ALEXANDRE GASTELITURRE PERLINGEIRO

UM PANOMARAMA GERAL SOBRE UM
GERENCIAMENTO ATIVO DE CARTEIRAS DE SUCESSO

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia Industrial da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC/RJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Carlos Patrício Samanez

**Departamento de Engenharia Industrial
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC/RJ**

Rio de Janeiro, 26 de Abril de 2001

A minha família, em especial a minha avó Violeta
que me apoiou para realização deste trabalho

MEUS AGRADECIMENTOS

- A minha avó Violeta Buarque Perlingeiro pelo carinho e confiança.
- Aos meus Pais, Hugo Buarque Perlingeiro e Noemi Gastelitture Perlingeiro pelo carinho e incentivo.
- Ao professor Carlos Patrício, orientador da dissertação, pelo apoio e orientação para realização deste trabalho.
- Aos Professores Tara K.N. Baidya e José Paulo Teixeira por ter cursado as disciplinas oferecidas por eles que foram importantes na minha formação acadêmica.
- A consultoria BARRA através do fornecimento dos dados e dos *softwares* indispensáveis para realização do trabalho.
- Ao amigo Guilherme Legey pelas sugestões e companheirismo.
- Aos meus amigos André Strauch, Rafael Cruz, Frederico Sarmento e Gustavo Harcktbart e Jaéder Moraes por terem me apoiado durante o período do curso.
- Aos Funcionários da PUC/RJ.
- A CAPES pela ajuda financeira recebida durante o curso.

RESUMO

Esta dissertação mostra o processo de um gerenciamento ativo de carteiras de sucesso. Basicamente, existem duas etapas neste processo: achar uma informação superior (melhor do que a de consenso de mercado, alto valor de IR e valor positivo de IC) e implementa-la de forma eficiente em carteiras.

Durante o período de 1997 á 2000, o *momentum* foi verificado como uma informação superior. Historicamente, as ações que tem a característica *momentum* são ações que superaram o mercado nos últimos 12 meses e continuam a manter esta performance nos próximos meses. Depois, utilizando a análise de informação foi possível verificar que esta informação superior adicionava valor ao processo de investimento.

Após identificar a informação superior, uma fórmula básica de previsão desenvolvida por Grinold (1994) foi sugerida para transformar a informação bruta em previsão de retorno. Os parâmetros desta formula são ajustados para uma escala correspondente à informação contida na previsão bruta.

Finalmente, com a previsão de retorno três técnicas de construção de carteiras (estratificação, janelas e programação quadrática) foram utilizadas. Depois, para cada técnica de construção a performance foi medida nos períodos a fim de identificar qual dos métodos foi mais consistente ao longo do tempo.

ABSTRACT

This dissertation shows the process of successful active portfolio management. Basically, it has two key elements: finding superior information (better than consensus, high information ratio and positive information coefficient) and efficiently building portfolios based on that information.

During the period from 1997 to 2000, the *momentum* was the superior information. Historically, *momentum* represents stocks outperforming the market over 12 months and have continue their performance into the next several months. Then using information analysis, it was possible to verify that this superior information add value to the investment process.

After identifying the superior information, a basic forecast formula developed by Grinold (1994) was suggest to transform raw information into refined forecast. The outputs of this formula are in the form and units of exceptional return adjusted for the information content of the raw forecast.

Finally, with the refined information three techniques for portfolio construction (stratification, screen and quadratic programming) were applied based on this information. Next, for each technique the portfolio performance was track over the period in order to find a consistent technique over time.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	IV
LISTA DE TABELAS	VII
LISTA DE FIGURAS E GRÁFICOS	VIII
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I	4
TEORIA MODERNA DE CARTEIRAS, CAPM E APT	4
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	4
1.2 TEORIA DE CARTEIRAS	4
1.2.1 Retorno sistemático e diversificação	4
1.2.2 Risco sistemático e risco não sistemático	5
1.2.3 Diversificação:.....	6
1.2.4 Generalização para n ativos	6
1.2.5 Portfólios dominantes de Markowitz.....	8
1.2.6 A linha de mercado de capitais	11
1.3 CAPM (CAPITAL ASSET PRICING MODEL).....	13
1.3.1 Suposições do CAPM.....	14
1.3.2 Base Teórica do CAPM.....	15
1.4 APT (ARBITRAGE PRICING THEORY).....	18
1.4.1 Base Teórica.....	19
1.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	20
CAPÍTULO II	21
MODELO MULTIFATORIAL DA BARRA.....	21
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	21
2.2 ESTRUTURA DE UM MODELO MULTIFATORIAL	21
2.3 TIPOS DE MODELOS DE MULTIFATORES.....	23
2.4 O MODELO DE MULTIFATORES FUNDAMENTALISTA DA BARRA	24
2.4.1 Estrutura Básica.....	25
2.4.1 Decomposição do Risco.....	29
2.4.2 Decomposição do Risco ativo	30
2.5. O PROCESSO DE ESTIMAÇÃO DO MODELO MULTIFATORIAL DA BARRA	32
2.5.1 Aquisição e Limpeza dos dados.....	33
2.5.2 Seleção dos Descritores.....	34
2.5.3 Normalização dos Descritores.....	35
2.5.4 Formulação dos Índices de Risco.....	36
2.5.5 Regressão Temporal.....	37
2.5.6 Índices de Risco.....	38
2.5.7 Industrias.....	43
2.5.8 Estimação dos Retornos dos Fatores	45

2.5.9 Cálculo da Matriz de Covariância	46
2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
CAPÍTULO III	49
FUNDAMENTOS DO GERENCIAMENTO ATIVO	49
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	49
3.2 <i>BENCHMARK</i>	50
3.3 COMPONENTES DO RETORNO ESPERADO	51
3.4 GERENCIAMENTO BASEADO NO RISCO E RETORNO TOTAL X RISCO E RETORNO ATIVO	54
3.5 ABORDAGEM TRADICIONAL DE RISCO E RETORNO TOTAL	56
3.5.1 <i>Determinação do Valor de I_T</i>	57
3.6 GERENCIAMENTO BASEADO EM “VALOR ADICIONADO”	59
3.7 O ÍNDICE INFORMATIO RATIO (IR)	60
3.8 DEFINIÇÃO DE <i>ALPHA</i>	62
3.9 O VALOR AGREGADO E O IR(INFORMATIO RATIO)	63
3.10 A LEI FUNDAMENTAL DO GERENCIAMENTO ATIVO	64
CAPÍTULO IV	67
METODOLOGIA UTILIZADA	67
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	67
4.2 DADOS UTILIZADOS	68
4.3 CONSTRUÇÃO DOS <i>ALPHAS</i>	69
4.4 ESTRATÉGIAS DE INVESTIMENTOS	71
4.5 ANÁLISE DE INFORMAÇÃO	77
4.6 AS EXPOSIÇÕES DAS AÇÕES AOS FATORES DO MODELO BARRA	82
4.7 TÉCNICAS DE CONSTRUÇÃO DE CARTEIRAS	84
4.7.1 <i>Metodologia de Janelas (Screen)</i>	84
4.7.2 <i>Metodologia de Estratificação (Estratification)</i>	85
4.7.3 <i>Metodologia de Programação Quadrática</i>	86
4.8 <i>Considerações Finais</i>	88
CAPÍTULO V	89
ANÁLISE DOS RESULTADOS	89
5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	89
5.2 METODOLOGIA DE JANELAS (SCREEN)	90
5.3 METODOLOGIA DE ESTRATIFICAÇÃO (STRATIFICATION)	91
5.5. PERFORMANCE DAS METODOLOGIAS DE CONSTRUÇÃO DE CARTEIRAS	94
5.5.1 <i>Performance Medida Através da Rentabilidade Acumulada</i>	94
5.5.2 <i>Performance Medida Através do IR(Informatio Ratio)</i>	97
CAPÍTULO VI	108
CONCLUSÃO	108
ANEXO I	112

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO <i>ALPHA</i>	112
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - CLASSIFICAÇÃO E PERFIL DAS INDUSTRIAS DO MODELO DA BARRA	44
TABELA 4.1 – ESTATÍSTICAS DOS RETORNOS DOS FATORES DOS “ÍNDICES DE RISCO”	72
TABELA 4.2 – TABELA DA CORRELAÇÃO ENTRE OS RETORNOS DE UNIVERSO DE 150 AÇÕES	74
TABELA 4.3 – TABELA DA SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA ENTRE OS RETORNOS DE UM UNIVERSO DE 150 AÇÕES.....	76
TABELA 4.4 – ESTATÍSTICAS DOS QUINTIS DO UNIVERSO DE 150 AÇÕES.....	81
TABELA 4.5 - TABELA COM O CÁLCULO DO IR DOS QUINTIS DO UNIVERSO DE 150 AÇÕES	82
TABELA 5.1 – RESUMO DOS RISCOS ATIVOS DAS CARTEIRAS	93
TABELA 5.2 – RETORNO ACUMULADO DAS CARTEIRAS NO ANO DE 1997.	95
TABELA 5.3 – RETORNO ACUMULADO DAS CARTEIRAS NO ANO DE 1998	95
TABELA 5.4 – RETORNO ACUMULADO DAS CARTEIRAS NO ANO DE 1999	96
TABELA 5.5 – RESUMO DOS VALORES DE IR ENCONTRADOS A PARTIR DA EQUAÇÃO 3.19	98
TABELA 5.6 – COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS DO MÉTODO JANELAS (ANO 1997)	100
TABELA 5.7 – DECOMPOSIÇÃO DE RISCO ATIVOS DAS CARTEIRAS DO MODELO BARRA.....	104

LISTA DE FIGURAS E GRÁFICOS

FIGURA 1.1- EFEITO DA DIVERSIFICAÇÃO EM UMA CARTEIRA COM N ATIVOS	7
FIGURA 1.2 - FRONTEIRA EFICIENTE RESULTANTE DA COMBINAÇÃO DE VÁRIOS ATIVOS	9
FIGURA 1.3 - LINHA DE MERCADO DE CAPITAIS (LMC)	12
FIGURA 1.4 - LINHA DE MERCADO DE TÍTULOS (LMT).....	17
FIGURA 2.1- DECOMPOSIÇÃO DA PARCELA DE EXCESSO DE RISCO TOTAL EM RISCO DO <i>BENCHMARK</i> E RISCO ATIVO	32
FIGURA 3.1 – RELAÇÃO RISCO X RETORNO PARA UMA PREVISÃO CONSENSUAL ENTRE OS INVESTIDORES.....	54
FIGURA 3.2 – RELAÇÃO RISCO X RETORNO DE UMA PREVISÃO DIFERENTE DO CONSENSO ENTRE OS INVESTIDORES.....	55
FIGURA 4.1 – NORMALIZAÇÃO DOS ÍNDICES DE RISCO DO MODELO MULTIFATORIAL DA BARRA	83
FIGURA 5.1- FRONTEIRA EFICIENTE DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO QUADRÁTICA.....	92
GRÁFICO 4.1- RENTABILIDADE ACUMULADA DOS QUINTIS X IBOVESPA - MARÇO 97 ATÉ DEZEMBRO 2000.....	80
GRÁFICO 5.1 – EXPOSIÇÃO DO ÍNDICE DE RISCO TAMANHO DOS MÉTODOS JANELAS I E JANELAS II	102
GRÁFICO 5.2 – EXPOSIÇÃO DO ÍNDICE DE RISCO <i>MOMENTUM</i> DOS MÉTODOS JANELAS I E JANELAS II	103
GRÁFICO 5.3 - EXPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS AO ÍNDICE DE RISCO TAMANHO.....	106
GRÁFICO 5.4- EXPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS AO ÍNDICE <i>MOMENTUM</i>	106

INTRODUÇÃO

Recentemente, os acadêmicos e os profissionais do mercado financeiro começaram a estudar uma nova teoria de finanças chamada de *Behavioral Finance*¹. Esta teoria supõe que os mercados não são eficientes porque seus participantes são humanos sujeitos a um comportamento irracional e inconsistente. Assim, esta ineficiência de mercado estará disponível para o gestor obter sucesso administrando sua carteira de forma ativa.

O gerenciamento ativo de carteiras se baseia na possibilidade de o gestor conseguir um retorno superior ao retorno de consenso de mercado a partir de uma informação ou palpite que ele acredite. Ou seja, o gestor procura alternativas de lucro a partir de informações que não é consenso entre os investidores.

Se o gestor acreditar na premissa da eficiência forte de mercado onde não existe nenhuma fonte de informação disponível, o gerenciamento ativo será impossível. Este tipo de gerenciamento na qual não existe nenhuma informação relevante é chamado de gerenciamento passivo. Um exemplo seria a administração de fundo de renda variável tentando replicar um índice como o IBOVESPA².

Entretanto, para o gestor administrar sua carteira de forma ativa, ele deve acreditar que o mercado é no máximo eficiente na sua forma fraca. Isto quer dizer que o

¹ *Behavioral Finance* é uma teoria que surgiu tentando explicar o impacto do comportamento humano nos mercados financeiros. Um artigo sobre tema foi publicado por Tversky e Kahneman [1974]. Veja também DeBondt e Thaler [1985] e Kahneman e Riepe [1998].

² IBOVESPA é o índice de ações de uma carteira teórica negociada na Bolsa de Valores de São Paulo. Este índice é muito utilizado como benchmark pela Indústria de Fundos de Renda Variável no Brasil.

gestor acredita que pode adicionar valor a sua carteira se ele conseguir prever um retorno melhor do que o consenso de mercado.

Para conseguir um retorno acima do mercado, o gestor acredita que existam informações superiores que podem ser obtidas através de várias fontes como a curva da taxa de juros, dados contábeis de empresas e etc. Logo, o objetivo do gestor será sempre obter um retorno superior com um mínimo de risco.

Um modelo que consiga prever e implementar estas informações de forma eficiente será um diferencial para o gestor na hora de administrar suas carteiras de forma ativa.

A empresa Barra, umas das líderes mundiais em desenvolvimento de ferramentas de tomadas de decisões financeiras, desenvolveu um modelo de multifatores para o gerenciamento ativo de carteiras. O uso deste modelo permite ao gestor capturar de forma eficiente o retorno esperado assegurando que não existe risco accidental no *portfólio*. Este modelo proporciona bons resultados através da previsão do retorno, de uma análise de risco detalhada, da construção de carteiras pela metodologia de otimização quadrática, da análise dos custos de transação e da análise da performance passada.

A consultoria Barra tem mais de 1200 escritórios espalhados pelo mundo, inclusive o Brasil. Embora este modelo tenha sido desenvolvido nos Estados Unidos, ele foi adaptado ao mercado brasileiro.

Para um melhor entendimento de um processo de gerenciamento ativo de carteiras utilizando um modelo multifatorial esta dissertação foi dividida nos seguintes capítulos a seguir.

O primeiro capítulo pretende fazer uma revisão bibliográfica da teoria de *Portfólios*, CAPM (Capital Asset Pricing Model) e APT (Arbitrage Pricing Theory) necessárias para um entendimento da teoria moderna de finanças.

O segundo capítulo descreve com detalhes a estrutura e o processo de construção do modelo multifatorial da Barra. Embora este modelo tenha uma estrutura similar ao APT visto no capítulo 1, ele é um modelo de controle de risco. Na realidade, este modelo foi construído para auxiliar aos gestores de carteiras a controlar o risco, e não para explicar retorno esperado.

O terceiro capítulo abordará a previsão de retorno esperado. Com isso, serão definidos os componentes do retorno esperado, o conceito de *benchmark* e a lei fundamental do gerenciamento ativo.

O quarto capítulo explica a metodologia utilizada na dissertação. Primeiro uma equação desenvolvida por Grinold (1994), foi descrita para transformar previsões e palpites dos investidores em uma informação refinada que pudesse ser utilizada na construção das carteiras. Depois, as técnicas utilizadas para construção das carteiras foram abordadas.

No quinto capítulo foram apresentados os resultados obtidos desta dissertação. Os resultados foram discutidos de forma a identificar qual técnica de construção de carteiras obteve uma performance consistente ao longo do tempo a partir de uma informação ou palpite do gestor que acreditasse ser superior.

No sexto capítulo foi apresentada a conclusão da dissertação e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO I

TEORIA MODERNA DE CARTEIRAS, CAPM e APT

1.1 Considerações Iniciais

Este capítulo pretende fazer uma revisão bibliográfica da teoria de carteiras, CAPM (Capital Asset Pricing Model) e APT (Arbitrage Pricing Theory) necessária para um melhor entendimento de um modelo multifatorial. O capítulo aborda conceitos básicos da teoria de finanças como: diversificação, fronteira eficiente, CAPM e APT. O modelo do CAPM foi desenvolvido por Sharpe (1963,1964) e Treynor (1961), enquanto Mossin (1966), Lintner (1965,1969) e Black (1972) o aperfeiçoaram. A teoria APT foi desenvolvida por Stephen Ross (1976,1977), como alternativa ao CAPM (Capital Asset Pricing Model). Estes modelos foram desenvolvidos para prever retorno. O CAPM como será visto no decorrer deste capítulo, apresenta uma série de suposições que podem invalidá-lo, ao contrário do APT.

1.2 Teoria de Carteiras

1.2.1 Retorno sistemático e diversificação

Antes de 1950, não havia o conceito de retorno sistemático. Os investidores utilizavam o bom senso, ou seja, a intuição na seleção do *portfólio*³ de ações.

A partir de 1950, a teoria de finanças evolui muito com a publicação de diversos trabalhos científicos e com o avanço da informática. Nesta época, os investidores que

³ *Portfólio* será sinônimo de carteira no decorrer desta dissertação

queriam proteger seus *portfólios* de retornos desfavoráveis tinham que diversificar posicionando-se em ativos com retornos maiores para compensar os ativos que tivessem retornos negativos.

Atualmente, sabe-se da importância da diversificação do *portfólio* e como ela influencia a exposição ao risco. Como a diversificação não elimina o risco totalmente, uma vez que as ações tendem a acompanhar o mercado, o risco total do *portfólio* pode ser dividido em dois tipos de parcelas: risco sistemático e risco não sistemático.

1.2.2 Risco sistemático e risco não sistemático

Matematicamente, o risco total pode ser escrito da seguinte forma:

$$\text{Risco total da carteira} = \text{risco não sistemático} + \text{risco sistemático} \quad (1.1)$$

Onde,

- *Risco não sistemático* é aquele relacionado com eventos aleatórios que afetam um único ativo ou um pequeno grupo de ativos. É também chamado de específico ou idiossincrático por ser peculiar à determinada empresa ou projeto;
- *Risco sistemático* é aquele que afeta grande número de ativos em maior ou menor grau. É também chamado de risco de mercado ou risco comum, pois está relacionado a eventos que podem afetar toda a economia de um país ou mesmo a economia mundial.

1.2.3 Diversificação:

Em geral, os ativos nunca são analisados separadamente porque sempre estarão agrupados em carteiras. Desta forma, o risco que estes ativos estão sujeitos pode ser combinado de modo que uma carteira formada por eles tenha um risco menor do que os riscos dos ativos individualmente. A diversificação reduz parte do risco total da carteira formada, mas não o elimina completamente. A parte deste risco que pode ser eliminada é o *risco não sistemático*. A outra parte, que não se consegue eliminar pela diversificação, é o *risco sistemático*.

1.2.4 Generalização para n ativos

Genericamente para uma carteira com n ativos tem-se a equação 1.2 para o retorno e a equação 1.3 para a variância.

$$\bar{R}_p = X_1\bar{R}_1 + X_2\bar{R}_2 + \dots + X_n\bar{R}_n = \sum_{i=1}^n X_i\bar{R}_i \quad (1.2)$$

$$s^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 s_i^2 + \sum_{i=1, j=1}^{n,n} X_i X_j s_i s_j \cdot r_{ij} \quad (1.3)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (1.4)$$

O primeiro termo da *equação 1.3* representa o risco não sistemático e o segundo termo desta equação representa o risco sistemático da carteira. Observe que o risco não sistemático depende das variâncias de cada ativo e o risco sistemático depende da covariância entre cada dois ativos nesta mesma carteira.

Graficamente, tem-se a representação da diversificação na *figura 1.1* abaixo:

Figura 1.1- Efeito da diversificação em uma carteira com n ativos

Observa-se que à medida que o número de ativos n de uma carteira cresce, o risco não sistemático tende a desaparecer (diversificação), tornando o risco total desta carteira cada vez mais próximo de seu risco sistemático.

Fama (1976), mostrou este resultado empiricamente⁴. Ele selecionou aleatoriamente 50 ações negociadas no *New York Stock Exchange [NYSE]*⁵ e calculou seus desvios padrões usando dados mensais de julho de 1963 até junho de 1968. Inicialmente, uma ação foi escolhida aleatoriamente com um desvio padrão de 11%. Depois, uma outra ação foi combinada com esta primeira ação, novamente escolhida aleatoriamente, com um mesmo peso de modo a formar uma carteira de dois ativos. Com isso, o desvio padrão desta carteira de dois ativos caiu para 7,2%. Outras ações foram sendo adicionadas aleatoriamente na carteira até completar as 50 ações. Quase toda diversificação foi obtida nas primeiras 10 a 15 ações escolhidas aleatoriamente. Uma implicação prática para isso é que os benefícios da diversificação podem ser atingidos com menos de 15 ações segundo FAMA (1976).

⁴ Veja Fama (1976,253-254)

⁵ O NYSE é a maior bolsa de Valores dos Estados Unidos com aproximadamente 50 por cento de todas as ações negociadas no mercado acionário americano. Esta bolsa tem listado aproximadamente 2,000 empresas com um valor de mercado de aproximadamente \$3 trilhões de dólares.

1.2.5 *Portfólios dominantes de Markowitz*

Se na formação da carteira forem usados um conjunto de ativos com proporções variadas, ao invés de iguais, os benefícios com a diversificação poderão ser maiores. Por isso, encontra-se um conjunto de *portfólios* com o menor nível de risco para um dado retorno esperado ou um conjunto de *portfólios* com um máximo retorno esperado para um dado nível de risco. Este novo conjunto que surge, é chamado de *fronteira eficiente*, o que significa que para qualquer nível de risco, esta fronteira identifica o *portfólio* de mais alto retorno. A *fronteira eficiente* também possui um número infinito de *portfólios* que correspondem as infinitas variações de aversão ao risco dos diferentes investidores. Também é definida como o lugar geométrico dos pontos referentes aos *portfólios* que não são dominados por outros.

Como os investidores geralmente possuem mais de dois títulos em sua carteira, a área da *figura 1.2* representa todas as combinações possíveis de retorno esperado e desvio padrão de uma carteira. Por exemplo, qualquer ponto no interior desta área poderia representar uma carteira com 30, 40 ou 100 ativos. Assim, as combinações de ativos, que são infinitas, estão contidas nesta região limitada. O investidor naturalmente irá desejar uma carteira representada por um ponto entre m e B , no limite superior da área, pois qualquer ponto abaixo desta curva seria dominado por um ponto acima situado na curva.

Figura 1.2 - Fronteira Eficiente resultante da combinação de vários ativos

Algumas características importantes da fronteira eficiente podem ser ainda apontadas baseando-se na figura 1.2.

- Não há ativos além da fronteira eficiente, isto é, a fronteira eficiente é o limite factível de combinações de maior benefício retorno-risco;
- m representa a carteira (ou *portfólio*) de mínima variância ou de menor desvio padrão;
- O investidor que for mais avesso ao risco deverá escolher o ponto m , tendo um retorno bem menor que aquele relativo ao ponto B . Por outro lado se o investidor for menos avesso ao risco, ele deverá escolher o ponto mais próximo de B tendo assim um retorno maior.

Markowitz (1959), desenvolveu um modelo matemático que mostra como escolher o melhor *portfólio* em qualquer nível de risco dado três estatísticas simples: a média, o desvio padrão e a correlação.

Para construir a fronteira eficiente, Markowitz (1959) supôs que R tivesse uma distribuição normal ($R \sim N(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$).

Onde,

- $\underline{\Sigma}$ é a matriz de covariância dos retornos (parâmetro);
- $\underline{\mu}$ é o vetor de retornos esperados (parâmetro);

Além do mais, o retorno do *portfólio* será expresso por $\underline{R}' \underline{X}$.

Onde,

- $\underline{X}$ é a alocação do *portfólio* em cada um dos ativos de interesse (variáveis do modelo);
- $\underline{R}$ é o vetor de retornos;

Com isso, o retorno esperado e o risco do *portfólio* poderão ser representados pelas equações abaixo respectivamente:

$$E[\underline{R}' \underline{X}] = \underline{\mu}' \underline{X}$$

$$\text{Var}[\underline{R}' \underline{X}] = \underline{X}' \underline{\Sigma} \underline{X}$$

Desta forma, Markowitz (1959) formulou o seguinte modelo de média e variância para traçar a fronteira eficiente:

$$\text{Minimizar } \underline{X}' \underline{\Sigma} \underline{X}, \text{ sujeito a: } \underline{\mu}' \underline{X} = \pi \text{ e } \underline{X} \in \Omega$$

Ou,

$$\text{Maximizar } \underline{\mu}' \underline{X}, \text{ sujeito a: } \underline{X}' \underline{\Sigma} \underline{X} = \pi \text{ e } \underline{X} \in \Omega$$

A fronteira eficiente será obtida variando os valores de π deste problema de otimização quadrática com restrições lineares

1.2.6 A linha de mercado de capitais

Sharpe (1964), ampliou a conceito de fronteira eficiente elaborado por Markowitz (1959), permitindo a inclusão de ativos livres de risco r_f e criando os *portfólios eficientes*. Estes *portfólios* eficientes são carteiras diversificadas (somente com o risco sistemático) e com um ativo livre de risco; por exemplo, poupança, CDI e títulos públicos. Na *figura 1.3* abaixo, a linha reta tangente à fronteira eficiente no ponto M , partindo do ativo livre de risco r_f caracteriza um conjunto de *portfólios* eficientes. Ou seja, a inclusão na carteira de um ativo livre de risco r_f , que por definição não tem correlação com outros ativos, permite a formação da linha de mercado de capitais (LMC). Por esta razão, esta linha representa um conjunto de *portfólios* que combinam ativos com o menor risco possível para determinado nível de retorno e o ativo livre de risco r_f .

Figura 1.3 - Linha de Mercado de Capitais (LMC)

Com a inclusão do ativo livre de risco r_f , a escolha do *portfólio* ótimo para cada tipo de investidor de maior ou menor aversão ao risco fica ainda mais fácil. Este *portfólio* será aquele que tangencia a curva da fronteira eficiente e cruza com reta LMC. Assim, a LMC é a reta com maior coeficiente angular que pode ser traçada tangenciando a curva da fronteira eficiente no ponto M. Matematicamente, a carteira M é o ponto da fronteira eficiente que oferece maior prêmio de risco de mercado por unidade desvio padrão $[(r-r_f)/\sigma]$. Esta relação é conhecida como índice de Sharpe.

A carteira M é uma carteira que contém uma combinação mais eficiente de todos os ativos com risco. O risco desta carteira será devido a fatores macroeconômicos que afetam o mercado como um todo. Em decorrência da suposição de equilíbrio de mercado, esta carteira é o próprio mercado de ativos com risco, e passa a ser denominada carteira de mercado ou simplesmente mercado. O retorno desta carteira é o retorno médio ponderado de todos os ativos que compõem tal mercado. Para efeitos

práticos, a carteira de mercado é aproximada. Para exemplificar, o *Standard & Poor's 500 Stock Index*⁶, no caso norte americano ou pelo IBOVESPA, no caso brasileiro.

Enfim, a LMC é uma representação de equilíbrio para o risco/retorno de carteiras eficientes, onde o retorno esperado da carteira é uma função linear de seu risco (desvio-padrão). Além disso, o retorno esperado da carteira é dado pela soma de duas parcelas: A primeira parcela r_f , corresponde à rentabilidade dos ativos sem risco e a segunda parcela corresponde à remuneração pelo risco assumido, dado pelo produto do prêmio de risco de mercado vezes o desvio padrão da carteira. Matematicamente, isto quer dizer que:

$$\bar{R}_C = R_f + \left(\frac{\bar{R}_m - R_f}{s_m} \right) s_c \quad (1.5)$$

Observa-se também que a LMC é válida unicamente para carteiras eficientes fortemente correlacionadas com a carteira de mercado.

1.3 CAPM (Capital Asset Pricing Model)

Este modelo foi desenvolvido por simultaneamente por Sharpe (1963,1964) e Treynor (1961), enquanto Mossin (1966), Lintner (1965,1969) e Black (1972) o aperfeiçoaram. O CAPM é um modelo expectacional expresso em termos de retorno esperado na qual este termo é a soma de dois fatores: o primeiro fator é a rentabilidade dos ativos ou aplicações sem risco e o segundo fator é o prêmio de risco (retorno

⁶ Este é um índice da Bolsa de Valores de Nova Iorque representando as 500 maiores empresas dos Estados Unidos em termos de capitalização.

adicional exigido pelos investidores para compensar cada unidade de risco por eles assumido).

De acordo com estes autores acima, o CAPM está baseado em suposições que estão listadas no próximo tópico.

1.3.1 Suposições do CAPM

O CAPM é o modelo predominante usado para se estimar retorno de ativos. Os pressupostos básicos do modelo CAPM são:

- Os investidores maximizam sua utilidade dentro do contexto de um único período;
- O mercado de capitais é perfeitamente competitivo. Por isso, considera-se a inexistência de taxas, comissões e outros custos de transação. Os ativos são divisíveis e suas quantidades predeterminadas e nenhum investidor é capaz de promover alterações nos preços dos ativos;
- Há a existência do título sem risco. Isto significa que os investidores podem tomar empréstimos a uma taxa equivalente ao retorno deste título;
- Há expectativas homogêneas dos investidores em relação aos retornos esperados de ativos, suas variâncias e covariâncias;
- Todos os investidores analisam os *portfólios* com base em seu retorno esperado e variância;
- Os investidores são considerados avessos ao risco, *ceteris paribus*.
- Não existe restrição de investimentos. Com isso, não existe limite para tomar ou fazer empréstimos e vender a descoberto;

- Os ativos seguem uma distribuição normal.

1.3.2 Base Teórica do CAPM

A equação do CAPM pode ser escrita da seguinte forma:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + (E(\tilde{R}_m) - R_f) \frac{s_{im}}{s_m^2} \quad (1.6)$$

Onde,

- $E(\tilde{R}_i)$ é o retorno esperado do ativo;
- R_f é a rentabilidade dos ativos sem risco;
- $E(\tilde{R}_M)$ é a rentabilidade esperada da carteira de mercado;
- $\frac{s_{im}}{s_m^2} = \frac{Cov(R_i, R_m)}{s_m^2}$ é a covariância entre os retornos do ativo com

risco i e a carteira de mercado dividido pela variância da carteira de mercado. Esta relação também é conhecida também como *beta* do ativo (b).

O *beta* desempenha um papel importante na precificação de ativos porque é uma medida linear de quanto um ativo contribui para o risco da carteira de mercado. Como o *beta* mede a volatilidade do ativo, quanto maior seja o *beta* do ativo, maior será a sua volatilidade se comparada ao mercado como um todo. O ativo livre de risco tem o *beta* igual a zero. Isto quer dizer que a covariância deste título com o *portfólio* de mercado é zero. O *portfólio* de mercado tem *beta* igual a um porque a sua covariância com a carteira de mercado é igual à variância de mercado. Matematicamente:

$$b_m = \frac{Cov(R_m, R_m)}{s_m^2} = \frac{Var(R_m)}{Var(R_m)} = 1$$

O termo $(b \cdot (R_m - R_f))$ da equação 1.6 é chamado *prêmio de risco* porque este termo pode ser visto como o retorno adicional exigido por investidores para compensar cada unidade de risco adicional por eles assumido. Este termo é função de duas variáveis: o *beta* (b) que mede a contribuição incremental do ativo para o grau de risco de uma carteira diversificada (reflete a correlação entre os retornos do ativo e a carteira de mercado) e a diferença entre o retorno esperado sobre a carteira de mercado e a taxa livre de risco, que se denomina *prêmio de risco de mercado* ($R_m - R_f$). Esta estrutura simples para o prêmio de risco é o que distingue o CAPM dos demais modelos.

No contexto do CAPM, o único risco relevante é o risco de mercado ou risco sistemático, ou seja, o risco que não pode ser eliminado por diversificação. Este risco está relacionado a mudanças macroeconômicas ou condições gerais da economia que afetam as empresas como um todo, sendo que algumas empresas são mais sensíveis a esses fatores do que outras.

No CAPM, o risco sistemático é representado pelo *beta* do título. Caso o *beta* da ação for um, seus retornos tendem a acompanhar o mercado. Assim, se a carteira de mercado subir ou cair 10%, a ação também tenderá a subir ou descer 10%. Se uma ação possuir um *beta* de 0.5, a ação tenderá a subir ou cair 5% quando a carteira de mercado subir ou descer 10%. Em contrapartida, se uma ação possuir um *beta* de 1,5 a ação tenderá a subir ou descer 15% quando a carteira de mercado subir ou cair 10%.

Graficamente, o modelo Capital Asset Pricing model (CAPM) pode ser representado como:

Figura 1.4 - Linha de Mercado de Títulos (LMT)

Na figura 1.4 qualquer ativo localizado fora da LMT estará em desequilíbrio. Se um ativo qualquer estiver acima da linha LMT, o seu retorno esperado estará acima do apropriado para seu nível de risco sistemático. Assim, os investidores desejarem adquirir este ativo com retorno acima do normal. A demanda pelo ativo elevaria seu preço, reduzindo indiretamente sua taxa de retorno até retornar a ponto de equilíbrio na LMT. O mesmo raciocínio vale para ativos situados abaixo da LMT. Os retornos estão abaixo do apropriado, dando margem a um ajustamento através da queda de preço.

Em suma, como visto no item 1.2.6, a linha de mercado de capitais (LMC) é uma representação de equilíbrio para a relação risco-retorno. Esta relação determina que o retorno esperado de um ativo é uma função linear de seu risco, medido pelo desvio padrão. A linha de mercado de títulos (LMT), entretanto, determina que o retorno esperado de um ativo é função de seu *beta* ou risco sistemático.

Depois do desenvolvimento da teoria do CAPM surgiram modelos alternativos de equilíbrio de mercado como o CAPM intertemporal desenvolvido por Merton (1973) e o

APT(*Arbitrage Pricing Theory*) desenvolvido por Ross (1976). Este último modelo será abordado no próximo item.

1.4 APT (Arbitrage Pricing Theory)

A teoria do APT foi desenvolvida por Stephen Ross (1976,1977), como alternativa ao CAPM (Capital Asset Pricing Model). Esta teoria supõe que os retornos dos ativos sejam gerados por uma série de fatores de âmbito setorial ou macroeconômico.

Diferente do CAPM, o APT não requer que todos os investidores se comportem de maneira semelhante (hipótese de expectativa homogênea). Por isso, este modelo recebe o nome de “*arbitrage*”, se aproximando da realidade das diferentes posições de aversão ao risco e das diferentes fontes de informações possíveis de cada investidor. Isto quer dizer que os investidores não possuem o mesmo *portfólio* eficiente (ou de mercado) como único ativo de risco componente na sua carteira de investimento.

Portanto, o APT como um modelo multifatorial permite que diferentes investimentos financeiros tenham seu retorno calculado considerando diferentes graus de aversão ao risco por parte de investidores, diferentes fontes de informações envolvidas e diferentes cenários econômicos possíveis. Assim, a determinação dos k fatores do modelo é fundamental para sua correta aplicação. Ao contrário do CAPM, onde o fator que explica o retorno esperado é determinado, o APT não estabelece quais ou quantos fatores são necessários.

1.4.1 Base Teórica

O APT utiliza o modelo multifatorial onde as fontes sistemáticas de risco são designadas por k fatores conforme descrito na equação abaixo:

$$\tilde{R}_i = E(\tilde{R}_i) + b_{i1} \cdot \tilde{F}_1 + \dots + b_{ik} \cdot \tilde{F}_K + \tilde{e}_i$$

Onde:

- b_{ij} é a sensibilidade do retorno do ativo i às flutuações do fator j ;
- $\tilde{F}_j$ ($j=1, \dots, K$) são as fontes ou fatores de risco sistemático com valor esperado zero;
- $\tilde{e}_i$ é a componente de risco não sistemático associado ao ativo i com valor esperado zero ($E(\tilde{e}_i) = 0$) e covariância nula com os fatores ($Cov(\tilde{e}_i, \tilde{e}_j) = 0$, para $i \neq j$);
- $E(\tilde{R}_i)$ é a taxa de retorno esperado do ativo i .

Segundo Copland e Weston (1992) a teoria do APT é muito mais robusta do que o CAPM por muitas razões. Por exemplo:

- O APT não faz suposições sobre a distribuição empírica dos retornos dos ativos;
- O APT não faz suposições fortes sobre a função de utilidade do indivíduo;
- O APT permite que os retornos dos ativos sejam dependentes de muitos fatores, ao contrário do CAPM que só depende de um fator (*beta* de mercado).

1.5 Considerações Finais

O CAPM e o APT, como foi abordado no decorrer deste capítulo, são modelos de retorno esperado. O APT tem a possibilidade de medir com maior precisão o retorno esperado porque ele reflete melhor a realidade com fatores múltiplos que representam ramos industriais diferentes e setores econômicos diversos. Logo, o retorno esperado é mais realista. No entanto, uma desvantagem do APT seria os fatores que devem ser conhecidos *a priori* para se estimar o retorno esperado.

A maior diferença entre o CAPM e o APT é o número de variáveis que influenciam o mercado. O CAPM usa apenas uma variável de risco do modelo, enquanto que o APT usa várias variáveis ou fatores que influenciam o mercado. Por permitir que vários fatores influenciem o cálculo do retorno esperado dos ativos, Ross (1976) considera que o modelo do APT é uma generalização do modelo do CAPM, ou o CAPM é uma simplificação do APT.

Neste capítulo apenas foram abordados os modelos do CAPM e APT, sem concluir; porém, se os modelos do CAPM ou APT são válidos. Existem diversos testes empíricos que testaram a validade do CAPM e do APT. Muitos destes testes foram feitos e publicados por Friend e Blume (1970), Black, Jensen, e Scholes (1972), Miller e Scholes (1972), Fama e Macbeth (1973), entre outros.

CAPÍTULO II

MODELO MULTIFATORIAL DA BARRA

2.1 Considerações Iniciais

Paralelamente ao desenvolvimento da teoria do APT e do CAPM, estudiosos de finanças como Rosenberg (1970) e Marathe (1970) começaram a estudar modelos alternativos de análise de retornos. O modelo estudado por estes pesquisadores foi o modelo de multifatores (MMF) que será abordado neste capítulo.

Este modelo pode ser visto como um caso mais geral do CAPM ou o modelo do CAPM pode ser visto como um caso particular do MMF, no qual apenas um fator seria responsável por explicar os retornos das ações.

Este modelo parte da premissa que ativos semelhantes devem apresentar retornos semelhantes. Esta similaridade é capturada no modelo através de fatores, descritores e atributos de cada ativo. Estes fatores são baseados em informações de mercado tal como preço da ação, volume negociado da ação, dados fundamentalistas obtidos do balanço da empresa e etc.

2.2 Estrutura de um modelo Multifatorial

O Modelo Multifatorial (MFM) pode ser representado pela seguinte expressão:

$$R_i = \alpha_i + X_{i,1}F_1 + X_{i,2}F_2 + \cdots + X_{i,K}F_K + e_i, \text{ para todo } i \quad (2.1)$$

Onde:

- R_i é retorno do ativo i
- a_i é o intercepto da regressão
- $X_{i,k}$ é a exposição do ativo i ao fator k;
- F_k é o valor do fator k;
- e_i é o erro ou termo independente, representa a parcela do retorno do ativo i que não foi explicada pelo modelo.

Porém, Marathe (1970) e Rosenberg (1970), fizeram as seguintes suposições para estimar o modelo:

- $E(e_i) = 0$, para todo ativo i;
- $Cov(F_k, e_i) = 0$, para todo fator k e ativo i;
- $E(e_i, e_j) = 0$, para todo ativo $i \neq j$.

Assim, a arte da construção de um modelo multifatorial se baseia na escolha apropriada dos fatores. Na verdade, a escolha destes fatores é limitada porque eles devem ser conhecidos *a priori*. Isso significa que, embora os retornos dos fatores sejam incertos, a escolha dos fatores deve ser feita no início do período do período de estimação.

Com a restrição de que a escolha dos fatores deve ser conhecida de antemão, os modelos de multifatores podem ser divididos em três categorias: os macroeconômicos, os fundamentalistas e os estatísticos.

2.3 Tipos de modelos de multifatores

O primeiro modelo é o de fatores macroeconômicos. Historicamente, sabe-se que existe uma forte relação entre o mercado de ações e os fatores macroeconômicos. Isto ocorre porque estes fatores afetam diretamente as empresas que tem as ações negociadas na bolsa de valores. Existem diversos fatores que são utilizados. Nos Estados Unidos, por exemplo, existe a inflação, o produto interno bruto, a balança comercial, a taxa de câmbio e etc.

O segundo modelo é o de fatores estatísticos. Este modelo utiliza métodos estatísticos para identificar fatores relevantes na explicação dos retornos. Em geral, é utilizada a análise de fatores para identificar fatores estatísticos que consigam explicar a correlação entre os retornos dos ativos.

Os modelos macroeconômicos e estatísticos citados acima estimam as exposições dos ativos aos fatores através de regressões temporais. Isto significa que a natureza dos dados irá influenciar muito no resultado porque as regressões requerem um longo e estável histórico de retornos para estimar as exposições. Geralmente, em países de terceiro mundo como o Brasil ou Argentina isto é impossível, pois planos econômicos mudam as características do mercado repentinamente.

Alternativamente aos modelos acima, existe o modelo de fatores fundamentalistas. Este modelo diferentemente dos outros, não requer regressões temporais. Ele se baseia em atributos de empresas como capitalização, tamanho da firma, lucro por ação e etc como as exposições aos fatores.

Atualmente, o modelo de multifatores fundamentalistas é o que consegue explicar melhor o retorno dos ativos através de fatores fundamentalistas e de mercado. Por isso, este modelo tornou-se então muito difundido no meio financeiro.

A empresa mundial de Consultoria Barra, com faturamento global maior que \$40 milhões de dólares, desenvolveu um arrojado modelo de multifatores fundamentalistas. Inicialmente os professores de finanças da Universidade de Berkeley, Rosenberg e Marathe (1970) formularam este modelo. Depois, Rosenberg fundou esta empresa para aperfeiçoar o modelo e vendê-lo.

Após o desenvolvimento deste modelo de multifatores nos Estados Unidos, a empresa se expandiu pelo resto do mundo, inclusive no Brasil. A empresa adaptou o modelo americano para realidade econômica brasileira. O modelo no mercado acionário brasileiro é conhecido como *Brazilian Equity Model*.

2.4 O modelo de Multifatores Fundamentalista da Barra

Originalmente, este modelo de multifatores fundamentalistas, foi desenvolvido para análise de risco e não para explicar retorno esperado, apesar de ter uma estrutura similar ao APT visto no capítulo 1. A empresa Barra utiliza os melhores dados possíveis para desenvolver modelos econométricos confiáveis. Estes modelos fornecem uma estrutura para a análise e previsão do risco, construção de carteiras, previsão de retornos e análise da performance das carteiras.

Antes de se abordar as etapas de estimação e construção de um modelo multifatorial, será descrita a estrutura básica e a parte quantitativa de risco do modelo.

2.4.1 Estrutura Básica

Este modelo é baseado na noção de que os retornos das ações podem ser explicados por uma coleção de fatores em comum mais um termo específico correspondente a cada ação. Estes fatores comuns podem representar indústrias ou setores da economia. Matematicamente, o modelo tem a seguinte estrutura:

$$r_n(t) = \sum_K X_{n,k}(t) \cdot b_k(t) + u_n(t) \quad (2.2)$$

Onde,

- $r_n(t)$ é o excesso de retorno (acima de uma taxa livre de risco) do ativo do período t até $t+1$;
- $X_{n,k}(t)$ é a exposição da ação “ n ” ao fator “ k ” estimado no tempo t ;
- $b_k(t)$ é o retorno do fator durante o período t até $t+1$;
- $u_n(t)$ é o retorno específico do ativo n , durante o período t até $t+1$. É a parte do retorno que os fatores não conseguem explicar.

Identificando estes fatores comuns, o problema de estimação pode ser reduzido porque ao invés de se trabalhar; por exemplo, com 6,000 ações (e 18, 003,000 variáveis independentes e covariâncias), pode-se tratar somente de 21 fatores como no caso do modelo brasileiro. Com isso, o modelo multifatorial simplifica muito o problema porque ele substitui cada empresa/ativo de mesmo perfil por categorias de mesmas características (fatores). Adicionalmente, esta metodologia tem a vantagem de permitir a análise da influência destes fatores no risco da carteira.

Escrevendo a equação (2.2) em termos matriciais, deve-se assumir que:

- $Cov(\tilde{f}_i, \tilde{u}_j) = 0 \quad \forall i=1, \dots, K \text{ e } j=1, \dots, N$. Ou seja, o retorno dos fatores é descorrelacionado com o retorno específico;
- $Cov(\tilde{u}_i, \tilde{u}_j) = 0 \quad \forall i \neq j$. Ou seja, os retornos específicos são descorrelacionados entre si;
- $Var(\underline{r}) = \underline{V}$ é a matriz de variância e covariância de todas as ações.

Com isso, somente irá ser preciso calcular as variâncias e as covariâncias dos fatores durante a estimação do modelo.

Com estas suposições acima, pode-se escrever a equação 2.2 em termos matriciais da seguinte forma:

$$\tilde{r} = X \cdot \tilde{f} + \tilde{u} \quad (2.3)$$

Onde,

- $\tilde{r}$ é o vetor do excesso de retorno;
- X é a matriz de variância e covariância dos fatores. Observe que X não é variável aleatória;
- $\tilde{f}$ é o vetor de retorno dos fatores;
- $\tilde{u}$ é o vetor de retorno específico.

Resumindo,

$$\begin{bmatrix} \tilde{r}(1) \\ \tilde{r}(2) \\ . \\ . \\ \tilde{r}(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(1,1) & X(1,2) & \dots & X(1,K) \\ X(2,1) & X(2,2) & \dots & X(2,K) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X(N,1) & X(N,2) & \dots & X(N,K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{f}(1) \\ \tilde{f}(2) \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{f}(K) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{u}(1) \\ \tilde{u}(2) \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{u}(N) \end{bmatrix}$$

Logo, a matriz de covariância do modelo de multifatorial pode ser facilmente obtida.

De acordo com definição da equação de variância:

$$Var(\tilde{r}) = E[(\tilde{r} - E(\tilde{r}))(\tilde{r} - E(\tilde{r}))']$$

Substituindo a equação 2.3 acima na equação acima.

$$\begin{aligned} Var(\tilde{r}) &= E[(X\tilde{f} + \tilde{u} - X.E(\tilde{f}) - E(\tilde{u}))(X\tilde{f} + \tilde{u} - X.E(\tilde{f}) - E(\tilde{u}))'] \\ Var(\tilde{r}) &= E[(X(\tilde{f} - E(\tilde{f})) + (\tilde{u} - E(\tilde{u}))(X(\tilde{f} - E(\tilde{f})) + (\tilde{u} - E(\tilde{u})))'] \\ Var(\tilde{r}) &= E\left[(X(\tilde{f} - E(\tilde{f})).(\tilde{f} - E(\tilde{f}))'.X' + X(\tilde{f} - E(\tilde{f})).(\tilde{u} - E(\tilde{u}))' + \right. \\ &\quad \left. + (\tilde{u} - E(\tilde{u})).(\tilde{f} - E(\tilde{f}))' X' + (\tilde{u} - E(\tilde{u})).(\tilde{u} - E(\tilde{u}))' \right] \end{aligned}$$

Como $Cov(\tilde{u}_i, \tilde{u}_j) = 0$ e $Cov(\tilde{f}_i, \tilde{u}_j) = 0$

Então,

$$Var(\tilde{r}) = X.E[(\tilde{f} - E(\tilde{f}))(\tilde{f} - E(\tilde{f}))']X' + E[(\tilde{u} - E(\tilde{u})).(\tilde{u} - E(\tilde{u}))']$$

$$Var(\tilde{r}) = \underline{\underline{V}} = \underline{\underline{X.F.X'}} + \underline{\underline{\Delta}} \quad (2.4)$$

Onde,

- $\underline{\underline{X}}$ é a exposição da matriz de ativos em relação aos fatores;

$$\bullet \quad \underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} F_{1,1} & F_{1,2} & \dots & F_{1,K} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ F_{K,1} & \dots & \dots & F_{K,K} \end{bmatrix}, \text{ onde } F_{i,j} \text{ é a covariância dos retornos dos}$$

fatores i e j;

- $\underline{\underline{\Delta}} = \begin{bmatrix} u_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \\ & & \dots & \\ : & : & \dots & : \\ 0 & \dots & \dots & u_N^2 \end{bmatrix}$ é a matriz diagonal de variância dos retornos

específicos;

- $\underline{\underline{X'}}$ é a transposta da matriz $\underline{\underline{X}}$.

Para se calcular o risco do *portfólio*, o peso de cada ativo deve ser considerado na composição da carteira. Sendo $\underline{h_p}$ o vetor de pesos, o vetor de exposição do *portfólio* aos fatores será dado por:

$$X_p = X' \cdot \underline{h_p}$$

Assim, pode-se encontrar uma expressão que forneça o risco total (desvio padrão) em função do vetor exposição (X_p), do vetor de pesos ($\underline{h_p}$), da matriz de covariância dos fatores (F) e da matriz de variâncias específica (Δ).

$$Var(r_p) = \underline{s_p}^2 = \underline{h_p}' \cdot \underline{\underline{V}} \cdot \underline{h_p} \quad (2.5)$$

Substituindo (2.4), na equação (2.5),

$$Var(r_p) = \underline{s_p}^2 = \underline{h_p}' \cdot (\underline{\underline{X}} \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{X'}} + \underline{\underline{\Delta}}) \cdot \underline{h_p}$$

$$Var(r_p) = \underline{s_p}^2 = \underline{h_p}' \cdot (\underline{\underline{X}} \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{X'}}) \cdot \underline{h_p} + \underline{h_p}' \cdot \underline{\underline{\Delta}} \cdot \underline{h_p}$$

$$\underline{s_p}^2 = \underline{s}_{\text{fatores}}^2 + \underline{s}_{\text{específico}}^2 \quad (2.6)$$

Onde,

- $\underline{s_p}^2$ é risco total da carteira p medido por sua variância;

- s^2_{fatores} é a parte do risco total explicada pelos fatores incluídos no modelo;
- $s^2_{\text{específico}}$ é o risco específico que corresponde à parcela do risco total não explicada pelos fatores do modelo.

Com isso, se o gestor utilizar a equação 2.6 ele conseguirá decompor o risco do *portfólio* para analisar a influência destes fatores no risco total da carteira.

2.4.1 Decomposição do Risco

No tópico anterior, o modelo de risco da barra conseguiu isolar as componentes de risco baseado nas correlações entre ativos de características similares. Porém,, existem várias maneiras de se dividir este risco. Este modelo permite ao gestor utilizar quatro tipos de decomposição de risco, sendo que cada um deles reflete uma perspectiva diferente na forma de administrar carteiras. Abaixo são apresentados os quatro tipos de decomposição de risco possíveis.

- Decomposição do Risco Total: esta decomposição é útil para os gestores que buscam minimizar o risco total.
- Decomposição do Risco Sistemático-Residual: esta decomposição é útil para gestores cujo objetivo é comparar sua carteira com uma carteira que represente o mercado.
- Decomposição do Risco Ativo: esta decomposição é útil para avaliar carteiras indexadas a um *benchmark*.
- Decomposição do Risco Sistemático-Residual Ativo: esta decomposição é útil para aqueles gestores que levam em conta risco de mercado.

Nesta presente dissertação somente será abordada a decomposição do risco ativo, pois as carteiras que serão construídas estão indexadas a um *benchmark* (IBOVESPA).

2.4.2 Decomposição do Risco ativo

Neste tipo de decomposição, os conceitos de *benchmark* e risco ativo são apresentados aos gestores de carteiras.

- Risco do *benchmark* é o risco associado ao *portfólio* do *benchmark*;
- Risco ativo é o risco que vem do esforço do gerente de carteiras em superar o *benchmark*. Este risco é decomposto em risco ativo específico e risco ativo dos fatores comuns. O risco ativo também é conhecido como *tracking error*.

Antes de se decompor o risco, o *benchmark* precisa ser definido. Neste caso o gestor de carteiras estará sendo avaliado em relação a um *benchmark*. Por isso, o retorno do *portfólio* do gestor e o retorno do *benchmark* são importantes.

Definindo:

- r_b é o excesso de retorno de *benchmark*;
- r_p é o excesso de retorno do *portfólio*;
- $r_{pA} = r_p - r_b$ é o excesso de retorno ativo . (2.7)

Aplicando a variância na equação 2.7:

- $y_p = s(r_{pA}) = s(r_p - r_b)$, este termo será definido como risco ativo.

Definindo $\underline{h_{pA}}$ como a posição ativa do *portfólio*.

$$\underline{h_{pA}} = \underline{h_P} - \underline{h_B} \text{ ou } \underline{h_P} = \underline{h_{pA}} + \underline{h_B} \quad (2.8)$$

Substituindo 2.8 na equação 2.5, a variância do *portfólio* pode ser escrita como:

$$Var(r_p) = \underline{\mathbf{S}}_P^2 = \underline{h'_P} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_P}$$

$$Var(r_p) = \underline{\mathbf{S}}^2 = (\underline{h_{pA}} + \underline{h_B})' \cdot \underline{V} (\underline{h_{pA}} + \underline{h_B})$$

$$Var(r_p) = \underline{\mathbf{S}}^2 = (\underline{h'_{pA}} \cdot \underline{V} + \underline{h'_B} \cdot \underline{V}) (\underline{h_{pA}} + \underline{h_B})$$

$$Var(r_p) = \underline{\mathbf{S}}^2 = (\underline{h'_{pA}} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_{pA}} + \underline{h'_B} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_B} + 2\underline{h'_{pA}} \underline{V} \cdot \underline{h_B})$$

Onde:

- $\underline{h'_{pA}} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_{pA}}$ é o risco ativo (y_p). (2.9)
- $\underline{h'_B} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_B} + 2\underline{h'_{pA}} \underline{V} \cdot \underline{h_B}$ é o risco devido ao *benchmark*.

No entanto, sabe-se que a matriz de covariância pode ser escrita conforme a equação 2.4 , $\underline{V} = \underline{X'F} \cdot \underline{X} + \underline{\Delta}$.

Assim, substituindo a equação 2.4 na equação 2.9, a equação do risco ativo ficará assim:

$$\underline{y_P}^2 = \underline{h'_{pA}} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_{pA}} = \underline{h'_{pA}} \cdot \underline{X'F} \cdot \underline{X} + \underline{\Delta} \cdot \underline{h_{pA}}$$

$$\underline{y_P}^2 = \underline{h'_{pA}} \cdot \underline{X'F} \cdot \underline{X} \cdot \underline{h_{pA}} + \underline{h'_{pA}} \cdot \underline{\Delta} \cdot \underline{h_{pA}}$$

Onde,

- $\underline{h'_{pA}} \cdot \underline{X'F} \cdot \underline{X} \cdot \underline{h_{pA}}$ é o risco ativo devido aos fatores comuns.
- $\underline{h'_{pA}} \cdot \underline{\Delta} \cdot \underline{h_{pA}}$ é o risco ativo específico.

A figura 2.1 abaixo apresenta uma ilustração da decomposição acima.

Figura 2.1- Decomposição da Parcela de Excesso de Risco Total em Risco do *Benchmark* e Risco Ativo

Neste tipo de decomposição acima, não existe conceito de *portfólio* de mercado. Esta análise somente se concentra no *portfólio* gerenciado em relação ao *benchmark* selecionado.

2.5. O Processo de Estimação do Modelo MultiFatorial da Barra

A criação do modelo de multifatores da barra é um processo extenso e detalhado de determinação de fatores que descrevem o retorno dos ativos. As etapas que irão ser abordar são as seguintes:

1. Aquisição e Limpeza dos dados
2. Seleção dos descritores
3. Normalização dos descritores
4. Formulação dos Índices de Risco
5. Alocação em Industrias
6. Estimação dos Retornos dos Fatores
7. Cálculo da Matriz de Covariância

2.5.1 Aquisição e Limpeza dos dados

Esta primeira etapa pode parecer simples quando se tem um mercado de capitais sólido como é o caso do EUA e Japão. O Brasil, todavia, apresenta um mercado de capitais pouco desenvolvido em comparação a outros países mais desenvolvidos. A falta de dados de origem econômica no Brasil dificulta o trabalho de estimação dos parâmetros. O modelo de multifatores necessita de dados de mercado como cotação do preço das ações, dividendos pagos, dados de balanços de empresas e etc. Além disso, o modelo necessita de dados fundamentalistas como receitas, ativos, vendas e etc. Estes dados, em geral, são obtidos de balanços semestrais e anuais divulgados pelas empresas. No entanto, deve-se tomar cuidado com as reestruturações de capital e outros eventos atípicos que podem influenciar no valor da empresa, ou da ação. Por isso, para um mercado de ações pequeno como o brasileiro, a obtenção de uma série histórica confiável é difícil.

A consultoria Barra para o mercado brasileiro adotou os seguintes procedimentos abaixo para a aquisição dos dados.

- Os dados utilizados foram obtidos a partir das seguintes fontes: Lafis, Economática, Extel e do Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais (IBMEC);
- A estimação do modelo utilizou dados a partir de julho de 1994. A empresa Barra tomou como base esta data porque naquela época houve a introdução do Plano Real. Com isso os dados antes de 1994 foram desprezados porque houve uma modificação profunda nas características econômicas do país;

- O universo de ações utilizado na estimação do modelo foi em torno de 340 ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA).

2.5.2 Seleção dos Descritores

A escolha dos descritores é um processo qualitativo que é submetido a rigorosos testes quantitativos. Embora existam diversos descritores que possam fazer parte do modelo, os descritores selecionados devem apresentar alguma justificativa para inclusão no modelo. Os bons candidatos a descritores devem ser individualmente importantes. Além do mais, estes candidatos devem dividir o mercado em categorias bem definidas, de forma a permitir uma completa caracterização dos fatores de risco de um *portfólio*.

Alguns critérios devem ser seguidos para a escolha dos descritores candidatos a fazerem parte do modelo. Estes critérios são:

- Utilidade na explicação dos excessos de retorno e previsão de risco. Assim, o descritor que vier a fazer parte do modelo deve ter poder de previsão dos riscos subseqüentes;
- Deve-se trabalhar com descritores que caracterizem aspectos financeiros diferentes. Com isso, os descritores diferenciados evitam problemas de multicolinearidade. Caso existam dois descritores altamente correlacionados, fica difícil a análise de seus efeitos separadamente;
- Deve-se buscar fórmulas robustas que proporcionem descritores razoáveis, independentes de circunstâncias históricas peculiares de determinada empresa;

- Os descritores devem ser transformados para que se obtenha um modelo linear. Uma exceção é feita aos descritores *beta* histórico, sigma histórico, e capitalização. Estes descritores particularmente são reconhecidamente importantes na predição de risco, e não apresentam uma relação não linear;
- Deve-se escolher os descritores baseados em teoria econômica e experiência passada com outros modelos.

Depois de escolhidos o candidato a descritores, entra-se na parte estatística da construção do modelo. Estes descritores, então, serão tratados e testados para se chegar nos descritores que realmente irão fazer parte do modelo.

2.5.3 Normalização dos Descritores

Para que se possa agrupar os diferentes descritores em índices de risco, é necessária uma normalização. Isto ocorre porque estes descritores possuem diferentes unidades de medidas e intervalos de variação. Portanto, para que os descritores possam ser combinados em índices de risco é preciso que sejam uniformizados em suas escalas de medida. Matematicamente,

$$\text{Descritor Normalizado} = \frac{\text{Descritor Bruto} - \text{Média}}{\text{Desvio Padrão}}$$

Eventualmente, o valor de um descritor calculado pode cair fora dos limites estabelecidos. Apesar deste descritor ter uma fórmula robusta, ele poderá ter valores muito baixos ou muito altos em relação aos outros descritores. Na maioria dos casos, estes valores extremos exageram a diferença entre estas empresas e a população de

firmas com um valor ordinário. Neste caso, aproxima-se este valor para um patamar mais apropriado. A consultoria Barra estabelece dois limites (3,5 desvios padrões e 5 desvios padrões). Caso o valor do descritor cair fora do intervalo $(-5\sigma, +5\sigma)$, o valor é eliminado. Se este valor cair no intervalo (entre -5σ e $-3,5\sigma$, ou entre $+3,5\sigma$ e $+5\sigma$), este valor é então truncado (em $-3,5\sigma$ ou $3,5\sigma$ respectivamente). Este procedimento é utilizado para reduzir a influência de “outliers”, tornando o descritor mais robusto.

2.5.4 Formulação dos Índices de Risco

Depois da normalização dos fatores, uma regressão do tipo *cross-sectional* é feita para cada um dos descritores, em todos os meses do período de estimação. No mercado brasileiro, este período de estimação é de 41 meses. Como existem 23 descritores no modelo, 943 (41 meses x 23 descritores) regressões do tipo *cross-sectional* são feitas. As regressões são do tipo:

$$r_n(t) = \sum_{i=1}^I Ind_{n,i}(t) \cdot f_i(t) + DN_{n,j} \cdot f_{I+j}(t) + u_n(t)$$

Onde:

- $r_n(t)$ – excesso de retorno da ação n;
- $Ind_{n,i}(t)$ – exposição⁷ da ação n à indústria i;
- $DN_{n,j}$ – valor normalizado do descritor j, para a empresa n;
- $f_i(t)$ – prêmio de risco⁸ relacionado com a indústria i ou descritor j;
- $u_n(t)$ – retorno específico.

⁷ A exposição de uma empresa é representada por uma variável *dummy*, possuindo o valor 1 se a empresa pertence àquela indústria e zero caso contrário.

⁸ Os prêmios de Risco são os *betas* da regressão

A intenção desta regressão é capturar a contribuição de cada fator em conjunto com as indústrias para explicar o retorno em excesso. A partir desta regressão, três testes estatísticos podem ser feitos para verificar a consistência, significância e persistência de cada descritor. Os testes são os seguintes:

- $|t\text{-statistic}|$: obtido direto de cada regressão;
- $t\text{-stat}^2_{\text{média}}$: é calculado pela média simples das estatísticas t das regressões de cada fator nos 41 meses;
- $t\text{-stat}^2_{\text{média ponderada}}$: é calculada da mesma forma que a $t\text{stat}_{\text{média}}$, mas com a média sendo ponderada pelo tempo. Assim, as estatísticas de meses mais recentes recebem peso maior.

A $|t\text{-statistic}|$ mede o poder de explicação. Isto significa que se $|t\text{-statistic}|$ for maior do que dois este teste identificará fatores significantes em uma regressão. Se na maioria dos meses um descritor apresentar esta característica, significa que ele foi consistente ao longo do tempo. Conclui-se, portanto, que um bom descritor deve ser persistente, consistente e significativo. Em outras palavras, $|t\text{-statistic}|$ deve ser maior do que dois na maioria dos meses, e as estatísticas $t\text{-stat}^2_{\text{média}}$ e $t\text{-stat}^2_{\text{média ponderada}}$ devem ser similares.

2.5.5 Regressão Temporal

Depois de coletados os retornos mensais de cada fator das regressões cross-sectional, uma regressão do tipo CAPM é rodada para cada série de retorno dos descritores. A regressão é a seguinte:

$$f_{I+j}(t) = \mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j \cdot r_M(t) + \mathbf{e}_j(t)$$

Onde:

- $f_{I+j}(t)$ – excesso de retorno associado ao fator j calculado no mês t através das regressões cross-sectional;
- $r_M(t)$ – excesso de retorno de uma carteira de mercado;
- $\mathbf{b}_j$ e $\mathbf{a}_j$ – coeficientes da regressão;
- $\mathbf{e}_j$ – erro ou termo específico.

A partir desta regressão pode-se inferir informações valiosas. Por exemplo, a volatilidade do resíduo ε , e os coeficientes α e β e seus respectivos testes t .

2.5.6 Índices de Risco

Os índices de risco são resultado do agrupamento dos descritores. Onde cada descritor captura um aspecto do índice de risco a que lhe pertence. No entanto, a combinação exata dos descritores em índices de risco não é simples. A afinidade teórica entre alguns descritores gera uma pista sobre como agrupá-los em índices de risco, mas não é suficiente. O “Cluster Analysis” é uma ferramenta que ajuda a tornar o agrupamento menos subjetivo, porém é uma ferramenta muito complexa. Por isso, algumas suposições são feitas para tornar o agrupamento possível. Estas suposições são:

- Os índices de risco e os descritores que irão compor estes índices são conhecidos *a priori*;

- Cada índice é formado por uma combinação linear de seus descritores;
- A contribuição de cada descritor para o índice de risco (coeficientes da combinação linear) é constante ao longo do tempo.

Depois de definir quais os índices de risco do modelo e os descritores que compõem cada um, o problema agora se resume em descobrir o peso de cada descritor dentro do índice. O objetivo, então, é escolher pesos (coeficientes) de forma a minimizar a média dos erros quadráticos das regressões mensais. Matematicamente, o problema de escolher os coeficiente pode ser escrito como:

$$\text{Min } \sum_{t=1}^{41} c_t \cdot e_t^2, \text{ onde } c_t \text{ é o peso de ponderação dos meses}$$

Sujeito às restrições

- $\sum_{d=1}^{D_j} c_{j,d,t} = 1$
- $c_{j,d,t} > 0$, onde $c_{j,d,t}$ é o peso do descritor d no índice de risco j no mês t .

Embora o problema acima pareça estar bem definido e fundamentado, a solução não é nada simples. Na realidade, trata-se de um problema de estimação não linear com condições laterais e de contorno. Deve-se então adotar uma série de simplificações para se chegar a uma solução aproximada. Estas simplificações são as seguintes:

- Trabalha-se com um índice de risco de cada vez;
- Utilizam-se metodologias como: resultado dos testes estatísticos do tipo t dos descritores, análise de fatores e análise de componentes principais

para gerar diferentes coeficientes. Cada uma destas metodologias resulta em diferentes coeficientes que são traduzidos em exposições ao índice de risco;

- Analisa-se a correlação das exposições das ações aos diferentes índices de risco, as quais devem ser as menores possíveis.

No mercado americano existem 13 índices de risco e no mercado brasileiro existem 8 índices de risco. O ***Brazilian Equity Model*** apresenta os seguintes índices de risco:

1. **Volatilidade** → Mede a volatilidade das ações. Este índice tem os seguintes descritores:

- *Beta* Histórico – é o coeficiente de uma regressão feita com os retornos mensais de ações no mercado. Matematicamente, a regressão será

$$r_t = a + \hat{b}.r_{MT}, \text{ onde o } \hat{b} \text{ é o coeficiente angular da regressão;}$$

- Desvio padrão do risco residual – é a raiz quadrada da media residual

$$\text{ao quadrado de uma regressão. Matematicamente, } s = \sqrt{\frac{1}{T-2} \cdot \sum_{t=1}^{60} \hat{e}_t^2},$$

onde $\hat{e}_t^2$ é o resíduo de uma regressão com *beta* histórico em um mês t. O numero de dados disponíveis é representado pelo T.

- A relação $\beta \times \sigma$.

2. **Tamanho (SIZE)** → É o valor da empresa baseado na sua capitalização de mercado. Este índice não só diferencia as empresas de pequeno e grande

porte, mas também tem tido um peso significativo na performance do *portfólio* ao longo dos anos. Os descritores são os seguintes:

- Log da capitalização total;
- Log ao cubo da capitalização total;
- Log dos ativos totais;
- Log do patrimônio líquido.

3. **Momentum** → Mostra o desempenho da ação, baseando-se para isto, no comportamento do preço do ativo no mercado. Os descritores são os seguintes:

- *Alpha* histórico - é o coeficiente linear de uma regressão de retorno de ações mensais no mercado. A equação de regressão utilizada será $r_t = a + \hat{b}.r_{MT}$, onde α é o *alpha* histórico;
- Índice de força relativa - é a taxa de retorno logarítmica do último ano. Este índice será igual à $\ln(1+r_t)$, onde r_t é o retorno do ativo no último mês.

4. **Crescimento (Growth)** → Indica o crescimento histórico da empresa. Os descritores são:

- Crescimento dos lucros;
- Crescimento dos ativos.

5. **Alavancagem (Leverage)** → Mede o risco associado à estrutura financeira da empresa. Os descritores são:

- Ativo Imobilizado / Patrimônio Líquido;
- Passivo / Ativo;
- Alavancagem Patrimonial.

6. **Liquidez (Liquidity)** → Mede o volume de negócios da ação. Os descritores são:

- *Turnover* mensal da ação - é a média de volume diário de negociação do último mês dividido pela capitalização;
- *Turnover* trimestral da ação - é a média de volume diário de negociação do último trimestre dividido pela capitalização;
- *Turnover* anual da ação - é a média de volume diário de negociação do último ano dividido pela capitalização;
- Valor mensal negociado - é o volume de ações negociado no mês multiplicado pelo o preço de fechamento no último dia do mês;
- Valor trimestral negociado - é o volume de ações negociado no trimestre multiplicado pelo preço de fechamento no último dia do trimestre;
- Valor anual negociado - é o volume de ações negociado no ano multiplicado pelo preço de fechamento no último dia do ano;
- Log do preço.

7. **Valor (VALUE)** → É a relação entre o valor patrimonial e a capitalização.
8. **IBOVESPA** → Este índice consegue capturar os co-movimentos das ações dentro do índice. Trata-se de uma variável *dummy*⁹ conforme já explicado anteriormente.

Como visto acima, Cada índice de risco tem vários fatores chamados de descritores. Por exemplo, o índice de risco volatilidade abrange o *beta* histórico, o desvio padrão do risco residual e a relação $\beta \times \sigma$. Embora estes descritores em cada categoria possam ser correlacionados, cada descritor captura um aspecto do índice de risco.

2.5.7 Industrias

A alocação das empresas em industrias é um processo bem mais simples em comparação aos índices de risco. No caso do modelo brasileiro em específico, as firmas são alocadas em uma única industria. Os únicos mercados que permitem uma alocação múltipla de indústrias são os mercados norte americano e o japonês. No mercado brasileiro, as exposições das empresas às indústrias são variáveis *dummies*, assumindo valor um se a empresa pertencer a uma determinada indústria e zero caso contrário. Mesmo que haja no Brasil empresas que atuem em mais de um ramo industrial, estas empresas são alocadas no setor onde se concentrarem a maior parte de seus negócios. A possibilidade de uma alocação múltipla de indústrias, permite uma decomposição do risco mais precisa. No mercado brasileiro, por exemplo, esta

⁹ A variável *dummy* tem o valor um caso a ação pertença ao índice IBOVESPA, e zero caso contrário.

alocação não seria possível devido a indisponibilidade de dados para a maioria das empresas dentro do universo de estimação brasileiro.

A escolha dos setores industriais deve seguir o seguinte critério:

- Deve existir um número razoável de companhias em cada setor;
- Deve ter uma percentagem razoável de capitalização em cada setor;
- Estar de acordo com a divisão de indústrias adotada pela maioria dos investidores.

A tabela abaixo apresenta as indústrias utilizadas no modelo, o número de empresas que constituem as indústrias e a capitalização das indústrias em relação à capitalização total.

Tabela 2.1 - Classificação e Perfil das Industrias do Modelo da BARRA

Indústrias	Em 07/99	
	Nº de empresas	% da capitalização
Comida, bebidas e fumo.	35	4,95
Autopeças e montadoras	28	1,24
Bens de capital	22	1,51
Comércio varejista	19	1,28
Eletrônica	25	1,90
Eletrodomésticos	26	18,90
Companhias controladoras	9	1,71
Plano de saúde	0	0,00
Turismo e hotelaria	0	0,00
Insumos agrícolas	17	0,34
Instituições financeiras	20	15,89
Telecomunicações	19	29,44
Construção civil e materiais de construção	14	0,91
Papel, celulose e embalagens.	12	0,98
Petróleo e derivados	12	10,32
Química e petroquímica	18	1,22
Siderurgia e metalurgia	26	2,64
Saneamento básico	1	1,93
Transporte (marítimo e aéreo)	6	0,28
Extração mineral e metais	10	4,19
Têxtil e vestuário	19	0,37
TOTAL	338	100

2.5.8 Estimação dos Retornos dos Fatores

Os tópicos anteriores serviram para definir a exposição de cada ativo aos fatores do modelo no início de cada período dentro da janela de estimação. A partir de agora, os retornos em excesso de cada fator devem ser estimados. Isto será feito através de uma regressão do tipo *cross-sectional* dos retornos em excesso dos ativos sobre suas respectivas exposições aos fatores. A regressão é do tipo apresentada em:

$$r_n(t) = \sum_K X_{n,k}(t) \cdot b_k(t) + u_n(t)$$

Onde,

- $r_n(t)$ é o excesso de retorno (retorno acima da taxa livre de risco) de uma ação do período t até o período t+1;
- $X_{n,k}(t)$ é a exposição da ação “n” ao fator “k” estimado no tempo t. Para os fatores em relação à indústria, a exposição é um ou zero, indicando se a ação pertence ou não a aquele fator. Para os outros fatores comuns, a exposição é padronizada para que a média das exposições sobre as ações seja zero, e o desvio padrão seja um;
- $b_k(t)$ é o retorno do fator K durante o período t até t+1;
- $u_n(t)$ é o retorno específico do período t até t+1. É a parte do retorno que os fatores não conseguem explicar. Este modelo irá contabilizar este risco específico.

O período de estimação do modelo brasileiro é de 41 meses aproximadamente. Assim, uma série temporal de retornos de 41 elementos para cada fator é obtida. Os

retornos dos fatores obtidos serão estimadores robustos e poderão ser utilizados para calcular a matriz de covariância dos fatores.

2.5.9 Cálculo da Matriz de Covariância

Esta é a última etapa do processo de estimação do modelo de multifatores da Barra. Nesta etapa do processo, tem-se uma série temporal (aproximadamente 41 meses) dos retornos dos 29 fatores do modelo (21 indústrias e 8 índices de risco). A maneira mais simples de se obter a matriz de covariância dos fatores seria computando as covariâncias e variâncias simples da amostra de retornos geradas na série temporal. Este procedimento implica em assumir que o processo é constante ao longo do tempo. Isto quer dizer que o mercado hoje se comporta da mesma maneira que há alguns anos atrás. Com isso, a informação recente tem o mesmo peso do que a informação de alguns anos passados.

Entretanto, existem estudos mostrando que as informações recentes têm maior peso do que as informações passadas. Isto ocorre porque as correlações entre os retornos mudam com o tempo. Além disso, um processo estável implica em assumir que variância é constante no tempo para um *portfólio* bem diversificado. Existem evidências que em alguns mercados esta variância muda com o tempo. Por exemplo, períodos de alta volatilidade geralmente são seguidos de períodos de baixa volatilidade.

Existem modelos em que esta suposição de processo constante ao longo do tempo é relaxada. Por exemplo, no cálculo da covariância entre os retornos de fatores, pode-se atribuir maior peso a observações mais recentes e menor peso a observações mais distantes no tempo.

2.6 Considerações Finais

Como visto no decorrer do capítulo, o modelo de multifatores surgiu como uma alternativa aos modelos de CAPM e APT. Originalmente, o modelo de multifatores foi desenvolvido para análise de risco e não para explicar retorno esperado embora tenha uma estrutura similar ao APT visto no capítulo 1.

A empresa Barra desenvolveu um modelo de multifatores fundamentalistas e começou a comercializa-lo. O modelo aqui no Brasil é conhecido como *Brazilian Equity Model*. Este modelo é a base para o programa computacional que permite: análise e previsão do risco, construção de carteiras, previsão de retornos e análise da performance das carteiras.

Conclui-se, portanto, que existem vantagens em se usar o modelo multifatorial para uma análise do *portfólio*. Estas vantagens são:

- O modelo multifatorial oferece uma análise da exposição ao risco mais completo do que outros métodos como o CAPM. Isto ocorre por que o modelo multifatorial consegue dividir o risco em várias partes;
- Este modelo não é limitado somente em uma análise histórica dos dados, pois existe uma lógica econômica usada para seu desenvolvimento;
- Este modelo consegue isolar o impacto dos fatores individualmente. Portanto, ele proporciona uma melhor análise para tomada de decisões.
- Do ponto de vista prático, o modelo multifatorial é plausível, e entendido pelos investidores;

- Este modelo é flexível porque permite uma variedade enorme de preferências e julgamentos que o investidor venha a fazer.

Entretanto, o modelo multifatorial tem as suas limitações. Por exemplo, eles conseguem prever muito, mas não todo o risco do *portfólio*, o modelo não oferece recomendações de compra de ações, ou seja, os investidores precisam ter suas próprias estratégias.

CAPÍTULO III

FUNDAMENTOS DO GERENCIAMENTO ATIVO

3.1 Considerações Iniciais

O modelo do CAPM abordado no capítulo 1 fornece o retorno esperado que é consenso entre os investidores. O modelo de multifatores estudado no capítulo 2 foi originalmente formulado para controlar e analisar o risco das carteiras. Portanto, os retornos consensuais esperados entre os investidores e a análise de risco detalhada, estarão disponíveis para todos os gestores de carteiras. Por isso, se o gestor quiser se diferenciar do mercado, ele terá então que prever um retorno que não seja consenso entre os investidores.

Neste terceiro capítulo da dissertação este assunto será discutido com maiores detalhes. Este capítulo na realidade é uma transição da teoria financeira para a prática de mercado porque ele leva em consideração aspectos como, por exemplo, a visão profissional que o gestor deve possuir ao administrar uma carteira de ações de um fundo de investimento. Na teoria, o investidor segue somente sua preferência individual. No entanto, ao administrar uma carteira de um fundo de investimento com recursos de terceiros, o gestor não pode levar em consideração suas preferências individuais.

3.2 *Benchmark*

Na prática, o gestor que administra sua carteira de forma ativa será sempre desafiado a superar o *portfólio benchmark*. Este *portfólio* é chamado de “mercado”, mas sabe-se que isto é um absurdo. Por exemplo, o índice S&P500, negociado na bolsa de valores de Nova York, representa somente 25% das ações negociadas no mundo. Se for levado em conta o mercado de imóveis, renda fixa e moedas, este índice não representaria uma porção significativa do mercado para os gestores de carteiras. Portanto, a palavra “mercado” será excluída e trocada por “*benchmark*”.

Atualmente, o *benchmark* é uma consequência para os gestores de carteiras porque muitos de seus investimentos precisam ser comparados com alguma referência de mercado. Nesta dissertação, o *benchmark* utilizado será o IBOVESPA. Assim, a performance do gestor será julgada em relação a este *benchmark*.

Com a introdução deste índice, o gestor ativo que é julgado em relação ao mercado, pode focar sua atenção em direção ao risco ativo (diferença entre o risco do *portfólio* administrado e o *portfólio benchmark*). O gestor pode também se especializar e se concentrar em um número menor de ativos.

A teoria desenvolvida em termos de *portfólio* de mercado vista no capítulo 1 não será totalmente abandonada. O enfoque que será dado neste capítulo se baseia nesta teoria de *portfólios* de mercado. Por exemplo, o conceito de *beta* é universal para os gestores de carteiras; mas este conceito é adaptado para o *benchmark* ao invés do mercado como no caso do modelo do CAPM.

Esta definição de *benchmark* irá permitir separar o retorno esperado em partes.

3.3 Componentes do Retorno Esperado

De acordo com Grinold e Kahn (1999), a previsão do retorno esperado pode ser decomposta em quatro partes:

- A componente livre de risco (prêmio pelo tempo);
- A componente do *benchmark* (prêmio de risco);
- A componente do retorno excepcional do *benchmark* (prêmio definido pelo “*benchmark timing*”);
- A componente do retorno residual esperado (*alpha*).

Logo abaixo será descrita com detalhes cada uma das componentes acima.

O retorno de um investimento é definido como a variação do preço entre um instante $t+1$ e t em relação ao preço no instante t . Ou seja,

$$\frac{(P_{t+1} - P_t)}{P_t} = 1 + R_n \quad (3.1)$$

O excesso de retorno de um investimento será definido por

$$r_n = R_n - i_F \quad (3.2)$$

Onde,

- R_n é o retorno do investimento;
- i_F é a taxa livre de risco.

A partir de uma equação de regressão abaixo:

$$r_n = \mathbf{b}_n \cdot \mathbf{r}_B + \mathbf{q}_n \quad (3.3)$$

Onde,

- r_B é o excesso de retorno do mercado;
- β_n é o *beta* do ativo com relação à r_B ;
- θ_n é o retorno residual;

Pode-se igualar a equação 3.3 a equação 3.2.

$$r_n = \mathbf{b}_n \cdot r_B + \mathbf{q}_n = R_n - i_F$$

Ou seja,

$$R_N = i_F + \mathbf{b}_n \cdot r_B + \mathbf{q}_n \quad (3.4)$$

Aplicando a propriedade de valor esperado na equação 3.4

$$E\{R_N\} = i_F + E\{\mathbf{b}_n \cdot r_B\} + E\{\mathbf{q}_n\}$$

$$E\{R_N\} = i_F + \mathbf{b}_n f_B + \mathbf{a}_n \quad (3.5)$$

Assim, definindo o termo f_B acima como :

$$f_B = \mathbf{m}_B + \Delta f_B \quad (3.6)$$

Onde,

- μ_B é a média de excesso de retornos do *benchmark* utilizando dados passados.
- Δf_B é a diferença entre a média (μ_B) e o valor do excesso de retorno esperado (previsto) f_B .

Substituindo o termo da equação 3.6 na equação 3.5.

$$E\{R_N\} = i_F + \mathbf{b}_n \cdot (\mathbf{m}_B + \Delta f_B) + \mathbf{a}_n$$

$$E\{R_N\} = i_F + \mathbf{b}_n \cdot \mathbf{m}_B + \mathbf{b}_n \cdot \Delta f_B + \mathbf{a}_n \quad (3.7)$$

Onde,

- i_F é a componente livre de risco. É também conhecida como prêmio pelo tempo por causa do retorno de um ativo livre de risco;
- $b_n \cdot m_B$ é a componente do excesso de retorno do *benchmark* no qual é consenso entre os investidores. É a componente do prêmio de risco. Note que os ativos com *beta* baixo terão os menores prêmios de risco, e os ativos com *beta* alto terão os maiores prêmios de risco.
- $b_n \cdot Df_B$ é a componente do retorno excepcional do *benchmark*. É medida pela diferença entre o excesso de retorno esperado do *benchmark* no curto prazo e o excesso de retorno esperado de *benchmark* no longo prazo (μ_B). É também conhecida como a componente do prêmio do *benchmark timing*.
- α_n é a componente do retorno residual esperado. Matematicamente, $\alpha_n = E\{\theta_N\}$, É conhecida como a componente da seleção das ações.

De acordo com a equação 3.7, pode-se também definir outras variáveis. Por exemplo:

- $f_n = b_n \cdot m_B + b_n \cdot \Delta f_B + a_n$ é o excesso de retorno esperado;
- $b_n \cdot \Delta f_B + a_n$ é o excesso de retorno esperado excepcional. Este termo da equação é a chave para o gerenciamento ativo. O primeiro termo $b_n \cdot \Delta f_B$ mede o *benchmark timing* e o segundo termo mede a seleção de ações.

Se o gestor não tiver nenhuma informação excepcional, os termos Df_B e a_n serão iguais a zero. Assim a equação 3.7 ficará idêntica a do CAPM vista no capítulo 1.

3.4 Gerenciamento Baseado no Risco e Retorno Total x Risco e Retorno Ativo

No capítulo 1, a Teoria desenvolvida por Markowitz (1959) e Sharpe (1961) considerava a relação risco e retorno total na construção da fronteira eficiente. Neste capítulo o conceito de risco-retorno total estudado no capítulo 1 será expandido para abordar as definições de risco do *benchmark* e risco ativo.

A relação risco-retorno retorno total disponível para uma previsão no qual é consenso entre os investidores é dada pela figura abaixo.

Figura 3.1 – Relação Risco x Retorno para uma previsão consensual entre os investidores

Note pela figura 3.1 acima que o eixo horizontal mede o risco do *portfólio* e o eixo vertical mede o excesso de retorno esperado ($b. m_B$). Esta última medida está baseada em uma previsão no qual é consenso entre os investidores. Esta hipérbole acima fornece várias combinações entre o excesso de retorno esperado e risco do *portfólio*. Neste caso, o *portfólio* de maior valor na relação excesso de retorno esperado-risco (índice de sharpe) irá ser o ponto B que representa o *portfólio benchmark*.

O gerenciamento ativo começa quando o gestor prevê diferentemente do consenso entre os investidores. Assim, se o gestor tiver uma previsão f para o excesso de retorno esperado, a relação risco-retorno será esboçada na figura abaixo.

Figura 3.2 – Relação Risco x Retorno de uma previsão f diferente do consenso entre os investidores

Note pela figura acima que o *benchmark*, representado pelo ponto B, não é mais eficiente. Isto quer dizer que o *portfólio* de maior índice de Sharpe não é mais B, e sim Q. A previsão do excesso de retorno esperado para uma ação n será representado pela equação abaixo:

$$f_N = b_n \cdot f_B + a_N \quad (3.8)$$

Onde,

- f_B é a previsão de excesso de retorno esperado para o *benchmark*, β_n ;
- a_N é a previsão do *alpha* da ação n .

3.5 Abordagem Tradicional de Risco e Retorno Total

Tradicionalmente, o critério da escolha do *portfólio* supõe que os retornos das ações são normalmente distribuídos, o investidor tem uma função de utilidade quadrática e a análise é feita para o curto prazo. As duas primeiras suposições são oriundas do estudo de Markowitz (1959) e Sharpe (1962). A terceira suposição vem do trabalho de Merton que supõe uma aproximação da função de utilidade quadrática para um período curto de tempo.

A partir destas suposições acima, Grinold e Kahn (1992) definiram a seguinte função de utilidade $U[P]$:

$$U[P] = f_p - I_T s_p^2 \quad (3.9)$$

Onde:

- $U[P]$ é a utilidade esperada do *portfólio*;
- I_T é o Coeficiente de aversão total ao risco;
- f_p é o excesso de retorno esperado.

O coeficiente de aversão total ao risco inclui o risco sistemático (dado pelo *benchmark*) e o risco residual (dado pela seleção de ativos). Para se determinar o valor λ_T , existe uma maneira científica que será abordado no tópico seguinte.

3.5.1 Determinação do Valor de l_T

Suponha que o gestor não tenha nenhuma informação ou palpite relevante. Logo, o retorno esperado será dado pelo consenso de mercado e a maximização da utilidade esperada levará o gestor a investir no *portfólio benchmark*.

Então, se $a_n = 0$ e $\Delta f_B = 0$ a equação 3.8 poderá ser escrita como:

$$f_N = \mathbf{b}_N \cdot \mathbf{m}_B \quad (3.10)$$

Aplicando a propriedade de variância na equação 3.10,

$$\mathbf{s}_N^2 = \mathbf{b}_N^2 \cdot \mathbf{s}_B^2 \quad (3.11)$$

Substituindo a equação 3.10 e a equação 3.11 na equação 3.9.

$$U[P] = \mathbf{b}_p \cdot \mathbf{m}_B - l_T \cdot \mathbf{b}_p^2 \cdot \mathbf{s}_B^2 \quad (3.12)$$

Maximizando a função de utilidade $U[P]$ da equação 3.12,

$$\frac{d(U[P])}{d\mathbf{b}_p} = \mathbf{m}_B - 2l_T \cdot \mathbf{b}_p \cdot \mathbf{s}_B^2 = 0$$

Nestas condições, deve-se escolher o *portfólio benchmark* porque $\mathbf{b}_p = \mathbf{b}_B = 1$.

$$\mathbf{m}_B - 2l_T \cdot \mathbf{b}_p \cdot \mathbf{s}_B^2 = 0$$

$$l_T = \frac{\mathbf{m}_B}{2\mathbf{s}_B^2},$$

Assim, o valor de encontrado de l_T acima leva o gestor a investir no *portfólio benchmark* porque ele não tem nenhuma informação adicional ($\Delta f_B = a_N = 0$).

Entretanto, para um caso em que o gestor tenha, por exemplo, palpites ou informações valiosas sobre o Δf_B (retorno além da média), a equação 3.8 poderá ser escrita da seguinte forma, $f_N = \mathbf{b}_B \cdot f_B$.

Substituindo $f_N = \mathbf{b}_B \cdot f_B$ na equação 3.9:

$$U[P] = f_B \cdot \mathbf{b}_B - \mathbf{l}_T \cdot \mathbf{b}_P^2 \cdot \mathbf{s}_B^2 \quad (3.13)$$

Maximizando a função de utilidade da *equação 3.13*.

$$\frac{d(U[P])}{d\mathbf{b}_P} = f_B - 2\mathbf{l}_T \cdot \mathbf{b}_P \cdot \mathbf{s}_B^2 = 0, \text{ onde } f_B = \mathbf{m}_B + \Delta f_B.$$

$$\mathbf{b}_P = \frac{f_B}{2\mathbf{l}_T \cdot \mathbf{s}_B^2} = \frac{\mathbf{m}_B + \Delta f_B}{2 \cdot \mathbf{l}_T \cdot \mathbf{s}_B^2}$$

$$\mathbf{b}_P = \frac{\mathbf{m}_B + \Delta f_B}{2 \cdot \left(\frac{\mathbf{m}_B}{2\mathbf{s}_B^2}\right) \cdot \mathbf{s}_B^2}$$

$$\mathbf{b}_P = 1 + \frac{\Delta f_B}{\mathbf{m}_B}, \quad (3.14)$$

Neste ponto surge um novo conceito chamado de *beta* ativo que será definido como a diferença entre o *beta* do *portfólio* e o *beta* do *benchmark* que sempre terá valor igual a um. Matematicamente,

$$\mathbf{b}_{PA} = \mathbf{b}_P - 1 \quad (3.15)$$

Substituindo a *equação 3.15* na *equação 3.14*,

$$\mathbf{b}_{PA} = \mathbf{b}_P - 1 = \frac{\Delta f_B}{\mathbf{m}_B}. \text{ Isto significa que } \mathbf{b}_{PA} \text{ é a razão entre o excesso de}$$

retorno esperado além da média (Δf_b) e a própria média.

Nesta análise de risco x retorno total, os pequenos níveis de informação levam a elevados níveis de risco residual. Por isso, uma nova teoria deve ser desenvolvida para que se encaixe melhor no ponto de vista do gestor ativo.

3.6 Gerenciamento Baseado em “Valor Adicionado”

No t3pico anterior, segundo o crit3rio da utilidade esperada os *portf3lios* selecionados obtinham riscos residuais mais altos do que os riscos observados pelos gestores de carteiras. Esta teoria n3o fornecia resultados consistentes porque a fun33o de utilidade n3o conseguia distinguir as v3rias fontes de risco.

O conceito de valor adicionado surgiu como uma alternativa para os gestores administrarem de forma ativa suas carteiras. Uma nova fun33o objetiva mais realista foi criada para poder medir a capacidade de um gestor adicionar valor a sua carteira. Nesta equa33o o gestor foca somente no retorno excepcional e no risco ativo para escolha do seu *portf3lio*.

A equa33o do valor adicionado 3 dada por:

$$VA[P] = (\mathbf{b}_{PA} \cdot \Delta f_B - \mathbf{I}_{BT} \cdot \mathbf{b}_{PA}^2 \cdot \mathbf{s}_B^2) + (\mathbf{a}_P - \mathbf{I}_R \cdot \mathbf{w}_P^2)^{10} \quad (3.16)$$

Onde,

- A contribui33o do primeiro termo $(\mathbf{b}_{PA} \cdot \Delta f_B - \mathbf{I}_{BT} \cdot \mathbf{b}_{PA}^2 \cdot \mathbf{s}_B^2)$ 3 devido ao *benchmark timing*. Este termo 3 dado pelo *beta* ativo do gerente;
- A contribui33o do segundo termo $(\mathbf{a}_P - \mathbf{I}_R \cdot \mathbf{w}_P^2)$ 3 devido 3 posi33o residual do gerente. Este termo 3 dado pela sele33o de a33es.

Assim, o gestor ativo tem que estar preocupado em adicionar valor atrav3s do *benchmark timing* e da sele33o de a33es. Nesta disserta33o, no entanto, a estrat3gia

¹⁰ Para maiores detalhes sobre a dedu33o desta f3rmula, leia o ap3ndice t3cnico do cap3tulo 4 do livro *Active Portf3lio Management*, Grinold e Kahn(1999).

baseada no *benchmark timing* ¹¹ será desconsiderada. O gestor somente irá focar na metodologia de seleção de ações.

O objetivo do gerente de carteiras será então maximizar o valor agregado a partir do retorno residual penalizando com o menor grau de risco residual possível a seguinte função de utilidade abaixo:

$$VA[P] = (\mathbf{a}_p - \mathbf{I}_R \cdot \mathbf{w}_p^2) \quad (3.17)$$

3.7 O Índice Informatio Ratio (IR)

Segundo Grinold e Kahn (1992), a noção de sucesso de um gerenciamento ativo é capturada e quantificada pelo *information ratio (IR)*. Este índice informa o quanto o gerente é eficiente. Sobre o “*information ratio*” pode-se dizer que:

- O IR apura o resultado atingido *ex-post* (visando o passado) e fornece oportunidades *ex-ante* (visando o futuro);
- O IR define a fronteira residual e as oportunidades disponíveis para o gestor.

Para esta dissertação, o IR calculado é o IR(Informatio Ratio) *ex-post* baseado em dados passados. Existem duas metodologias para o cálculo do IR que serão abordados. A primeira metodologia é definida como a razão entre a média aritmética do retorno ativo e o desvio padrão do retorno ativo (risco ativo).

¹¹ Para maiores detalhes sobre o Benchmark Timing, leia o Capítulo 19 do Livro *Active Portfólio Management*, Grinold e Kahn(1999)

O retorno ativo será definido como excesso de retorno do *portfólio* $R_{p,t}$ em relação ao *Benchmark* $R_{B,t}$. Matematicamente, $R_{a,t} = R_{p,t} - R_{B,t}$.

Para cada período no tempo calcula-se o retorno ativo e depois a média.

$$\overline{R_a} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T R_{a,t}$$

O risco ativo será definido como o desvio padrão do retorno ativo. Matematicamente,

$$y_a = \sqrt{\frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T (R_{a,t} - \overline{R_a})^2}$$

$$IR = \frac{\overline{R_a}}{y_a} \quad (3.18)$$

O problema de se usar a *equação 3.18* é porque o índice calculado pode ser tendencioso em casos de $\beta \neq 1$. Por isso, os gestores preferem utilizar a *equação 3.19* abaixo para estimar o IR.

A segunda metodologia para o cálculo do IR será definido como:

$$IR = \frac{\alpha_p}{\omega_p} \quad (3.19)$$

Onde,

- α_p é o retorno residual;
- ω_p o risco residual;

Estes termos α_p e ω_p são calculados a partir da equação de regressão abaixo:

$$r_p(t) = \alpha_p + \beta_p \cdot r_B(t) + e_p(t) \quad (3.20)$$

Onde,

- $r_p(t)$ é o excesso de retorno do *portfólio* em relação a um retorno de um investimento livre de risco, $r_p(t) = r_{p,t} - r_f$;
- $r_B(t)$ é o excesso de retorno da carteira de mercado em relação a um investimento livre de risco, $r_B(t) = r_{B,t} - r_f$;
- $e_p(t)$ é o retorno residual da carteira que o modelo não captura.

De acordo com Frino e Gallagher (1999), Elton, Gruber, Das e Hlavka (1993), Malkiel (1995) e Gruber (1996) esta equação de regressão acima tem sido muito usada pela indústria de fundo de investimento ativos para medir a performance destes fundos ajustados ao risco. Originalmente, esta equação foi desenvolvida por Jensen (1968) baseado em uma equação linear de uma regressão do CAPM.

Esta equação de regressão 3.20 serve para estimar o *alpha* do *portfólio* e a volatilidade do erro residual para o cálculo do IR.

3.8 Definição de *Alpha*

O *alpha* é definido como a previsão do retorno residual, se o gestor observe o futuro (ex-ante) ou, o *alpha* é definido como a média dos retornos residuais passados, se o gestor observe para o passado (ex-post).

A definição de *alpha* é como o termo *beta*, ele surge de uma regressão linear onde o retorno de um *portfólio* é dividido em uma parcela que é perfeitamente correlacionado com os retornos do *benchmark* e uma outra parcela que não é correlacionada chamada de componente residual.

Utilizando a equação 3.20, pode-se calcular o *alpha* (ex-post). Neste caso o α_p será o retorno residual médio observado no passado. Porém, se o gestor observar o futuro, o *alpha* será o valor esperado do retorno residual. Matematicamente,

$$\mathbf{a}_p = E\{\mathbf{q}_p(t)\}$$

Por definição o *portfólio benchmark* tem o retorno residual igual a zero ($\theta_B=0$). Logo, o *alpha* para o *portfólio* do *benchmark* deve ser zero ($\alpha_B=0$).

3.9 O Valor Agregado e o IR(Informatio Ratio)

Existe uma relação entre o IR e a capacidade do gestor em adicionar valor.

Substituindo a equação 3.19 na equação 3.17 tem-se:

$$VA[w_p] = (IR \cdot w_p - I_R \cdot w_p^2) \quad (3.21)$$

Maximizando a função de utilidade de $VA[w_p]$ da equação acima em relação a w_p sujeita a restrição de que (α_p / w_p) deve ser menor do que o IR do gestor, pode-se obter o nível ótimo de risco residual.

$$\frac{\partial VA[w_p]}{\partial w_p} = IR - 2 \cdot I_R \cdot w = 0$$

$$w^* = \frac{IR}{2 \cdot I_R}, \quad (3.22)$$

Onde w^* será o nível ótimo de risco residual que maximiza a função $VA[w_p]$. Substituindo este valor da equação 3.22 na equação 3.21.

$$VA^* = VA[w^*] = IR \cdot \frac{IR}{2I_R} - IR \cdot \left(\frac{IR}{2I_R} \right)$$

$$VA^* = \frac{IR^2}{4I_R} = \frac{w^* \cdot IR}{2}$$

A partir da equação acima se observa que a habilidade do gestor em adicionar valor cresce com o quadrado de IR e decresce à medida que o gerente se torna mais avesso ao risco. Com isso, o IR determina o potencial do gestor em adicionar valor.

Conclui-se, portanto, que o IR é a estatística mais importante para comparação das diferentes estratégias de investimentos e análise da performance das diversas técnicas de construção de carteiras.

3.10 A Lei Fundamental do Gerenciamento Ativo

Uma simples lei conhecida como a Lei Fundamental do Gerenciamento Ativo fornece ao gestor de carteiras uma aproximação para o cálculo do IR. Esta lei é baseada em dois fatores: a habilidade e o número de apostas. O número de apostas é o número de decisões de investimentos independentes que são feitas cada ano, e a habilidade (representada pelo IC) mede a qualidade das decisões tomadas nos investimentos. Formalmente,

- BR é o número de apostas da estratégia. A amplitude define o número de previsões independentes do retorno excepcional que o gestor faz por ano. Por exemplo, um gestor que acompanha 100 ações e revê suas expectativas a cada semestre, ele apresentará um *breadth* de 200.

- IC é o coeficiente de informação do gestor. Este coeficiente mede a correlação entre cada previsão do retorno com o retorno obtido atual. Grinold [1992] sugeriu que o IC é o mesmo para todas as previsões.

Esta lei estabelece uma relação entre o número de apostas e a habilidade do gestor através da seguinte formula:

$$IR = IC \cdot \sqrt{BR} \quad (3.23)$$

No tópico anterior, estabeleceu-se uma relação entre o nível de risco residual e o IR. Com a lei fundamental do gerenciamento ativo, pode-se expressar também esta relação em termos de habilidade e numero de apostas substituindo a *equação 3.23* na *equação 3.22*.

$$w^* = \frac{IR}{2I_R} = \frac{IC \cdot \sqrt{BR}}{2I_R}$$

Isto significa que o nível de agressividade cresce diretamente proporcional ao nível de habilidade e a raiz quadrada do número de apostas.

Com isso, a capacidade do gestor em adicionar valor em termos de número de apostas e habilidade pode ser expresso como:

$$VA^* = \frac{IR^2}{4I_R} = \frac{IC^2 \cdot BR}{4I_R} \quad (3.24)$$

Isto quer dizer que o valor adicionado por esta estratégia (retorno ajustado ao risco) irá crescer com o número de apostas e com o quadrado do nível de habilidade.

A equação 3.24 mostra ao gestor como o IR (Informatio Ratio) pode ser explicado por duas componentes, IC (Coeficiente de Informação) e o número de apostas (Breath) da estratégia.

Existem três suposições por trás desta equação 3.24. A primeira suposição é a mais importante porque diz que o gestor deve saber explorar bem a informação que ele possui e medir com precisão sua capacidade de previsão. A segunda suposição diz que as fontes de informação são independentes. Por exemplo, o gestor não aposta duas vezes na mesma informação que ele tem. A terceira suposição assume que a previsão para cada componente é a mesma, ou seja, o IC é o mesmo para todas as previsões.

Esta equação da lei fundamental do gerenciamento ativo fornece a seguinte mensagem para os gestores: deve-se apostar corretamente e várias vezes para vencer o mercado. Para apostar corretamente o gestor deve ter um IC alto. Para apostar várias vezes, os gestores podem aumentar o número de ações de seu universo, ou diminuir o horizonte de tempo das previsões, reduzindo assim o intervalo de tempo entre os rebalanceamentos da carteira.

CAPÍTULO IV

METODOLOGIA UTILIZADA

4.1 Considerações Iniciais

A construção de um *portfólio* é uma etapa fundamental para os gestores de carteiras porque é a implementação da pesquisa realizada para a construção das carteiras. Segundo Grinold e Kahn (1999), um gestor com uma ótima informação para adicionar valor a sua carteira não conseguirá superar o mercado se não tiver uma técnica eficaz de construção de carteiras. Esta técnica é dividida em duas partes: a construção do *portfólio* que será vista nesta dissertação e a negociação do *portfólio* que não será estudada. Esta última parte estuda fatores como ‘*turnover*’ (custo para rebalancear um *portfólio*) e custos de transação (corretagem para compra ou venda dos ativos).

A construção de um *portfólio* requer vários dados de entrada. Por exemplo, a estimação da covariância, os ativos que compõe a carteira, os *alphas* (expectativas de retorno) e o parâmetro de aversão ao risco. Dentre estes fatores listados anteriormente, somente os ativos que compõe a carteira podem ser estimados com precisão. Os outros fatores como os *alphas* e a covariância, entretanto, estão sujeitos a erros de estimação.

Portanto, para a construção de um *portfólio* existem dois questionamentos básicos:

1) Qual será o melhor *portfólio* dado que existem dados de entrada como: *alpha*, covariância, parâmetro de aversão ao risco que estão sujeitos a erros de estimação?

2) Quais serão os procedimentos adotados para construir um *portfólio* na presença de dados que são incertos e apresentam ruído em suas séries históricas?

Segundo Grinold e Kahn (1999), existem diversas técnicas para a construção de *portfólios*. Porém, existem três técnicas mais abrangentes que são usadas pela maioria de gestores. Estas técnicas estão listadas logo abaixo:

- Janelas(Screen);
- Estratificação (Stratification);
- Programação Quadrática.

Antes de se aprofundar mais em cada técnica descrita acima, os seguintes tópicos serão abordados: os dados utilizados, a construção dos *alphas*, o retorno dos fatores, a análise da informação, a exposição dos fatores e a performance dos métodos.

4.2 Dados Utilizados

Para realização deste trabalho foi utilizado um universo de 150 ações negociadas na BOVESPA (Bolsa de Valores de São Paulo). Os dados referentes às cotações das ações foram coletados junto ao banco de dados da Economatica, disponíveis na Pontifícia Universidade Católica (PUC/RJ) e todos eles já estão ajustados com relação a eventuais distribuições de dividendos e/ou bonificações, assim

como deflacionados pelo Índice Geral de preços – Disponibilidade Interna (IGP-DI), calculada pela Fundação Getúlio Vargas (FGV).

Além disso, a consultoria Barra através de seu programa *AEGIS 3.0* forneceu uma base de dados mensal de março de 1997 até março de 2000 com o retorno dos fatores (21 indústrias e 8 índices de risco).

Um ponto importante a ressaltar, as ações disponíveis no programa *AEGIS 3.0* da consultoria Barra tinham cotações no programa Economática. Com isso, todas as ações nesta dissertação tinham uma série histórica para análise estatística.

4.3 Construção dos *Alphas*

De acordo com o capítulo quatro, existem duas definições para o *alpha*. A primeira definição, visando o passado (*ex-post*), o *alpha* é o coeficiente linear de uma equação de regressão. Este *alpha* serve para verificar a capacidade de determinada estratégia adicionar valor para o gestor. A segunda definição, visando o futuro (*ex-ante*), o *alpha* é a previsão do retorno residual de cada ação da carteira. Este *alpha* serve como previsão de retorno para o gestor utilizar na construção das carteiras. Neste capítulo será estudada somente esta segunda definição.

Segundo Grinold e Kahn (1999), o gestor ativo somente irá superar o mercado investindo em *portfólios* diferentes do *benchmark*. Assim, no momento em que o gestor acreditar que pode superar o *benchmark*, estará implicitamente prevendo um retorno diferente do consenso de mercado. Este retorno esperado surge para o gestor a partir de uma informação ou um palpite qualquer. Neste trabalho irá ser abordada uma técnica desenvolvida por Grinold no artigo “*Alpha is Volatility Times IC Times Score*”

escrito no The Journal of Portfolio Management em 1994. Neste artigo Grinold mostra como refinar uma informação qualquer (recomendação de compra/venda de ação, dados fundamentalistas e etc.) e transformá-la em retorno esperado para que o gestor possa usar na construção das carteiras. Esta informação ou palpite, em geral, surge para o investidor em várias escalas ou unidades e não é definitivamente a previsão do retorno esperado. Por isso, Grinold desenvolveu uma fórmula para transformar esta informação ou palpite em previsão (retorno esperado).

$$a_i = w_i \cdot IC \cdot Score_i^{12} \quad (4.1)$$

Onde,

- IC é o coeficiente de informação (*Information Coeficient*). Este coeficiente é a correlação entre o retorno previsto e a informação utilizada pelo gestor para realizar as previsões. Este coeficiente mede também a habilidade do gestor em fazer previsões. Um valor de IC = 0,10 quer dizer que o gestor acredita ser capaz de conseguir um coeficiente de correlação de 10% entre o retorno de cada ação da carteira com as previsões sobre as mesmas. Segundo Grinold (1994), um pouco de humildade é necessário para a escolha do valor de IC.
- w_i é a volatilidade residual da ação que se deseja fazer a previsão. O modelo da barra AEGIS 3.0 fornece mensalmente o valor da volatilidade residual de cada ação.
- $Score_i$ é a informação padronizada com média zero e desvio padrão um.

¹² A Dedução desta fórmula se encontra no Anexo I

Existem três fatores básicos (expectativa, habilidade e volatilidade) que proporcionam um forte apelo intuitivo a formula 4.1 acima:

- Para o fator habilidade, existe o coeficiente de informação. Caso IC seja zero, a previsão do gestor não tem nenhuma informação relevante;
- Para o fator volatilidade, caso existam ações com o mesmo nível de habilidade (IC) e o mesmo score, a ação que tiver o maior volatilidade terá o maior *alpha* (maior retorno esperado);
- Para o fator expectativa, se existirem ações com mesmo nível de habilidade e mesma volatilidade, a ação que tiver maior score terá o maior *alpha* (maior retorno esperado).

4.4 Estratégias de Investimentos

Em geral, as estratégias de investimentos têm um histórico em produzir bons resultados aos gestores de carteiras. Porém, mesmo ótimas estratégias, às vezes falham. Com isso, uma boa previsão das estratégias é fundamental para se iniciar um processo de investimento.

O gestor não sabe antecipadamente qual será a melhor estratégia dentre um universo imenso de possibilidades. Contudo, baseado em dados passados (*ex-post*), o gestor consegue identificar qual foi a melhor estratégia adotada. Assim, se o gestor conseguir se antecipar ao mercado e identificar qual será a estratégia eficiente, ele conseguirá uma ótima vantagem competitiva sobre os demais participantes do mercado.

No artigo “Forecasting Factor Returns: An Intriguing Possibility” escrito para o Journal of Portfolio Management em 1999, Arnott, Kelso, Kiscadden e Macedo

mostraram que o modelo multifatorial da barra proporciona ao gestor a oportunidade de se fazer um estudo de diferentes estratégias de investimento através dos índices de risco do modelo. Por exemplo, o índice de risco *momentum* identifica uma estratégia caracterizada pelo desempenho das ações recentemente, o índice de risco liquidez identifica uma estratégia focada no volume de negócios das ações.

Mensalmente, a consultoria Barra estima o retorno dos fatores através de uma regressão do tipo *cross-sectional* dada pela equação 2.1 onde se pode inferir algumas estatísticas importantes para as estratégias de investimentos. Para a realização desta dissertação a consultoria Barra forneceu uma tabela contendo as estatísticas descritivas das séries dos índices de risco referentes ao período de março de 1997 a março de 2000.

Tabela 4.1 – Estatísticas dos Retornos dos Fatores dos “Índices de Risco”

Índices de Risco	Média	Desvio Padrão
Alavancagem	0,06%	0,38%
Crescimento	0,21%	0,35%
IBOVESPA	0,07%	1,04%
Liquidez	0,37%	0,06%
<i>Momentum</i>	1,12%	0,38%
Tamanho	0,03%	0,45%
Valor	1,04%	0,62%
Volatilidade	0,06%	0,12%

Esta tabela 4.1 mostra a importância dos fatores. A persistência dos retornos é medida pela média dos retornos dos fatores e a variabilidade é medida pelo desvio padrão dos fatores.

A partir dos resultados da tabela 4.1, observa-se que o índice de risco *momentum* foi o que obteve a maior média (persistência) e um dos menores desvios padrão (variabilidade) entre os fatores de risco. Isto sugere que se uma carteira for

construída com alta exposição ao índice de risco *momentum*, o resultado obtido será o mais eficiente entre todos os índices de risco durante este período porque esta foi uma estratégia que apresentou o maior retorno ajustado a um baixo risco. Com isso, uma pesquisa mais detalhada foi feita na literatura financeira sobre esta estratégia em particular.

Atualmente, existem diversos trabalhos publicados no meio acadêmico sobre a estratégia *momentum*. Por exemplo, o artigo “*Momentum Strategies*” publicado por Chan, Jegadeesh e Lakonishok em 1995 e o artigo, “*Profitability of Momentum Strategies: An evaluation of Alternative Explanations*” publicado por Jegadeesh e Titman em 1993 são alguns destes artigos que estudam como estratégias baseadas em ações que tiveram uma boa performance em um passado recente (1 a 12 meses) superavam em um curto período de tempo (1 a 12 meses) ações que tiveram uma performance ruim no mesmo intervalo de tempo no passado.

Assim, para verificar o sinal *momentum* no universo de ações desta dissertação o seguinte procedimento foi adotado: o retorno acumulado destas ações foi calculado a partir de março de 1999 para os meses de abril de 1999, junho de 1999, setembro de 1999 e março de 2000. Isto significa o retorno acumulado de um mês, três meses, seis meses e doze meses a partir de março de 1999 respectivamente. Além disso, foram calculados os retornos acumulados passados deste universo, a partir de março de 1999, para os meses de fevereiro de 1999, dezembro de 1998, setembro de 1998, março de 1998. Isto quer dizer, os retornos acumulados de um mês, três meses, seis meses, doze meses, passados a partir de março de 1999.

Este procedimento acima será utilizado para testar se o retorno acumulado a partir de março de 1999 (um, três, seis e doze meses) tem alguma correlação com o

retorno acumulado passado (um, três, seis e doze meses), ou seja, se a estratégia *momentum* se verifica no mercado de ações brasileiro.

A correlação entre os retornos acumulados a partir de março de 1999 foi calculada e o resultado se encontra em tabela abaixo.

Tabela 4.2 – Tabela da Correlação entre os Retornos de Universo de 150 ações

	RP12	RP6	RP3	RP1	R1	R3	R6	R12
RP12	1.000	-0.275	-0.326	-0.414	-0.100	-0.080	-0.080	-0.050
RP6	-0.275	1.000	0.633	0.430	0.119	0.191	0.127	0.180
RP3	-0.326	0.633	1.000	0.516	0.198	0.252	0.275	0.243
RP1	-0.414	0.430	0.516	1.000	0.247	0.416	0.397	0.333
R1	-0.100	0.119	0.198	0.247	1.000	0.485	0.462	0.335
R3	-0.150	0.191	0.252	0.416	0.485	1.000	0.757	0.695
R6	-0.080	0.127	0.275	0.397	0.462	0.757	1.000	0.776
R12	-0.050	0.180	0.243	0.333	0.335	0.695	0.776	1.000

Embora o valor das correlações entre os retornos seja baixo, pode-se observar a característica *momentum* presente neste universo de ações. Abaixo existem alguns resultados obtidos da tabela 4.2:

- A correlação entre os retornos acumulados de R1 (1 mês a partir de março de 1999) e RP1 (1 mês passado de março de 1999) é de 0.247;
- A correlação entre os retornos acumulados de R1 (1 mês a partir de março de 1999) e RP3 (3 meses passados de março de 1999) é de 0.198;
- A correlação entre os retornos acumulados de R1 (1 mês a partir de março de 1999) e RP6 (6 meses passados de março de 1999) é de 0.119;
- A correlação entre os retornos acumulados de R1 (1 mês a partir de março de 1999) e RP12 (6 meses passados de março de 1999) é de - 0.10.

Com os resultados obtidos da tabela 4.2 observa-se que a medida que aumenta o intervalo de tempo entre os retornos a correlação diminui.

Além do mais, desta mesma tabela observa-se que:

- A correlação entre os retornos acumulados de R12 (12 meses a partir de março de 1999) e RP12 (12 meses passados de março de 1999) é de – 0.050;
- A correlação entre os retornos acumulados de R6 (6 meses a partir de março de 1999) e RP12 (12 meses passados de março de 1999) é de – 0.080;
- A correlação entre os retornos acumulados de R3 (3 meses a partir de março de 1999) e RP1(1 mês passado de março de 1999) é de 0.416.

Portanto, conclui-se com estes resultados encontrados que existe correlação entre os retornos acumulados das ações quando o intervalo de tempo é pequeno (1 a 6 meses) e que não existe nenhuma correlação quando o intervalo de tempo é grande (6 a 12 meses). Portanto, este universo de ações apresenta a característica *momentum* porque as ações que tiveram uma boa performance em um passado recente (1 a 6 meses) influenciaram o retorno das ações em um curto período de tempo no futuro (1 a 6 meses).

Adicionalmente ao cálculo da correlação entre os retornos acumulados do universo, uma regressão do tipo *cross-sectional* foi utilizada para testar a significância estatística entre a correlação destes retornos. Neste trabalho, a significância estatística foi medida pela estatística “t” da probabilidade. Os resultados encontram-se em tabela 4.3 abaixo.

Tabela 2.3 – Tabela da significância estatística entre os retornos de um universo de 150 ações

	RP12	RP6	RP3	RP1	R1	R3	R6	R12
RP12	1	-	-	-	-1.46	-1.7	-1.89	-1.53
RP6	-	1	-	-	2.45	2.36	1.55	1.8
RP3	-	-	1	-	3.59	3.17	3.47	3.04
RP1	-	-	-	1	3.01	7.78	5.25	4.29
R1	-1.46	2.45	3.59	3.01	1	-	-	-
R3	-1.7	2.36	3.17	7.78	-	1	-	-
R6	-1.89	1.55	3.47	5.25	-	-	1	-
R12	-1.53	1.8	3.04	4.29	-	-	-	1

Com estes resultados da tabela 4.3 acima, observa-se que em geral quanto maior o intervalo de tempo entre os retornos acumulados, o valor da estatística é menor. Em contrapartida, quanto menor o intervalo de tempo entre os retornos, o valor da t-estatística é maior. Por exemplo:

- A t - estatística entre os retornos acumulados de R1(1 mês a partir de março de 1999) e RP1(1 mês passado de março de 1999) é de 3.01;
- A t - estatística entre os retornos acumulados de R1 (1 mês a partir de março de 1999) e RP3(3 meses passados de março de 1999) é de 3.59;
- A t - estatística entre os retornos acumulados de R1 (1 mês a partir de março de 1999) e RP12 (6 meses passados de março de 1999) é de - 1.46.
- A t - estatística entre os retornos de R12 (12 meses a partir de março de 1999) e RP12 (12 meses passados de março de 1999) é de -1.53.
- A t - estatística entre os retornos acumulados de R6 (6 meses a partir de março de 1999) e RP12 (12 meses passados de março de 1999) é de - 1.89.

Portanto, concluí-se que não existiu significância estatística entre os retornos acumulados quando o intervalo de tempo era grande (6 a 12 meses). Porém, os retornos acumulados tiveram significância estatística quanto o intervalo de tempo era pequeno (1 a 6 meses).

Assim, os resultados obtidos da tabela 4.3 reforçaram os resultados obtidos da tabela 4.2. Isto significa que o universo de ações no período em questão apresentou a característica *momentum*.

Após verificar a presença do sinal *momentum* no mercado de ações brasileiro, o gestor precisa verificar se este sinal realmente adiciona valor ao seu *portfólio*. Com isso, a metodologia de análise de informação foi utilizada para testar se este sinal poderia ser utilizado pelo gestor para adicionar valor no seu *portfólio*.

Nesta dissertação não será estudada a origem dos resultados da estratégia de investimento *momentum*. Segundo Jegadeesh e Titman (1993), o retorno obtido por apostar nesta estratégia pode ser um exemplo de uma compensação pelo risco, uma ineficiência de mercado ou um produto de *data mining*.

4.5 Análise de Informação

A informação relevante é vital para uma estratégia de investimento porque ela separa o gerenciamento ativo do gerenciamento passivo. Além disso, quando a informação é bem utilizada, ela permite o gestor superar o mercado. Por isso, a análise da informação surgiu para verificar se a informação que o gestor possui realmente adiciona valor a sua carteira.

A ciência da análise de informação começou na década de setenta com os trabalhos de Treynor e Black (1973), Brealey e Hodges (1973), Ambachtsheer (1974),

Rosenberg (1976), Ambachtsheer e Farrell (1979). Estes autores investigaram não só como o poder de uma informação pode adicionar valor a carteira do gestor e como criar medidas para avaliar isto.

O processo da análise de informação se divide basicamente em duas etapas:

1. Transformar previsões em *portfólios*;
2. Avaliar a performance destes *portfólios*.

Segundo Grinold e Kahn (1999) uma forma de se transformar previsões em *portfólios* é a seguinte:

1. Calcula-se o *alpha* de cada ação;
2. Ordena-se em ordem decrescente de *alphas* as ações;
3. Divide-se estas ações em quintis (decis ou quartis), onde cada ação deve ter o mesmo peso na carteira.

Embora este procedimento acima seja simples e de fácil implementação, ele não é o mais eficaz porque permite que a informação faça apostas acidentais em outros fatores como o mercado. No artigo “*Information Analysis*” escrito por Grinold e Kahn para o Journal of Portfólio Management em 1992, estes autores sugerem um método mais elaborado que se baseia na construção de Factor *Portfólio*¹³. Esta metodologia consegue que se aposte na informação sem fazer apostas em outros fatores.

¹³ Para maiores detalhes de como construir os Factor *Portfólio*, leia “Análise de Informação e Construção de *Alphas* para o Processo de Otimização de Carteiras”, Dissertação de Mestrado do Departamento de Engenharia Industrial escrita por Rafael Cruz Souza em 2000.

Para análise de performance destes *portfólios*, existem várias técnicas e estatísticas disponíveis. Uma maneira rápida e simples de se avaliar a performance é calcular o retorno acumulado de cada carteira (quartil, decil ou quartil) e colocá-los em um gráfico junto com o retorno acumulado do *benchmark*. Caso estas carteiras apresentem uma performance ordenada, existe uma chance muito grande desta informação adicionar valor para a carteira do gestor. A performance ordenada significa que a rentabilidade acumulada da carteira do quintil 1 (maiores *alphas* do universo) é maior do que a rentabilidade acumulada da carteira do quintil 2 (*alphas* menores do que os *alphas* da carteira do quintil 1), a rentabilidade acumulada da carteira do quintil 2 é maior do que a rentabilidade acumulada da carteira do quintil 3 (*alphas* menores do que os *alphas* das carteiras dos quintil 1 e 2), e assim sucessivamente.

Nesta dissertação foi utilizado este método acima para avaliar a informação. Embora este método não seja o mais eficaz, ele é de fácil implementação computacional.

O método se iniciou com a escolha de um universo de 150 ações negociadas na BOVESPA. Posteriormente, este universo foi dividido em cinco quintis no qual o primeiro quintil continha as ações com os maiores *alphas* do universo, o segundo quintil continha as ações com os *alphas* menores do que os *alphas* do primeiro quintil e assim sucessivamente. Cada quintil tinha 30 ações com o mesmo peso na carteira. O retorno acumulado mensal dos respectivos quintis foi calculado a partir de março de 1997 até dezembro de 2000 e os resultados foram colocados em um gráfico abaixo:

Gráfico 4.1- Rentabilidade acumulada dos quintis x IBOVESPA - Março de 1997 até dezembro de 2000.

Observando o gráfico 4.1, a estratégia *momentum* apresentou uma performance ordenada. Isto significa que a rentabilidade acumulada do primeiro quintil foi maior do que a rentabilidade acumulada do segundo quintil, a rentabilidade acumulada do segundo quintil foi maior do que a rentabilidade do terceiro quintil e assim sucessivamente. Entretanto, esta análise acima através do gráfico é pobre e duvidosa, pois ela somente analisa um fator (retorno das carteiras).

Com isso, uma análise mais eficaz através da equação de regressão 3.20 foi utilizada para avaliar a informação relevante. Esta equação permite investigar a significância estatística, o valor agregado, a habilidade (medida pela estatística t , IR e IC) da estratégia em questão. Esta regressão permite ainda o cálculo do α e o β dos portfólios.

Ainda no artigo “Information Analysis”, Grinold e Kahn (1992) afirmam que para os *alphas* da equação de regressão 3.20 serem normalmente distribuídos, a estatística “t” deve ter o valor maior do que dois. Com isso, a probabilidade dos retornos da estratégia serem gerados simplesmente por sorte é menor do que 5%.

Os resultados obtidos utilizando a equação de regressão 3.20 para o universo de ações desta dissertação se encontram na tabela abaixo:

Tabela 4.4 – Estatísticas dos Quintis do Universo de 150 ações

QUINTIS	Alpha	t-Alpha	Beta	t-Beta
Primeiro	0.22	9.49	1.26	11.25
Segundo	0.16	8.60	1.03	11.29
Terceiro	-0.07	-2.81	1.38	11.61
Quarto	-0.19	-15.57	0.81	14.06
Quinto	-0.33	-17.27	0.98	10.69

Com os resultados da tabela 4.4 acima, o *t-alpha* foi maior do que dois em todos os quintis do universo. Isto quer dizer que os retornos gerados pela estratégia *momentum* não foram por sorte do gestor, e sim por habilidade. Além disso, o gráfico 4.1 ajuda a entender melhor os resultados desta tabela 4.4. De fato, os únicos *alphas* positivos da tabela 4.4 são o primeiro e o segundo quintil, pois foram os únicos que apresentam uma rentabilidade sempre superior ao *benchmark* ao longo do tempo.

Em relação ao *beta*, observa-se que os quintis são muito diferentes em relação a sua exposição ao mercado porque este valor variou entre 0,81 e 1,38.

Ainda no artigo “Information Analysis”, Grinold e Kahn concluíram que IR (*Informatio Ratio*) é a melhor estatística para análise de informação porque existe uma relação entre valor adicionado da carteira e o IR. Esta conclusão que estes autores chegaram neste artigo pode ser vista com maiores detalhes no capítulo quatro desta dissertação. Neste capítulo foi mostrado que a habilidade do gestor em adicionar valor

cresce com o quadrado de IR. Isso significa que o IR consegue medir a capacidade de uma informação adicionar valor a carteira do gestor. Na tabela abaixo estão os valores calculados dos IR da cada quintil do universo de ações desta dissertação.

Tabela 4.5 - Tabela com o Cálculo do IR dos Quintis do Universo de 150 ações

QUINTIS	Informatio Ratio
Primeiro	1.51
Segundo	1.34
Terceiro	-0.45
Quarto	-2.48
Quinto	-2.74

De acordo com a tabela 4.5, o quintil que teve o maior IR é o primeiro, o segundo quintil teve o segundo maior IR e assim sucessivamente. Logo, a estratégia *momentum* apresenta uma performance ordenada também em relação ao IR.

Enfim, a técnica da análise da informação feita acima permite concluir que a estratégia *momentum* pode adicionar valor a carteira do gestor para o período de 1997 a 2000.

4.6 As Exposições das Ações aos Fatores do Modelo Barra

A consultoria Barra forneceu através do seu programa AEGIS 3.0, os dados referentes às exposições das ações aos fatores do modelo do período de março de 1997 até novembro de 2000.

Os índices de risco, como já explicado no capítulo 2, são uma combinação linear de descritores e os índices das indústrias são variáveis do tipo *dummy*, assumindo valor 1 caso a ação pertença a uma determinada indústria e zero caso contrário.

Todas as exposições das ações apresentadas pela Consultoria barra em seu programa AEGIS 3.0 e que foi usada no decorrer desta dissertação foram valores

normalizados. Ou seja, são valores que devem ser interpretados como quantidades de desvios padrões além da média, com exceção do fator IBOVESPA, que é uma variável do tipo *dummy*. Na figura abaixo se encontra um esquema de como se normalizar um índice de risco.

Figura 4.1 – Normalização dos Índices de Risco do Modelo Multifatorial da Barra

1. Os valores dos índices de risco não padronizados são primeiro armazenados;
2. O valor médio dos índices de risco é calculado para todas as empresas pertencentes a este índice em particular. Observa-se na figura 4.1 que o ponto zero (média) representa a origem da escala;
3. Os valores dos índices de risco são padronizados em relação a media. Na figura 4.1 a distancia “d” representa o valor de um desvio padrão entre as empresas da amostra. Este valor pode variar de +3 d ou –3 d unidades acima ou abaixo da média.

4.7 Técnicas de Construção de Carteiras

Nos tópicos abaixo irão ser discutidas com detalhes as três técnicas de construção de *portfólios* utilizadas nesta dissertação (metodologia de janelas, metodologia de estratificação e metodologia de programação quadrática).

4.7.1 Metodologia de Janelas (Screen)

Esta metodologia é muito simples. Abaixo estão descritos os passos para implementar esta metodologia.

1. Calcula-se o *alpha* (expectativa de retorno) para o universo de ações disponível. Depois, estas ações são colocadas em ordem decrescente de *alpha*;
2. Escolhem-se as primeiras 50 ações que tiverem os maiores *alphas* (por exemplo);
3. Atribuem-se as ações o mesmo peso ou a mesma capitalização na carteira;

Depois, para fazer o rebalanceamento do *portfólio* a seguinte técnica é utilizada. Por exemplo, suponha que existam 200 ações em um universo qualquer. Este universo será dividido em três categorias: a primeira categoria terá as 40 ações com os maiores *alpha*, a segunda categoria terá as 60 ações com *alphas* menores do que a primeira categoria e a terceira categoria terão as últimas 100 ações com os menores *alphas* do universo. Colocam-se as primeiras 40 ações como recomendação de compra. As 60

ações seguintes mantêm-se na carteira e as últimas 100 ações, com recomendação de venda.

O processo de rebalanceamento se inicia com um *portfólio* de 50 ações. Primeiro compra-se as ações que estão como recomendação de compra e que não estão no *portfólio* atual. Vende-se depois qualquer ativo que esteja no *portfólio* e na lista de venda. O número para a divisão das categorias (40, 60 e 100 ações) pode ser ajustado para controlar o turnover do *portfólio*.

4.7.2 Metodologia de Estratificação (Estratification)

Esta metodologia de estratificação pode ser vista também como uma metodologia de janelas estudada no item anterior. O termo estratificação surgiu da teoria estatística. Neste campo, a estratificação enuncia que uma amostra de uma população pode representar a população como um todo. Por isso, a estratificação divide a população em várias partes.

O ponto chave da estratificação é a divisão das ações em categorias. Esta metodologia certifica-se que existem ações representando cada categoria do *benchmark* no *portfólio* a ser construído. Por exemplo, suponha que existam 10 setores econômicos para classificar as ações. Além disso, suponha que estas ações possam ser classificadas em relação ao seu tamanho (grande, médio e pequeno). Assim, estas ações poderão ser classificadas em 30 categorias baseadas no setor econômico e no tamanho.

Inicialmente para a construção do *portfólio*, o universo de ações é dividido em categorias correspondente as categorias do *benchmark*. O número de ativos que irá compor a carteira depende do grau de aversão ao risco do gestor. Por exemplo, no ano

de 1997, a carteira do *benchmark* possuía 14 categorias. Se o gestor decidir construir uma carteira com baixa aversão ao risco, esta carteira terá 14 ativos com os maiores *alphas* de cada categoria do universo correspondente as categorias do *benchmark*. Além do mais, estas ações escolhidas irão ter o mesmo peso da categoria correspondente do *benchmark*. Se o gestor decidir construir carteiras com média e alta aversão ao risco, ele deverá escolher em cada categoria do universo, as duas e três ações com os maiores *alphas* respectivamente. No ano de 1997, isto quer dizer carteiras com 28 e 42 ativos.

Nesta técnica de construção de carteiras, o rebalanceamento é um pouco diferente do método anterior porque é feito por categoria. O processo se inicia colocando-se as ações em ordem decrescente de *alphas* por categoria. Depois são criadas listas por categoria com as seguintes recomendações: comprar, vender e manter. A partir deste ponto o processo de rebalanceamento é igual ao do método janelas discutido anteriormente.

4.7.3 Metodologia de Programação Quadrática

A metodologia de programação quadrática é a técnica de construção de *portfólio* mais apurada atualmente. Esta técnica considera o *alpha*, o risco e os custos de transação.

Para a programação quadrática nesta dissertação foi utilizado o programa AEGIS 3.0 do modelo Barra. Este programa pode minimizar o risco do *portfólio* dado o retorno esperado, ou maximizar o retorno esperado dado um risco. Neste caso, foi minimizado o risco dado um retorno esperado. O vetor de retorno esperado foi construído a partir

da equação 4.1. Assim, o problema de programação quadrática se resume matematicamente em:

$$\begin{aligned} \text{Min } & \underline{h_p'} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_p} \\ \text{s.a } & \underline{a'} \cdot \underline{h_p} = \underline{a_p} \end{aligned}$$

Onde,

- $\underline{h_p'} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_p}$ é a matriz de covariância dos retornos (parâmetro)
- $\underline{a'}$ é o vetor de retorno esperado (parâmetro)
- $\underline{h_p}$ é a alocação do *portfólio* em cada um dos ativos de interesse (variável do modelo).

Escrevendo a equação de Lagrange para resolução do problema acima:

$$L = \underline{h_p'} \cdot \underline{V} \cdot \underline{h_p} + \underline{q} \cdot (\underline{a_p} - \underline{a'} \cdot \underline{h_p})$$

Derivando a equação acima em relação a $\underline{h_p}$ e $\underline{q}$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{h_p}} = \underline{V} \cdot \underline{h_p} - \underline{q} \cdot \underline{a} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{q}} = \underline{a_p} - \underline{a'} \cdot \underline{h_p} = 0 \quad (4.3)$$

Assim, as equações 4.2 e 4.3 podem ser escritas:

$$\underline{V} \cdot \underline{h_p} = \underline{q} \cdot \underline{a} \quad (4.4)$$

$$\underline{a_p} = \underline{a'} \cdot \underline{h_p} \quad (4.5)$$

A partir da equação 4.4,

$$\underline{h_p} = \underline{q} \cdot \underline{a} \cdot \underline{V}^{-1} \quad (4.6)$$

Substituindo a equação 4.6 na equação 4.5.

$$\mathbf{a}_p = \mathbf{a}' \mathbf{q} \mathbf{a} V^{-1}$$

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{a}_p}{\mathbf{a}' V^{-1} \mathbf{a}} \quad (4.7)$$

Substituindo a equação 4.7 na equação 4.4

$$h_p = \left(\frac{\mathbf{a} V^{-1}}{\mathbf{a}' V^{-1} \mathbf{a}} \right) \mathbf{a}_p \quad (4.8)$$

Assim, variando os valores de $\mathbf{a}_p$, diferentes *portfólios* podem ser achados e a fronteira eficiente pode ser traçada.

4.8 Considerações Finais

No decorrer deste capítulo a presença da característica *momentum* em um universo de ações no mercado brasileiro foi observada. Depois através da análise de informação, este sinal *momentum* foi validado, ou seja, esta estratégia realmente adicionava valor a carteira do gestor. Com isso, esta estratégia de investimento pode ser transformada em previsão de retorno (*alpha*) para ser utilizada como dado de entrada para a otimização das carteiras.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo será discutido um estudo feito sobre a implementação de uma informação relevante para o gestor em forma de carteiras. Depois, a performance de diversas metodologias de construção de carteiras foi medida ao longo do tempo para verificar qual das metodologias empregadas foi a mais consistente ao longo do tempo.

Para a construção das carteiras foram utilizadas três metodologias citadas no capítulo IV: metodologia de janelas, metodologia de estratificação e metodologia de programação quadrática.

Para medir a performance das metodologias de construção de carteiras o retorno acumulado e o *IR(Informatio Ratio)* de cada metodologia foram calculados durante o período em questão.

As carteiras de cada metodologia acima foram construídas a partir de março de 1997, data no qual a consultoria barra disponibilizou mensalmente uma base de dados com os retorno dos fatores. Depois, estas carteiras foram rebalanceadas em março de 1998 e março de 1999.

Conforme visto no capítulo IV, a estratégia *momentum* foi a que apresentou o resultado mais consistente (menor risco ajustado ao maior retorno) no período de estudo desta dissertação. Por isso, este sinal ou informação foi transformado em retorno esperado (*alpha*) servindo como dado de entrada para a construção das

carteiras. A fórmula utilizada para a construção dos *alphas* foi à *equação 4.1*. Nesta *equação* os valores da volatilidade residual e do score foram obtidos da base de dados disponibilizados pela consultoria Barra. O valor do IC, no entanto, foi calculado utilizando a *equação 3.23* como uma aproximação. Segundo a Lei Fundamental do Gerenciamento ativo vista no capítulo IV, se o gestor tiver N ações (nesta dissertação, N=150) e tiver um IR = 1.34¹⁴, o IC calculado será de:

$$IC = \frac{IR}{\sqrt{BR}} = \frac{1.34}{\sqrt{150}} \cong 0.10$$

De acordo com Grinold e Kahn (1992), o valor de IC será o mesmo para todas as previsões. Com isso, as três metodologias de construção de carteiras utilizadas neste trabalho terão a mesma expectativa de retorno(*Alpha*).

Antes de se discutir os resultados obtidos nesta dissertação, deve-se lembrar que o gestor que administra sua carteira de forma ativa deve estar sempre procurando os *portfólios* que maximizem o retorno esperado (*alphas*) ou minimizem o risco.

Para simplificar o processo de construção das carteiras os custos de transação foram desconsiderados.

5.2 Metodologia de Janelas (Screen)

Esta metodologia se divide em duas técnicas diferentes:

1. Janelas I – Uma carteira de N ações com os maiores *alphas* do universo é construída na qual todas as ações têm o mesmo peso. Usa-se

¹⁴ Ver tabela 4.5. Este IR =1,34 corresponde a uma *t-estatística* maior do que dois para o retorno de um quintil para um período de três anos de uma estratégia momentum. Nesta dissertação considerou-se que o gestor era um bom administrador de carteiras situando-se no segundo quintil do universo de 150 ações.

($N=50,100$ e 150 ações) para representar carteiras de baixa, média e alta aversão ao risco, respectivamente.

2. Janelas II – Uma carteira de N ações com os maiores *alphas* do universo é construída na qual todas as ações têm a mesma capitalização. Usa-se ($N = 50,100$ e 150 ações) para representar carteiras de baixa, média e alta aversão ao risco, respectivamente.

As carteiras inicialmente construídas em março de 1997 foram rebalanceadas em março de 1998 e março de 1999 de acordo com o procedimento descrito no tópico 4.7.1.

Embora a técnica de construção de carteiras seja a mesma para a metodologia Janelas I e Janelas II, os resultados obtidos foram diferentes. Estas diferenças serão discutidas no final deste capítulo.

5.3 Metodologia de Estratificação (Stratification)

Uma carteira de J ações com os maiores *alphas* de cada uma das indústrias do modelo da Barra e que tinha participação na carteira teórica do *benchmark* (IBOVESPA) foi construída. O valor de $J = 1,2,3$ representou carteiras com baixa, média e alta aversão ao risco respectivamente.

As carteiras foram inicialmente construídas em 1997 e rebalanceadas em 1998 e 1999, de acordo com o procedimento descrito no tópico 4.7.2.

5.4 Metodologia de Programação Quadrática

Para a metodologia de programação quadrática foi utilizado o software *AEGIS* 3.0 da consultoria Barra. Este software fornece a oportunidade de o gestor escolher diferentes carteiras em função de sua aversão ao risco através da fronteira eficiente.

Para esta dissertação foram escolhidos três pontos na fronteira eficiente para representar diferentes parâmetros de aversão ao risco do gestor.

O problema de otimização descrito no item 4.7.3 foi utilizado para traçar a fronteira eficiente abaixo. Inicialmente, em março de 1997 foi traçada a seguinte fronteira eficiente.

Figura 5.1- Fronteira Eficiente do Modelo de Otimização Quadrática

Na figura 5.1 acima, os pontos (1,2 e 3) marcados foram os pontos escolhidos para representar uma carteira com uma alta, média e baixa aversão ao risco respectivamente.

Para o rebalanceamento destas carteiras nos anos de 1998 e 1999, novas expectativas de retorno foram calculadas. Ou seja, novos *alphas* foram calculados

através da fórmula 5.1 baseados no índice de risco *momentum*. Com estes novos *alphas* (expectativa de retorno), o software *AEGIS 3.0* traçou uma nova fronteira eficiente baseado em novas expectativas de retorno. Embora esta nova fronteira apresentasse novos pontos, as novas carteiras encontradas tinham o mesmo grau de aversão ao risco anterior.

Nesta dissertação para identificar as diferentes carteiras em relação ao grau de aversão ao risco foi calculado o risco ativo de cada carteira. O resultado se encontra na tabela abaixo.

Tabela 5.1 – Resumo dos Riscos Ativos das Carteiras

RESUMO DO RISCO ATIVO DAS CARTEIRAS	
ANO 1997	RISCO ATIVO
CARTEIRA 26 ATIVOS (Alta Aversão ao Risco)	5.21
CARTEIRA 12 ATIVOS (Média Aversão ao Risco)	17.84
CARTEIRA 8 ATIVOS (Baixa Aversão ao Risco)	29.24
ANO 1998	
CARTEIRA 26 ATIVOS (Alta Aversão ao Risco)	5.95
CARTEIRA 12 ATIVOS (Média Aversão ao Risco)	17.32
CARTEIRA 9 ATIVOS (Baixa Aversão ao Risco)	30.71
ANO 1999	
CARTEIRA 48 ATIVOS (Alta Aversão ao Risco)	5.86
CARTEIRA 35 ATIVOS (Média Aversão ao Risco)	17.83
CARTEIRA 23 ATIVOS (Baixa Aversão ao Risco)	30.35

O risco ativo também chamado de *Tracking Error* é a diferença entre o retorno anualizado do *portfólio* e o retorno anualizado do *benchmark*. Assim, O risco ativo de 5.21 % de uma carteira de 26 ativos no ano de 1997 quer dizer que existe 2/3 de probabilidade do retorno do *portfólio* otimizado estar entre mais ou menos 5.21% do retorno do *benchmark*.

De acordo ainda com a tabela 5.1 observou-se que entre os anos de 1997 e 1999, as carteiras de alta aversão ao risco tinham um risco ativo em torno de 5%, as

carteiras de média aversão risco tinham um risco ativo em torno de 17% e as carteiras de alta aversão ao risco tinham um risco ativo em torno de 30%.

Além disso, de acordo com os resultados da tabela 5.1 observou-se que quando o risco ativo aumentava, o grau de aversão ao risco do gestor diminuía. Isto quer dizer que o gestor estava mais disposto ao risco para obter um retorno maior para sua carteira.

5.5. Performance das Metodologias de Construção de Carteiras

Neste tópico será discutido o resultado obtido de duas técnicas utilizadas para medir a performance das metodologias de construção de carteiras: rentabilidade acumulada e IR(Information Ratio).

5.5.1 Performance Medida Através da Rentabilidade Acumulada

A primeira técnica para medir a performance das metodologias utilizadas é uma forma simples e de fácil implementação como foi citada no capítulo IV. Os retornos acumulados das carteiras são calculados durante um certo período. Depois, estes retornos são comparados com o retorno acumulado do *benchmark*.

A tabela abaixo contém o retorno acumulado das três metodologias de construção de carteiras dos anos de 1997, 1998 e 1999.

Tabela 5.2 – Retorno Acumulado das Carteiras no ano de 1997.

BAIXA AVERSÃO AO RISCO 1997					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	3.50%	0.32%	3.30%	6.51%	5.01%
3	-2.20%	11.76%	18.01%	33.37%	25.78%
6	10.10%	24.17%	28.81%	32.77%	24.05%
9	-27.91%	-5.14%	1.42%	11.11%	1.67%
12	-33.53%	-7.18%	-7.00%	15.87%	12.60%
MEDIA AVERSÃO AO RISCO 1997					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	0.84%	2.12%	3.16%	6.83%	5.01%
3	2.13%	16.48%	13.43%	39.30%	25.78%
6	5.10%	19.80%	22.75%	48.02%	24.05%
9	-24.14%	-1.41%	-3.60%	26.04%	1.67%
12	-21.84%	2.33%	-9.44%	14.21%	12.60%
ALTA AVERSÃO AO RISCO 1997					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	0.96%	1.81%	2.94%	6.67%	5.01%
3	2.83%	14.00%	12.28%	38.61%	25.78%
6	10.70%	18.22%	33.46%	57.21%	24.05%
9	-20.01%	-3.64%	2.76%	34.85%	1.67%
12	-21.43%	0.15%	0.38%	11.03%	12.60%

Tabela 5.3 – Retorno Acumulado das Carteiras no ano de 1998

BAIXA AVERSÃO AO RISCO 1998					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	15.52%	14.76%	18.84%	32.66%	12.57%
3	21.60%	-1.37%	9.54%	13.10%	-10.65%
6	-38.11%	-38.23%	-14.15%	-3.71%	-34.37%
9	-23.34%	-26.63%	-16.49%	5.64%	33.25%
12	-43.94%	-36.41%	-14.41%	-2.38%	5.60%
MEDIA AVERSÃO AO RISCO 1998					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	21.38%	11.55%	17.84%	25.51%	12.57%
3	20.30%	-2.26%	8.55%	6.98%	-10.65%
6	-31.54%	-36.33%	-16.35%	-13.35%	-34.37%
9	-25.27%	-16.85%	-14.47%	-0.85%	33.25%
12	-35.24%	-24.59%	-15.21%	-2.82%	5.60%
ALTA AVERSÃO AO RISCO 1998					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	21.57%	11.31%	17.48%	17.25%	12.57%
3	17.25%	-4.28%	8.31%	0.93%	-10.65%
6	-33.77%	-37.86%	-16.05%	-26.88%	-34.37%
9	-25.21%	-18.56%	-13.79%	-8.11%	33.25%
12	-33.48%	-26.17%	-14.35%	-11.15%	5.60%

Tabela 5.4 – Retorno Acumulado das Carteiras no ano de 1999

BAIXA AVERSÃO AO RISCO 1999					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	38.68%	16.24%	22.63%	32.43%	21.94%
3	71.31%	25.19%	35.30%	29.22%	20.24%
6	94.13%	29.20%	54.35%	68.15%	13.43%
9	108.57%	52.72%	88.49%	87.64%	42.43%
12	182.50%	97.09%	121.09%	137.84%	71.59%
MEDIA AVERSÃO AO RISCO 1999					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	37.50%	11.91%	19.90%	26.58%	21.94%
3	56.52%	15.71%	32.11%	27.45%	20.24%
6	57.59%	15.71%	47.84%	44.92%	13.43%
9	95.12%	41.38%	83.89%	70.94%	42.43%
12	158.26%	79.29%	113.98%	111.18%	71.59%
ALTA AVERSÃO AO RISCO 1999					
MESES	ESTRAFIKAÇÃO	JANELAS II	JANELAS I	BARRA	BENCHMARK
1	29.34%	10.45%	19.14%	19.91%	21.94%
3	41.13%	15.44%	31.88%	21.60%	20.24%
6	42.15%	16.75%	46.77%	24.04%	13.43%
9	73.74%	42.61%	83.39%	49.04%	42.43%
12	137.68%	76.36%	112.16%	84.80%	71.59%

Com os resultados obtidos da tabela 5.2, conclui-se que o método de otimização quadrática (BARRA) foi o que obteve a melhor performance no ano de 1997 porque este método apresentou a maior rentabilidade acumulada para os três tipos de carteiras (baixa, média e alta aversão ao risco). Por exemplo:

- A rentabilidade acumulada para uma carteira de baixa aversão em 1997 foi de 15.87%.
- A rentabilidade acumulada para uma carteira de média aversão em 1997 foi de 14.21%.
- A rentabilidade acumulada para uma carteira de alta aversão em 1997 foi de 11.03%.

Neste mesmo período de 1997, a rentabilidade acumulada dos outros métodos (estratificação e janelas I e II) não foi maior do que o método de otimização quadrática (BARRA). Por isso, neste período o método de programação quadrática (BARRA) foi o mais consistente.

Com os resultados da tabela 5.3, observa-se que a metodologia de otimização quadrática (BARRA) foi também a mais consistente no ano de 1998, pois esta metodologia foi a que apresentou a maior rentabilidade. Na realidade, todas as metodologias apresentaram uma rentabilidade acumulada muito baixa porque a carteira do *benchmark* teve um mau desempenho. Além disso, durante este período a carteira do *benchmark* teve uma volatilidade muito grande influenciando o resultado obtido.

De acordo com os resultados da tabela 5.4, o método que obteve a melhor performance no ano de 1999 foi o método de estratificação. Neste ano de 1999, a rentabilidade acumulada das carteiras de baixa, média e alta aversão ao risco foi maior do que a rentabilidade acumulada dos outros métodos (Janelas I, Janelas II e BARRA).

Embora seja trivial analisar a performance através da rentabilidade acumulada, esta técnica não é recomendada porque ela analisa somente o retorno acumulado. Segundo Grinold e Kahn (1999), a análise de performance através da rentabilidade acumulada não é eficaz porque este tipo de medida não leva em consideração o risco para obter o retorno. Assim, os gestores podem estar tomando um risco muito grande para obter uma ótima performance.

5.5.2 Performance Medida Através do *IR(Informatio Ratio)*

Com o desenvolvimento da teoria do CAPM em meados da década de 60, pesquisadores de finanças começaram a estudar os problemas relacionados com as

medidas de performance de carteiras. Jensen (1968) propôs uma teoria para separar o retorno de uma ação em uma componente residual e uma componente sistemática. Depois de separar o retorno em duas componentes, Jensen (1968) utilizou a equação 3.20 para analisar a significância estatística da componente residual. Assim, com os resultados desta regressão, Jensen(1968) conseguiu estimar os parâmetros a_p, w_p necessários para o cálculo do IR através da equação 3.19.

Os resultados obtidos com a utilização da equação 3.19 para o cálculo do IR para as três metodologias de construção de carteiras para os anos de 1997, 1998 e 1999 se encontra na tabela abaixo.

Tabela 5.5 – Resumo dos Valores de IR encontrados a partir da *equação 3.19*

JANELAS I	ESTRATIFICAÇÃO	JANELAS II	BARRA
Março - 97 IR B.A.Risco -1.84 M.A. Risco -2.27 A A .Risco -2.05	Março - 97 IR B.A.Risco -0.64 M.A. Risco -1.27 A A .Risco -0.49	Março - 97 IR B.A.Risco -1.53 M.A. Risco -2.06 A A .Risco -2.41	Março-97 IR B.A.Risco 1.06 M.A. Risco 1.22 A A .Risco 1.84
Março - 98 IR B.A.Risco -0.50 M.A. Risco -0.45 A A .Risco -0.51	Março-98 IR B.A.Risco -0.24 M.A. Risco -0.28 A A .Risco -0.29	Março-98 IR B.A.Risco -0.78 M.A. Risco -0.79 A A .Risco -0.85	Março-98 IR B.A.Risco 0.30 M.A. Risco -0.03 A A .Risco -0.48
Março - 99 IR B.A.Risco 1.86 M.A. Risco 1.63 A A .Risco 1.35	Março - 99 IR B.A.Risco 1.74 M.A. Risco 1.64 A A .Risco 1.62	Março-99 IR B.A.Risco 1.23 M.A. Risco 0.00 A A .Risco -0.03	Março-99 IR B.A.Risco 1.17 M.A. Risco 1.62 A A .Risco 1.64
RESUMO Média -0.31 Desv.Pad 1.60 MAXIMO 1.86 MINIMO -2.27	RESUMO Média 0.20 Desv.Pad 1.14 MAXIMO 1.74 MINIMO -1.27	RESUMO Média -0.80 Desv.Pad 1.12 MAXIMO 1.23 MINIMO -2.41	RESUMO Média 0.93 Desv.Pad 0.81 MAXIMO 1.84 MINIMO -0.48

A lei fundamental do gerenciamento ativo abordada no capítulo três previu um IR (ex-ante) de 1.23¹⁵. Desta forma, a metodologia de construção de carteiras que na média se aproximar mais deste valor será a melhor metodologia. A tabela abaixo contém um resumo com os valores dos IR calculados para cada metodologia.

Esta tabela 5.5 apresenta o *IR (Informatio Ratio)* baseado em dados passados. Isto significa que o IR calculado foi o *IR Ex-post*.

A metodologia de Janelas I, na qual as ações têm mesmo peso na carteira, apresentou uma performance melhor na média ($IR = -0,31$) do que no método janelas II ($IR = -0,80$) na qual as ações têm a mesma capitalização na carteira.

Embora a técnica de construção das metodologias Janelas I e Janelas II sejam a mesma, a composição final das carteiras destas duas metodologias foi diferente. Por isso, o IR obtidos também foi diferente.

Uma resposta para o IR diferente das metodologias Janelas I e Janelas II seria a presença de ações de baixa capitalização. Com os resultados obtidos da tabela 5.6 que mostra uma parte da composição da carteira das duas metodologias observa-se que as ações de alta capitalização do universo na metodologia Janelas II ficam com um peso menor do que a capitalização atual na metodologia Janelas I e as ações com baixa capitalização na metodologia Janelas II ficam com um peso maior do que a capitalização atual na metodologia janelas I.

¹⁵ De acordo com a equação 3.23, o IR calculado foi de 1.23 porque o IC adotado (Habilidade do gestor em fazer previsões) foi de 0,1 e o *Breadth* (número de previsões independentes que o gestor faz para retornos residuais por ano) foi de 150. Por isso, $IR = 0.1 \cdot \sqrt{150} \cong 1.23$

Tabela 5.6 – Composição das Carteiras do Método Janelas (Ano 1997)

CARTEIRA BAIXA AVERSÃO AO RISCO -1997				
N	TICKER	NOME	JANELAS I (%)	JANELAS II (%)
1	PETR3	PETROBRAS ON	2.00%	27.52%
2	LIPR3	LIGHTPAR ON	2.00%	8.11%
3	CESP4	CESP PN	2.00%	6.51%
4	CMIG3	CEMIG ON	2.00%	6.30%
5	TMGR6	TELEMIG PNB	2.00%	5.65%
6	PTIP3	IPIRANGA PET ON	2.00%	0.64%
7	MAKR3	MAKRO ON	2.00%	0.58%
8	PIP4	PIRELLI PNE.PN	2.00%	0.58%
9	MAGS5	MAGNESITA PNA	2.00%	0.13%
10	PTNT4	PETTENATI PN	2.00%	0.02%

CARTEIRA MÉDIA AVERSÃO AO RISCO -1997				
N	TICKER	NOME	JANELAS I (%)	JANELAS II (%)
1	RCTB41	TELEBRAS RCTB PN	1.00%	11.91%
2	ELET3	ELETROBRAS ON	1.00%	11.56%
3	RCTB31	TELEBRAS RCTB ON	1.00%	6.84%
4	PETR3	PETROBRAS ON	1.00%	6.06%
5	PETR4	PETROBRAS PN	1.00%	5.37%
6	CPLE6	COPEL PNB	1.00%	0.67%
7	TEPR4	TELEPAR PN	1.00%	0.57%
8	TEPR3	TELEPAR ON	1.00%	0.52%
9	BRDT4	PETROBRAS BR PN	1.00%	0.33%
10	DPPI4	IPIRAN.DIST.PN	1.00%	0.09%

CARTEIRA MÉDIA AVERSÃO AO RISCO -1997				
N	TICKER	NOME	JANELAS I (%)	JANELAS II (%)
1	RCTB41	TELEBRAS RCTB PN	0.67%	10.21%
2	ELET3	ELETROBRAS ON	0.67%	9.90%
3	RCTB31	TELEBRAS RCTB ON	0.67%	5.86%
4	PETR3	PETROBRAS ON	0.67%	5.20%
5	PETR4	PETROBRAS PN	0.67%	4.60%
6	ANTA3	ANTARCTICA ON	0.67%	0.66%
7	USIM5	USIMINAS PNA	0.67%	0.64%
8	FFTL4	FOSFERTIL PN	0.67%	0.15%
9	COGU4	GERDAU PN	0.67%	0.15%
10	LITS3	BRASILIT ON	0.67%	0.12%

A tabela 5.6 acima mostra a composição de alguns ativos da carteira de ações da metodologia de Janelas I e Janelas II utilizado nesta dissertação para o período de março de 1997. Por exemplo, na metodologia Janelas I as ações como RCTB41, ELET3, RCTB31, PETR3 e PETR4, que possuíam alto valor de capitalização na metodologia Janelas II, acabavam tendo o mesmo peso de ações de baixa capitalização como LITS3, COGU4, DPPI4 e PTNP4. Por outro lado, estas ações de baixa capitalização da metodologia janelas II, acabaram tendo o mesmo peso de ações de alta capitalização na metodologia janelas I.

No artigo “*A Cap-Weight NK 225?*”, publicado em 1993 pela consultoria Barra, Adams comparou as diferenças da carteira teórica do índice da bolsa do Japão quando esta carteira fosse composto de ações de mesma capitalização ou se esta carteira fosse composto de ações com mesmo peso. Para realização deste estudo, Adams utilizou o modelo de multifatores da barra para comparar os resultados obtidos.

Neste artigo, Adams observou que a exposição do índice de risco tamanho para a carteira de ações com o mesmo peso era mais negativa do que a exposição deste índice para a carteira com ações de mesma capitalização. Segundo Adams (1993) isto ocorreu porque as ações de baixa capitalização ficaram com um peso maior do que a capitalização atual quando a carteira do índice era composta de ações de mesmo peso e as ações de alta capitalização ficaram com um peso menor do que a capitalização atual.

Este resultado encontrado por Adams (1993), pode ser também verificado neste trabalho através do gráfico 5.1 abaixo.

Gráfico 5.1 – Exposição do Índice de Risco Tamanho dos Métodos Janelas I Janelas II

Adams neste artigo também observou a exposição das carteiras ao índice de risco *momentum*. Segundo este autor, a exposição deste índice para uma carteira de ações com mesma capitalização era menor do que a exposição desta carteira com as ações com o mesmo peso. Isto ocorreu porque a carteira com ações de mesma capitalização têm ações de alta capitalização que tem baixa exposição ao índice de risco *momentum*. Este resultado também pode ser observado nesta dissertação através do gráfico abaixo.

Gráfico 5.2 – Exposição do Índice de Risco *Momentum* dos métodos Janelas I e Janelas II

Conforme visto no capítulo IV, o índice de risco *momentum* foi o que obteve na média o melhor retorno. Como a metodologia janelas I estava mais exposta a este índice do que a metodologia janelas II, esta metodologia obteve uma melhor performance em termos de IR.

Em relação à metodologia de Estratificação, os resultados obtidos mostram que esta metodologia na média ($IR = 0,20$) obteve uma performance melhor do que as metodologias de janelas I ($IR = -0,31$) e janelas II ($IR = -0,80$). Isto ocorreu porque esta metodologia apresenta algumas vantagens em relação à metodologia de janelas.

Uma das vantagens da metodologia de estratificação foi discutido no artigo “Comparison of the Capitalization-and Equal-Weighted S&P 500”¹⁶. Este artigo mostrou

¹⁶ Este Artigo foi publicado pela Consultoria Barra em Fevereiro de 1989.

o que afeta o peso das indústrias nas carteiras construídas, é o numero de firmas que compõe estas indústrias. Assim, a metodologia de estratificação garante a presença de todas as indústrias do *benchmark* na carteira construída. Esta metodologia, portanto, garante ao gestor que uma industria qualquer não esteja super avaliada ou subavaliada pela presença de ações representando todas as categorias do *benchmark*.

A última metodologia estudada foi à programação quadrática. Para esta metodologia foi utilizado o modelo da barra *AEGIS 3.0*, que permite uma análise de risco detalhado das carteiras encontradas. No tópico 2.4.2 foi descrito o processo de decomposição de risco total do modelo da Barra, no qual o gestor consegue identificar qual a parcela responsável pela maior parte do risco total da carteira.

O resultado da decomposição de risco total das carteiras se encontra na tabela abaixo.

Tabela 5.7 – Decomposição de Risco Ativos das Carteiras do Modelo Barra

Ano		1997		1998		1999	
	Descrição	A A ao Risco		A A ao Risco		A A ao Risco	
		Var	Desv.Pad	Var	Desv.Pad	Var	Desv.Pad
1	Risco Ativo Específico	9.66	3.11	16.79	4.10	14.15	3.76
	Risco dos Fatores Comuns						
2	Risco dos Índices	12.39	3.52	18.97	4.36	22.08	4.70
3	Industrias	5.72	2.39	6.20	2.49	1.70	1.30
4	Covariância	-0.57		-6.60		-3.58	
5	Risco Ativo Residual Total	17.54	4.19	18.57	4.31	20.20	4.49
6	Risco Ativo Total [1+5]	27.20	5.21	35.35	5.95	34.36	5.86

Ano		1997		1998		1999	
	Descrição	M. A ao Risco		M. A ao Risco		M. A ao Risco	
		Var	Desv.Pad	Var	Desv.Pad	Var	Desv.Pad
1	Risco Ativo Específico	105.72	10.28	131.70	11.48	138.58	11.77
	Risco dos Fatores Comuns						
2	Risco dos Índices	168.04	12.96	158.94	12.61	200.99	14.18
3	Industrias	92.53	9.62	56.81	7.54	16.64	4.08
4	Covariância	-48.00		-47.57		-38.25	
5	Risco Ativo Residual Total	212.58	14.58	168.17	12.97	179.38	13.39
6	Risco Ativo Total [1+5]	318.27	17.84	299.88	17.32	317.98	17.83

Ano		1997		1998		1999	
	Descrição	B.A.Risco		B.A.Risco		B.A.Risco	
		Var	Desv.Pad	Var	Desv.Pad	Var	Desv.Pad
1	Risco Ativo Específico	266.34	16.32	375.16	19.37	484.22	22.00
	Risco dos Fatores Comuns						
2	Risco dos Índices	460.75	21.47	457.87	21.40	495.60	22.26
3	Industrias	273.14	16.53	176.38	13.28	37.02	6.08
4	Covariância	-145.52		-66.10		-95.86	
5	Risco Ativo Residual Total	588.40	24.26	568.15	23.84	436.76	20.90
7	Risco Ativo Total [1+5]	854.74	29.24	943.35	30.71	921.00	30.35

Com os resultados da tabela 5.7 conclui-se que a parcela que mais influenciou o risco ativo dos *portfólios* foi à parcela dos índices de risco. Por exemplo, para as carteiras de alta, média e baixa aversão ao risco no ano de 1997, a parcela de risco dos índices teve um desvio padrão de 3.52%, 12.96% e 21.47% respectivamente. Estes valores, se comparados com o desvio padrão total da carteira, significam uma porcentagem alta no risco total da carteira. Isto ocorreu porque o gestor fez uma aposta no índice de risco *momentum* para vencer o *benchmark*. Assim, observa-se que neste estudo os índices de riscos são importantes fatores no risco total das carteiras.

Em relação ao índice de risco tamanho observou-se que quanto maior era o risco ativo, menor era exposição deste índice na carteira. Por isso, as carteiras de alta aversão ao risco (baixo risco ativo) tinham ações de alta capitalização e as carteiras de baixa aversão ao risco (alto risco ativo) tinham ações de baixa capitalização. O gráfico abaixo comprova esta observação acima.

Gráfico 5.3 - Exposição das Carteiras ao Índice de Risco Tamanho.

Com isso, quanto menor o parâmetro de aversão ao risco (menor risco ativo), as carteiras eram ser compostas de mais ações com baixa capitalização.

Em relação ao índice de risco *momentum*, observou-se que as carteiras de baixa aversão ao risco tiveram uma maior exposição a este índice do que as carteiras de alta aversão ao risco. O gráfico abaixo comprovou esta observação acima.

Gráfico 2.4 - Exposição das carteiras ao índice *Momentum*

Isto significa que o quando o gestor ficou mais propenso a correr risco, a sua carteira ficou mais exposto ao índice de risco *momentum*.

No artigo “*The Why? Behind The Best & Worst Stocks of ‘87*”, publicado em 1988 pela Consultoria Barra, a empresa fez um estudo sobre as características de carteiras que tinham ações que tiveram uma boa performance em um passado recente e que continuavam a ter uma boa performance boa no futuro recente. Esta pesquisa mostrou que quanto maior era a exposição da carteira ao índice de risco *momentum*, menor era a exposição ao índice tamanho. Em outras palavras, as ações que possuíam característica *momentum*, eram ações de baixa capitalização. Segundo ainda este artigo as ações desta carteira possuíam alto risco ativo e alta volatilidade. Nesta dissertação também foram encontrados os mesmos resultados deste artigo publicado pela consultoria Barra.

De acordo com a lei fundamental do gerenciamento ativo vista no capítulo três, o IR (*ex-ante*) previsto foi de 1.23. Assim, a metodologia de construção de carteiras que mais se aproximasse deste valor seria a mais eficiente. Com o IR (*Informatio Ratio*) calculado na tabela 5.5, conclui-se que a metodologia de programação quadrática foi a mais consistente por que obteve um IR médio (IR=0,93) mais próximo do IR (*ex-ante*) previsto de 1,23. Embora a metodologia de estratificação obtivesse o maior valor de IR (IR=1,86), esta metodologia não foi consistente ao longo do tempo. Na realidade, não só a metodologia de estratificação como também a metodologia de janelas permitem apostas acidentais na análise do resultado. Isto significa que estas duas metodologias não garantem um *portfólio* eficiente que minimize o risco, dado um retorno esperado ou maximiza o retorno esperado dado um risco.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO

Esta dissertação procurou mostrar os passos necessários para se obter sucesso no gerenciamento de carteiras de forma ativa. Basicamente, existem duas etapas neste processo. A primeira etapa consiste em identificar uma informação qualquer na qual o gestor acredite que possa adicionar valor a sua carteira. A segunda etapa consiste em implementar esta informação em carteiras eficientes.

Através dos retornos dos fatores fornecidos pela consultoria da Barra na tabela 5.1, observou-se que o índice de risco *momentum* foi o que apresentou o resultado mais consistente entre os índices de risco do modelo. Isto sugeriu que uma maior exposição neste índice para a construção das carteiras teria um resultado eficaz para o período em questão. No capítulo três, o índice de risco *momentum* foi definido como um índice que mostra o desempenho da ação, baseando-se para isto no comportamento do preço do ativo no mercado. Este índice de risco é composto pelos seguintes descritores: *alpha* histórico e Índice de força relativa (este índice é muito usado pela análise técnica grafista).

Antes de verificar se a estratégia baseada no índice de risco *momentum* realmente adicionava valor a carteira do gestor, um estudo foi realizado para reforçar os resultados obtidos pela consultoria Barra. Neste estudo foi verificado que as ações do universo utilizado nesta dissertação apresentavam a característica *momentum*. Isto significa que as ações que tiveram uma boa performance em um passado recente continuavam a ter uma boa performance em um curto período de tempo no futuro.

Com os resultados obtidos das tabelas 4.2 e 4.3, conclui-se que quando o intervalo de tempo é grande (6 a 12 meses), não existe correlação nem, tampouco, significância estatística entre os retornos das ações. Em contrapartida, quando o intervalo de tempo é pequeno (3 a 6 meses), existe correlação e significância estatística entre os retornos. Esta análise, portanto, sugeriu que as ações do universo utilizado apresentam algum sinal de *momentum* nos retornos.

Após observar a presença da característica *momentum* nas ações do universo, uma análise mais detalhada desta informação foi feita para verificar se esta estratégia realmente adicionava valor a carteira do gestor. Com os resultados das tabelas 4.4 e 4.5, conclui-se que a estratégia *momentum* adicionava valor a carteira do gestor.

Depois de verificar a capacidade da estratégia *momentum* adicionar valor, um processo proposto por Grinold (1994) foi descrito para transformar sinais brutos em *alphas* (expectativa de retorno), ou seja, a informação relevante obtida pelo gestor em várias escalas tinha que ser colocada de uma forma que pudesse ser utilizada no processo de construção das carteiras.

Para a construção das carteiras foram utilizadas basicamente três metodologias: a metodologia de janelas, a metodologia de estratificação e a metodologia de programação quadrática utilizada pelo programa *AEGIS 3.0* da consultoria BARRA.

Cada uma destas metodologias acima apresentou vantagens e desvantagens que foram observadas no decorrer desta dissertação. As metodologias de janelas e estratificação apresentam a vantagem de ser metodologias muito simples e de fácil implementação computacional. Apresentaram, porém, a desvantagem de ter um controle de risco trabalhoso porque existe um grande número de ativos e ignoram toda

a informação que não fosse capturada pelos *alphas*. A metodologia de otimização quadrática do modelo da barra *AEGIS 3.0*, é uma metodologia com uma boa estimação dos parâmetros e de fácil controle de risco, diferente das outras metodologias anteriores. No entanto, esta metodologia apresenta a desvantagem de requerer muitos dados de entrada como, por exemplo, estimação da volatilidade, correlação entre os fatores e os *alphas*. Desta forma, pode haver muito ruído nas séries e o resultado encontrado pode não ser confiável.

Entre as metodologias de construção de carteiras estudadas nesta dissertação, a metodologia de otimização quadrática foi a mais consistente ao longo do tempo porque é o método que obteve o IR mais próximo do IR previsto pela Lei Fundamental do Gerenciamento Ativo.

Assim, através desta dissertação um gestor de carteiras consegue entender um processo de gerenciamento ativo de carteiras. Entretanto, para o gestor obter sucesso na administração de carteiras, um trabalho árduo e inteligente será necessário, não só para descobrir uma informação que não é consenso entre os investidores, mas também para uma implementação eficaz e eficiente desta informação em forma carteiras.

Uma sugestão para trabalhos futuros seria a de estudar outras estratégias de investimento visto que nesta dissertação somente foi abordada uma estratégia. Atualmente, existem outros estudiosos de finanças pesquisando a estratégia baseada em *value*. Segundo Lakonkshok, Shleifer e Vishny (1994), as ações que apresentam a característica *value*, são ações que tem uma performance ruim no passado, mas, que irão ter uma performance melhor no longo prazo (intervalo de três a cinco anos). Diferencia-se a estratégia *momentum* que é uma estratégia de curto prazo (1 ano). Em

geral, estas ações apresentam baixos valores de Patrimônio Líquido por ação dividido pelo preço da ação (book to price) e Lucro por ação dividido pelo preço da ação (*Earnings-to-Price*). Assim, esta estratégia pode ser testada no mercado de ações brasileiro para ver se realmente adiciona valor a carteira do gestor.

Todos estes trabalhos citados acima e no decorrer desta dissertação estão baseados em uma nova teoria de finanças chamados de *Behavioral Finance*. Esta teoria é uma alternativa a toda esta modelagem matemática e computacional existente e se baseia no estudo do comportamento humano na tomada de decisões financeiras. Esta teoria parte do pressuposto que os investidores são irracionais e os mercados não são perfeitos. Além disso, esta teoria está sendo usada atualmente para explicar diversos fenômenos de mercado.

Portanto, os princípios da psicologia aplicados às finanças estão abrindo novas oportunidades de estratégias de investimento e um campo muito vasto de estudo que pode ser aprofundado em outras dissertações.

ANEXO I

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO *ALPHA*

Segundo Grinold (1994), existem duas hipóteses para construção de previsão de *alphas*. A primeira hipótese seria a existência de um modelo no qual existe consenso entre os investidores baseado na teoria do CAPM. Esta teoria supõe que o valor esperado do retorno residual de qualquer ação no *portfólio* é zero e o excesso de retorno de cada ativo é proporcional ao *beta*. Com isso, todos os investidores terão a mesma expectativa de retorno.

A segunda hipótese supõe que cada investidor tem a sua própria informação diferente do consenso de mercado. Por isso, o investidor usará isto para tentar superar o mercado.

Matematicamente, estes dois modelos podem ser escritos da seguinte forma:

1. Modelo de Consenso entre os investidores – CAPM (Não informacional)

$$r_{i,t} = \mathbf{b}_i \cdot r_{B,t} + \mathbf{q}_{i,t}$$

Aplicando a propriedade de valor esperado na equação acima.

$$E(r_i) = E(\mathbf{b}_i \cdot r_B) + E(\mathbf{q}_i)$$

$$E(r_i) = \mathbf{b}_i \cdot E(r_B) \tag{A1.1}$$

A teoria do CAPM supõe que a componente de valor esperado do retorno residual ($E(\mathbf{q}_i)$) é igual a zero para qualquer *i*.

2. Modelo Informacional (Dado que se conhece uma informação)

$$r_{i,t} = \mathbf{b}_i \cdot r_{B,t} + \mathbf{q}_{i,t} \quad (\text{A1.2})$$

Aplica-se a propriedade de valor esperado na equação A1.2.

$$E(r_i / g) = \mathbf{b}_i \cdot E(r_B / g) + E(\mathbf{q}_i) \quad (\text{A1.3})$$

Sendo que o termo $E(r_B / g)$ da equação A1.3 pode ser escrito como:

$$E(r_B / g) = E(r_B) + \Delta f_B \quad (\text{A1.4})$$

O termo $E(\mathbf{q}_i)$ da equação A1.3 pode ser também escrito como:

$$E(\mathbf{q}_i) = \mathbf{a}_i \quad (\text{A1.5})$$

Assim, substitui-se as equações A1.4 e A1.5 em (A1.3):

$$E(r_i / g) = \mathbf{b}_i E(r_B) + \mathbf{b}_i \Delta f_B + \mathbf{a}_i \quad (\text{A1.6})$$

Desta forma, o retorno excepcional será definido como a diferença entre o retorno esperado pelo gestor dado que ele tenha uma informação “g” valiosa e o retorno esperado que é consenso de mercado. Matematicamente isto significa que:

$$\Phi = E(r_i / g) - E(r_i) = \mathbf{b}_i \Delta f_B + \mathbf{a}_i \quad (\text{A1.7})$$

Infelizmente, o gestor não sabe a estrutura que gera os retornos e as previsões para as ações. A partir dos dados disponíveis, o gestor pode refinar a informação através de uma equação de regressão para que possa relacionar o retorno da determinada ação com a informação g. Matematicamente,

$$r_{i,t} = a_i + b_i \cdot g_{i,t} + e_{i,t} \quad (\text{A1.8})$$

Aplica-se a propriedade matemática do valor esperado na equação A1.8 acima:

$$E(r_i) = a_i + b_i \cdot E(g_i) \quad (\text{A1.9})$$

Caso, o gestor tenha uma informação g valiosa, a equação ficará:

$$E(r_i / g_i) = a_i + b_i \cdot g_i \quad (\text{A1.10})$$

Subtrai-se a equação A1.10 da equação A1.9, e chega-se ao seguinte resultado:

$$E(r_i / g_i) - E(r_i) = b_i \cdot (g_i - E(g_i)) \quad (\text{A1.11})$$

Substitui-se a equação A1.7 na equação A1.11

$$f = b_i \Delta f_B + a_i = b_i \cdot (g_i - E(g_i)) \quad (\text{A1.12})$$

O coeficiente b da equação A1.12 pode ser estimado através do método dos mínimos quadrado ordinários aplicado sobre a equação de regressão. Assim, este coeficiente é dado pela seguinte equação:

$$b_i = \frac{\text{Cov}(r_i, g_i)}{s_{g_i}^2}$$

No entanto, o termo relativo ao *benchmark timing* na equação A1.12 é desconsiderado e o termo Δf_B será igual a zero. O *benchmark timing*, na realidade, é uma forma de administração de carteiras no qual o gestor constrói uma carteira com *beta* diferente de um se ele tiver uma informação que não é consenso de mercado. Caso o gestor não adotasse esta de atitude de construir este tipo de carteira ele estaria contrariando suas expectativas. Desta forma, a equação A1.12 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$a_i = \frac{\text{Cov}(r_i, g_i)}{s_{g_i}^2} \cdot (g_i - E(g_i)) \quad (\text{A1.13})$$

O termo da covariância $Cov(r_i, g_i)$ da equação (A1.13) acima pode ser rescrito da seguinte forma:

$$Cov(r_i, g_i) = Cov(\mathbf{b}_i \cdot r_B + \mathbf{q}_i, g_i)$$

$$Cov(r_i, g_i) = \mathbf{b}_i \cdot Cov(\mathbf{b}_i \cdot r_B) + Cov(\mathbf{q}_i, g_i)$$

Entretanto, Observa-se que quando o termo Δf_B da equação A1.12 é igual a zero, o termo $Cov(r_B, g_i)$ será igual a zero.

A partir da equação A1.8, aplica-se a propriedade do valor esperado

$$E(r_B) = a + b \cdot E(g_i) \quad (A1.14)$$

Aplica-se a mesma propriedade do valor esperado na equação A1.8; porém, dado que o gestor tenha uma informação valiosa.

$$E(r_B / g_i) = a + b \cdot g_i \quad (A1.15)$$

Subtrai-se a equação A1.15 da equação A1.14. Depois, substitui-se a equação A1.4.

$$\Delta f_B = E(r_B / g_i) - E(r_B) = b \cdot (g_i - E(g_i))$$

$$b = \frac{Cov(r_B, g_i)}{Var(g_i)} = \frac{\Delta f_B}{g_i - E(g_i)}$$

Assim, como Δf_B é igual a zero, o termo $Cov(r_B, g_i)$ será igual a zero e a equação A1.12 poderá ser reescrita da seguinte forma

$$\mathbf{a}_i = \frac{Cov(\mathbf{q}_i, g_i)}{\mathbf{s}_{g_i}^2} \cdot (g_i - E(g_i)) \quad (A1.16)$$

O termo $Cov(\mathbf{q}_i, g_i)$ da equação A1.16 pode ser expandido da seguinte maneira:

$$Cov(\mathbf{q}_i, g_i) = \mathbf{r}(\mathbf{q}_i, g_i) \cdot \mathbf{s}_{q_i} \cdot \mathbf{s}_{g_i} \quad (A1.17)$$

Substitui-se a equação A1.18 na equação A1.17 e obtém a seguinte equação:

$$a_i = \frac{r(q_i, g_i) \cdot s_{q_i} \cdot s_{g_i} \cdot (g_i - E(g_i))}{s_{g_i} \cdot s_{g_i}}$$

$$a_i = s_{q_i} \cdot r(q_i, g_i) \cdot \frac{(g_i - E(g_i))}{s_{g_i}}$$

$$a_i = w_i \cdot IC \cdot Score_i$$

Com isso, obtém-se esta fórmula acima para transformar um sinal ou informação relevante em *alpha* (previsão de retorno) que será o insumo básico para a construção das carteiras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] **GRINOLD, R. C.; KAHN, R. N.**, *ACTIVE PORTFOLIO MANAGEMENT*, 2.ED., MCGRAW-HILL, 1999.
- [2] **ELTON, E. J.; GRUBER, J. M.**, *MODERN PORTFOLIO THEORY AND INVESTMENT ANALYSIS*, 5. ED., JOHN WILEY & SONS, 1995.
- [3] **JOHNSTON, J.; DINARDO, J.**, *ECONOMETRIC METHODS*, 4. ED., MCGRAW-HILL, 1997.
- [4] **SHARP, W. F.**, “FACTOR MODELS, CAPM, AND THE APT”, *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, 21-25, FALL 1984.
- [5] **JACOBS, B. I.; LEVY, K.N**, RESIDUAL RISK: HOW MUCH IS TOO MUCH?, *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, 10-16, SPRING 1996.
- [6] **GRINOLD, R. C**, “THE FUNDAMENTAL LAW OF ACTIVE MANAGEMENT.” *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, 30-37, SPRING 1989.
- [7] **KAHN, R. N.**, “WHAT PRACTITIONERS NEED TO KNOW ABOUT BACK-TESTING.” *FINANCIAL ANALYSTS JOURNAL*, 17-20, JULY/AUGUST 1990.
- [8] **ROLL, R.**, “A MEAN/VARIANCE ANALYSIS OF TRACKING ERROR.” *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, 13-22, SUMMER 1992.
- [9] **GRINOLD, R. C**, “ALPHA IS VOLATILITY TIMES IC TIMES SCORE.” *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, 23-32, SUMMER 1994.
- [10] **GUPTA, F.; PRAJOGI,R.; STUBBS,E.**, “THE INFORMATION RATIO AND PERFORMANCE.” *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, 33-40, FALL 1999.
- [11] **MIKI, Y.; GREEN, P.; BROUGHAM. P.**, “GLOBAL EQUITY”, *RISK MODEL HANDBOOK*, BARRA, 1998
- [12] **KAHN, R.N.; GREEN, P.; BROUGHAM. P.**, “SINGLE COUNTRY EQUITY”, *RISK MODEL HANDBOOK*, BARRA, 1998
- [13] **MIKI, Y.; GREEN, P.; BROUGHAM. P.**, “THE BARRA AEGIS SYSTEM, *RETURNS FORECASTING HANDBOOK*, BARRA, 1998
- [14] **FARO, P.**, “CASO PRÁTICO IV (OTIMIZAÇÃO ATIVA),” 2º SEMINÁRIO BARRA(*APRESENTAÇÃO DO BRAZILIAN EQUITY MODEL*), BARRA, 1998
- [15] **SAVOYE, B.**, “OS ÍNDICES DE RISCO E DE INDÚSTRIA DO BRAZILIAN EQUITY MODEL”, 2º SEMINÁRIO BARRA (*APRESENTAÇÃO DO BRAZILIAN EQUITY MODEL*), BARRA, 1998.

- [16] **LIFSIC, F.**, “O PROCESSO DE MODELAGEM DO BRAZILIAN EQUITY MODEL”, 2^o SEMINÁRIO BARRA (APRESENTAÇÃO DO BRAZILIAN EQUITY MODEL), BARRA, 1998.
- [17] **ADAMS, M.**, “A CAP-WEIGHTED NK 225?”, BARRA NEWSLETTER, BARRA, ABRIL 1993.
- [18] **DOERSH, T.** “THE WHY? BEHIND THE BEST & WORST PERFORMANCE OF ‘87”, BARRA NEWSLETTER, BARRA, ABRIL 1988.
- [19] **GRINOLD, R. C.; KAHN, R. N.**, “THE APT, THE CAPM, AND THE BARRA MODEL”, BARRA NEWSLETTER, BARRA, DEZEMBRO 1991.
- [21] **SOUZA, R.C.**; “ANÁLISE DE INFORMAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE ALPHAS PARA O PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS”, DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, RIO DE JANEIRO: DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL, PUC-RIO, 2000.
- [22] **SARMENTO, F. F.**; “UM ESTUDO SOBRE A UTILIZAÇÃO DE UM MODELO MULTIFATORIAL NA PREVISÃO DE RETORNO DE AÇÕES: O MODELO DA CONSULTORIA BARRA”. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, RIO DE JANEIRO: DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL, PUC-RIO, 2000.
- [23] **SOUZA, R.C.; BAIDYA, T.K.N.**; “MODELO DE MULTI-FATORES DA BARRA”, DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL, PUC-RIO, 1999
- [24] **CHAN, L.K; JEGADEESH,N; LAKONISHOK,J.** “MOMENTUM STRATEGIES”, NBER WORKING PAPER SERIES, CAMBRIDGE-MA, DECEMBER 1995
- [25] **JEGADEESH,N; TITMAN, S**; “RETURNS TO BUYING WINNER AND SELLING LOSERS: IMPLICATIONS FOR MARKET EFFICIENCY”, JOURNAL OF FINANCE, 1990.
- [26] **LAKONISHOK,J; SHLEIFER, A; VISHNY, R.W.**, “CONTRARIAN INVESTMENT, EXTRAPOLATION, AND RISK”, JOURNAL OF FINANCE, DECEMBER 1994
- [27] **FRINO, A; GALLAGHER, D.R.**; “IS INDEX PERFORMANCE ACHIEVABLE? : AN ANALYSIS OF AUSTRALIAN EQUITY INDEX FUNDS”, DEPARTMENT OF FINANCE, UNIVERSITY OF SYDNEY, DECEMBER 1999
- [28] **JEGADEESH, N; TITMAN,S**; “PROFITABILITY OF MOMENTUM STRATEGIES: AN EVALUATION OF ALTERNATIVE EXPLANATIONS”, NBER WORKING PAPER SERIES, UNIVERSITY OF TEXAS , 1993.
- [29] **FERGUNSON, R**; “THE TROUBLE WITH PERFORMANCE MEASUREMENT”, *JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT*, FALL 1999

- [30] **ARNOTT, R. D.; KELSO, C. M.; KISCADDEN, S.; MACEDO, R.**,
“FORECASTING FACTOR RETURNS: AN INTRIGUING POSSIBILITY”, JOURNAL OF
PORTFOLIO MANAGEMENT, FALL 1999.

- [31] **GRINOLD, R. C.; KAHN, R. N.** “INFORMATION ANALYSIS”, *JOURNAL OF PORTFOLIO
MANAGEMENT*, SPRING 1992.