

7. Resultados

Os resultados aqui apresentados utilizam o modelo proposto na Seção 6.2, resolvido através do *software* de otimização AIMMS para os problemas com Datas prometidas. Já para o problema sem data prometida, será utilizado o *software* STORM 3.0. A origem dos dados encontra-se discutida no Apêndice A.

A implementação inicial no *software* AIMMS foi feita para apenas 3 trabalhos com o intuito de se avaliar o comportamento do modelo e seus resultados, haja vista que com esse pequeno número de trabalhos é possível verificar manualmente a coerência dos resultados. Em uma segunda etapa, implementou-se o modelo para 5 trabalhos, ainda para validar o modelo. Ao se extrapolar o número de trabalhos para 19, comprovou-se que, devido à complexidade do problema, o *software* não encontraria a solução ótima em tempo viável. Dessa forma, foi-se reduzindo o número de trabalhos até que o modelo convergiu para a solução ótima com 9 trabalhos em tempo relativamente curto.

Posteriormente, as datas prometidas não foram consideradas e foi desenvolvida uma metodologia a partir do PCV para se definir uma sequência cujo *makespan* seja minimizado.

Em resumo, os vários problemas avaliados, todos detalhados adiante, são os seguintes:

- i. problemas com 3, 5 e 9 trabalhos, com penalidades α_j e β_j específicas para cada trabalho e datas prometidas, d_i , distintas;
- ii. a partir do problema com 9 trabalhos, são criados dois problemas com 4 e 5 trabalhos, cada grupo com datas de prometidas especificadas;
- iii. problema com 19 trabalhos e datas prometidas definidas para cada um dos trabalhos. Esse ultrapassou a capacidade do AIMMS;
- iv. problema com 5 trabalhos e data prometida comum; e
- v. problema com 19 trabalhos sem data prometida.

7.1. Resultados para 3 Trabalhos

Como apresentado no Apêndice, foi feita a simulação de 10 peças, onde cada peça, com exceção da peça 3, possui 2 fases de usinagem, ou seja, há a necessidade de virar a peça para executar as outras operações. Dessa forma, de acordo com a peça e com a fase, define-se A_B como sendo a fase B da peça A.

Os parâmetros do tempo de processamento, t_j , penalidade por antecipação, α_j , penalidade por atraso, β_j , e data prometida, d_j , para 3 trabalhos estão apresentados na Tabela 4. No *software* AIMMS, os parâmetros para a peça_fase 1 são referentes ao trabalho 1. Para a peça_fase 1_2, considera-se o trabalho 2 e para a peça_fase 2_1, trata-se do trabalho 3. Sendo assim, $\alpha_3 = 40$ significa a penalidade por antecipação referente à peça_fase 2_1.

Tabela 4 – Parâmetros para 3 trabalhos

Peça_fase	Trabalho	Tempo de Processamento	Penalidade por Antecipação	Penalidade por Atraso	Data Prometida
-	0	0	0	0	0
1_1	1	4.25	50	10	600
1_2	2	26.25	50	10	600
2_1	3	17.816	40	40	150
-	4	0	0	0	0

Fonte: Autor

Tabela 5 – Tempo de Preparação de Máquina para 3 trabalhos

	1_1	1_2	2_1
1_1	0	36.90	36.90
1_2	36.90	0	42.90
2_1	47.22	53.22	0

Fonte: Autor

A Tabela 5 apresenta os tempos de preparação de máquina entre as tarefas i e j , S_{ij} , para os 3 trabalhos considerados.

A Figura 15 mostra o resumo para a resolução do problema com 3 trabalhos, aplicando-se o modelo (6.13)-(6.22). Vê-se que para esse caso específico, tem-se 35 restrições, 32 variáveis, das quais 20 inteiras. O tipo de modelo é de

Programação Inteira Mista (*Mixed Integer Programming – MIP*) e o *solver* utilizado é o CPLEX 12.2.

Progress Window	
READY	
AIMMS	: Sequenciamento da Produção.amb
Executing	: MainExecution
Line number	: 2 [body]
Math.Program	: FO
# Constraints	: 35
# Variables	: 32 (20 integer)
# Nonzeros	: 111
Model Type	: MIP
Direction	: minimize
SOLVER	: CPLEX 12.2
Phase	: Postsolving
Iterations	: 142
Nodes	: 41 (Left: 0)
Best LP Bound	: 411.5 (Gap: 0.00%)
Best Solution	: 411.5 (Post: 411.5)
Solving Time	: 0.03 sec (Peak Mem: 3.1 Mb)
Program Status	: Optimal
Solver Status	: Normal completion
Total Time	: 0.00 sec
Memory Used	: 50.4 Mb
Memory Free	: 1585.2 Mb

Figura 15 – Resumo para resolução do problema com 3 trabalhos

Fonte: Autor

Os resultados para esse problema estão resumidos na Figura 16. Observa-se que os tempos de início dos trabalhos, s_i , são $s_0 = 0$, $s_1 = 636,90$, $s_2 = 573,75$, $s_3 = 132,18$ e $s_4 = 641,15$. Ou seja, o trabalho fictício 0 começa no tempo 0, o primeiro trabalho da sequência é o trabalho 3, que começa em 132,18 minutos. O segundo trabalho da sequência é o trabalho 2, que começa em 573,75 minutos. O terceiro trabalho da sequência é o trabalho 1, que começa em 636,90 minutos e o outro trabalho fictício de número 4 representa o tempo de conclusão do último trabalho, C_4 , como definido na Seção 3.1, ou seja, todos os trabalhos estarão finalizados em 641,15 minutos. Além disso, observa-se que não há desvios por antecipação, ou seja, nenhum trabalho é finalizado antecipadamente e somente o trabalho número 1 apresenta um atraso em relação à sua data prometida, uma vez que $t_1 = 41,15$ minutos. Todos os outros trabalhos são finalizados justamente em sua data prometida, d_i .

Inicio_trabalho		e		t	
1	636.90	1		1	41.15
2	573.75	2		2	
3	132.18	3		3	
0		0		0	
4	641.15	4		4	

Funcao_Objetivo	411.50
-----------------	--------

Figura 16 – Resultados para 3 trabalhos

Fonte: Autor

Dessa forma, a função objetivo apresentada em (6.13) é

$$Z = T_1 \cdot \beta_1 = 41,15 \cdot 10 = 411,50 \quad (7.1)$$

O gráfico de Gantt com o sequenciamento ótimo para 3 trabalhos é apresentado na Figura 17, que inclui períodos ociosos.

7.2. Resultados para 5 Trabalhos

A Tabela 6 apresenta os parâmetros para 5 trabalhos, que são os 5 primeiros trabalhos da Tabela 12, do Apêndice A.

Tabela 6 – Parâmetros para 5 trabalhos

Peça_fase	Trabalho	Tempo de Processamento	Penalidade por Antecipação	Penalidade por Atraso	Data Prometida
-	0	0	0	0	0
1_1	1	4.25	50	10	600
1_2	2	26.25	50	10	600
2_1	3	17.82	40	40	150
2_2	4	10.77	40	40	150
3_1	5	5.12	20	30	250
-	0	0	0	0	0

Fonte: Autor

A Tabela 7 apresenta os tempos de preparação de máquina, S_{ij} , para os 5 trabalhos considerados.

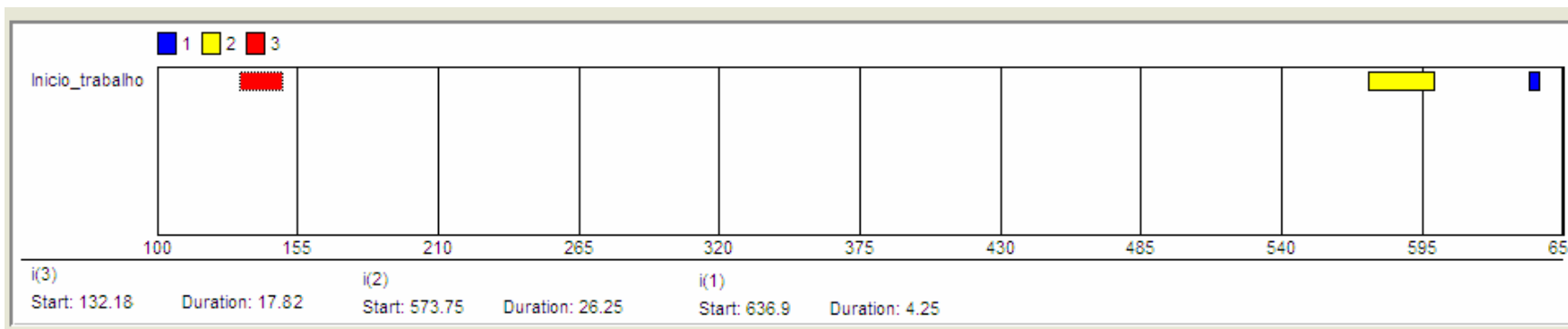


Figura 17 – Gráfico de Gantt para 3 trabalhos

Fonte: Autor

Tabela 7 – Tempo de Preparação de Máquina para 5 trabalhos

	1_1	1_2	2_1	2_2	3_1
1_1	0	36.90	36.90	42.90	35.90
1_2	36.90	0	42.90	36.90	41.90
2_1	47.22	53.22	0	47.22	40.22
2_2	35.16	29.16	29.16	0	28.16
3_1	43.64	49.64	37.64	43.64	0

Fonte: Autor

A Figura 18 mostra o resumo para a resolução do problema com 5 trabalhos. Para esse caso específico, tem-se 65 restrições, 60 variáveis, das quais 42 inteiras, e assim como para 3 trabalhos, o tipo de modelo é MIP e o *solver* utilizado é o CPLEX 12.2.

Os resultados para esse problema estão resumidos na Figura 19. Observa-se que os tempos de início dos trabalhos, s_i , são $s_0 = 0$, $s_1 = 636,90$, $s_2 = 573,75$, $s_3 = 132,18$, $s_4 = 92,25$, $s_5 = 244,88$ e $s_6 = 641,15$. Ou seja, o trabalho fictício 0 começa no tempo 0, o primeiro trabalho da sequência é o trabalho 4, que começa em 92,25 minutos. O segundo trabalho da sequência é o trabalho 3, que começa em 132,18 minutos. O terceiro trabalho da sequência é o trabalho 5, que começa em 244,88. O quarto trabalho da sequência é o trabalho 2, que começa em 573,75. O último trabalho da sequência é o trabalho 1, que começa em 636,90 minutos e o outro trabalho fictício de número 6, representa o tempo de conclusão do último trabalho, C_6 , ou seja, todos os trabalhos estarão finalizados em 641,15 minutos. Além disso, somente o trabalho 4 é concluído com antecipação, $e_4 = 46,98$ e o trabalho 1 é finalizado antecipadamente, $t_1 = 41,15$ minutos. Todos os outros trabalhos são finalizados exatamente em sua data prometida, d_i .

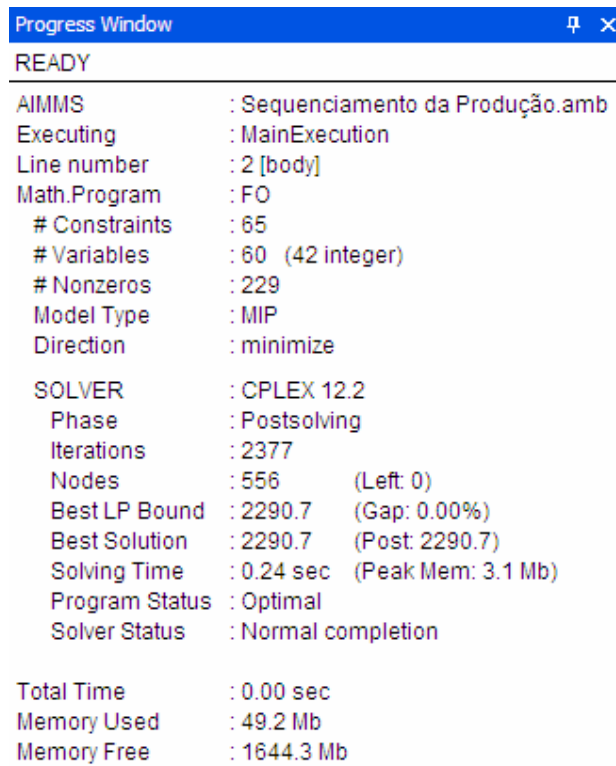


Figura 18 – Resumo para resolução do problema com 5 trabalhos

Fonte: Autor

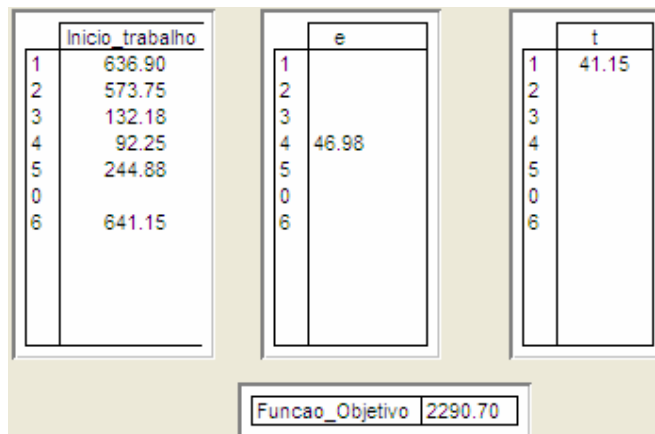


Figura 19 – Resultados para 5 trabalhos

Fonte: Autor

O gráfico de Gantt com o sequenciamento ótimo é apresentado na Figura 20 e a função objetivo para a otimização dos 5 trabalhos em pauta é

$$F(S) = 41,15 \cdot 10 + 46,98 \cdot 40 = 2290,70 \quad (7.2)$$

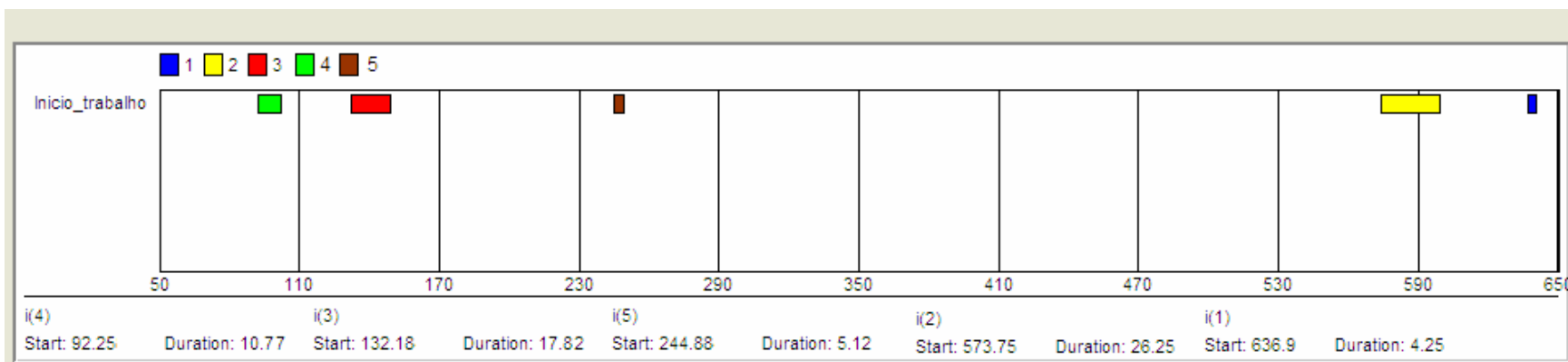


Figura 20 – Gráfico de Gantt para 5 trabalhos
 Fonte: Autor

7.3. Resultado para 9 Trabalhos

A Tabela 8 apresenta os parâmetros para 9 trabalhos, que são os 9 primeiros trabalhos da Tabela 12 do Apêndice A.

Tabela 8 – Parâmetros para 9 trabalhos

Peça_fase	Trabalho	Tempo de Processamento	Penalidade por Antecipação	Penalidade por Atraso	Data Prometida
-	0	0	0	0	0
1_1	1	4.25	50	10	600
1_2	2	26.25	50	10	600
2_1	3	17.82	40	40	150
2_2	4	10.77	40	40	150
3_1	5	5.12	20	30	250
4_1	6	13.67	30	50	100
4_2	7	15.43	30	50	100
5_1	8	1.15	20	10	600
5_2	9	8.73	20	10	600
-	10	0	0	0	0

Fonte: Autor

Tabela 9 – Tempo de Preparação de Máquina para 9 trabalhos

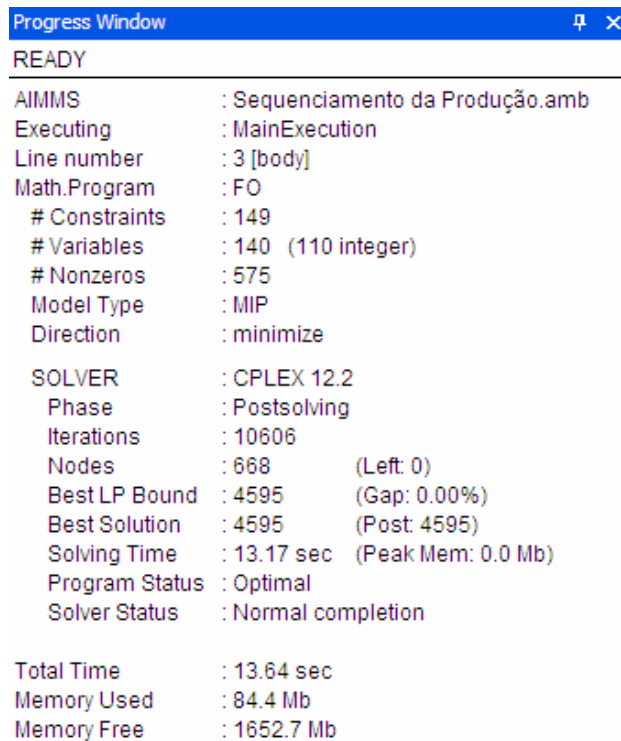
	1_1	1_2	2_1	2_2	3_1	4_1	4_2	5_1	5_2
1_1	0	36.90	36.90	42.90	35.90	33.90	27.90	29.90	41.90
1_2	36.90	0	42.90	36.90	41.90	27.90	33.90	35.90	35.90
2_1	47.22	53.22	0	47.22	40.22	38.22	32.22	46.22	46.22
2_2	35.16	29.16	29.16	0	28.16	14.16	20.16	34.16	22.16
3_1	43.64	49.64	37.64	43.64	0	34.64	28.64	26.64	26.64
4_1	28.74	22.74	22.74	16.74	21.74	0	13.74	27.74	15.74
4_2	30.48	36.48	24.48	30.48	23.48	21.48	0	29.48	29.48
5_1	24.74	30.74	30.74	36.74	13.74	27.74	21.74	0	19.74
5_2	39.32	33.32	33.32	27.32	16.32	18.32	24.32	30.32	0

Fonte: Autor

A Tabela 9 apresenta os tempos de preparação de máquina, S_{ij} , para os 9 trabalhos considerados.

A Figura 21 mostra o resumo para a resolução do problema com 9 trabalhos. Para esse caso específico, tem-se 149 restrições, 140 variáveis, das quais 110 inteiras, e assim como para 3 e 5 trabalhos, o tipo de modelo é MIP e o *solver*

utilizado é o CPLEX 12.2. Observa-se que o tempo de resolução (*solving time*) é de 13.17 segundos.



Progress Window	
READY	
AIMMS	: Sequenciamento da Produção.amb
Executing	: MainExecution
Line number	: 3 [body]
Math.Program	: FO
# Constraints	: 149
# Variables	: 140 (110 integer)
# Nonzeros	: 575
Model Type	: MIP
Direction	: minimize
SOLVER	: CPLEX 12.2
Phase	: Postsolving
Iterations	: 10606
Nodes	: 668 (Left: 0)
Best LP Bound	: 4595 (Gap: 0.00%)
Best Solution	: 4595 (Post: 4595)
Solving Time	: 13.17 sec (Peak Mem: 0.0 Mb)
Program Status	: Optimal
Solver Status	: Normal completion
Total Time	: 13.64 sec
Memory Used	: 84.4 Mb
Memory Free	: 1652.7 Mb

Figura 21 – Resumo para resolução do problema com 9 trabalhos

Fonte: Autor

Os resultados para esse problema estão resumidos na Figura 22. Observa-se que os tempos de início dos trabalhos, s_i , são $s_0 = 0$, $s_1 = 624,74$, $s_2 = 665,89$, $s_3 = 179,16$, $s_4 = 139,23$, $s_5 = 244,88$, $s_6 = 57,16$, $s_7 = 84,57$, $s_8 = 598,85$, $s_9 = 559,80$ e $s_{10} = 692,14$. Ou seja, o trabalho fictício 0 começa no tempo 0. O primeiro trabalho da sequência é o trabalho 6, que se inicia em 57,16 minutos. O segundo trabalho da sequência é o trabalho 7, que começa em 84,57 minutos. O terceiro trabalho da sequência é o trabalho 4, que começa em 139,23. O quarto trabalho da sequência é o trabalho 3, que começa em 179,16. O quinto trabalho da sequência é o trabalho 5, que começa em 244,88 minutos. O sexto trabalho da sequência é o trabalho 9, que começa em 559,80 minutos. O sétimo trabalho da sequência é o trabalho 8, que começa em 598,85 minutos. O oitavo trabalho da sequência é o trabalho 1, que começa em 624,74 minutos. O nono trabalho da sequência é o trabalho 2, que começa em 665,89 minutos e o outro trabalho fictício de número

10, representa o tempo de conclusão do último trabalho, C_{10} , ou seja, todos os trabalhos estarão finalizados em 692,14 minutos. Os trabalhos 6 e 9 são concluídos com antecipação de, respectivamente, 29,17 e 31,47 minutos e os trabalhos 1, 2 e 3 são finalizados com atraso de 28,99; 92,14 e 46,98 minutos. Além disso, percebe-se que os trabalhos 4, 5, 7 e 8 são terminados justamente na sua data prometida.

Inicio_trabalho	
1	624.74
2	665.89
3	179.16
4	139.23
5	244.88
6	57.16
7	84.57
8	598.85
9	559.80
0	
10	692.14

e	
1	
2	
3	
4	
5	
6	29.17
7	
8	
9	31.47
0	
10	

t	
1	28.99
2	92.14
3	46.98
4	
5	
6	
7	
8	
9	
0	
10	

Funcao_Objetivo	
	4595.00

Figura 22 – Resultados para 9 trabalhos

Fonte: Autor

O gráfico de Gantt com o sequenciamento ótimo é apresentado na Figura 23 e a função objetivo para a otimização dos 9 trabalhos é

$$F(S)=28,99 \cdot 10 + 92,14 \cdot 10 + 46,98 \cdot 40 + 29,17 \cdot 30 + 31,47 \cdot 20 = 4595 \quad (7.3)$$

7.4. Resultado para 4 e 5 Trabalhos

A partir dos dados para 9 trabalhos apresentados na seção 7.3, foram feitas duas análises para 4 e 5 trabalhos de acordo com as datas prometidas da Tabela 8. A partir dessa tabela, dividiu-se os trabalhos 1, 2, 8 e 9, com $d_i = 600$ e os trabalhos 3, 4, 5, 6 e 7 com suas respectivas datas prometidas. Os demais parâmetros, como os tempos de processamento, as penalidades e os tempos de *set up* também foram mantidos.

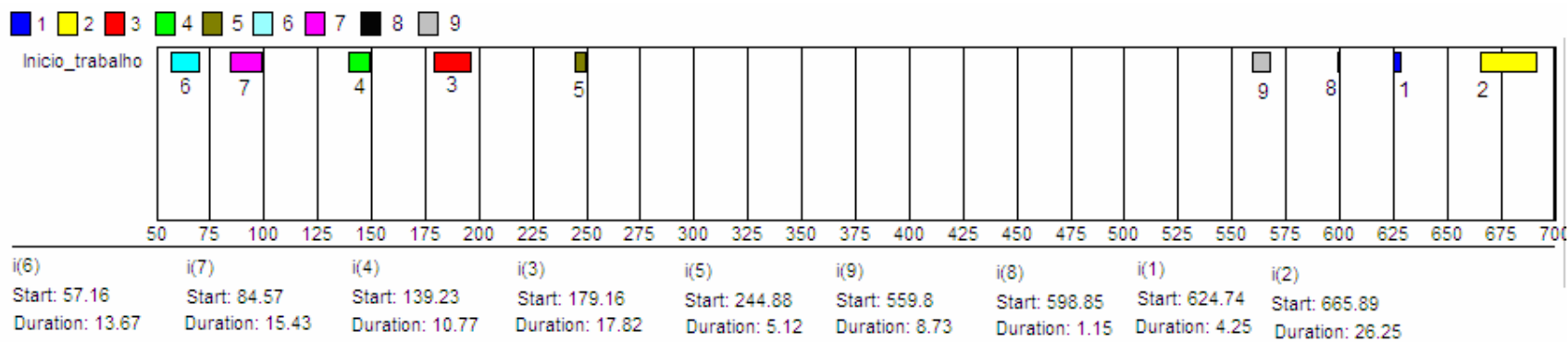


Figura 23 – Gráfico de Gantt para 9 trabalhos

Fonte: Autor

Observa-se na Figura 24², que para os trabalhos 1, 2, 8 e 9, os resultados dos desvios das datas prometidas são exatamente os mesmos em relação aos resultados encontrados para os 9 trabalhos na seção 7.3. Na Figura 25³, estão os resultados para os trabalhos 3, 4, 5, 6 e 7. Observa-se que os trabalhos 3 e 4 (que correspondem aos trabalhos 1 e 2 na Figura 25), possuem um desvio diferente individualmente, porém a soma do atraso e da antecipação desses trabalhos é de $38,23 + 8,75 = 46,98$. Esse valor é o mesmo do atraso total somente do trabalho 3 na seção 7.3. Isso ocorre devido às penalidades por antecipação e atraso serem as mesmas para ambos os trabalhos e essa variação não altera o valor da função objetivo.

Inicio_trabalho		e		t	
1	624.74	1		1	28.99
2	665.89	2		2	92.14
3	598.85	3		3	
4	559.80	4	31.47	4	
5	692.14	5		5	
0		0		0	

Funcao_Objetivo	1840.70
-----------------	---------

Figura 24 – Análise para 4 trabalhos a partir de 9

Fonte: Autor

Como última observação, a soma dos custos de antecipação e atraso para os trabalhos analisados separadamente é igual aos custos de antecipação e atraso dos trabalhos analisados simultaneamente, encontrado em (7.3): $1840,70 + 2754,30 = 4595$.

² Na Figura 24, os trabalhos 1, 2, 8 e 9 estão representados por 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

³ Figura 25, os trabalhos 3, 4, 5, 6 e 7 estão representados por 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente

Inicio_trabalho	
1	170.41
2	130.48
3	244.88
4	57.16
5	84.57
6	250.00
0	

e	
1	
2	8.75
3	
4	29.17
5	
6	
0	

t	
1	38.23
2	
3	
4	
5	
6	
0	

Funcao_Objetivo	
	2754.30

Figura 25 – Análise para 5 trabalhos a partir de 9
Fonte: Autor

As Figuras 26 e 27 apresentam os gráficos de Gantt para os 4 trabalhos e para os 5 trabalhos, respectivamente.

A partir dessa análise, será feito um desdobramento semelhante para 19 trabalhos, a fim de se buscar a sequência ótima.

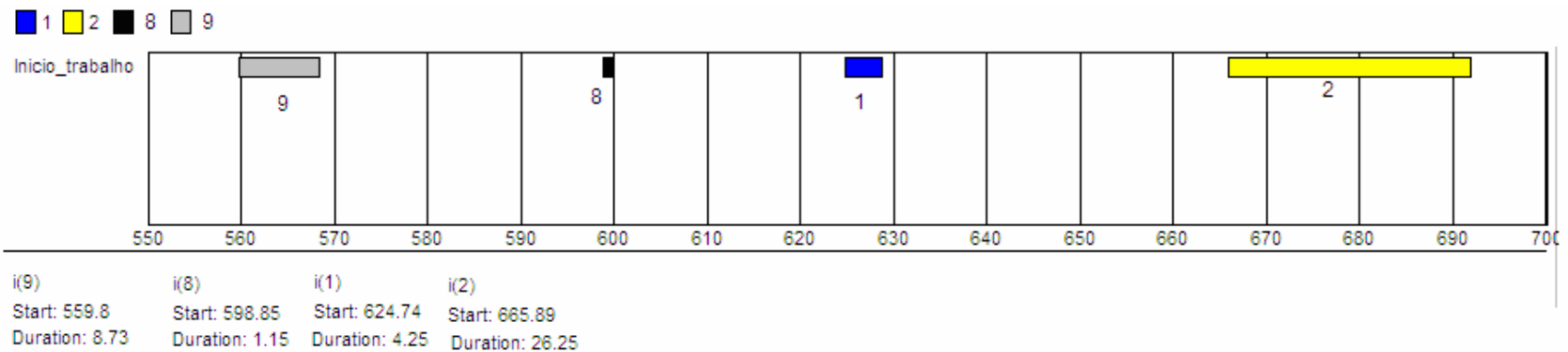


Figura 26 – Gráfico de Gantt para 4 trabalhos a partir de 9
 Fonte: Autor

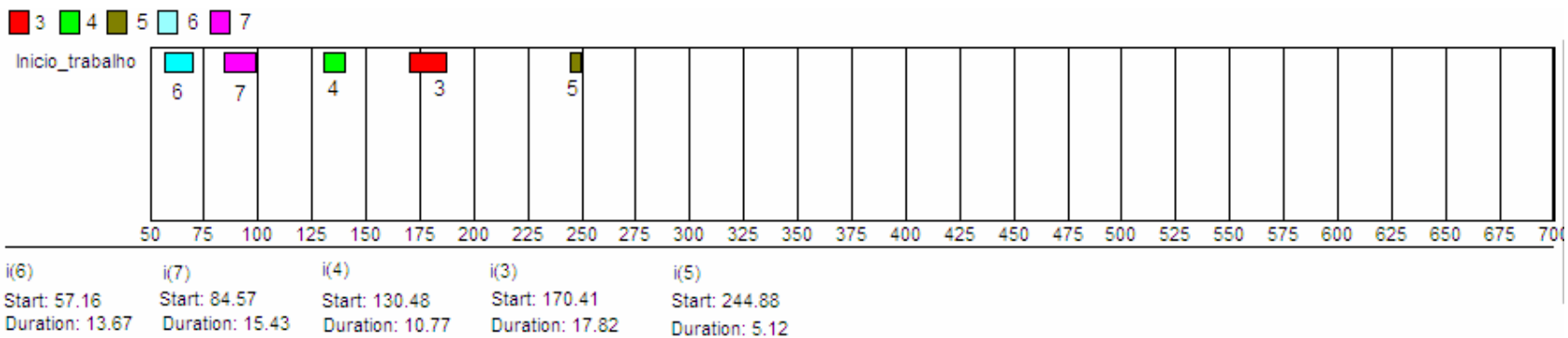


Figura 27 – Gráfico de Gantt para 5 trabalhos a partir de 9
 Fonte: Autor

7.5. Resultados para 19 Trabalhos

Devido à complexidade do problema, o *software* AIMMS não foi capaz de encontrar uma solução exata para 19 trabalhos com datas prometidas distintas. Observa-se na Figura 28 que este problema possui 480 variáveis, sendo 420 inteiras e 499 restrições.

Progress Window	
READY	
AIMMS	: Sequenciamento da Produção.amb
Executing	: MainExecution
Line number	: 3 [body]
Math.Program	: FO
# Constraints	: 499
# Variables	: 480 (420 integer)
# Nonzeros	: 2175
Model Type	: MIP
Direction	: minimize
SOLVER	: CPLEX 12.2
Phase	: Postsolving
Iterations	: 1402511
Nodes	: 88132 (Left: 67325)
Best LP Bound	: 0 (Gap: 100.00%)
Best Solution	: 33108.5 (Post: 33108.5)
Solving Time	: 21578.95 sec (Peak Mem: 58.5 Mb)
Program Status	: Integer solution
Solver Status	: User interrupt
Total Time	: 21579.69 sec
Memory Used	: 97.6 Mb
Memory Free	: 1899.7 Mb

Figura 28 - Resumo para resolução do problema com 19 trabalhos
Fonte: Autor

Dessa forma, como mencionado na seção 7.4., será feita uma divisão dos trabalhos de acordo com suas datas prometidas. Pela Tabela 16, observa-se que 8 trabalhos possuem a mesma data prometida ($d_i = 600$). Pela proximidade das datas prometidas de 9 trabalhos, agrupam-se os trabalhos cujas datas prometidas são de 100, 150 e 250. Por fim, analisam-se os dois trabalhos restantes com datas prometidas igual a 400.

A Figura 29 apresenta o gráfico de Gantt para 8 trabalhos com data prometida de 600. A Figura 30 apresenta os resultados para os inícios dos trabalhos e os respectivos desvios (antecipações e atrasos), bem como o valor da função objetivo.

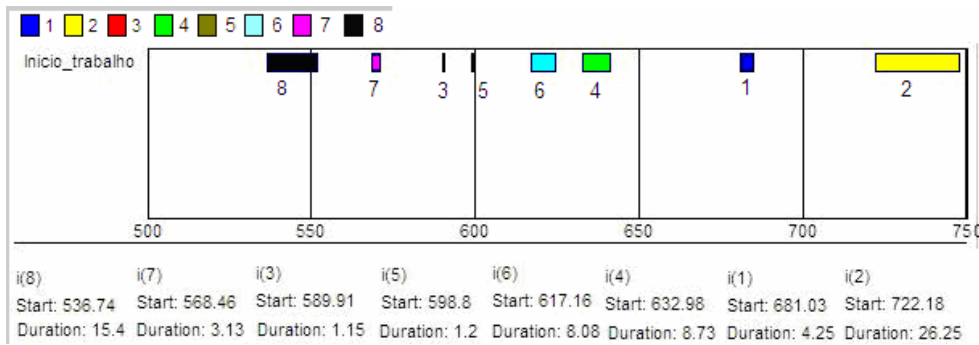


Figura 29 – Gráfico de Gantt para 8 trabalhos com $d_i = 600$

Fonte: Autor

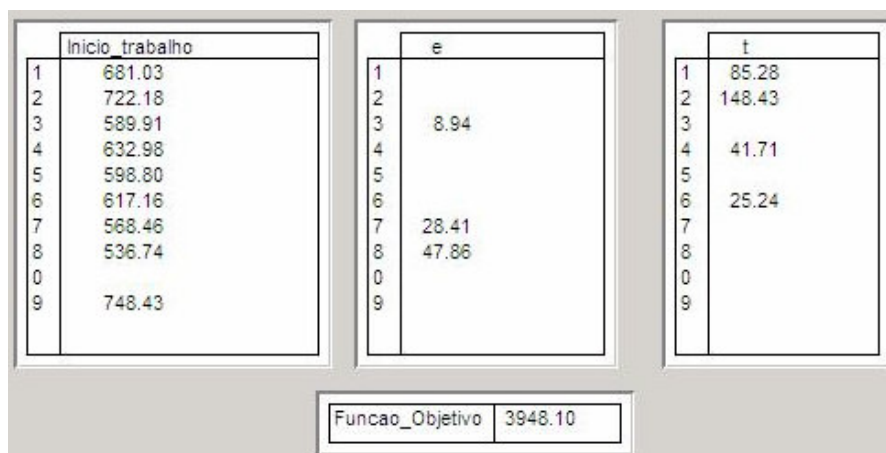


Figura 30 – Inícios e desvios para 8 trabalhos com $d_i = 600$

Fonte: Autor

Cabe lembrar que os trabalhos de 1 a 8 correspondem aos trabalhos 1, 2, 8, 9, 10, 11, 12 e 13 da Tabela 16.

A Figura 31 mostra o gráfico de Gantt para 9 trabalhos com as datas prometidas de 100, 150 e 250. Os trabalhos de 1 a 9 correspondem, respectivamente, aos trabalhos 3, 4, 5, 6, 7, 16, 17, 18 e 19 da Tabela 16.

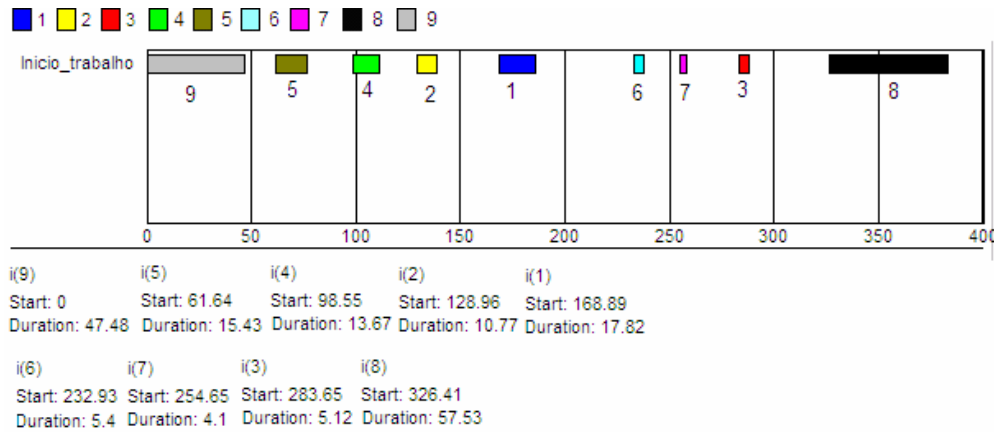


Figura 31 – Resultado para 9 trabalhos com $d_i = 100, 150, 250$
Fonte: Autor

A Figura 32 mostra os resultados para os inícios dos trabalhos e os respectivos desvios (antecipações e atrasos), bem como o valor da função objetivo para 9 trabalhos.

Nota-se que o tempo de conclusão máximo ocorrerá em 383,84 minutos, ao fim do trabalho 18. Sendo assim, para inserir os trabalhos 14 e 15, deve-se levar em consideração o tempo de *set up* do trabalho 18 para o trabalho 14 ou para o trabalho 15, dependendo da sequência que minimiza a função objetivo.

Início trabalho	
1	168.89
2	128.96
3	283.65
4	98.55
5	61.64
6	232.93
7	254.65
8	326.41
9	
0	
10	383.94

e	
1	
2	10.27
3	
4	
5	22.93
6	11.67
7	
8	
9	52.52
0	
10	

t	
1	36.71
2	
3	38.77
4	12.22
5	
6	
7	8.75
8	283.94
9	
0	
10	

Funcao_Objetivo	
	21018.20

Figura 32 – Resultados para 9 trabalhos
Fonte: Autor

Pela Tabela 12, o tempo de *set up* do trabalho 18 (10_1) para o trabalho 14 (8_1) e 15 (8_2) é o mesmo, com o valor de 21,9. O tempo de *set up* do trabalho 14 para o trabalho 15 é de 12,9 e o tempo de *set up* do trabalho 15 para o trabalho 14 é de 5,16. Os tempos de processamento dos trabalhos 14 e 15 são, respectivamente, 16,58 e 0,51.

Dessa forma, os valores que resultarão nos desvios mínimos para os trabalhos com $d_i = 400$, fases 8_1 (trabalho 14) e fase 8_2 (trabalho 15), serão formados a partir da sequência $15 \rightarrow 14$:

$$S_{18,15} + t_{15} = 21,9 + 0,51 = 22,41 \quad (7.4)$$

$$S_{18,15} + t_{15} + S_{15,14} + t_{14} = 21,9 + 0,51 + 5,16 + 16,58 = 44,15 \quad (7.5)$$

Como o tempo de conclusão do trabalho 18 é em 383,94, o tempo de conclusão do trabalho 15 será $383,94 + 22,41 = 406,35$ minutos, ou seja, o trabalho 15 será entregue com atraso de 6,35 minutos. Analogamente, o tempo de conclusão do trabalho 14 será $383,94 + 44,15 = 428,09$, isto é, o trabalho 14 será concluído com atraso de 28,09 minutos. Dessa forma, a parcela dos custos de atraso dos trabalhos cuja data prometida é de 400 é:

$$F(S) = 6,35 \cdot 20 + 28,09 \cdot 20 = 688,80 \quad (7.6)$$

Conclui-se que o menor valor para a soma dos desvios para 19 trabalhos é

$$F(S) = 3498,1 + 21018,2 + 688,80 = 25205,1 \quad (7.7)$$

A sequência ótima para esse valor da função objetivo é:

$19 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 16 \rightarrow 17 \rightarrow 5 \rightarrow 18 \rightarrow 15 \rightarrow 14 \rightarrow 13 \rightarrow 12 \rightarrow 8 \rightarrow 10$
 $\rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 1 \rightarrow 2$

Em termos da nomenclatura definida em A.1, tem-se que a sequência ótima acima é escrita na forma:

$10_2 \rightarrow 4_2 \rightarrow 4_1 \rightarrow 2_2 \rightarrow 2_1 \rightarrow 9_1 \rightarrow 9_2 \rightarrow 3_1 \rightarrow 10_1 \rightarrow 8_2 \rightarrow 8_1$
 $\rightarrow 7_2 \rightarrow 7_1 \rightarrow 5_1 \rightarrow 6_1 \rightarrow 6_2 \rightarrow 5_2 \rightarrow 1_1 \rightarrow 1_2$

Ou seja, a melhor sequência para processar as peças é:

Fase 2 da peça 10 \rightarrow Peça 4 \rightarrow Peça 2 \rightarrow Peça 9 \rightarrow Peça 3 \rightarrow Fase 1 da peça 10
 \rightarrow Peça 8 \rightarrow Peça 7 \rightarrow Fase 1 da peça 5 \rightarrow Fase 1 da peça 6 \rightarrow Fase 2 da peça 6
 \rightarrow Fase 2 da peça 5 \rightarrow Peça 1

Para comprovar o resultado acima, foi feita a análise dos 11 trabalhos agrupados (com datas prometidas de 100, 150, 250 e 400). Como se pode constatar na janela de resumo do *software* AIMMS, Figura 33, a função objetivo tem o valor de 21707 (*Best Solution*).

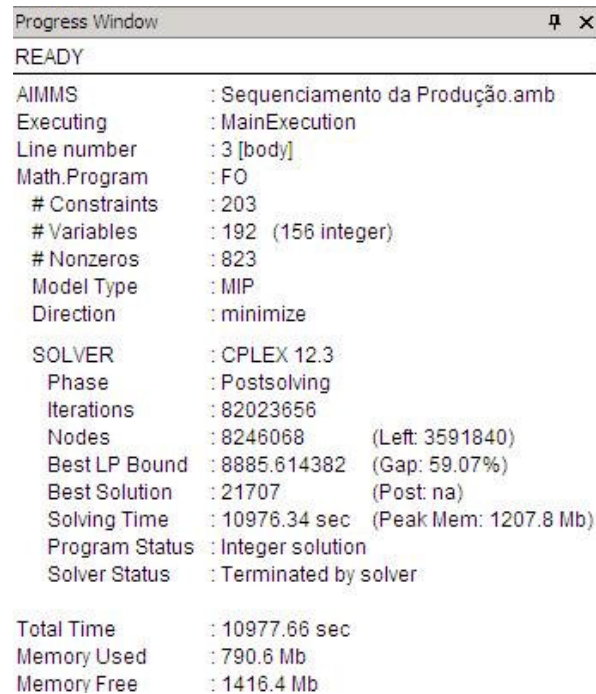


Figura 33 - Resumo para resolução do problema com 11 trabalhos
Fonte: Autor

A Figura 34 mostra os inícios dos trabalhos com seus respectivos desvios. Nota-se que todos os desvios dos trabalhos, menos os trabalhos 6 e 7 (que possuem data prometida igual a 400) são idênticos aos desvios para 9 trabalhos como apresentado na Figura 32. Além disso, comprova-se que os desvios dos trabalhos 6 e 7 (que corresponde aos trabalhos 14 e 15) são os mesmos que os desvios calculados acima. Além disso, a soma das funções objetivo para os 9 trabalhos analisados (com datas prometidas iguais a 100, 150 e 25) e os dois trabalhos com data prometida igual a 400 é igual a função objetivo para os 11 trabalhos analisados simultaneamente:

$$F(S) = 21018,2 + 688,8 = 21707 \quad (7.8)$$

Para ilustrar, a Figura 35 apresenta o gráfico de Gantt para os 11 trabalhos.

Inicio_trabalho		e		t	
1	168.89	1		1	36.71
2	128.96	2	10.27	2	
3	283.65	3		3	38.77
4	98.55	4		4	12.22
5	61.64	5	22.93	5	
6	411.51	6		6	28.09
7	405.84	7		7	6.35
8	232.93	8	11.67	8	
9	254.65	9		9	8.75
10	326.41	10		10	283.94
11		11	52.52	11	
0		0		0	
12	428.09	12		12	

Funcao_Objetivo	21707.00
-----------------	----------

Figura 34 – Resultados para 11 trabalhos
Fonte: Autor

7.6. Resultado para 5 Trabalhos com a Data Prometida Comum

Com o intuito de comprovar as propriedades I, II e III da seção 5.3, foi feita uma simulação com 5 trabalhos, nenhuma penalidade por antecipação ou atraso e uma data prometida comum para todos os trabalhos, conforme apresentado na Tabela 10.

Tabela 10 – Dados para 5 trabalhos e data prometida comum

Peça_fase	Trabalho	Tempo de Processamento	Penalidade por Antecipação	Penalidade por Atraso	Data Prometida
-	0	0	0	0	0
1_1	1	4.25	1	1	150
1_2	2	26.25	1	1	150
2_1	3	17.82	1	1	150
2_2	4	10.77	1	1	150
3_1	5	5.12	1	1	150
-	6	0	0	0	0

Fonte: Autor

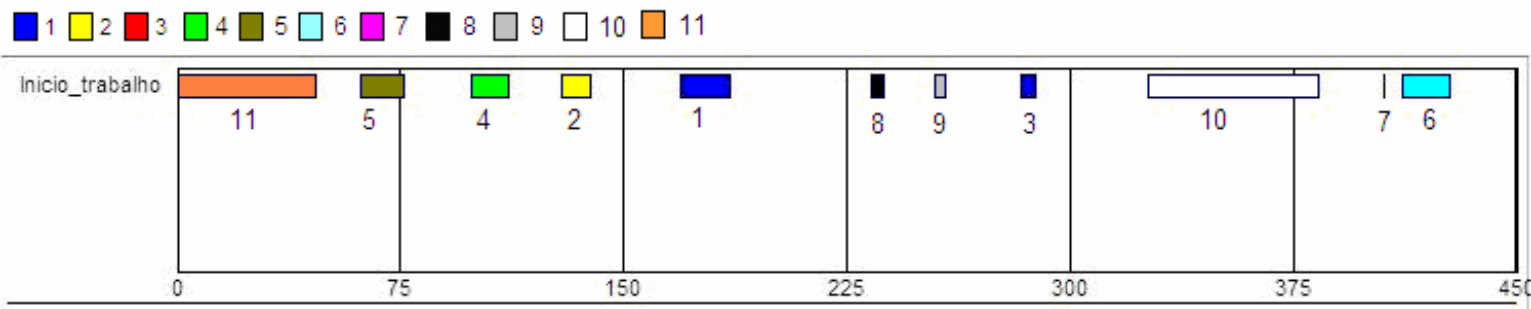


Figura 35 – Gráfico de Gantt para 11 trabalhos
 Fonte: Autor

Os resultados para essa simulação estão apresentados na Figura 36, onde tem-se os inícios dos trabalhos e as antecipações e atrasos de cada trabalho.

Comprova-se a propriedade I da seção 5.3 na Figura 37. O gráfico de Gantt para esse estudo de caso mostra que não há tempo ocioso entre os trabalhos.

Plotando-se o gráfico tempo de processamento (t_j) x data prometida (d_j), como mostrado na Figura 38, observa-se o perfil “V” mencionado na propriedade II, bem como o sequenciamento dos trabalhos em ordem não crescente de tempo de processamento para o tempo de conclusão menor ou igual que a data prometida ($C_j \leq d$) e o sequenciamento em ordem não decrescente de tempo de processamento para $C_j > d$.

Por fim, observa-se a propriedade III comprovada nas Figuras 36, 37 e 38, ou seja, pelo menos um trabalho (trabalho número 1) é concluído exatamente na data prometida ($d = 150$).

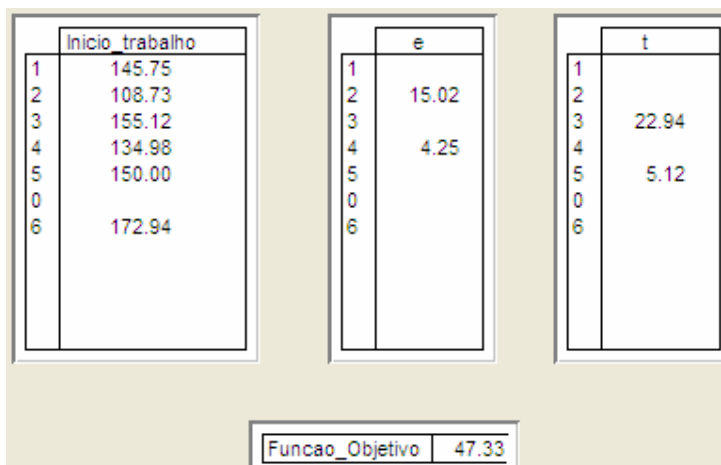


Figura 36 – Resultados para 5 trabalhos e data prometida comum
Fonte: Autor

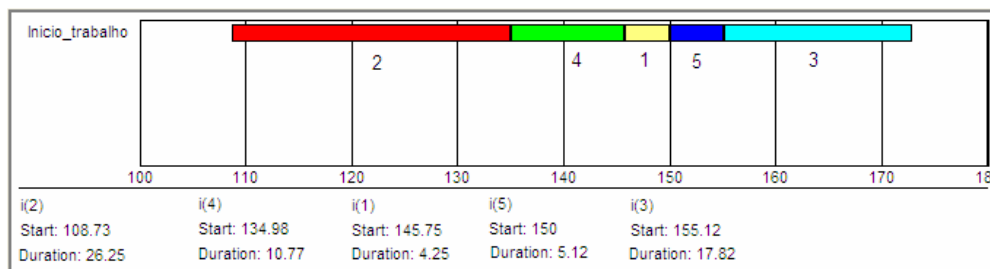


Figura 37 – Gráfico de Gantt para 5 trabalhos e $d_j = d$
Fonte: Autor

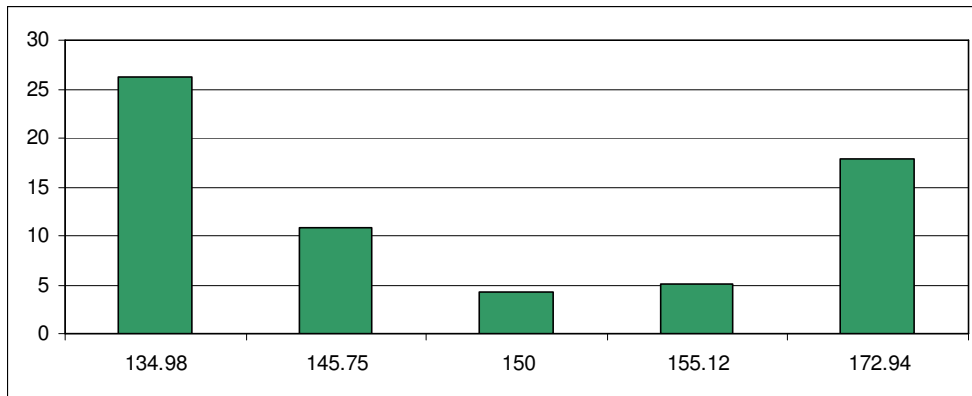


Figura 38 – Gráfico $(t_j) \times (d_j)$
Fonte: Autor

7.7. Resultado para 19 Trabalhos sem Data Prometida

O Problema do Caixeiro Viajante (TSP – *Travelling Salesman Problem*), apresentado na seção 4.1, é uma boa aproximação para a resolução de um problema do sequenciamento em uma única máquina sem data prometida, como o exemplo apresentado a seguir:

Sejam três trabalhos com a seguinte matriz de tempos de *set up*, S_{ij} e com os tempos de processamento, t_i :

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 12 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } t_i = [20 \quad 25 \quad 18]$$

Com esses valores, as combinações para os sequenciamentos dos três trabalhos são:

- a) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$, ou seja, $t_1 + S_{12} + t_2 + S_{23} + t_3 = 20 + 12 + 25 + 1 + 18 = 76$
- b) $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$: $20 + 5 + 18 + 3 + 25 = 71$
- c) $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$: 70
- d) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$: 68
- e) $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$: 79
- f) $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$: 68

Conclui-se que o menor *makespan* ocorrerá nos sequenciamentos d) e f) com o tempo de conclusão de 68.

Baseando-se no TSP, pode-se associar que a distância entre a cidade i e a cidade j é o tempo de *set up* entre o trabalho i e o trabalho j . Considerando que após o Caixeiro Viajante ir da cidade i para a cidade j , ele permanece na cidade j um certo tempo (que seria o tempo de processamento o trabalho j), tem-se a seguinte matriz de distâncias, d_{ij} , com os tempos de processamentos adicionados:

$$d_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} + t_2 & S_{13} + t_3 \\ S_{21} + t_1 & 0 & S_{23} + t_3 \\ S_{31} + t_1 & S_{32} + t_2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 37 & 23 \\ 22 & 0 & 19 \\ 24 & 28 & 0 \end{bmatrix}$$

A partir dessa matriz de distâncias, utiliza-se o *software* STORM 3.0 para calcular o melhor rota do TSP. A Figura 39 apresenta o resultado.

BEST TRAVELING SALESPERSON'S TOUR FOUND			
----- Arc -----			
From Node	To Node	Arc Length	
NODE 1	NODE 3	23.0000	
NODE 3	NODE 2	28.0000	
NODE 2	NODE 1	22.0000	
Length of tour =			73.0000

Figura 39 – Melhor rota para 3 trabalhos

Fonte: Autor

A Figura 39 mostra que a melhor rota é $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ e o percurso é de 73. No entanto, deve-se descontar o tempo de *set up* do último percurso, $2 \rightarrow 1$, já que não tem necessidade de preparar a máquina para fazer novamente o trabalho 1. Dessa forma, o *makespan* será $73 - S_{21} = 73 - 2 = 71$.

Observa-se que esse não é menor *makespan*, mas é uma boa aproximação em encontrar uma sequência próxima à ótima.

Aplicando essa metodologia para 19 trabalhos, tem-se o seguinte resultado apresentado pelo *software* STORM 3.0 na Figura 40.

BEST TRAVELING SALESPERSON'S TOUR FOUND			
----- Arc -----			
From Node	To Node	Arc Length	
NODE 1	NODE 8	31.0500	
NODE 8	NODE 10	8.9400	
NODE 10	NODE 12	8.2900	
NODE 12	NODE 16	15.7200	
NODE 16	NODE 5	21.4400	
NODE 5	NODE 9	35.3700	
NODE 9	NODE 11	18.4000	
NODE 11	NODE 17	17.8400	
NODE 17	NODE 13	28.3000	
NODE 13	NODE 2	53.5700	
NODE 2	NODE 4	47.6700	
NODE 4	NODE 6	27.8300	
NODE 6	NODE 18	80.2700	
NODE 18	NODE 19	78.3800	
NODE 19	NODE 7	29.5900	
NODE 7	NODE 3	42.3000	
NODE 3	NODE 14	48.8000	
NODE 14	NODE 15	13.4200	
NODE 15	NODE 1	24.4100	
----- Arc -----			
From Node	To Node	Arc Length	
Length of tour = 631.5900			

Figura 40 – Melhor rota para 19 trabalhos
Fonte: Autor

De acordo com a Figura 40, a sequência ideal dos trabalhos é:

1 → 8 → 10 → 12 → 16 → 5 → 9 → 11 → 17 → 13 → 2 → 4 → 6 → 18 → 19
→ 7 → 3 → 14 → 15 → 1

Essa sequência, escrita na forma definida no Apêndice, seção A.1, é:

1_1 → 5_1 → 6_1 → 7_1 → 9_1 → 3_1 → 5_2 → 6_2 → 9_2 → 7_2 → 1_2 →
2_2 → 4_1 → 10_1 → 10_2 → 4_2 → 2_1 → 8_1 → 8_2 → 1_1

Com isso, diminui-se do percurso total de 631,50, o tempo de *set up* de 8_2 para 1_1, que de acordo com a Tabela 14, esse valor é de 20,16:

$$Makespan = 631,50 - 20,16 = 611,40$$

Como foi dito, não se garante que essa sequência seja a ideal, porém estima-se que é uma boa aproximação da sequência ótima.

Uma ordenação natural a ser implementada é a sequência da peça 1 em primeiro lugar, seguida da peça 2, e assim sucessivamente, como apresentado abaixo:

$$1_1 \rightarrow 1_2 \rightarrow 2_1 \rightarrow 2_2 \rightarrow 3_1 \rightarrow 4_1 \rightarrow 4_2 \rightarrow 5_1 \rightarrow 5_2 \rightarrow 6_1 \rightarrow 6_2 \rightarrow 7_1 \rightarrow 7_2 \rightarrow 8_1 \rightarrow 8_2 \rightarrow 9_1 \rightarrow 9_2 \rightarrow 10_1 \rightarrow 10_2$$

Para esta sequência, o *makespan* também será de 742,43.

Para se ter uma idéia da qualidade do resultado, uma sequência aleatória, como a apresentada a seguir, tem o *makespan* = 723,43.

$$1_1 \rightarrow 1_2 \rightarrow 5_1 \rightarrow 5_2 \rightarrow 6_1 \rightarrow 6_2 \rightarrow 9_1 \rightarrow 9_2 \rightarrow 3_1 \rightarrow 4_1 \rightarrow 4_2 \rightarrow 10_1 \rightarrow 10_2 \rightarrow 2_1 \rightarrow 2_2 \rightarrow 7_1 \rightarrow 7_2 \rightarrow 8_1 \rightarrow 8_2$$