

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Marcelo Camarão Ganem

**Evolução e Modelagem da Estrutura a Termo de Juros
Brasileira**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Tara Keshar Nanda Baidya

Rio de Janeiro
Dezembro de 2011



Marcelo Camarão Ganem

Evolução e Modelagem da Estrutura a Termo de Juros Brasileira

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Tara Keshar Nanda Baidya

Orientador

Pontifícia Universidade Católica - PUC-Rio

Prof. Caio Ibsen Rodrigues de Almeida

Fundação Getúlio Vargas - FGV

Prof. Fernando Antonio de Lucena Aiube

Pontifícia Universidade Católica - PUC-Rio

Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Pontifícia Universidade Católica - PUC-Rio

Prof. Paulo Henrique Soto Costa

Pontifícia Universidade Católica - PUC-Rio

Prof. Luciano Vereda Oliveira

Universidade Federal Fluminense - UFF

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de dezembro de 2011

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

Marcelo Camarão Ganem

Graduou-se em Engenharia Civil pela PUC-Rio em 1998. Possui MBA em Finanças pela COPPEAD – UFRJ (2001), e obteve o título de Mestre em Matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA em 2003. Atuou em diversas instituições financeiras nas áreas de gestão de risco, *compliance*, produtos estruturados, estratégias quantitativas e gestão de carteiras (fundos multimercado e fundos de ações). Leciona nos cursos “Formação de profissionais em mercados derivativos” e “Gestão de risco” da BM&F/Bovespa desde 2002. Trabalha atualmente como gestor de carteiras proprietárias.

Ficha Catalográfica

Ganem, Marcelo Camarão

Evolução e modelagem da estrutura a termo de juros brasileira / Marcelo Camarão Ganem ; orientadora: Tara Keshar Nanda Baidya. – 2011.

126 f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2011.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Estrutura a termo de juros. 3. Prêmio de risco. 4. Assimetria. 5. Teoria da informação. I. Baidya, Tara Keshar Nanda. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

Aos meus pais.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Tara Keshar Nanda Baidya, pela oportunidade, e por toda a paciência & serenidade.

A Cláudia Teti, pela ajuda operacional do primeiro ao último dia.

Resumo

Ganem, Marcelo Camarão; Baidya, Tara Keshar Nanda (Orientador). **Evolução e Modelagem da Estrutura a Termo de Juros Brasileira**. Rio de Janeiro, 2011. 126p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A modelagem da estrutura a termo de juros tem atraído atenção crescente de pesquisadores e profissionais de mercado ao longo dos últimos anos, por seu papel central em Finanças como balizadora do custo de capital. A oferta de produtos atrelados à dinâmica de juros vem evoluindo continuamente, tanto em volumes negociados quanto em sofisticação das estruturas, sendo acompanhada por modelos cada vez mais complexos de análise e apreçamento. A alta dimensionalidade do objeto de estudo exige o uso de um ferramental matemático bastante desenvolvido e diferente do utilizado para a análise de outros ativos (ações, por exemplo). Como resultado, temos diversos modelos de curva, não necessariamente reconciliáveis sob um quadro teórico unificado, e alguns eventualmente distantes da prática de mercados específicos. No Brasil o problema de avaliação da ETTJ é ainda mais complexo, tanto pelo rápido amadurecimento do mercado de renda fixa nos últimos dez anos, quanto pela herança de sua evolução histórica, ainda presente nas funções de resposta dos agentes locais. Possivelmente, a maior distorção do ambiente econômico-financeiro brasileiro seja o nível extremamente alto das taxas de juros de curto prazo, apesar dos avanços estruturais recentes. A disparidade em relação às taxas praticadas em economias desenvolvidas - ou mesmo em comparação a mercados emergentes com níveis similares de risco soberano - cria uma série de disfunções que afetam virtualmente todos os segmentos da economia real. O objetivo desta Tese foi mapear (e utilizar para apreçamento de ativos e derivativos) algumas particularidades de comportamento da ETTJ brasileira, eventualmente não compartilhadas por curvas de outras economias, portanto usando uma abordagem relativamente segregada das principais correntes de pesquisa em modelagem de renda fixa. O trabalho está dividido em duas fases: a primeira exploratória, através da aplicação de técnicas de estatística multivariada, Teoria de Carteiras e instrumentos de avaliação de risco para traçar a evolução histórica da curva de juros brasileira e seus prêmios e preços de risco associados a fatores endógenos e exógenos. A segunda parte da pesquisa faz uso das evidências estatísticas levantadas, incorporando-as *a priori* em um modelo semiparamétrico de apreçamento de derivativos, combinando elementos básicos de Teoria da Informação. Sua aderência e representatividade foram testadas sobre uma ampla base de opções de futuros de DI, sendo comparadas aos resultados de um modelo tradicional de mercado (BGM). A Tese conclui que a dinâmica da ETTJ brasileira entre 2001 e 2010 deve incorporar no seu processo de modelagem uma perspectiva histórica de percepção de riscos, aproximando a relação entre abordagens clássicas de apreçamento e a prática corrente dos agentes locais.

Palavras-chave

Estrutura a termo de juros; Prêmio de risco; Assimetria; Teoria da Informação.

Abstract

Ganem, Marcelo Camarão; Baidya, Tara Keshar Nanda (Advisor). **Evolution and Modelling of the Brazilian Term Structure of Interest Rates**. Rio de Janeiro, 2011. 126p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Modeling the term-structure movements of interest rates is a task that has been attracting a crescent number of researchers and practitioners in quantitative finance, given its importance as the main driver for the economic cost of capital. The volume of traded interest rate sensitive assets and derivatives has grown significantly over the last few years, followed by increasingly complex models of pricing and analysis. The high dimensionality of the object of study requires the use of mathematical tools quite different from standard stock market models, resulting in several approaches that eventually lack a unified framework, flexible enough to capture the dynamics of some particular markets. In Brazil the yield curve analysis is even more complex, due to the fast increase of fixed income products over the last ten years, and the historical shifts in the monetary policy conduction. The risk premium in the Brazilian term-structure of interest rates is partially driven by some specific defensive behavior, following past monetary decisions. Until 2008, the Brazilian Central Bank has primarily dealt with domestic and external crises by raising the short term rate to restrain capital outflows, generating a well-known asymmetry in the market's response functions to risk aversion. Therefore, the traditional parameterization of risk based on mean and variance estimators fails to capture the market price of risk assigned to higher order moments of bond returns across several maturities. The main purpose of this thesis was to get a broad picture of the singularities of the Brazilian term-structure dynamics, and use it to propose alternative approaches to interest rate derivatives pricing – particularly, embodying the third and fourth (pseudo) moments of bond returns into the modeling cycle. The work is divided in two parts: the first exploratory, applying multivariate statistics, portfolio theory and risk management tools to trace the historical evolution of the Brazilian yield curve, and plot the timeline of risk premia and prices of risk linked to exogenous and endogenous factors. The second part of the research uses the statistical evidence gathered as input to a semi-parametric model for pricing derivatives, based on elements of Information Theory. The model was back-tested over an extensive database of local interest rate options, and compared to the results of a traditional market model (BGM). The thesis concludes that the dynamics of the Brazilian yield curve is in part driven by its historical heritage, and endogenous risk factors including moments of bond returns of third and fourth orders are relevant for the premia structure and evolution. Bringing these elements into a modeling process might partially bridge the gap between classical curve models and the local pricing practice.

Keywords

Term-structure of interest rates; Risk premia; Asymmetry; Information Theory.

Sumário

1	Introdução	12
1.1	O Contexto da Pesquisa	12
1.2	Organização da Pesquisa	144
2	Conceitos Iniciais	16
2.1	Definições Básicas	16
2.2	Formação da Curva de Juros	19
2.2.1	Hipótese das Expectativas (HE)	19
2.2.2	Hipótese do Prêmio de Liquidez (PL)	20
2.2.3	Hipótese da Segmentação de Mercado (SM)	20
2.3	Evolução das Taxas de Juros Brasileiras	21
3	Revisão Bibliográfica	24
3.1	Análise de Caudas e Operações de Imunização de Curva	24
3.2	Prêmios e Preços de Risco	25
3.3	Modelagem de Derivativos	25
4	Modelagem de Curva	27
4.1	Evolução da Taxa de Curto Prazo	27
4.2	A Metodologia de Heath, Jarrow e Morton	30
5	Análise de Caudas e Operações de Imunização de Curva	32
5.1	Análise da Dinâmica da ETTJ a partir da Teoria de Valores Extremos	32
5.1.1	Polinômios de Legendre	34
5.1.2	Teoria de Valores Extremos	35
5.1.3	Base de Dados	38
5.1.4	Resultados	38
5.2	Comparação de Modelos de VaR Aplicados a Operações de Imunização de Curva	41
5.2.1	Comparação de Modelos	43
5.2.2	Modelos de Valor em Risco	44
5.2.3	Análise de Componentes Principais	48
5.2.4	Operações de Imunização	49
5.2.5	Implementação	51
5.2.6	Resultados	54
5.3	Conclusões	63
6	Assimetria e Prêmio de Risco	64
6.1	Fatores de Risco Seleccionados	67
6.2	Condições de não Arbitragem	70
6.3	Avaliação Estatística	75
6.4	Base de Dados	76
6.5	Regressão	79
6.6	Conclusões	87

7	Apreçamento de Derivativos	90
7.1	Definições Básicas	91
7.2	Modelo BGM (Brace, Gatarek & Musiela)	93
7.3	Apreçamento por Maximização de Entropia	96
7.3.1	Entropia de Shannon	97
7.3.2	Descrição do Processo	98
7.4	Resultados dos Modelos	103
7.5	Conclusões	108
8	Conclusões e Frentes de Pesquisa	110
9	Referências bibliográficas	113
10	Apêndice I – Especificação da Regressão (Capítulo 6)	121
11	Apêndice II – Algoritmo de Maximização de Entropia	125

Lista de figuras

Figura 1 – Estrutura a termo de juros brasileira em 30/12/2010	19
Figura 2 – Evolução da taxa Selic efetiva, em % a.a.	21
Figura 3 – Evolução das reservas cambiais brasileiras em R\$ bilhões	23
Figura 4 - Cauda inferior e superior estimadas da distribuição dos retornos absolutos diários de L_0	39
Figura 5 - Cauda inferior e superior estimadas da distribuição dos retornos absolutos diários de L_1	40
Figura 6 - Cauda inferior e superior estimadas da distribuição dos retornos absolutos diários de L_2	40
Figura 7 - Cauda inferior e superior estimadas da distribuição dos retornos absolutos diários de L_3	40
Figura 8 – Autovetores mais significativos da ACP	53
Figura 9 – Evolução da curva à vista	86
Figura 10 – Evolução do prêmio de risco	87
Figura 11 – Evolução da volatilidade de taxas	89
Figura 12 – Evolução da assimetria padronizada	89

Lista de tabelas

Tabela 1 – Resultados da TVE	39
Tabela 2 – Quantidades de <i>hedging</i> – Legendre	52
Tabela 3 – Quantidades de <i>hedging</i> - ACP	52
Tabela 4 – Estatística de Violações – Modelo não Condicional	56
Tabela 5 - Estatística de Violações – Modelo <i>EWMA</i>	57
Tabela 6 - Estatística de Violações – Modelo Garch	58
Tabela 7 - Estatística de Violações – Modelo Histórico	59
Tabela 8 - Estatística de Violações – TVE	60
Tabela 9 – Magnitude de Perdas Esperadas - <i>VaR</i> Histórico e TVE	62
Tabela 10 – Teste de raiz unitária – prêmio de risco	80
Tabela 11 – Validações estatísticas do modelo histórico	82
Tabela 12 – Resultados da regressão	84
Tabela 13 – Multiplicadores dos estimadores de risco	101
Tabela 14 – Estatística consolidada global	104
Tabela 15 - Estatística consolidada – Tipo I	104
Tabela 16 – Estatística consolidada – Tipo II	104
Tabela 17 – Estatística consolidada – Tipo III	105
Tabela 18 - Estatística consolidada; <i>money</i> ness entre 99% e 101%	105
Tabela 19 – Tipo I; Prazo 6; <i>money</i> ness entre 90% e 95%	105
Tabela 20 – Tipo I; Prazo 6; <i>money</i> ness entre 115% e 125%	106
Tabela 21 – Tipo II; Prazo 6; <i>money</i> ness entre 90% e 95%	106
Tabela 22 – Tipo II; Prazo 6; <i>money</i> ness entre 115% e 125%	106
Tabela 23 – Tipo II; Prazo 24; <i>money</i> ness entre 90% e 95%	106
Tabela 24 – Tipo II; Prazo 24; <i>money</i> ness entre 115% e 125%	107
Tabela 25 – Estatística consolidada – 2009; <i>money</i> ness entre 115% e 125%	107
Tabela 26 – Estatística consolidada – 2010; <i>money</i> ness entre 90% e 95%	107
Tabela 27 - Estatística consolidada – 2010; <i>money</i> ness entre 115% e 125%	108