$ que seja uma distribuição lognormal.
- Erro de amostragem das distribuições
    - Ocorre, já que os valores do input amostrados não representam de forma perfeita as distribuições probabilísticas dos *inputs*.
    - Quanto maior o número de iterações do modelo, menor tende a ser esse tipo de erro. Entretanto, quanto maior o número de amostragens, maior a carga e o tempo computacionais exigidos. Portanto, existe um *trade off* desempenho e qualidade dos dados.
    - Outra forma de reduzir esse tipo de erro é utilizando o método "Quase Monte Carlo", que apresenta números mais igualmente dispersos (números quase randômicos).

Apenas para complementar, pode-se dizer que a discretização neutra ao risco do Movimento de Reversão à Média (MRM) é da forma:

$$P(t) = e^{\{[\ln[P(t-1)]\, e^{-\eta\Delta t}] + [[\ln(\bar{P}) - \frac{\mu - r}{\eta}]\,(1 - e^{-\eta\Delta t})] - [(1 - e^{-2\eta\Delta t})\,\frac{\sigma^2}{4\eta}] + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}\; N(0,1)\}}$$