

4

Reconstrução da LDF com dados do Observatório Pierre Auger

A função de distribuição lateral é parte crucial no processo de reconstrução de eventos medidos pelo SD, já que além de fornecer informação direta do parâmetro de ajuste da energia do primário (S1000), por meio dela é possível a determinação da posição do ponto de impacto do chuveiro (x_c, y_c) e do parâmetro de inclinação (β).

No processo de reconstrução de eventos medidos pelo Observatório Pierre Auger, duas parametrizações da LDF têm sido utilizadas: NKG e Log-Parabola (ver seção 3.2.3). Mas, nesta seção, estudaremos com maior ênfase a LDF Log-Parabola, porém com ajuste do parâmetro de inclinação β aos dados, ou seja, a chamada LDF LogXmax.

O estudo desenvolvido neste capítulo e no seguinte está baseado na referência [63]. Sendo assim, iniciaremos esse capítulo com uma análise da qualidade do ajuste da LDF, por meio da distribuição de resíduos no sinal das estações como função da distância ao eixo do chuveiro. Após tal análise, uma seleção de eventos baseada num corte fiducial é implementada visando eliminar um viés de seleção de estações pelo gatilho básico T1. Na sequência, comparações de diversos parâmetros obtidos por meio da reconstrução atualmente implementada e a proposta neste trabalho são feitas. Por fim, testes adicionais de qualidade de ajuste são realizados por meio da distribuição de probabilidades de χ^2 .

4.1

Resíduos

Para a análise subsequente, consideraremos eventos com ângulos zenitais menores de 60° , com energias maiores à da saturação (3 EeV), nos quais a probabilidade de disparo é aproximadamente 100%.

Como uma primeira aproximação, para quantificar a qualidade do ajuste da LDF usada na reconstrução, podem-se considerar os *resíduos* R_i , definidos como:

$$R_i = \frac{S_i - S(r_i)}{\sigma_i}, \quad (4-1)$$

sendo S_i o sinal medido pelos detectores de superfície, $S(r_i)$ o valor obtido pela parametrização da LDF utilizada no processo de reconstrução, e no denominador o erro no sinal medido para cada estação [54].

Uma LDF que descreva de maneira satisfatória a variação do sinal como função da distância ao eixo, juntamente com uma boa estimativa dos erros σ_i deve levar a uma distribuição de resíduos centrada em zero e com dispersão em torno de 1.

O resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro, e com ajuste das LDFs LogXmax e NKG é apresentada nas figuras 4.1 e 4.2, respectivamente.

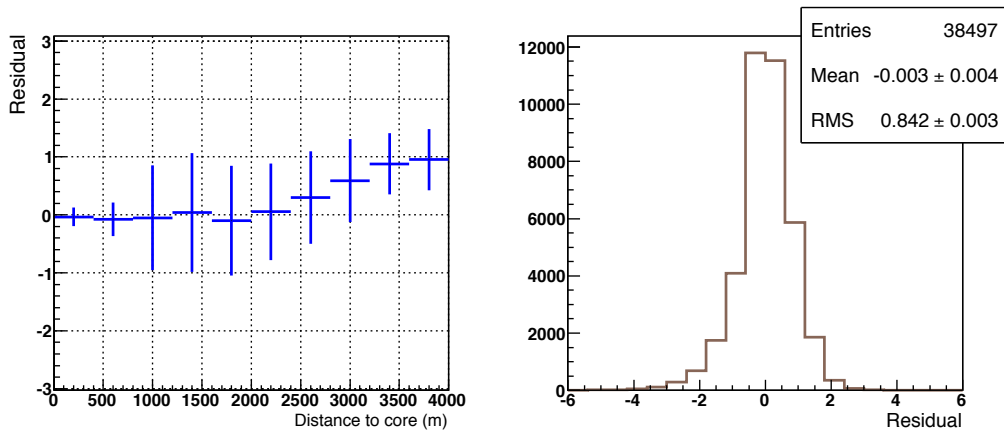


Figura 4.1: *Esquerda:* resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro, obtido com a LDF LogXmax para eventos com $E \geq 10$ EeV. *Direita:* histograma associado.

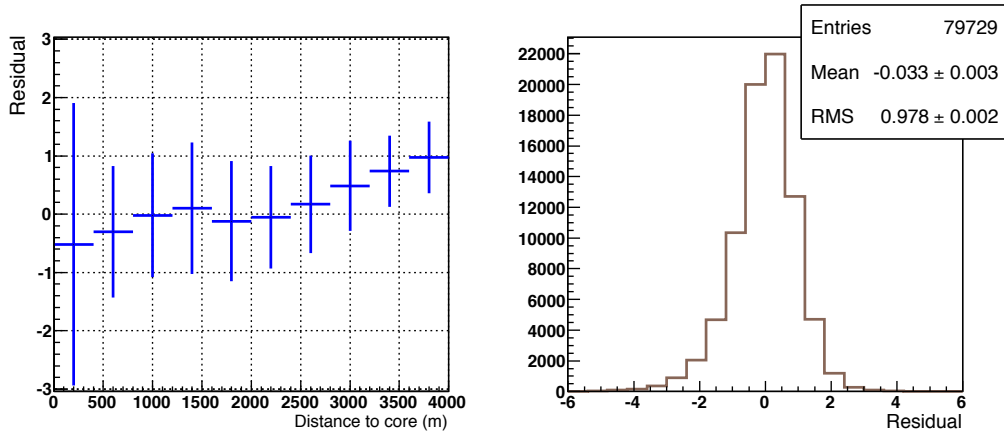


Figura 4.2: *Esquerda:* resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro, obtido com a LDF NKG para eventos com $E \geq 10$ EeV. *Direita:* histograma associado.

Das figuras 4.1 e 4.2 pode-se concluir que o resíduo longe do eixo do chuveiro, a partir de aproximadamente 2500 m, apresenta um crescimento para valores positivos, independentemente da LDF utilizada no processo de

reconstrução. Este fato pode ser explicado ao lembrar que o ajuste da LDF utiliza todas as estações ativas no evento (mistura de estações que atingiram os diferentes níveis de gatilho e das estações ditas silenciosas¹). Longe do eixo do chuveiro, entretanto, onde o sinal médio numa estação se aproxima dos limiares presentes nos gatilhos TH e ToT (ver seção 3.2.1), o conjunto de estações disparadas será dominado por aquelas com flutuações positivas de sinal, o que explica o comportamento médio de aumento dos resíduo para distâncias além de ~ 2500 m visto nas figuras 4.1 e 4.2. A presença das estações silenciosas no processo de reconstrução visa justamente compensar o viés introduzido pelos pesos das estações com flutuação positiva. Todavia, a compensação só será perfeita se tivermos um modelo satisfatório para a probabilidade do sinal de uma estação a uma dada distância do eixo ficar abaixo dos limiares de gatilho. A ausência de compensação total levará a LDFs sistematicamente mais planas nas regiões periféricas.

Na figura 4.3 apresenta-se a distribuição de resíduos como função da distância ao eixo do chuveiro, dividindo esta quantidade pelo tipo de gatilho básico T1 (TH e ToT). Pode-se concluir desta figura, que o aumento do resíduo nas regiões periféricas, está presente nos dos tipos de gatilho.

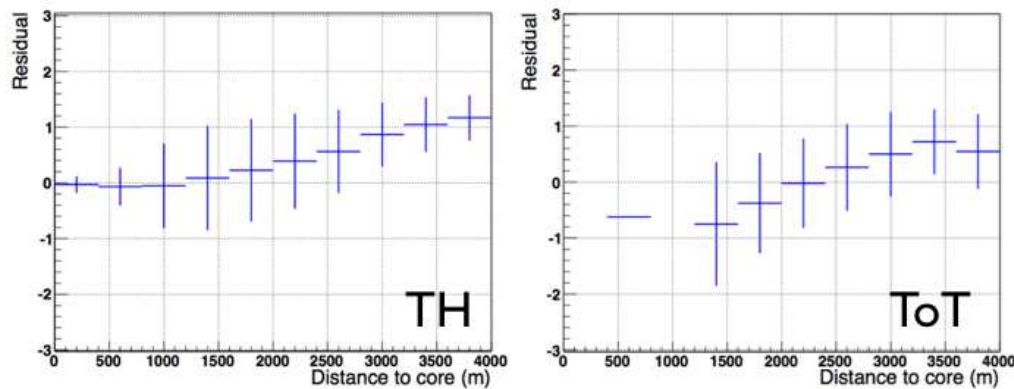


Figura 4.3: Resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro, obtido com a LDF LogXmax para eventos com $E \geq 10$ EeV. *Esquerda:* para estações que atingiram o nível de gatilho TH. *Direita:* para estações que atingiram o nível de gatilho ToT.

4.2

Minimização do viés de seleção por meio de corte fiducial

Como apresentado na última seção, a flutuação dos resíduos para valores positivos longe do ponto de impacto não é um efeito introduzido pelo tipo de LDF utilizado no ajuste, mas sim uma consequência direta da presença

¹Estações ativas ao acontecer o evento, porém que não atingiram os diferentes níveis de disparo. Elas possuem um limite superior de sinal de 3 VEM (sinal limiar).

de um número acentuado de estações silenciosas e do domínio de estações com flutuações positivas no sinal longe do eixo do chuveiro dentre as estações disparadas. Para minimizar sua influência, um método de correção foi proposto em [56], onde o viés de seleção de estações é corrigido utilizando um sinal de corte S_{cut} , por meio do qual uma distância de corte R_{cut} é calculada, e dentro da qual a influência destes efeitos ficará diminuída.

A relação de S_{cut} e R_{cut} é encontrada por meio das parametrizações das diferentes LDFs (eq. 3-10, 3-12 e 3-15). Assim, para a LDF LogParabola teremos:

$$R_{cut} = 1000 \times \exp \left(\frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 + 4\gamma \log\left(\frac{S_{cut}}{S_{1000}}\right)}}{2\gamma} \right), \quad (4-2)$$

e a para LDF NKG:

$$R_{cut} = -350 + \sqrt{350^2 + 1000 \times 1700 \times \left(\frac{S_{cut}}{S_{1000}}\right)^\beta}. \quad (4-3)$$

Levando em consideração estes fatos, as estações tanto disparadas quanto silenciosas além da distância de corte R_{cut} , foram eliminadas no processo de reconstrução de eventos, onde R_{cut} é calculado após a primeira estimativa de ajuste dos parâmetros da LDF, com S_{cut} testado para diferentes valores de sinal.

A figura 4.4, apresenta as distribuições dos resíduos como função da distância ao eixo do chuveiro para alguns valores de S_{cut} , na procura do melhor valor para obter uma distribuição uniforme para esta quantidade. Assim, o valor ótimo encontrado para este efeito foi $S_{cut} = 3$ VEM, sendo ele considerado fixo daqui para frente para o cálculo de R_{cut} , e o posterior processo de reconstrução de eventos.

Com este corte, que chamaremos *corte fiducial*, os resíduos como função da distância ao eixo são apresentados para a LDF LogXmax e NKG nas figuras 4.5 e 4.6. Nelas, mostra-se que esta quantidade fica uniformemente distribuída até distâncias de ~ 3500 m, em comparação com os outros valores testados. Por outro lado, na figura 4.6, correspondente à LDF NKG, embora a distribuição seja bastante uniforme, observa-se que perto do eixo do chuveiro, para distâncias menores a 1000 m, as flutuações no sinal aumentam, e dado que o estimador de energia (S1000) está justamente nesta região, o valor de energia do primário pode ver-se afetado. Contudo, no presente trabalho estamos interessados na LDF LogXmax.

Por outro lado, a introdução deste corte fiducial diminui o número de estações participantes nos eventos, assim, tem-se como consequência uma diminuição no número de eventos reconstruídos, como apresentado na tabela

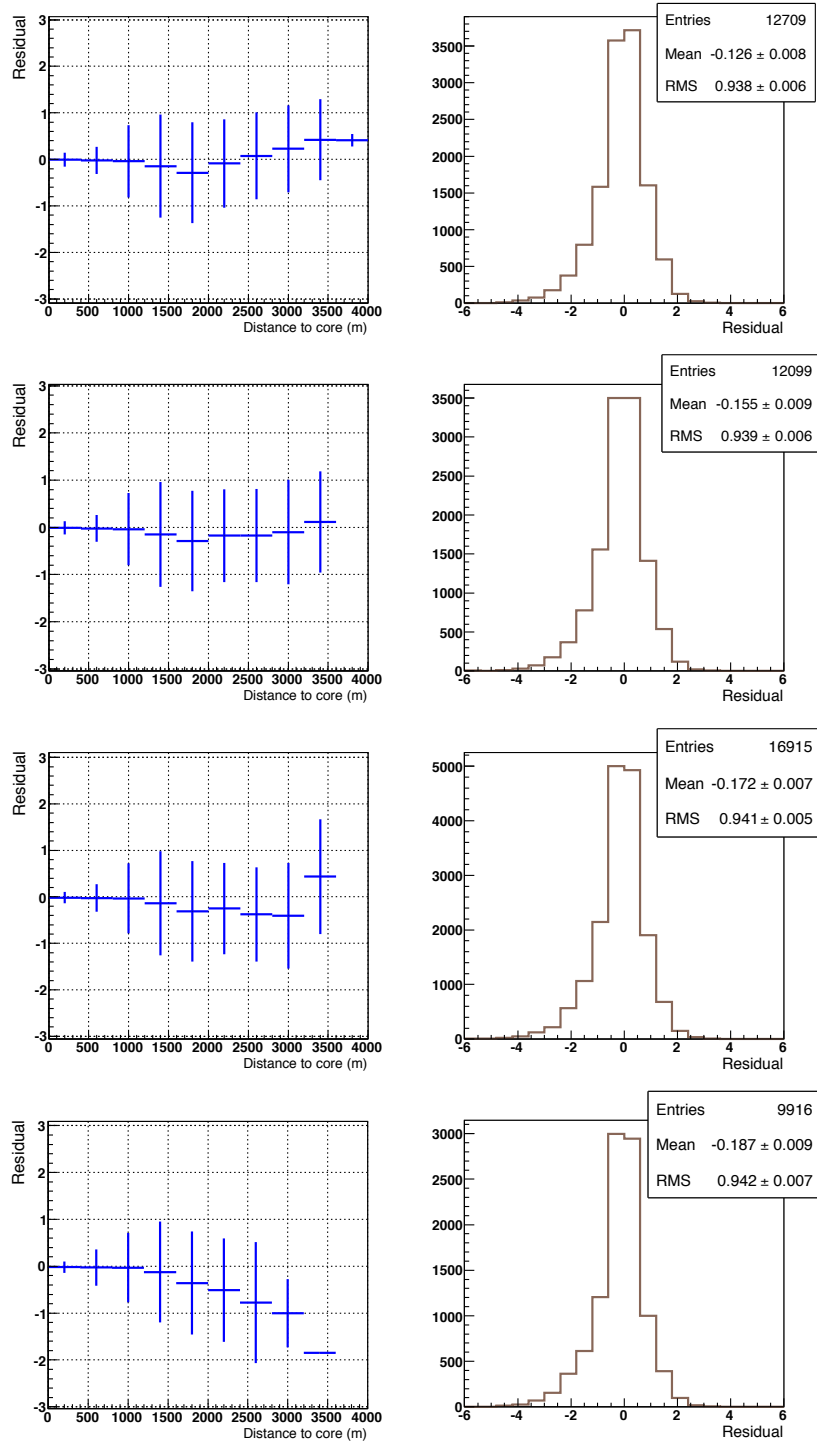


Figura 4.4: Resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro e seu histograma associado, obtido com a LDF LogXmax para eventos com $E \geq 10$ EeV. *Acima para abaixo:* $S_{cut} = 2, 3, 4, 6$ VEM.

4.1, onde também se apresentam o número de eventos após cada corte considerado neste trabalho.

Vê-se nas figuras 4.5 e 4.6 uma clara melhora no comportamento dos resíduos além de 2500 m, indicando que o corte fiducial aqui adotado é bastante

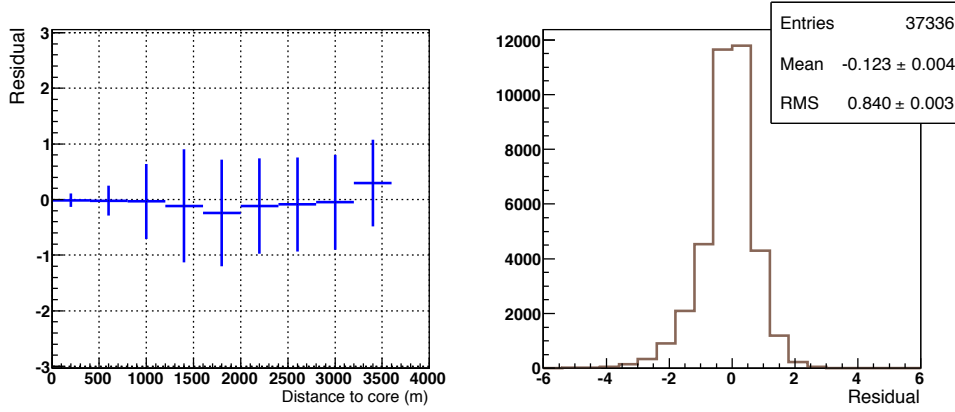


Figura 4.5: Resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro e seu histograma associado, obtido com a LDF LogXmax para eventos com $E \geq 10$ EeV e $S_{cut} = 3$ VEM.

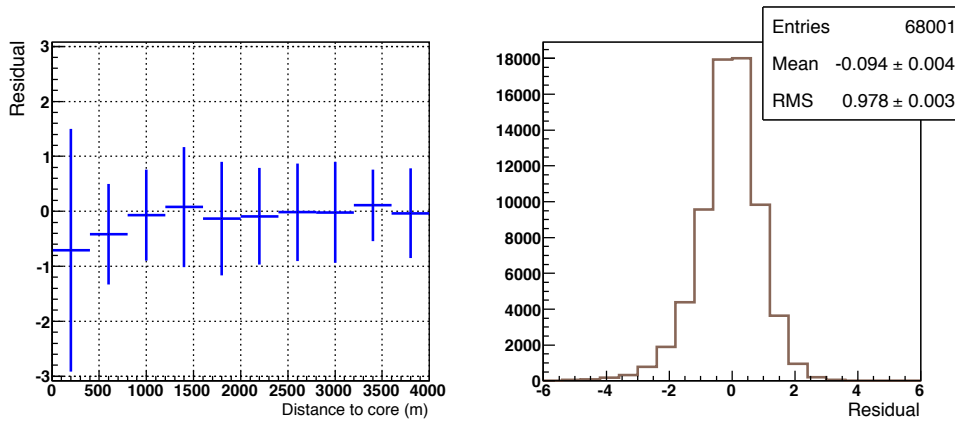


Figura 4.6: Resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro e seu histograma associado, obtido com a LDF NKG para eventos com $E \geq 10$ EeV e $S_{cut} = 3$ VEM.

efetivo na eliminação do viés de seleção de estações.

4.3

Modelo para o erro no sinal

O corte fiducial aplicado no processo de reconstrução para estações localizadas muito longe do ponto de impacto garante um melhor ajuste da LDF. No entanto, a largura do histograma da figura 4.5 não é consistente com um. Este fato poderia ser um indicativo de que o erro no sinal medido ($\sigma_i(S)$) está sendo possivelmente sobreestimado.

O erro no sinal medido depende principalmente da intensidade do próprio sinal, mas espera-se também dependência com a distância ao ponto de impacto, o ângulo zenital ou o tipo de primário².

²Primários de maior massa terão uma quantidade maior de múons, que produzem um sinal mais curto em tempo porém mais intenso. No caso de primários mais leves, terão sua componente EM mais acentuada, que tende a produzir sinais mais longos em tempo.

Cortes Impostos	Estatística
	LDF LogXmax
Número de estações ≥ 5 e reconstrução completa (determinação de todos os parâmetros do evento)	285063
corte de qualidade T5 (ver seção 3.2.1)	266217
corte de qualidade na reconstrução (compatibilidade entre parâmetros reconstruídos)	257149
energia ≥ 3 EeV	74086
ângulo zenital $\leq 60^\circ$	53780
ajuste do β (LDF-LogXmax)	23491
corte fiducial 1	20806
corte fiducial 2	17580

Tabela 4.1: Número de eventos para cada corte considerado na análise (o corte fiducial 1 e corte fiducial 2 serão explicados nas próximas seções).

O modelo de erro no sinal atualmente implementado no código de reconstrução [53] depende só do sinal medido e está baseado na análise realizada com os tanques de produção gêmeos: Dia-Noche (DN) e Moulin-Rouge (MR) [54]. Estes detectores são basicamente pares de tanques (dubletos), separados por uma distância de apenas 11 m. Portanto, com este tipo de detectores, é possível em princípio, medir a mesma porção da frente do chuveiro, e conseqüentemente determinar a flutuação do sinal medido.

O modelo de erro no sinal pode ser descrito por:

$$\frac{\sigma^2}{S^2} = a^2 + \frac{b^2}{S}, \quad (4-4)$$

onde consideraram-se os dados coletados pelo SD desde 01/11/2003 até 30/06/2004. Nesta análise foram impostos cortes tanto no nível dos detectores como dos eventos, para garantir assim uma boa qualidade dos eventos selecionados. No nível das estações considerou-se que as 3 PMTs de cada tanque que formam o dubleto estejam em funcionamento, e que, adicionalmente, os sinais nos detectores sejam menores a 500 VEM (não foram consideradas estações saturadas). Já no nível dos eventos, trabalhou-se com chuveiros de energias maiores a 10^{18} eV, bem reconstruídos (determinação com sucesso dos parâmetros inerentes ao chuveiro), com três ou mais detectores com sinal, com reconstrução do ponto de impacto acima de 200 m dos pares de tanques gêmeos, com diferença de tempo entre detectores menor a 200 ns, e com três tanques vizinhos com tempos compatíveis com uma frente de chuveiro se propagando à velocidade da luz.

Com estas considerações, encontrou-se que o parâmetro a da expressão (4-4) é desprezível. Assim, o ajuste final do modelo de erro no sinal medido atualmente implementado é [54]:

$$\sigma = (1.06 \pm 0.05) \times \sqrt{S} \quad (VEM). \quad (4-5)$$

4.3.1

Nova parametrização do Erro

Como foi discutido na seção 4.2, o RMS dos histogramas das figuras 4.5 e 4.6 não é consistente com um. Portanto, faz-se necessário testar novas parametrizações ou um novo ajuste para o erro no sinal medido, considerando o corte fiducial já imposto no processo de reconstrução, de modo que o RMS fique mais perto da unidade.

Sendo assim, mantivemos em primeiro caso como modelo a equação (4-4) e refizemos o ajuste dos parâmetros a e b do modelo, porém com o corte fiducial imposto para melhorar o ajuste da LDF, além de uma maior estatística vinda dos dubletos e tripletos do súper-hexágono (dados 2004-2011), figura 3.14.

Assim, inspirado no trabalho da resolução angular do detector de superfície [49], a função a se maximizar é uma função de verossimilhança ³ $\mathcal{L}$ dada por:

$$\mathcal{L} = \prod_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \exp\left(-\frac{\Delta S_k^2}{2\sigma_k^2}\right), \quad (4-6)$$

onde N é o número total de eventos, $\Delta S = S_{k_1} - S_{k_2}$ a diferença do sinal em cada estação do dubleto, e $\sigma_k = \sigma_{k_1}^2 + \sigma_{k_2}^2$ é a soma das variâncias em cada tanque do dubleto, encontrada por meio da expressão (4-4).

Mas da mesma maneira que na parametrização original do erro, é necessário aplicar cortes de qualidade tanto ao nível dos eventos quanto das estações. Assim, a energia dos eventos utilizados na análise é maior de 3 EeV, a distância média dos dubletos ao eixo $(d1 + d2)/2 > 300$ m, já que o sinal na vizinhança do eixo muda abruptamente. Mas, além desta última consideração nas distâncias, ainda é possível encontrar dubletos, com uma diferença de sinal $\Delta S > 60$ VEM (figura 4.7) o que afeta o processo de minimização, então faz-se necessária a remoção adicional destas estações.

Com estas considerações, assim como no caso anterior, o parâmetro a é desprezível. O novo modelo de erro finalmente é:

$$\sigma = (0.94 \pm 0.02) \times \sqrt{S} \quad (VEM). \quad (4-7)$$

Portanto, ao considerar-se a nova parametrização do erro, e refazer o histograma dos resíduos para LDF LogXmax, como mostrado na figura 4.8, é possível perceber uma melhora na sua largura (RMS). No entanto, a tal

³O que é equivalente a minimizar o seu logaritmo ($-\log \mathcal{L}$).

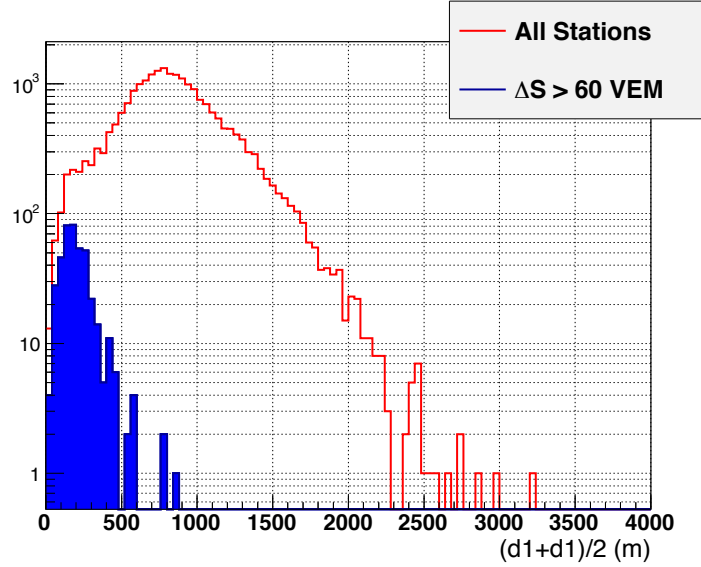


Figura 4.7: Distribuição de distâncias ao eixo do chuveiro para dupletos do super-hexágono. Após uma distância de 300 m ainda tem-se mudanças abruptas no sinal dos dupletos ($\Delta S > 60$ VEM), o que poderia afetar o processo de minimização.

largura ainda é diferente de 1, porém essa diferença deve vir do modelo de LDF utilizada no ajuste.

4.3.2

Modelo de erro com dependência no número de partículas

Além da dependência no sinal medido, o erro do sinal deveria ter também relação com o caminho percorrido pelas partículas do chuveiro dentro do detector. Assim, assumindo que os múons são os que mais contribuem para o sinal, e que eles atravessam o detector com uma direção dependente do ângulo zenital, define-se seu caminho percorrido ou *tracklength* ($TL(\theta)$)⁴ [64] como:

$$TL(\theta) = \frac{\pi R}{\pi R \cos(\theta) + 2h \sin(\theta)}, \quad (4-8)$$

dessa maneira, o número de partículas atravessando o detector será uma relação entre o sinal medido e o $TL(\theta)$:

$$n = \frac{S_{VEM}}{TL(\theta)}. \quad (4-9)$$

Com estas considerações o modelo de erro no sinal, com dependência no caminho percorrido pelas partículas do chuveiro, será:

$$\sigma^2 = a^2 \times \left(\frac{S}{TL(\theta)} \right) + b^2, \quad (4-10)$$

⁴O *tracklength* define-se como a razão entre o volume do detector e a área transversal vista pelas partículas chegando com ângulo zenital θ .

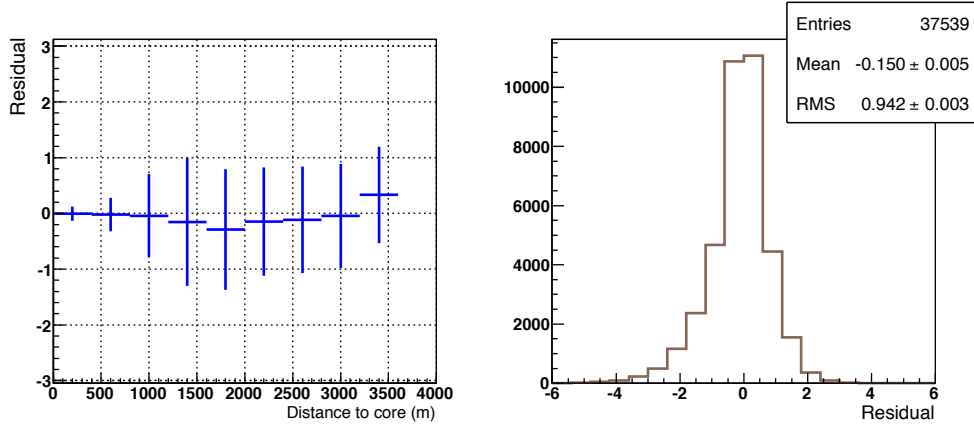


Figura 4.8: Resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro e seu histograma associado, obtido com a LDF LogXmax, corte fiducial e a nova parametrização do erro medido no sinal (eq. 4-7), eventos com $E \geq 10$ EeV.

e ao realizar o processo de minimização com informação fornecida pelo super-hexágono (equação 4-6), mas considerando também os cortes tanto nas estações como nos eventos para garantir qualidade no processo, teremos que neste caso, o parâmetro b fica desprezível, e o $a^2 = (0.926 \pm 0.029)$. Portanto, o modelo de erro dependente do *tracklength* é:

$$\sigma = (0.962 \pm 0.015) \times \sqrt{\frac{S}{TL(\theta)}} \quad (VEM) \quad (4-11)$$

E novamente, olhando para os resíduos (figura 4.9), com esta modificação no modelo de erro do sinal, pode concluir-se que não existe maior diferença no ajuste da LDF entre a nova parametrização achada pela equação (4-4) e o modelo dependente do *tracklength*.

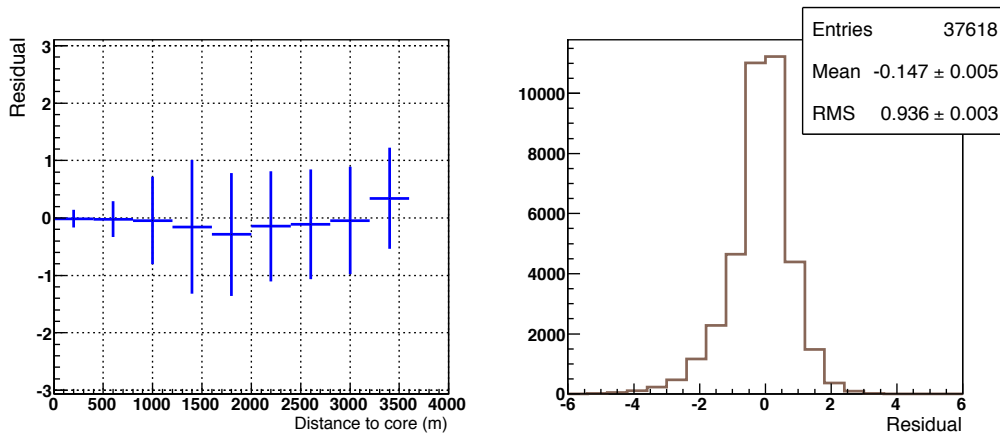


Figura 4.9: Resíduo como função da distância ao eixo do chuveiro e seu histograma associado, obtido com a LDF LogXmax, corte fiducial e a novo modelo de erro do sinal, dependente do *tracklength* (eq. 4-11), eventos com $E \geq 10$ EeV.

Finalmente, o resumo das médias e do RMS nos casos analisados são

apresentados na tabela 4.2.

	Média	RMS
LogXmax + cor-fid + Erro atual	-0.002 ± 0.004	0.842 ± 0.003
LogXmax + cor-fid + Nova parametrização	-0.150 ± 0.005	0.942 ± 0.003
LogXmax + cor-fid + Novo Modelo (TL)	-0.147 ± 0.005	0.936 ± 0.003

Tabela 4.2: Valores da Média e do RMS do histograma do resíduo como função da distância ao ponto de impacto para a LDF LogXmax com corte fiducial, e com os diferentes modelos de erro discutidos.

4.3.3

Comparação entre os três modelos de erro

Adicionalmente, e para testar a qualidade no processo de reconstrução fornecida por cada um dos modelos de erro discutidos, pode-se calcular o resíduo para os dubletos:

$$R_{\text{dubletos}} = \frac{S_1 - S_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}, \quad (4-12)$$

onde S_1 , S_2 são os sinais medidos por cada um dos detectores que formam o dubleto, e os σ (por dubleto: σ_1 , σ_2) os erros associados para cada modelo (equações (4-5), (4-7), (4-11)).

Assim, fazendo o histograma do R_{dubletos} para cada caso, temos a figura 4.10, onde para cada modelo de erro apresentado tem-se uma forma muito próxima de gaussiana para as distribuições, o que mostra que os erros são muito próximos a erros gaussianos. Por outro lado, da figura conclui-se também que a nova parametrização do erro (equação (4-7)) e o modelo dependente do *tracklength* (equação (4-11)) melhoram a estimativa deste valor no processo de reconstrução, já que as larguras dos histogramas são muito próxima à unidade (valor do *sigma* do histograma).

Contudo, adotaremos daqui em diante como modelo de erro do sinal no processo de reconstrução a expressão com dependência do sinal, mas com nova parametrização do a e b , ou seja a equação (4-7). Assim, o corte fiducial já imposto mais a nova parametrização do erro correspondem ao *corte fiducial 1* na tabela 4.1.

4.4

Impacto do corte fiducial nos parâmetros reconstruídos

Mostrou-se nas seções anteriores que as estações longe do eixo do chuveiro introduzem um viés no processo de reconstrução para distâncias além de uma certa distância de corte R_{cut} . Posteriormente, propôs-se um método para minimizar este viés e melhorar assim a qualidade do processo. Em seguida,

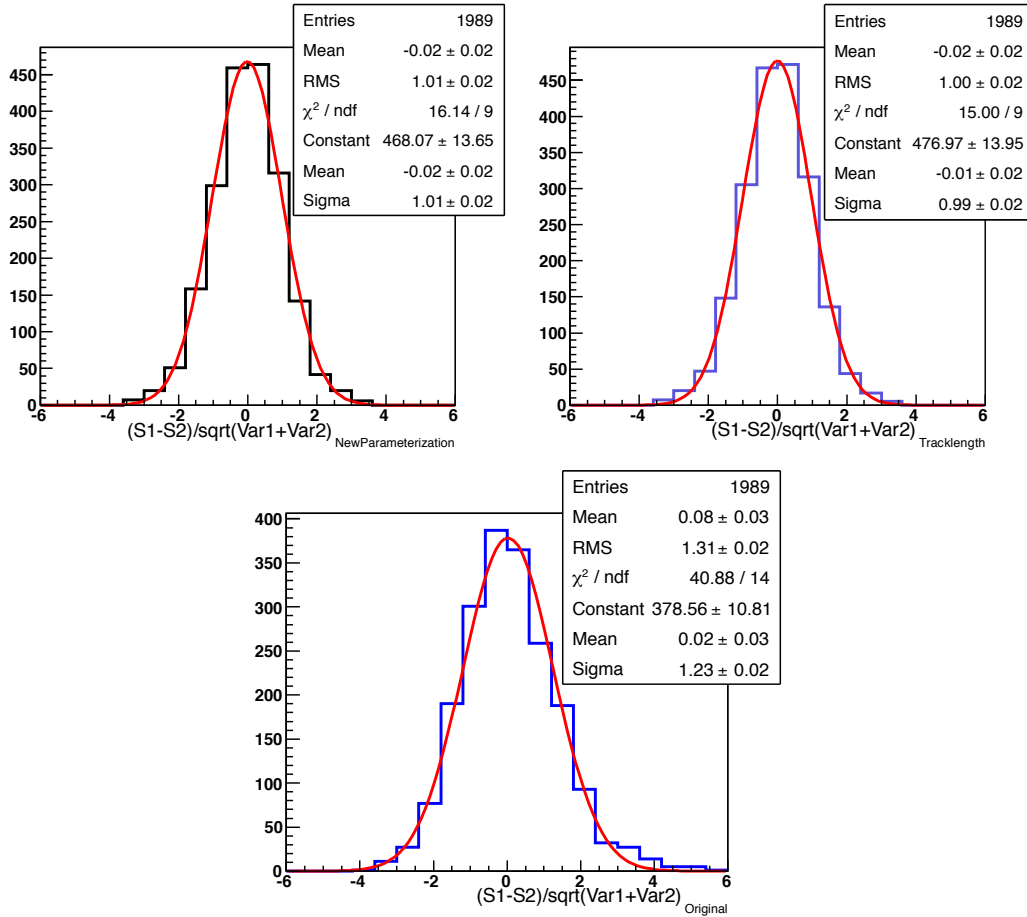


Figura 4.10: Distribuição dos resíduos para os três modelos de erro. *Esquerda acima:* modelo com a nova parametrização dos parâmetros a e b , equação 4-7. *Direita acima:* modelo com dependência do tracklength. *Abaixo:* modelo original implementado no código de reconstrução de eventos (equação 4-5).

e levando em consideração estes resultados, introduziu-se uma mudança no modelo de erro no sinal medido, para aprimorar ainda mais o processo de reconstrução de eventos.

Com estes antecedentes, é necessária uma comparação entre os eventos reconstruídos (parte geométrica e parâmetros da LDF) com a LDF LogXmax-Normal, atualmente implementada no código de reconstrução de eventos, e a LDF LogXmax- R_{cut} analisada neste trabalho com corte fiducial e novo modelo de erro para o sinal medido.

A figura 4.11 apresenta a comparação entre parâmetros da reconstrução geométrica e da LDF (LogXmax-Normal - LogXmax+corte fiducial). Assim, a diferença na direção de chegada entre as duas reconstruções (parte superior esquerda da figura) é de aproximadamente 0.1° , com este valor dentro das incertezas próprias da reconstrução angular (0.9° para eventos de alta multiplicidade [49]). Paralelamente, a diferença na posição do ponto de impacto (parte superior direita da figura) é de ~ 24 m, com este valor também

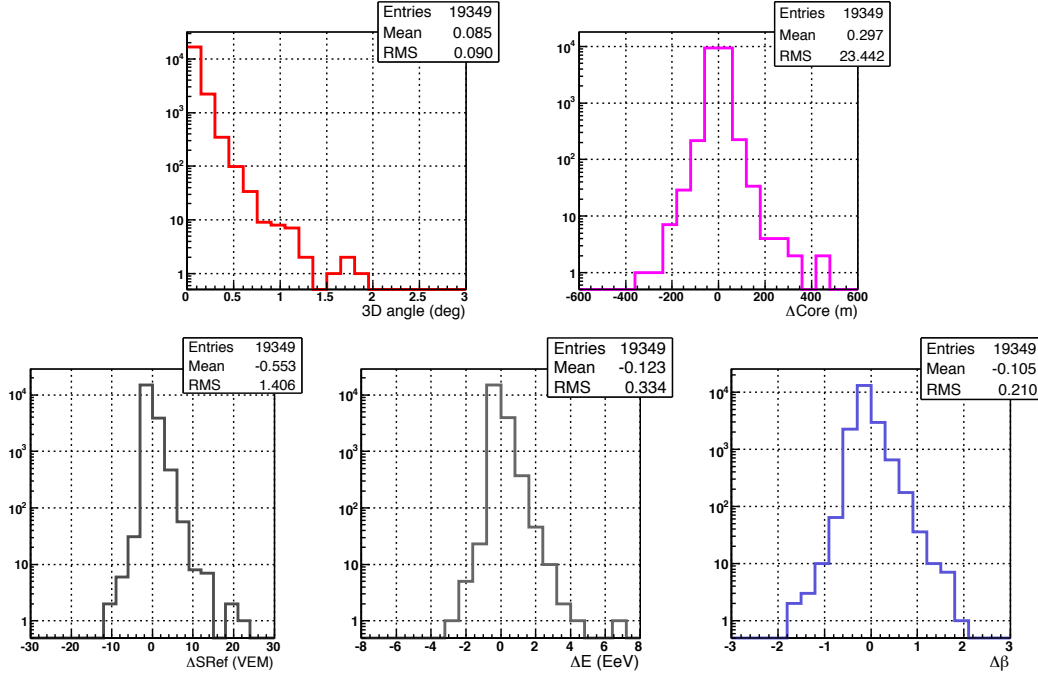


Figura 4.11: Comparação, para parâmetros da parte Geométrica e da LDF, entre a reconstrução Normal (atualmente implementada no código de reconstrução de eventos) e a LDF LogXmax com corte fiducial para eventos com $E \geq 3$ EeV.

dentro das incertezas próprias para este parâmetro dentro da reconstrução (~ 40 m). Por outro lado, as mudanças nos valores de S1000, energia e β também são pequenas. Entretanto, a assimetria dessas distribuições mostra um efeito sistemático entre as duas reconstruções, com valores menores para a reconstrução que tem influência do viés para flutuações positivas. Especificamente, o histograma do $\Delta\beta$ aponta que sem a remoção destas estações, a LDF utilizada na reconstrução fica mais plana longe do eixo do chuveiro.

4.5

Testes estatísticos adicionais de qualidade de ajuste

No código de reconstrução de eventos, os parâmetros do chuveiro e seus erros associados são estimados por meio de uma minimização da função:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\chi}^2 = & \underbrace{\sum_{\text{triggered}} \left(\frac{t_i - t(\{T_0, u, v, R\}; \mathbf{r}_i)}{\sigma_{t_i}} \right)^2}_{\chi_{\text{geom}}^2} + \underbrace{\sum_{\text{triggered}} \left(\frac{S_i - S(\{x_c, y_c, S1000, \beta\}; \mathbf{r}_i)}{\sigma_{S_i}} \right)^2}_{\chi_{\text{ldf}}^2} \\
 & + \sum_{\text{silent}} \frac{S(\{x_c, y_c, S1000, \beta\}; \mathbf{r}_i)}{S_{th}}, \quad (4-13)
 \end{aligned}$$

onde o primeiro termo, correspondente ao χ^2 da parte geométrica da reconstrução, relacionada com as medidas dos tempos de chegada das partículas aos detectores, é utilizado para determinar a direção de incidência do chuveiro (cossenos diretores) e o instante de impacto T_0 no solo. O termo da LDF é uma mistura de duas partes: da contribuição das estações disparadas (χ^2 genuíno) e das silenciosas, cuja forma vem de uma *probabilidade de silêncio* da forma $P_{\text{silent}} = e^{-S/S_{th}}$ (ver seção 3.2.3).

Dessa maneira, um teste adicional para quantificar a qualidade no ajuste é olhar a distribuição de probabilidades da minimização do χ^2 , tanto da parte geométrica quanto da LDF, após a reconstrução de eventos.

A função de densidade de probabilidade (pdf) para uma variável de χ^2 com k graus de liberdade é dada por:

$$P_k(x) = \frac{x^{k/2-1}e^{-x/2}}{\Gamma(k/2)2^{k/2}}, \quad (4-14)$$

e a função de distribuição de probabilidade cumulativa:

$$P_k(\chi^2) = \int_0^{\chi^2} \frac{x^{k/2-1}e^{-x/2}}{\Gamma(k/2)2^{k/2}} dx. \quad (4-15)$$

Aqui, no entanto, estamos interessados na probabilidade de que o χ^2 observado seja excedido por casualidade, ou seja, a distribuição cumulativa complementar:

$$\hat{P}_k(\chi^2) = \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{x^{k/2-1}e^{-x/2}}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} dx \quad (4-16)$$

Sabe-se que a pdf da probabilidade cumulativa para uma distribuição de χ^2 deve ser uniforme. Dessa maneira, se a probabilidade, seja da parte geométrica ou da LDF, apresenta uma distribuição uniformemente distribuída, o ajuste poderá ser considerado como razoável, caso contrário existe ainda a possibilidade de limitações no processo de reconstrução.

Assim, a figura 4.12 apresenta as distribuições de probabilidade de χ^2 tanto da parte geométrica quanto da LDF. Porém especificamente para esta última probabilidade (LDF), considerou-se só a contribuição correspondente às estações disparadas (χ^2 genuíno). Estas duas distribuições de probabilidade são relativamente bem distribuídas em quase todo o intervalo, mas possuem picos no zero, o que indica que a amostra total ainda contém alguns eventos com valores de χ^2 (geométrico e da LDF) maiores que o esperado para um número fixo de graus de liberdade. Dessa maneira, procurou-se alguma correlação entre estes dois picos, porém só uma pequena fração apresentou-se comum nos dois casos. Por outro lado, na região de maiores probabilidades ($P \simeq 1$), as duas distribuições apresentam aparentemente comportamentos complementares, existindo um excesso de eventos com probabilidade geométrica e uma

ausência no correspondente à distribuição de probabilidades para a LDF. Tal comportamento é consistente com a convergência para um mínimo local do χ^2 geométrico ($\sim 5\%$ dos eventos) que não é, entretanto, o mínimo global da equação 4-13. Porém, este comportamento precisa ser analisado com maior detalhe.

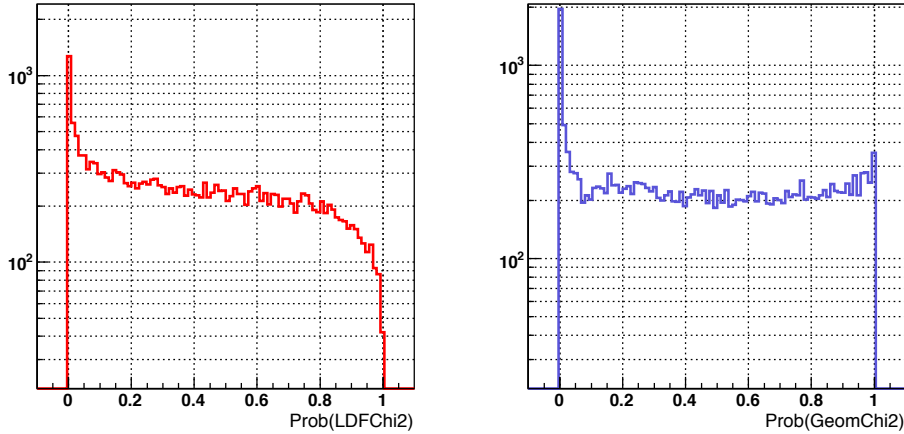


Figura 4.12: Distribuições de probabilidade dos χ^2 da parte geométrica (direita), e da LDF (esquerda) correspondente às estações disparadas.

Com estas considerações e para garantir uma subamostra de eventos bem reconstruídos, é necessário colocar um corte adicional no conjunto total. Assim, desconsiderou-se aqueles eventos com probabilidade geométrica e LDF menor a 0.01, resultado do qual obtém-se para a distribuição de probabilidades de χ^2 a figura 4.13. Dessa maneira, é possível ver que, após este corte, as probabilidades ficam melhor distribuídas, o que assegura em parte que os eventos nesta subamostra final sejam de melhor qualidade (esta subamostra corresponde ao conjunto *corte fiducial 2* da tabela 4.1).

Adicionalmente, apresenta-se nas figuras 4.14 e 4.15 o χ^2 reduzido (χ^2/N_{dof}^5) da LDF disparada e da parte geométrica, respectivamente. Evidência-se também por estas figuras que para eventos com probabilidades pequenas (≤ 0.01) a reconstrução ainda apresenta limitações.

⁵Número de graus de liberdade, sendo para a parte geométrica igual ao número de estações disparadas totais no evento menos 4 (parâmetros da reconstrução geométrica). E para a LDF disparada, o número de estações disparadas dentro do R_{cut} menos 4 (parâmetros da LDF).

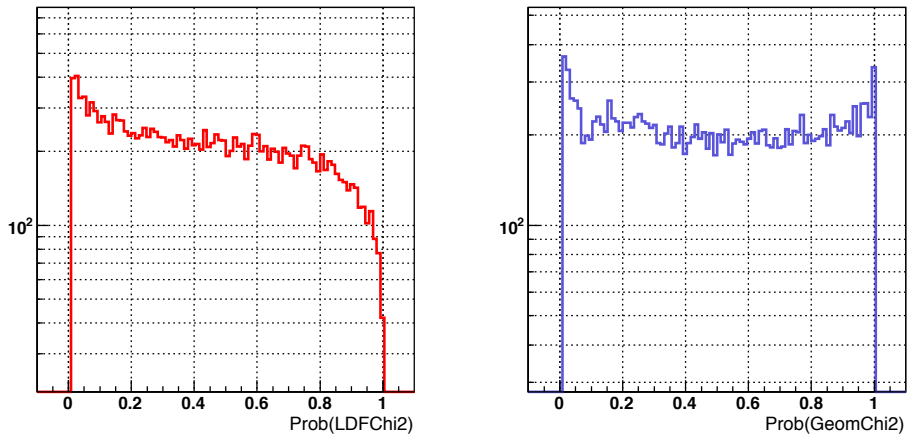


Figura 4.13: Distribuições de probabilidade com corte nas probabilidades do χ^2 menores a 0.01, tanto da parte geométrica, como da LDF correspondente às estações disparadas.

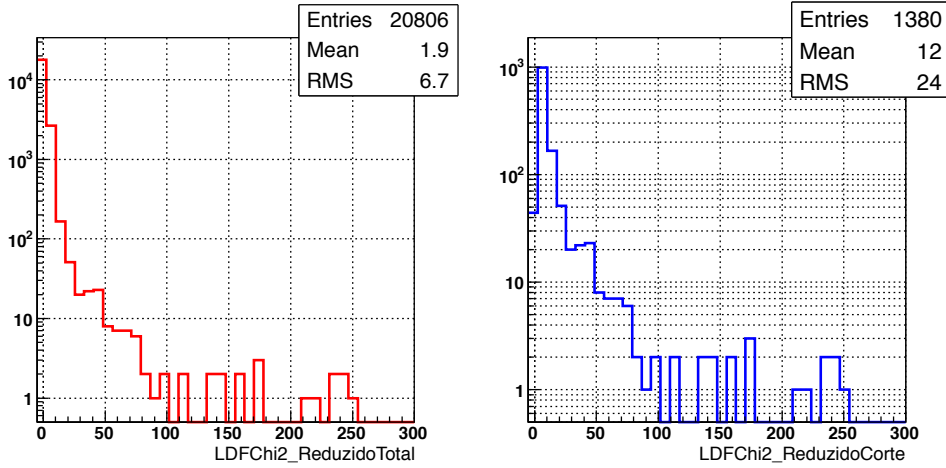


Figura 4.14: χ^2 reduzido da LDF das estações disparadas. *Esquerda:* amostra total de eventos. *Direita:* eventos com probabilidade de χ^2 muito pequena (menor a 0.01)

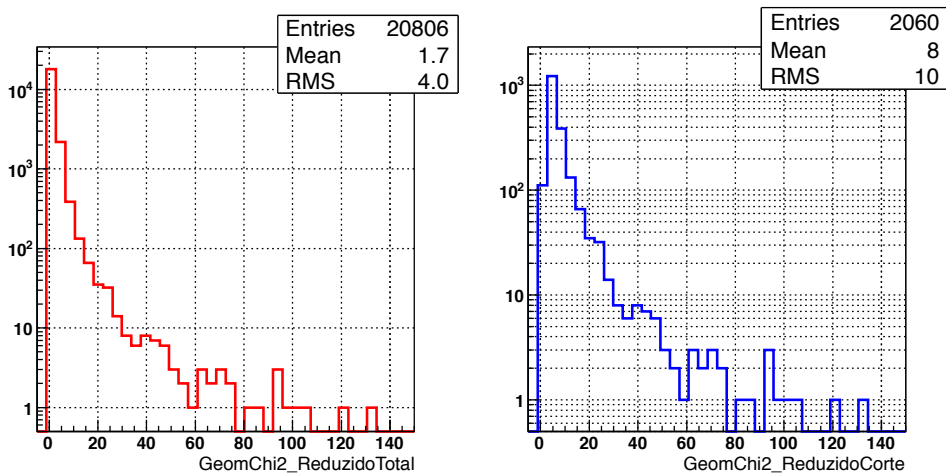


Figura 4.15: χ^2 reduzido da contribuição geométrica. *Esquerda:* amostra total de eventos. *Direita:* eventos com probabilidade de χ^2 muito pequena (menor a 0.01)