

4

Gráficos de controle

O gráfico de controle é uma ferramenta poderosa do Controle Estatístico de Processo (CEP) para examinar a variabilidade em dados orientados no tempo. O CEP é composto por um conjunto de ferramentas de resolução de problemas cujo objetivo é medir, monitorar, controlar e melhorar a qualidade do processo (MONTGOMERY e RUNGER, 2009). A melhoria da qualidade é “um fator-chave que conduz ao sucesso, crescimento e a uma melhor posição de competitividade de um negócio” (MONTGOMERY, 2004, p. 1).

4.1. Princípios fundamentais

Os gráficos de controle surgiram devido à necessidade de introduzir métodos formais ao controle e melhoria da qualidade. O conceito estatístico dos gráficos de controle foi primeiramente proposto pelo Dr. Walter A. Shewhart, dos Bell Telephone Laboratories, em 1924.

O gráfico de controle consiste em “uma disposição gráfica de uma característica da qualidade [...] usada para monitorar um processo” (MONTGOMERY e RUNGER, 2009, p. 397 e p. 484) e, baseia-se em estatísticas como a média amostral, o desvio padrão amostral, dentre outras.

O gráfico de controle é tipicamente composto por uma linha central horizontal (LC – que corresponde à determinada estatística da característica de qualidade que está sendo monitorada), limite inferior de controle (LIC) e limite superior de controle (LSC), conforme Figura 23. E, caracteriza-se por utilizar somente o resultado amostral atual e, por isso, segundo Moreira e Souza (2010, p. 2), é conhecido “como gráfico de controle sem memória”.

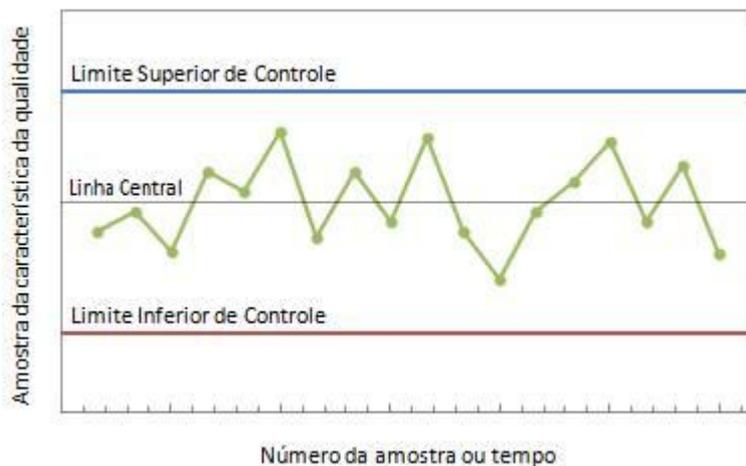


Figura 23 – Gráfico de controle típico
Fonte: Montgomery (2004)

Os limites de controle são valores que definem a região na qual a variação é considerada como de origem aleatória. Eles são determinados “por critérios estatísticos e não são arbitrários nem são relativos a limites de especificação” (MONTGOMERY e RUNGER, 2009, p. 484). Conforme esses autores, se os pontos amostrais apresentarem um padrão de comportamento essencialmente aleatório e caírem dentro do limite de controle, o processo é dito sob controle ou livre de causas especiais (também denominada causas atribuídas). Caso contrário, o processo é dito fora de controle e, então, uma ação corretiva deve ser implementada para encontrar e eliminar as causas especiais de variabilidade (MONTGOMERY, 2004).

Conforme Moreira e Souza (2010, p. 2), “propor novas metodologias de construção e utilização [dos gráficos de controle], tornou-se um desafio para os pesquisadores e usuários do controle estatístico”.

4.1.1. Variabilidade

Entende-se por variabilidade um sistema ou fenômeno cujas sucessivas observações não produzem o mesmo resultado (MONTGOMERY e RUNGER, 2009). A variabilidade pode se comportar de diversas formas. O tipo de variabilidade depende do processo e do comportamento das observações no decorrer tempo.

O processo pode se classificar em estacionário e não estacionário. Diz-se que um processo é estacionário quando “os dados do processo variam em torno de

uma média fixa de uma maneira estável ou previsível” (MONTGOMERY, 2004, p. 100). Para Shewhart, este tipo de comportamento era produzido por um processo sob controle.

Os dados das observações podem ser não correlacionados e autocorrelacionados. Neste, a série de dados “tem tendência a se mover em ‘sequências’ moderadamente longas em cada um dos lados da média” (MONTGOMERY, 2004, p. 100). Enquanto naquele, as observações parecem ter sido extraídas de uma população estável na qual “os valores passados dos dados não são de ajuda na predição de quaisquer valores futuros” (MONTGOMERY, 2004, p. 100).

4.1.2.

Subgrupo racional

Segundo Montgomery (2004, p. 105), “uma ideia fundamental no uso de gráficos de controle é a coleção de dados amostrais de acordo com o que Shewhart denominou conceito de subgrupo racional”. Entende-se por subgrupo racional “uma amostra de dados selecionados de modo a, na medida do possível, incluir fontes causais de variação e excluir fontes especiais de variação” (MONTGOMERY e RUNGER, 2009, p. 488). Existem duas abordagens gerais para a construção de subgrupos racionais.

Na primeira abordagem, cada amostra consiste em unidades que foram produzidas de modo consecutivo quase em um mesmo instante de tempo (OLIVEIRA, 2008). Essa abordagem “minimiza a chance de variabilidade devida a causas atribuíveis dentro de uma amostra, e maximiza a chance de variabilidade entre amostras, se estiveram presentes causas atribuíveis” (MONTGOMERY, 2004, p. 105).

Na segunda abordagem, cada amostra consiste em unidades do produto que são “representativas de todas as unidades que foram produzidas desde que a última amostra foi tomada” (MONTGOMERY, 2004, p. 106).

4.1.3.

Análise de padrões no gráfico de controle

Um gráfico de controle pode indicar que determinado processo se encontra fora de controle quando um ou mais pontos estiver além dos limites de controle ou

exibir algum padrão não aleatório de comportamento (MONTGOMERY, 2004), conforme Figura 24. Se os pontos forem aleatórios, espera-se uma distribuição mais uniforme deles acima e abaixo da linha central (MONTGOMERY e RUNGER, 2009).

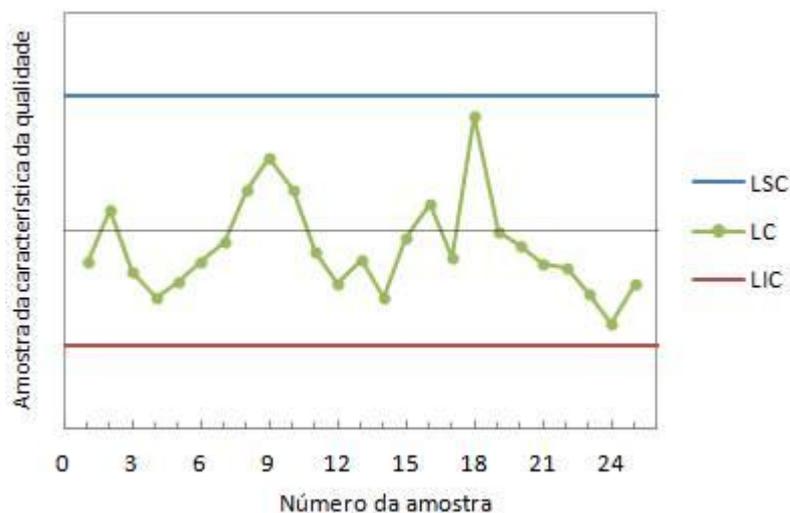


Figura 24 – Gráfico de controle \bar{x} com comportamento não aleatório
Fonte: Montgomery (2004)

Outros fatores são também utilizados para essa análise, como por exemplo: arranjos de pontos simultâneos subindo ou descendo (ou seja, uma sequência de observações do mesmo tipo conhecido como *run*) e a média amostral exposta no gráfico exibindo comportamento cíclico mesmo que todos os pontos dela caiam dentro dos limites, conforme Figura 25.



Figura 25– Gráfico de controle \bar{x} com comportamento cíclico
Fonte: Montgomery (2004)

Conforme Montgomery e Runger (2009, p. 401), “a habilidade para interpretar um padrão particular de comportamento em termos de causas atribuídas requer experiência e conhecimento do processo”.

Um conjunto de regras de decisão que detectam padrões não aleatórios de comportamento nos gráficos de controle é sugerido por Western Electric (1956 apud MONTGOMERY, 2004). De acordo com esse conjunto de regras Western Electric, o processo é classificado como fora de controle se:

1. Um ponto estiver fora dos limites 3-sigma;
2. Dois, em três pontos consecutivos, estiverem além do limite de 2-sigma;
3. Quatro, em cinco pontos consecutivos, estiverem a uma distância de 1-sigma ou além da linha central;
4. Oito pontos consecutivos estiverem em um lado da linha central.

Em geral, essas regras são usadas para acentuar a sensibilidade dos gráficos de controle.

A Figura 26 foi retirada de Montgomery (2004, p. 108) e se refere a uma exemplificação do critério Western Electric aplicado ao gráfico de controle \bar{x} de determinado processo. Por esta figura, observa-se que os últimos quatro pontos consecutivos excedem o limite de um-sigma e, por isso, considerando o critério Western Electric, pode-se concluir que o processo está fora de controle visto que o padrão é não aleatório.



Figura 26 – Regras de Western Electric ou de zonas
Fonte: Montgomery (2004)

4.2. Gráficos de controle aplicados a processos

Existem diversos tipos de gráficos de controle aplicados a processos. A escolha do tipo de gráfico deve considerar o tamanho das observações, a periodicidade da coleta das observações e o tipo de informações analisadas.

Os gráficos de controle podem ser classificados em dois grandes grupos: gráficos de controle para variáveis (característica de qualidade é mensurada em uma escala quantitativa) e gráficos de controle por atributos (característica de qualidade é mensurada em uma escala qualitativa, por exemplo, julga-se conforme e não conforme). Assim, segundo Spiegel e Stephens (2008, p. 481), “os termos ‘variáveis’ e ‘atributos’ estão associados com o tipo de dados coletados do processo”.

O Quadro 7 apresenta uma síntese dos gráficos de controle amplamente usados na área de processos. Para um estudo detalhado, veja Costa et al. (2005) e Montgomery (2004).

Quadro 7 – Síntese dos gráficos de controle aplicados a processos

Tipo de gráfico	Subtipo de gráfico	Estatística de interesse
Gráfico de Controle para variáveis	\bar{X}	Média das medidas em um subgrupo
	R	Amplitude das medidas em um subgrupo
	S	Desvio padrão das medidas de um subgrupo
	X_{MR}	Medidas individuais
	$CUSUM$	Somas cumulativas dos desvios dos valores amostrais em relação ao valor alvo
	$EWMA$	Média móvel exponencialmente ponderável
Gráfico de Controle por atributos	P	Proporção de unidades defeituosas em um subgrupo
	NP	Total de unidades defeituosas em um subgrupo
	U	Número médio de defeitos por unidade em um subgrupo

Fonte: Adaptado de Spiegel e Stephens (2008)

Os gráficos de controle \bar{X} e R são utilizados “quando a coleta de múltiplos dados sob as mesmas condições e num pequeno período de tempo é possível” (MOREIRA e SOUZA, 2010, p. 4). No entanto, os gráficos \bar{X} e S são preferidos quando o tamanho da amostra é moderadamente grande ($n > 10$) ou o tamanho da amostra é variável (MONTGOMERY, 2004).

Os gráficos de controle X_{MR} (amplitude móvel) são utilizados “quando o período de tempo entre a coleta dos dados é grande, ou quando existe a

necessidade de investigar dado a dado” (MONTGOMERY, 2004 apud MOREIRA e SOUZA, 2010, p. 4).

O gráfico de controle de soma cumulativa (*CUSUM*) foi proposto inicialmente por Page (1954 apud MONTGOMERY, 2004, p. 257) e tem sido estudado por diversos autores como complemento aos gráficos de controle de Shewhart para a detecção de pequenas variações no processo.

Há outro tipo de gráfico, introduzido por Roberts (1959 apud MONTGOMERY, 2004, p. 268) e denominado por EWMA (média móvel exponencialmente ponderada), que detectam pequenas mudanças de deslocamento da média e do processo. O EWMA atribui maior peso na observação mais recente ou na média do subgrupo, apesar de ser tipicamente usado com observações individuais, e então diminui gradualmente o peso para observações mais antigas.

Tanto o CUSUM quanto o EWMA são considerados gráficos de controle com memória, pois “utilizam os dados das amostras precedentes para avaliar a estabilidade do processo” (MOREIRA e SOUZA, 2010, p. 4).

Segundo Moreira e Souza (2010, p. 4), “as pesquisas realizadas até hoje envolvendo gráficos de controle revelam muitos outros tipos de gráficos com características peculiares”, por exemplo: gráficos de controle para monitoramento simultâneo ou controle de duas ou mais características da qualidade relacionadas (gráficos de controle multivariados) cujo trabalho original foi feito por Hotelling (1947 apud MONTGOMERY, 2004, p. 324); gráficos de controle univariados para os resíduos de cada variável, obtido quando dada variável é regredida sobre todas as outras (ajustamento de regressão), tal gráfico foi desenvolvido por Hawkins (1991 apud MONTGOMERY, 2004, p. 336); entre outros.

4.3. Aplicações não industriais do CEP

A metodologia de controle estatístico de processo foi, inicialmente, aplicada ao contexto industrial voltado para o produto. E, por isso, as aplicações nesse contexto estão bem consolidadas. No entanto, os princípios, em si, são gerais, o que permite aplicação da teoria em outros ambientes, tais como: não industrial e serviços (MONTGOMERY, 2004).

Segundo Montgomery (2004, p. 120), as “aplicações não industriais não diferem substancialmente das aplicações industriais mais usuais [... porém, podem requer] mais criatividade do que as aplicações industriais típicas” devido ao fato do analista não conseguir definir qualidade com facilidade e da capacidade de observação do processo ser talvez muito baixa.

4.4. Gráficos de controle aplicados a negócios

Uma metodologia de controle estatístico foi desenvolvida por Wu (1988) para o monitoramento de negócios. Um estudo detalhado desta metodologia foi realizado por Wu et al. (1990, 1992) a fim de monitorar o controle das previsões de vendas (quanto maior, melhor) e despesas (quanto menor, melhor) de determinada organização.

De acordo com Wu et al. (1990), no ambiente de negócios, o planejamento financeiro de dada organização se inicia com a definição do alvo financeiro anual (conjunto de metas mensais) a ser alcançado e a criação de mecanismos de acompanhamento e controle.

Wu et al. (1990) descreveram como modelar e quantificar as incertezas no processo de planejamento por meio de três gráficos de controle: *Wineglass*, *Shipwreck* e *Outlook*. Estes gráficos, assim denominados devido ao formato gráfico que apresentam, se inter-relacionam e são usados para avaliar a capacidade da realização de metas e perspectivas de risco em negócios. Tal metodologia é descrita nas subseções 4.4.1 a 4.4.4.

4.4.1. O modelo estatístico

Considere que, para cada ano j , há um alvo anual T_j (uma trajetória composta por metas mensais $T_{1/j}, \dots, T_{12/j}$) e vendas mensais correntes ($Y_{1/j}, \dots, Y_{12/j}$), que se relacionam conforme eq. (52):

$$Y_{i/j} = g_{j}T_{i/j} + \tau_{i/j} \quad (52)$$

Pela eq. (52), tem-se que:

- O termo $\tau_{i/j}$ representa o erro normalmente distribuído ao longo da trajetória com $E(\tau_{i/j}) = 0$ e $Var(\tau_{i/j}) = \omega^2 g_{/j} T_{i/j} g_{/j} T_{/j}$;
- O termo $Y_{i/j}$ representa a venda mensal corrente. Trata-se de uma variável aleatória independentemente distribuída com $E(Y_{i/j}) = g_{/j} T_{i/j}$ e $Var(Y_{i/j}) = \omega^2 g_{/j} T_{i/j} g_{/j} T_{/j}$;
- O termo $g_{/j}$ é um parâmetro que varia anualmente. O estimador não viciado de $g_{/j}$ é a razão entre o somatório das vendas mensais ($\sum Y_{i/j}$) e o somatório das metas mensais ($\sum T_{i/j}$), veja eq. (53):

$$\hat{g}_j = \frac{Y_{1/j} + \dots + Y_{12/j}}{T_{1/j} + \dots + T_{12/j}} \quad (53)$$

A eq. (53) é uma medida natural para comparar a venda mensal ($Y_{i/j}$) com a meta mensal planejada ($T_{i/j}$).

Conforme Wu et al. (1990):

- A estrutura do termo variância ($\omega^2 g_{/j} T_{i/j} g_{/j} T_{/j}$) surge de uma mistura de experiência e conveniência;
- O termo $g_{/j} T_{i/j}$ na *variância* faz com que a $Var(Y_{i/j})$ seja proporcional à média dos $Y_{i/j}$;
- A presença do termo $g_{/j} T_{/j}$ na variância significa que a constante de incerteza, ω^2 , não tem dimensão e não é afetada por mudanças de escala das observações.

Ainda conforme esses autores, a constante de incerteza ω^2 é responsável pela exatidão da trajetória. Para a interpretação de ω , nota-se que a razão entre as vendas mensais correntes e as metas estipuladas para o mês i , tem $E(Y_i/T_i) = g$ e $Var(Y_i/T_i) = \omega^2 g^2 T/T_i$. Usualmente g está próximo de 1 para um mês típico $T/T_i \approx 12$. Portanto, $\omega\sqrt{12}$ pode, aproximadamente, ser pensado como desvio padrão de uma típica trajetória atual do mês.

Além disso, considerando que a $Var(\tau_{i/j})$ seja proporcional a $T_{i/j}$ é natural basear um estimador de ω^2 na soma dos quadrados dos resíduos ponderados $\sum \hat{\tau}_{i/j}^2/T_{i/j}$, sendo $\hat{\tau}_{i/j} = Y_{i/j} - \hat{g}_j T_{i/j}$. A representação algébrica é dada pela eq. (54):

$$E\left(\sum_{i=1}^{12} \hat{\tau}_{i/j}^2/T_{i/j}\right) = 11 \omega^2 g_{/j}^2 T_{/j} \quad (54)$$

Então, um estimador razoável de ω^2 utilizando os dados do histórico do ano j é dado pela eq. (55):

$$\hat{\omega}_j^2 = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{12} \frac{(Y_{i/j} - \hat{g}_{/j} T_{i/j})^2}{\hat{g}_{/j}^2 T_{i/j} T_{/j}} \quad (55)$$

Os estimadores $\hat{\omega}_j^2$ medem a diferença de comportamento entre a trajetória e os dados atuais.

Em geral, o estimador global ω^2 é obtido pela média aritmética dos estimadores $\hat{\omega}_j^2$, conforme eq. (56):

$$\hat{\omega}^2 = \frac{\sum_{j=1}^H \hat{\omega}_j^2}{H} \quad (56)$$

Sendo:

H : anos de histórico

J : ano corrente

$j = J - H, \dots, J - 1$

O alvo anual ($T_{/j}$) e a trajetória percorrida ($T_{1/j}, \dots, T_{12/j}$) podem ser obtidos por modelos de previsão (veja seção 3.3 do capítulo 3).

4.4.2. Gráfico de controle *Wineglass*

O gráfico de controle *Wineglass* avalia se a venda mensal acumulada está na trajetória planejada. Isto é, verifica se o desempenho atual está estatisticamente consistente com o comportamento esperado para que o alvo seja atingido.

O planejador pode considerar que o alvo anual está correto caso $g = 1$, de modo que para cada Y_i se espera T_i . Assim, o desempenho do gráfico *Wineglass* deve ser avaliado conforme eq. (57).

$$\hat{g}_I = \frac{Y_1 + \dots + Y_I}{T_1 + \dots + T_I} \quad (57)$$

Conforme Wu et al. (1990), para um determinado mês I , o gráfico de controle *Wineglass* é construído como segue:

Na linha central do *Wineglass*, trace o percentual acumulativo das vendas em relação à trajetória planejada para cada mês do ano corrente ($P_{acumulado_I}$), veja eq. (58).

$$P_{acumulado_I} = 100 \times \frac{Y_1 + \dots + Y_I}{T_1 + \dots + T_I} \quad (58)$$

Na linha inferior e superior, trace os limites.

O limite superior (*LSC*) e o limite inferior (*LIC*) são determinados considerando o percentil de uma distribuição normal padrão ($\xi_{(1+q)/2}$) e a variância *Wineglass* (VW_I) dada pela eq. (59):

$$VW_I = \hat{\omega}^2 \frac{T_{I+1} + \dots + T_{12}}{T_1 + \dots + T_I} \quad (59)$$

A variância *Wineglass* é obtida baseada na distribuição dos \hat{g}_I condicional a $\hat{g}_{12} = 1$. De modo que, ao assumir a normalidade dos (Y_i), segue que a distribuição condicional de \hat{g}_I é Normal com $E(\hat{g}_I | \hat{g}_{12} = 1) = 1$ e $Var(\hat{g}_I | \hat{g}_{12} = 1) = \omega^2 g^2 \frac{T_{I+1} + \dots + T_{12}}{T_1 + \dots + T_I}$.

Os limites do gráfico de controle *Wineglass* são escolhidos de maneira a satisfazer afirmação de probabilidade dada pela eq. (60) e, obtidos conforme eq. (61) e eq. (62):

$$Pr \left[LSC \leq \frac{Y_1 + \dots + Y_I}{T_1 + \dots + T_I} \leq LIC \mid Y_1 + \dots + Y_{12} = T \right] = q \quad (60)$$

sendo $0 \leq q \leq 1$. Há uma probabilidade q de selecionar uma amostra para a qual o intervalo de confiança conterá o valor verdadeiro da razão entre venda mensal acumulada e trajetória planejada.

$$LSC = 100 \times \left(1 + \xi_{(1+q)/2} (VW_I)^{1/2} \right) \quad (61)$$

$$LIC = 100 \times \left(1 - \xi_{(1+q)/2} (VW_I)^{1/2} \right) \quad (62)$$

Observe que os limites são calculados antes que qualquer dado seja mensurado no ano corrente.

A representação gráfica do *Wineglass* é dada pela Figura 27.

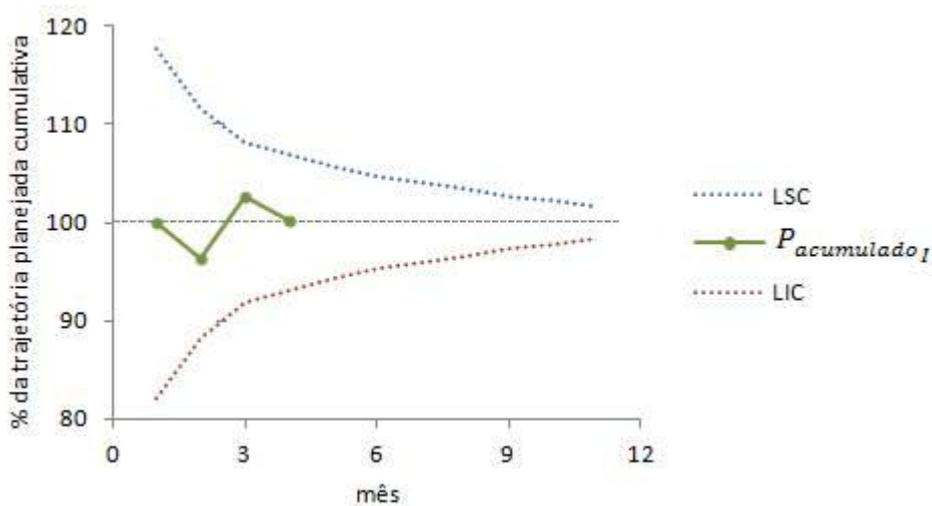


Figura 27 – Representação gráfica do *Wineglass*
Fonte: Wu et al. (1990)

Caso o total acumulado da venda esteja dentro dos limites, o planejador está na trajetória adequada para que o alvo anual seja atingido. Caso contrário, ações devem ser implementadas para tornar a trajetória ótima.

4.4.3. Gráfico de controle *Shipwreck*

O gráfico de controle *Shipwreck* mostra o desvio acumulado das vendas em relação à trajetória planejada associado ao limite inferior, dentro do qual se pode esperar uma recuperação. É válido ressaltar que, caso o desvio atual fique abaixo do limite inferior, mesmo assumindo que a venda para o restante do ano prossiga conforme o planejado, a chance de recuperação poderá ser menor.

Conforme Wu et al. (1990), para um determinado mês I , o gráfico de controle *Shipwreck* é construído como segue:

Na linha central do *Shipwreck*, trace o desvio acumulado das vendas com relação à trajetória planejada para cada mês do ano corrente ($D_{acumulada_I}$), veja eq. (63):

$$D_{acumulada_I} = (Y_1 + \dots + Y_I) - (T_1 + \dots + T_I) \quad (63)$$

O gráfico de controle *Shipwreck* possui apenas limite inferior. Para calcular o limite inferior (*LIC*) deste gráfico considere que:

- A venda dos meses restantes segue o modelo da eq. (52) com $g = 1$. O montante do déficit que é recuperado no restante do ano é dado por pelo desvio $(Y_{I+1} + \dots + Y_{12}) - (T_{I+1} + \dots + T_{12})$, com média 0

e variância $\omega^2 T(T_{I+1} + \dots + T_{12})$. O estimador natural para essa variância é a “variância *Shipwreck*”, definida na eq. (64):

$$VS_I = \hat{\omega}^2 T(T_{I+1} + \dots + T_{12}) \quad (64)$$

- O nível de recuperação do déficit (p) corresponde ao limite inferior (*LIC*) *Wineglass* com nível de trajetória planejada $q = 1 - 2p$.
- O percentil da distribuição normal padrão (ξ_p).

Assim, o limite inferior *Shipwreck* é dado conforme eq. (65):

$$LIC = \xi_p(VS_I)^{1/2} \quad (65)$$

A representação gráfica do *Shipwreck* é dada pela Figura 28.

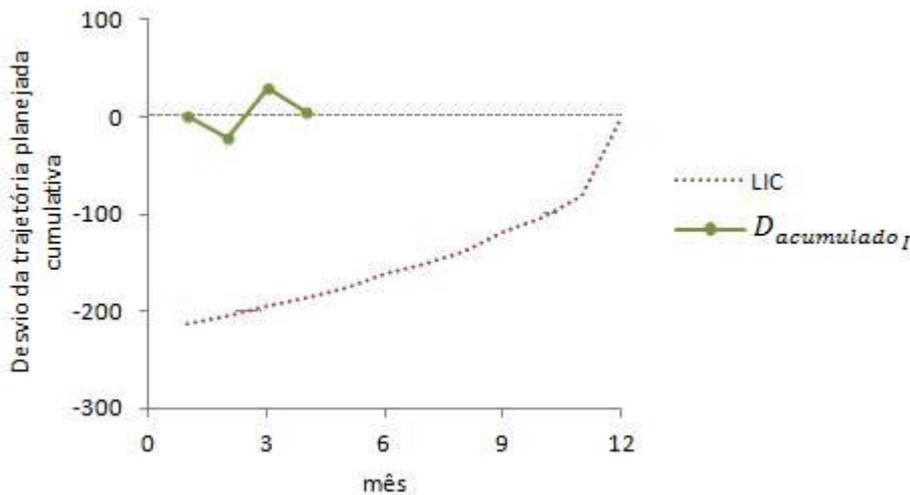


Figura 28 – Representação gráfica do *Shipwreck*
Fonte: Wu et al.(1990)

Caso o desvio da trajetória planejada esteja acima do limite inferior do gráfico *Shipwreck*, então há uma probabilidade de no mínimo p da meta anual ser atingida. Caso contrário, a probabilidade será menor que p , indicando assim que ações podem ser necessárias para trazer a venda de volta para a trajetória planejada.

Considerando a eq. (59) e eq.(64), uma relação pode ser estabelecida entre a variância *Shipwreck* e a variância *Wineglass*, veja eq. (66):

$$\frac{VS_I}{(T_I + \dots + T_I)^2} = \hat{\omega}^2 T \frac{(T_{I+1} + \dots + T_{12})}{(T_I + \dots + T_I)^2} > \hat{\omega}^2 \frac{T_{I+1} + \dots + T_{12}}{T_1 + \dots + T_I} = VW_I \quad (66)$$

Pela eq. (66), pode-se concluir que, um valor que excede o limite *Shipwreck* para o nível de recuperação p deve também exceder o limite inferior

Wineglass para o nível da trajetória planejada $1 - 2p$. Ou seja, é mais fácil “quebrar a taça de vinho” do que “naufragar a navio”.

4.4.4. Gráfico de controle *Outlook*

O gráfico de controle *Outlook* apresenta três cenários mensais da venda total ao longo do ano. Conforme Wu et al. (1990), para um determinado mês I , uma distribuição de previsão das vendas anuais totais é computada e perspectivas são definidas de acordo com proporções pré-estabelecidas de uma distribuição. As perspectivas são classificadas em baixa (p_L), média (p_M) e alta (p_H) e, obtidas considerando $p_L > p_M > p_H$ de p (percentil da distribuição normal padrão). Em geral, adota-se: $p_L = 0,90$, $p_M = 0,50$ e $p_H = 0,10$.

Ainda conforme esses autores, para o mês I , o melhor estimador linear não viciado para a produção futura ($Y_{I+1} + \dots + Y_{12}$) é $\hat{g}_I(T_{I+1} + \dots + T_{12})$. Dessa forma, o melhor estimador para a venda total é dado pela eq. (67):

$$Y_1 + \dots + Y_I + \hat{g}_I(T_{I+1} + \dots + T_{12}) = \hat{g}_I T \quad (67)$$

As vendas anuais podem ser escritas como $\hat{g}_{12}T$, de maneira que o erro quadrado médio do estimador pode ser obtido pela junção dos momentos de segunda ordem do \hat{g}_I e \hat{g}_{12} , veja eq. (68):

$$T^2 E(\hat{g}_I - \hat{g}_{12})^2 = \omega^2 g^2 T^2 \frac{T_{I+1} + \dots + T_{12}}{T_1 + \dots + T_I} \quad (68)$$

Esta quantidade é estimada a partir da variância Outlook, veja eq. (69):

$$VO_I = \hat{\omega}^2 \hat{g}_I^2 T^2 \frac{T_{I+1} + \dots + T_{12}}{T_1 + \dots + T_I} \quad (69)$$

Desta forma, conforme Wu et al. (1990), para determinado mês I , a melhor previsão para a venda anual apresenta distribuição normal padrão com média $\hat{g}_I T$ e variância VO_I , sendo as perspectivas percentis desta distribuição. Assim, os limites de previsão (LP) da venda anual são obtidos mensalmente conforme eq. (70):

$$LP = \hat{g}_i T + \xi_{1-p}(VO_i)^{1/2} \quad (70)$$

Sendo: $i = 1, \dots, I$

A representação gráfica do *Outlook* é dada pela Figura 29.

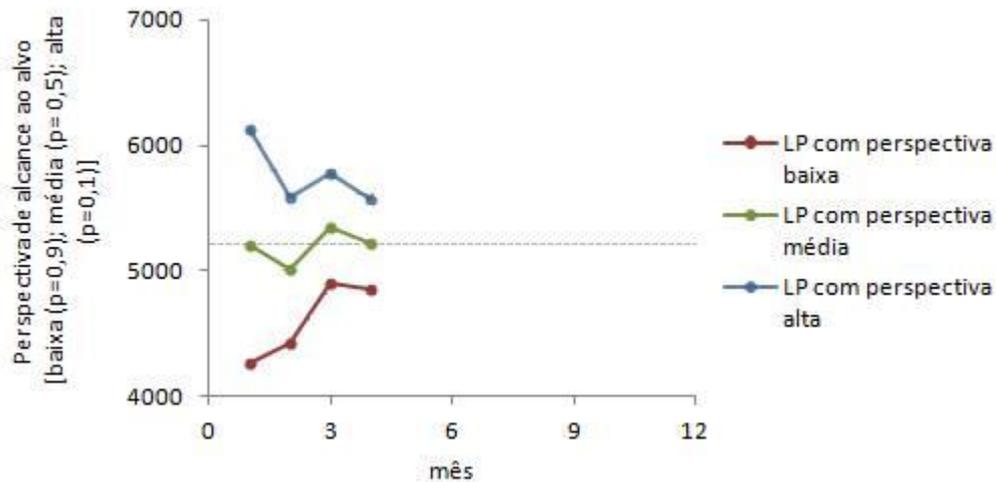


Figura 29 – Representação gráfica do *Outlook*
Fonte: Wu et al. (1990)

Comparando os limites do gráfico *Outlook* com os limites do *Wineglass*, derivam-se as seguintes proporções: $p_L = (1 + q)/2$ e $p_H = (1 - q)/2$. A previsão das vendas no mês I ao longo do ano é derivada do alvo anual \hat{g}_I e tem o seguinte erro quadrado médio, veja eq. (71):

$$VO_I/T^2 = \hat{\omega}^2 \hat{g}_I^2 \frac{T_{I+1} + \dots + T_{12}}{T_1 + \dots + T_I} = \hat{g}_I^2 VW_I \quad (71)$$