

5

Modelagem Numérica

Mediante os experimentos vimos que as emulsões realmente servem como um excelente agente de bloqueio, controlando desta forma a mobilidade do fluido injetado em um meio poroso. Agora para otimizar o projeto, é necessária uma análise mais abrangente das variáveis do processo no fator de recuperação e dos efeitos que estas poderiam trazer. No entanto, para economizar tempo e dinheiro realizando esta análise experimentalmente, foi necessário utilizar um modelo que descreva o escoamento de emulsões no processo de recuperação de óleo, como não foi encontrado um simulador que descreva este comportamento, um modelo simplificado foi desenvolvido e implementado nesta tese.

5.1

Formulação Matemática

Esta seção descreve as equações que governam o fluxo monofásico e bifásico, bem como o método numérico utilizado para a solução das mesmas.

5.1.1

Escoamento Monofásico

A equação diferencial parcial que descreve o fluxo monofásico incompressível através de meios porosos é baseada na equação de conservação de massa, Eq. (5-4) e na Lei de Darcy, Eq. (5-6).

5.1.1.1

Conservação de massa

A forma integral da equação de conservação de massa é dada pela Equação 5-1, considerando um volume de controle arbitrário Ω com porosidade ϕ , n é o vetor normal unitário apontando para fora do volume de controle e $\partial\Omega$, representa a superfície de controle.

$$\int_{\partial\Omega} (-\rho v) \cdot n \, dS + \int_{\Omega} \dot{m} \, d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \, d\Omega \quad (5-1)$$

v é a velocidade de Darcy definida como a vazão por unidade de área da seção transversal, e \dot{m} representa uma fonte ou sorvedouro de massa no interior do volume de controle, expressada em unidade de massa por unidade de tempo. Depois de aplicar o teorema de divergência à interface integral na equação anterior, Eq. (5-1), obtemos a seguinte equação.

$$\int_{\Omega} [-\nabla \cdot (\rho v) + \dot{m} - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho)] \, d\Omega = 0 \quad (5-2)$$

Como a Eq. (5-2) é válida para qualquer volume de controle Ω , podemos remover a integral, obtendo:

$$-\nabla \cdot (\rho v) + \dot{m} = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) \quad (5-3)$$

Assumindo que o fluido e o meio poroso são incompressíveis (ρ e ϕ constantes), obtemos a equação de conservação de massa

$$\nabla \cdot v = \frac{\dot{m}}{\rho} = q \quad (5-4)$$

5.1.1.2

Lei de Darcy

A lei de Darcy é uma relação empírica descoberta por Henry Darcy em 1856, esta equação é descrita para fluxos laminares e lentos de fluidos através de meios porosos, onde o escoamento é proporcional ao gradiente de pressão.

$$q = -A \frac{K}{\mu_\alpha} \frac{\Delta p}{L} \quad (5-5)$$

Onde, K e L são a permeabilidade absoluta e o comprimento do meio poroso respectivamente, μ é a viscosidade absoluta do fluido, α pode ser qualquer fluido (água, óleo, gás), e ∇p ou gradiente de p , é a força de pressão total por unidade de volume num ponto. Da equação de Darcy (5-5) e sabendo que v é a velocidade do fluido em relação ao volume de controle, definido como a vazão (q) pela unidade de área da seção (A) normal ao sentido do fluxo, determinamos a seguinte equação:

$$v = -\frac{K}{\mu} \nabla p \quad (5-6)$$

Então, substituindo a Equação (5-6) na Equação (5-4), obtemos a equação de pressão para escoamento monofásico:

$$-\nabla \cdot \frac{K}{\mu} \nabla p = q \quad (5-7)$$

5.1.2

Escoamento Multifásico

Como no escoamento monofásico, os modelos que descrevem o escoamento multifásico através de meios porosos também são a equação de conservação de massa 5-2 e a lei de Darcy para cada fase α [58]. Devemos fazer presente que, por conveniência (simplicidade), o nosso simulador está projetado para trabalhar com duas fases imiscíveis, fase água w e fase óleo o .

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} s_{\alpha}) + \nabla \cdot (\sum_{\alpha} \rho_{\alpha} s_{\alpha} v) = \sum_{\alpha} \tilde{m}_{\alpha}, \quad \alpha = w, o. \quad (5-8)$$

As duas fases preenchem o espaço poroso.

$$s_w + s_o = 1 \quad (5-9)$$

A Eq. (5-8) também pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial(\phi\rho_\alpha s_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\alpha v_\alpha) = \dot{m}_\alpha \quad (5-10)$$

Expandindo as derivadas de espaço e tempo da equação anterior e versus a massa específica da fase, obteremos uma nova formulação da equação de continuidade 5-10 [59]:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}s_\alpha + \phi\frac{\partial s_\alpha}{\partial t} + \phi\frac{s_\alpha}{\rho_\alpha}\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot v_\alpha + \frac{v_\alpha \cdot \nabla\rho_\alpha}{\rho_\alpha} = q_\alpha \quad (5-11)$$

Assumindo que os fluidos (água e óleo) e o meio poroso são incompressíveis e isotérmicos (ρ_α e ϕ constantes), não há fase em transição, desprezamos a pressão capilar e de gravidade (fluxo horizontal), a equação de conservação de massa para escoamento multifásico fica da seguinte forma:

$$\phi\frac{\partial s_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot v_\alpha = q_\alpha \quad \alpha = w, o \quad (5-12)$$

Mediante a lei de Darcy relacionamos as velocidades de cada fase v_α com as pressões de cada fase p_α . Para aplicar a lei de Darcy ao escoamento multifásico, é necessário introduzir as permeabilidades relativas $k_{r\alpha}$. A permeabilidade relativa explica a redução da permeabilidade de cada fase, devido à presença da outra fase [59].

$$v_\alpha = -\frac{K k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \nabla p_\alpha \quad \text{mas,} \quad \lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \quad (5-13)$$

Sendo, $k_{r\alpha}$, μ_α e λ_α a permeabilidade relativa, a viscosidade e a mobilidade da fase α respectivamente.

Desprezando os efeitos da pressão capilar $p_c = p_o - p_w$, temos que $p_o = p_w = p$ e por tanto $\nabla p_o = \nabla p_w = \nabla p$. Onde, p_o é a pressão devido à fase óleo, e a p_w é a pressão devido à fase água,

5.1.2.1

A Equação de Pressão

Então, combinando as equações de conservação de massa (5-12) e a ley de Darcy (5-13), lembrando que $s_w + s_o = 1$,

$$v = -K\lambda \nabla p \quad e, \quad \nabla \cdot v = q \quad (5-14)$$

obtemos a equação elíptica da pressão para fluxo multifásico.

$$-\nabla \cdot [K\lambda \nabla p] = q \quad (5-15)$$

Donde, $v = v_o + v_w$, $\lambda = \lambda_o + \lambda_w$ e $q = \dot{m}_o/\rho_o + \dot{m}_w/\rho_w$. Substituindo obtemos.

$$-\nabla \cdot [K\lambda_w \nabla p_w + K\lambda_o \nabla p_o] = q \quad (5-16)$$

5.1.2.2

A Equação de Saturação

Mediante a equação de pressão podemos determinar a primeira pressão desconhecida inicial p . Mas, para derivar um modelo completo, é preciso também derivar em função das saturações das fases s_w e s_o .

Lembrando da relação constitutiva $s_w + s_o = 1$, só necessitaríamos uma equação de saturação, e é comum que seja da fase água s_w a segunda variável primária desconhecida. Alguns autores [60] utilizam a equação em função a s , assumindo $s_w = s$, então podemos disser que,

$$s_o = (1 - s) \quad (5-17)$$

logo, da equação de conservação de massa (5-12) para a fase água, e introduzindo a função de fluxo fracionário, encontramos a equação de saturação [61].

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot (f_w v) = q_w \quad (5-18)$$

donde, $f_w = \lambda_w/\lambda$ é chamada de função de fluxo fracionário, e segundo as Eqs.5-16 e 5-13 não é outra coisa do que $f_w = q_w/q$.

Vale a pena ressaltar que os campos de pressão e saturação se acoplam através da velocidade total v e por tanto, a precisão com que se computa o campo de velocidade, que é diretamente obtido do campo de pressões, influencia a precisão da solução da equação de saturação [61].

5.1.2.3

Permeabilidades Relativas

Como a permeabilidade relativa modela a permeabilidade reduzida de uma fase devido à presença da outra, esta está em função da saturação e varia com o tempo e espaço. Isto faz a equação de pressão não linear, então para ligar as equações da pressão e de saturação ao fluxo de duas fases assumimos a seguinte relação constitutiva implementada por Brooks and Corey [62].

$$k_{rw} = s_w^2 = s^2 \quad k_{ro} = s_o^2 = (1 - s)^2, \quad 0 \leq s_w, s_o \leq 1 \quad (5-19)$$

A função de Corey, não é outra coisa do que a segunda lei de Power (Power law) na saturação de água [62]. Em casos de fluxos multifásicos, as

equações de pressão e saturação além de estar ligadas uma na outra devido velocidade na equação de Darcy, também estão fortemente ligadas devido à permeabilidade relativa.

5.1.3 Injeção de Emulsões

Quando uma emulsão é aplicada em um meio poroso, basicamente provoca um efeito de redução da permeabilidade relativa da fase aquosa. Para descrever este efeito, fizemos uma modificação na equação da permeabilidade relativa da fase aquosa multiplicando por um fator F_{kre} , como indica a seguinte equação.

$$kr_{w/e} = F_{kre} * kr_w \quad (5-20)$$

Onde, $kr_{w/e}$ denota a permeabilidade relativa da fase aquosa modificada pela emulsão e kr_w é a permeabilidade relativa da fase aquosa. O fator F_{kre} está em função da concentração de emulsão Ce e do fator fe , representado pela seguinte equação.

$$F_{kre} = 1 - Ce * (1 - fe) \quad (5-21)$$

O fator fe representa o efeito da redução de mobilidade do fluido devido à presença das gotas da fase dispersa. É uma função do número de capilaridade local e da razão do tamanho das gotas pelo tamanho dos poros. Substituindo a eq. (5-21) em (5-20) obtemos a seguinte equação:

$$kr_{w/e} = kr_w * (1 - Ce * (1 - fe)) \quad (5-22)$$

Assumimos que a variação da permeabilidade é uma função linear da concentração de gotas Ce , como mostrado na Fig. 5.1.

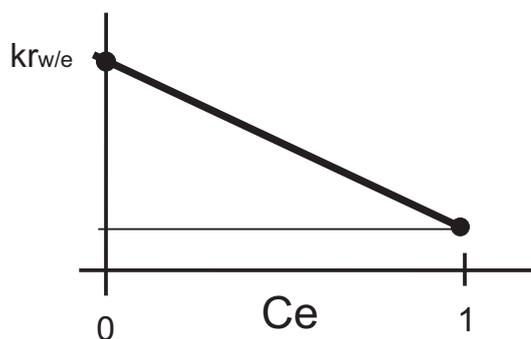


Figura 5.1: Representação da redução da permeabilidade relativa em função da saturação de água, devido à concentração de emulsão.

O transporte da fase dispersa é descrito pela equação:

$$\phi \frac{\partial}{\partial t}(s_w C_e) + \nabla \cdot [f_w C_e v_w] = C_e q_w \quad (5-23)$$

Onde, s_w representa a saturação de água, f_w é a função de fluxo fracionário, v_w é a velocidade da água e q_w é a vazão de água.

O fator f_e é uma função do número de capilaridade Ca e é obtido a partir de uma curva suave, esta curva está descrita pela Eq. (5-24) e representada esquematicamente na Fig. 5.2. O número de capilaridade é definido por $Ca = \mu_w v_w / \sigma$.

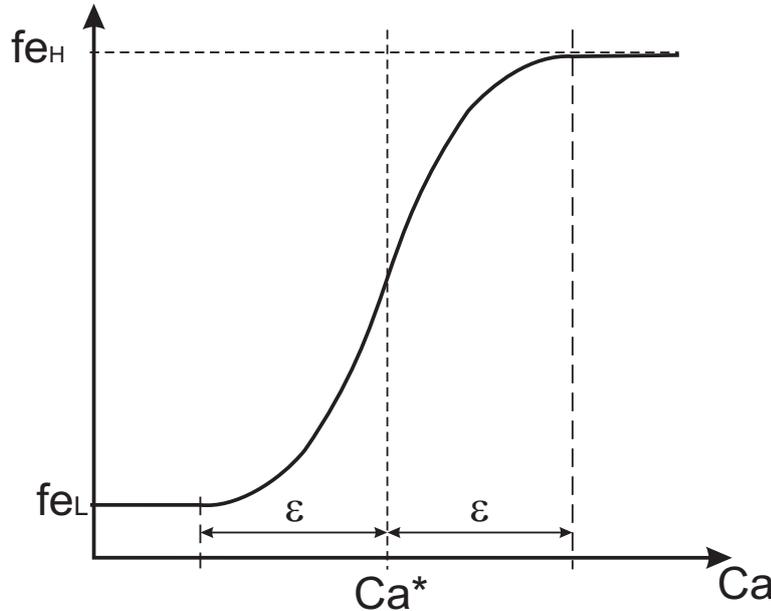


Figura 5.2: Representação do fato de bloqueio devido à injeção de emulsão.

$$f_e(Ca) = \frac{Ca - Ca^* + \varepsilon}{2\varepsilon} + \frac{\text{Sin}(\frac{\pi}{\varepsilon}(Ca - Ca^*))}{2\pi} \quad (5-24)$$

Onde, Ca^* denota o número de capilaridade crítico, ε o intervalo (range) de atuação da curva.

Para determinar o valor de f_e correspondente introduzimos três condições, mostradas a seguir:

Se o valor de $Ca - Ca^*$ fosse maior do que o valor de ε , então f_e será igual a f_H .

Se o valor de $Ca^* - Ca$ fosse maior do que o valor de ε , então f_e será igual a f_L .

E se o valor de $|Ca^* - Ca|$ fosse menor do que o valor de ε , então f_e será representado pela eq. (5-24) f_L .

5.1.4 Discretização do Problema

A discretização do reservatório (ou meio poroso), significa que o reservatório é discretizado por um conjunto de células ou pontos, onde as suas propriedades, dimensões, condições de contorno, e localizações no reservatório são bem definidas [63]. Segundo este conceito, construíram-se duas figuras. A primeira figura, Fig. 5.3, mostra a discretização na direção x , tendo como foco o bloco i .

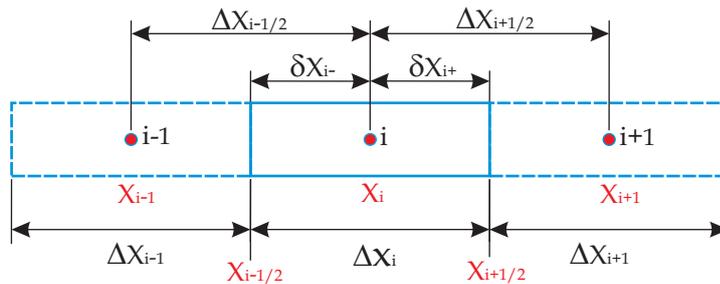


Figura 5.3: Relação entre blocos e os seu blocos vizinhos, em fluxo 1D.

A figura 5.3 mostra como os blocos (células) estão relacionados uns com os outros (bloco i e os seus blocos vizinhos $i - 1$ e $i + 1$), dimensão dos blocos ($\Delta x_i, \Delta x_{i-1}, \Delta x_{i+1}$), blocos dos contornos ($x_{i-1/2}, x_{i+1/2}$), distancia entre os pontos que representam os bloco os contornos dos blocos ($\delta x_{i-}, \delta x_{i+}$), e a distancia entre os pontos que representam os blocos ($\Delta x_{i-1/2}, \Delta x_{i+1/2}$).

Para discretizar o reservatório na direção y utilizam-se terminologias parecidas, como observamos na Fig. 5.4. Depois de definir as suas propriedades, tais como porosidade e permeabilidade nas direções x, y , a transferência de fluidos desde um bloco reservatório inteiro, é através dos seus blocos vizinhos imediatos. Quando o reservatório é discretizado por completo, cada bloco é cercado por um grupo de blocos vizinhos.

A Fig. 5.4-a, mostra que existem dois blocos vizinhos em fluxo 1D ao longo do eixo x . A Fig. 5.4-b, mostra que existem quatro blocos vizinhos em fluxo 2D no plano $x - y$.

5.1.4.1 Fluxo Multidimensional em coordenadas cartesianas

Antes de escrever as equações para o reservatório, os blocos precisam ser identificados e arrumados. Todos os blocos no reservatório podem ser identificados, seja por notação de engenharia ou pelo número de blocos que fazem parte de um determinado esquema ordenado. A notação de engenharia usa a arrumação de blocos nas direções x, y ; estas sao identificadas como $i, e j$

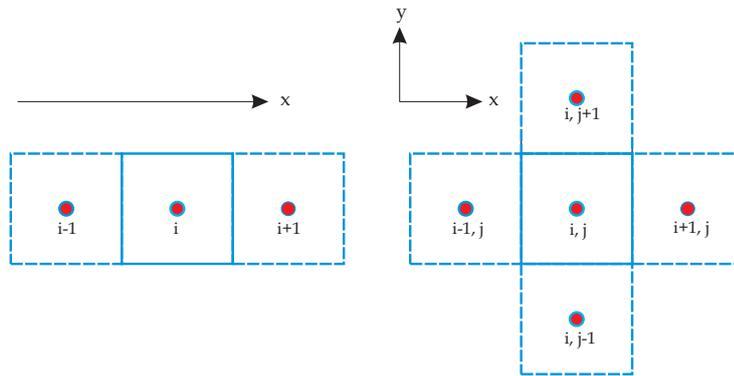


Figura 5.4: Relação entre blocos e os seu blocos vizinhos, em fluxo 2D.

respectivamente. Este método é o mais conveniente para a entrada da descrição do reservatório, e para a impressão dos resultados da simulação, e é o método adotado para a construção deste simulador.

A Fig.5.5 mostra a notação do modo engenharia para a identificação dos blocos em um reservatório 2D, este reservatório está formado por 4×5 blocos. A arrumação dos blocos não só servem para identificar os blocos no reservatório, mas também lineariza as equações, minimizando assim a computação da matriz.

(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)
(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)
(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)
(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)
(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)

Figura 5.5: Notação do modo engenharia para identificação de blocos.

5.1.4.2 Condições de Contorno

Para completar a formulação do modelo matemático, é preciso especificar algumas condições de contorno e iniciais. Na nossa formulação, nós adotamos as seguintes condições de contorno.

$$q = \text{ao valor imposto como dado na célula de entrada} \quad (5-25)$$

$$p = 0 \text{ na célula de saída} \quad (5-26)$$

$$v \cdot n = 0 \text{ em qualquer célula no contorno do reservatório} \quad (5-27)$$

Onde, p e v são a pressão e a velocidade no domínio respectivamente.

5.1.4.3

Condição Inicial

A condição inicial (no tempo $t=0$), nos assumimos que inicialmente a saturação de água é nula em todo o domínio.

$$s(t = 0) = 0 \text{ em qualquer célula no contorno do reservatório} \quad (5-28)$$

onde, s denota a saturação de água.

5.2

Modelo Numérico

5.2.1

Estratégias de Solução para um Sistema Acoplado

As equações (5-15) e (5-18), são chamadas de modelo de fluxo-fractionário para o escoamento imiscível de duas-fases. O modelo consiste em uma equação de pressão elíptica (ou mais geral, equação parabólica (5-16), quem tem uma natureza elíptica similar) e uma equação de saturação ou de transporte de fluidos (5-18), de natureza hiperbólica.

Um método para salvar o sistema acoplado, é fazer uma discretização implícita para ambas equações e salvar simultaneamente as variáveis p e s_w (Fully Implicit Solution). Este método é robusto e confiável, pelo que é muito utilizado na indústria, mas o problema é que este método é computacionalmente caro.

Uma outra alternativa para salvar as equações multifásicas linearizadas, é o método IMPES (IMplicit Pressure Explicit Saturation). Este método consiste em salvar as equações separadamente, sendo que ambas são discretizadas sequencialmente e de forma muito diferente. A pressão utiliza abordagem de tempo implícito e a saturação em tempo explícito [60]. Isto indica que teremos uma solução de pressão implícita seguida de uma solução de saturação explícita [63], o que reduz consideravelmente o custo computacional.

5.2.2 Discretização da Equação de Pressão

Para discretizar a equação de pressão (5-15) mediante o método de volumes finitos, consideramos primeiramente uma célula Ω_i no domínio Ω [60], [63]. Considerando o volume do domínio como V e a área da superfície como S , tomamos a seguinte integral sobre Ω_i .

$$\int_{\Omega_i} (q - \nabla \cdot v) dV = 0 \tag{5-29}$$

Aplicando o teorema de divergência, na equação anterior obtemos

$$\int_{\partial\Omega_i} v \cdot n dS = \int_{\Omega_i} q dV \tag{5-30}$$

e, substituindo a lei de Darcy na equação anterior, temos:

$$\int_{\partial\Omega_i} K \lambda \nabla p \cdot n dS = \int_{\Omega_i} q dV \tag{5-31}$$

Onde, n denota o vetor normal unitário em direção ao exterior do volume de controle, sobre algum ponto da superfície $\partial\Omega_i$, v é a velocidade de Darcy, λ é a mobilidade total, e p é a pressão.

O método de volumes finitos, é derivado mediante a obtenção da aproximação das pressões p e estimando o fluxo $f_{ij} = - \int_{\partial\Omega_i} K \lambda \nabla p \cdot n dS$ através da interface $\partial\Omega_{ij} = \Omega_i \cap \Omega_j$ de um conjunto de pressões de células vizinhas, como mostram as Figs. 5.6 e 5.7.

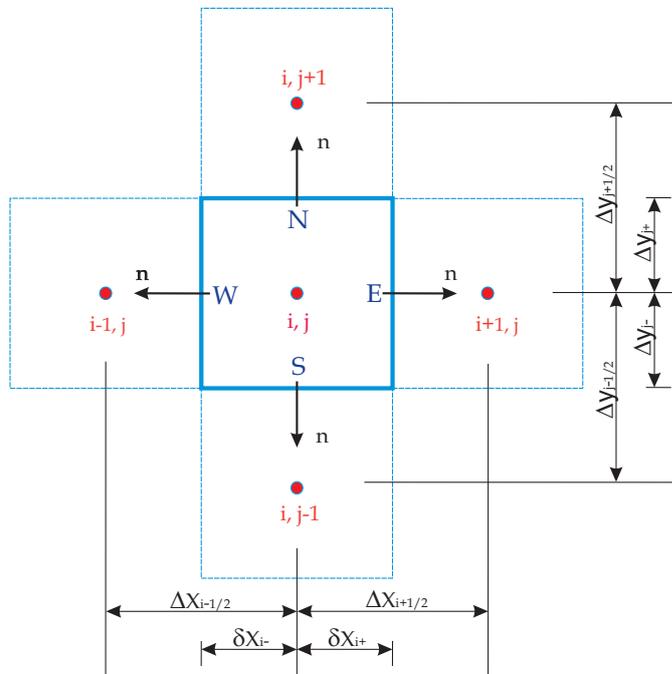


Figura 5.6: Normal unitária de um bloco com respeito aos seus vizinhos.

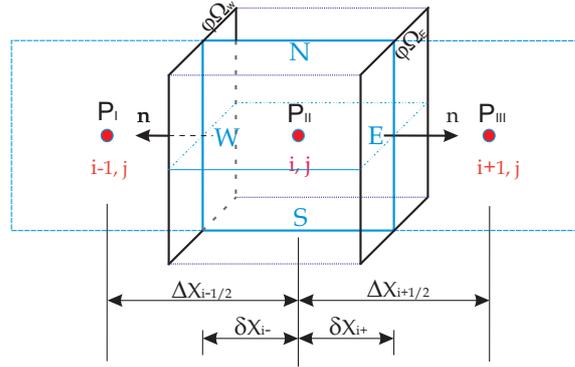


Figura 5.7: Normal unitária de um bloco com respeito aos seus vizinhos.

5.2.2.1

Formulação do esquema TPFa em volumes finitos

Como o seu nome sugere, o esquema Two Point Flux-Approximation (TPFA) utiliza dois pontos, a média das pressões de duas células vizinhas p_i e p_j para aproximar o fluxo através da interface entre as duas. Vamos considerar a malha de um quadrado regular, com as linhas da malha alinhadas aos eixos de coordenadas principais, tendo como resultado um quadrado.

Considerando dois volumes de controle adjacentes, como mostram as Figs. 5.6 e 5.7, sabemos que $\partial\Omega_{ij}$ é a interface entre as células adjacentes na direção da coordenada x , de modo que $n_{ij} = (1, 0)$. O gradiente de pressão na interface no método TPFa pode ser aproximado como

$$\delta p_{ij} = \frac{2(p_j - p_i)}{\Delta x_i + \Delta x_j} \quad (5-32)$$

onde Δx_i e Δx_j denotam as dimensões das suas respectivas células na direção do eixo de coordenadas x . Então o fluxo f_{ij} na interface pode ser aproximado mediante a seguinte equação.

$$f_{ij} = \delta p_{ij} \int_{\partial\Omega_{ij}} \lambda dS = \frac{2(p_j - p_i)}{\Delta x_i + \Delta x_j} \int_{\partial\Omega_{ij}} \lambda dS \quad (5-33)$$

Para aproximar a mobilidade λ sobre a interface $\partial\Omega_{ij}$, no método TPFa, tomamos a distância média harmônica ponderada das respectivas permeabilidades vizinhas, λ_i e λ_j . Assumindo o campo de permeabilidades isotrópico.

$$\lambda_{ij} = (\Delta x_i + \Delta x_j) \left(\frac{\Delta x_i}{\lambda_{i,ij}} + \frac{\Delta x_j}{\lambda_{j,ij}} \right)^{-1} \quad (5-34)$$

Ao considerar malhas ortogonais, com as linhas de malha alinhadas nos eixos de coordenadas, podemos aproximar o fluxo através da interface $\partial\Omega_{ij}$,

$$f_{ij} = -\lambda_{ij} \delta p_{ij} S = 2S \left(\frac{\Delta x_i}{\lambda_{i,ij}} + \frac{\Delta x_j}{\lambda_{j,ij}} \right)^{-1} (p_i - p_j) \quad (5-35)$$

Onde, S é a área da interface. Então, mediante a soma de todas as interfaces de uma célula é obtido o fluxo aproximado total que está atravessando célula, $\int_{\partial\Omega_\alpha} v \cdot n dS$, e então o método TPFA relacionado é obtido. Para fazer um balanço de massa do domínio, é preciso fazer um balanço de massas (5-30) para cada célula dentro dele, $\Omega_i \in \Omega$. Os termos que não envolvem a pressão da célula p_i são geralmente reunidos dentro de uma interface de transmissibilidade T_{ij} . Esta transmissibilidade é definida como:

$$T_{ij} = 2S \left(\frac{\Delta x_i}{\lambda_{i,ij}} + \frac{\Delta x_j}{\lambda_{j,ij}} \right)^{-1} \quad (5-36)$$

Então o fluxo f_{ij} pode ser expressado da seguinte forma.

$$f_{ij} = T_{ij}(p_i - p_j) \quad (5-37)$$

Agora substituindo a equações (5-36) e (5-37) na equação de pressão 5-31, conseguimos o esquema de TPFA para a equação de pressão.

$$\sum_{\psi} T_{ij} (p_i - p_j) = \int_{\Omega_i} q dV \quad , \quad \forall \Omega_i \subset \Omega \quad (5-38)$$

ou

$$Q = \sum_{\psi} T_{ij} (p_i - p_j) \quad (5-39)$$

Onde Q representa o fluxo volumétrico e ψ denota o número de interfaces da célula.

5.2.3 Discretização da Equação de Saturação

Para discretizar a equação de saturação (5-18), consideramos um volume de controle Ω_i com as interfaces $\partial\Omega_\psi$ nos seus quatro volumes de controle vizinhos (falando em 2D), e seus respectivos vetores normais n_ψ , onde o sub-índice ψ representa o sentido da direção, podendo ser (N, norte; S, sul; E, leste; W oeste), como representado na Fig. 5.8.

Na Fig. 5.8, v representa a velocidade do fluxo, e pode estar entrando ou saindo do volume de controle, sendo representada com o sinal positivo ou negativo. Usando o método de Volumes Finitos no espaço e coordenadas cartesianas no tempo, a equação de saturação (5-18) pode ser discretizada para qualquer célula Ω_i .

$$\frac{\phi}{\Delta t} (s_i^{n+1} - s_i^n) + \frac{1}{|\Omega_i|} \sum_{j \neq i} [F_{ij}(s^n)] = q_i(s_i^n) \quad (5-40)$$

Onde, ϕ é a porosidade, q_i denota a vazão de entrada, Δt é o passo de tempo, s_i^n é a saturação média de água no tempo $t = t^n$, e F_{ij} é a aproximação numérica do fluxo sobre a interface de Ω_i .

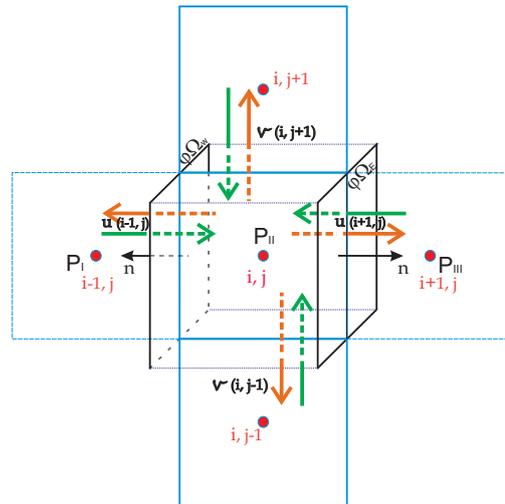


Figura 5.8: Representação geométrica do volume de controle de um bloco com os fluxos de entrada e saída nas interfaces com os seus blocos vizinhos.

$$F_{ij}(s) \approx \int_{\partial\Omega_{ij}} f_w(s)_{ij} [v_{ij} + d_{ij}(s) + g_{ij}(s)] \cdot n_{ij} \, d\nu. \quad (5-41)$$

Considerando só o fluxo advectivo e desprezando o fluxo difusivo d_{ij} e o gravitacional g_{ij} , temos:

$$F_{ij}(s) \approx \int_{\partial\Omega_{ij}} f_w(s)_{ij} v_{ij} \cdot n_{ij} \, d\nu. \quad (5-42)$$

Onde, $f_w(s)_{ij}$ denota a função de fluxo fracionário da água, definido como a razão entre a mobilidade da água λ_w e a mobilidade total λ (ou segundo a Eq. 5-18, $f_w(s)_{ij} = q_w/q$), e v é a velocidade na interface. Na equação (5-42) é comum utilizar uma avaliação do fluxo para determinar a direção que tomará o fluxo fracionário na interface, como mostra o exemplo a seguir.

$$f_w(s)_{ij} = \begin{cases} f_w(s)_i & \text{se } v \cdot n_{ij} \geq 0, \text{ seta laranja} \\ f_w(s)_j & \text{se } v \cdot n_{ij} < 0, \text{ seta verde} \end{cases} \quad (5-43)$$

O fluxo através da interface pode ser em qualquer das duas direções para cada interface, como mostra a Fig. 5.8. Quando v é maior do que 0, o fluxo está abandonando o volume de controle (seta laranja), e quando v é negativa, o fluxo está entrando no volume de controle (seta verde).

5.2.4

Discretização da Equação de Saturação de Emulsão

Usando o método de Volumes Finitos no espaço e coordenadas cartesianas no tempo, a equação de transporte da emulsão ou fase dispersa (5-23) também pode ser discretizada para qualquer célula Ω_i .

$$\frac{\phi}{\Delta t}(s_{we}^{n+1} - s_{we}^n) + \frac{1}{|\Omega_i|} \sum_{j \neq i} [F_{ij}(s_{we}^n)] = q_{ie}(s_i^n) \quad (5-44)$$

Onde, ϕ é a porosidade, q_{ie} representa a vazão volumétrica de emulsão e tem o mesmo valor de $q_i(s_i^n)$ na equação de saturação (5-40), por tanto $q_{ie} = q_{iw}$, Δt é o passo de tempo, s_{we}^n é a saturação media de emulsão no tempo $t = t^n$, e $F_{ij_{we}}$ é a aproximação numérica do fluxo de emulsão sobre a borda de Ω_i , representado na seguinte equação.

$$F_{ij}(s_{we}) \approx \int_{\partial\Omega_{ij}} f_{we}(s_{we})_{ij} v_{ij} \cdot n_{ij} dv. \quad (5-45)$$

Onde, $f_{we}(s_{we})_{ij}$ denota a função de fluxo fracionário da emulsão, definido como $f_w(s)_{ij} * C_e$, e v é a velocidade da fase água na interface. Na equação 5-46 avaliamos a direção que tomará o fluxo de emulsão na equação (5-45).

$$f_w(s_{we})_{ij} = \begin{cases} f_w(s_{we})_i & \text{se } v \cdot n_{ij} \geq 0, \text{ seta laranja} \\ f_w(s_{we})_j & \text{se } v \cdot n_{ij} < 0, \text{ seta verde} \end{cases} \quad (5-46)$$

Também o fluxo de emulsão através da interface pode ser em qualquer das duas direções para cada interface, como mostra a Fig. 5.8. Quando v é maior do que 0, o fluxo esta abandonando o volume de controle (seta laranja), e quando v é negativa, o fluxo esta entrando no volume de controle (seta verde).

5.2.5 Método IMPES

A principal vantagem do IMPES é a simplicidade com que é configurado, eficiência na implementação e também é computacionalmente menos caro quando comparado aos outros métodos como o método completamente implícito ou o método seqüencial.

Para salvar implicitamente a pressão, Eq. 5-39, foi utilizado o método TPFA, resultando no sistema de equações da forma

$$AP = Q \quad (5-47)$$

Onde, A denota a matriz das transmissibilidades, P é o vetor da pressões o qual será salvo, e Q denota o vetor dos termos de fonte, para cada volume de controle da malha, como esta mostrado na figura.

Onde, a matriz A tem tamanho $N \times N$, o vetor P tem tamanho $N \times 1$ e o vetor Q também tem é $N \times 1$. Ao utilizar o método TPFA, a matriz A resulta em uma matriz esparsa pentadiagonal, com 5 entradas para cada fila, com a exceção dos contornos do domínio (para maior detalhe, na seção 5.3), isto porque cada célula quadrada esta ligada a 4 vizinhos (Norte, Sul, Leste, Oeste). Esta metodologia foi adotada tanto para o deslocamento de

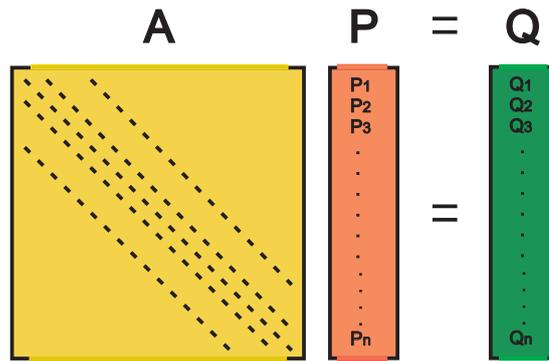


Figura 5.9: Representação esquemática do sistema de equações resultante do método TPFA utilizado.

óleo mediante injeção de água, quanto para o deslocamento de óleo mediante injeção de emulsão.

O procedimento de resolução do método IMPES consiste em: Construir a malha, entregar as propriedades dos fluidos, e gerar a distribuição de saturação inicial dos fluidos. Neste ponto começa a se-aplicar o método IMPES, consistindo no avanço do tempo mediante a repetição contínua dos seguintes passos: *i*) Damos início a passo de tempo e escrevemos a equação de pressão para todos os blocos $i = 1, 2, 3 \dots N$ e o conjunto de resultados das equações de pressão, são salvos para determinar as pressões nos blocos no tempo $n + 1$ (p_i^{n+1}) para $i = 1, 2, 3 \dots N$, então determinamos as velocidades nas interfaces de todos os blocos. *ii*) No seguinte passo, salvamos a equação de saturação explicitamente para todos os blocos i , determinando a nova saturação no passo de tempo $n+1$ (S_i^{n+1}), neste passo também determinamos as mobilidades. Com essa nova saturação voltamos à equação de pressão para começar um novo ciclo, lembrando que o passo de tempo $n + 1$ deste ciclo, passará a ser o passo de tempo n .

Como observamos na Fig. 5.10, a saturação de emulsão nos blocos também é determinada no passo de tempo $n + 1$, e terá influência no próximo loop onde o tempo passa a ser $n + 1 = n$.

Para garantir a estabilidade do esquema explícito, é preciso que o passo de tempo Δt satisfaça uma condição de estabilidade (chamada de condição CFL), Esta condição de estabilidade pode ser aproximada mediante a equação 5-48.

$$\Delta t = CFL \frac{\Delta x}{v_{max}} \tag{5-48}$$

Onde, Δx representa o menor tamanho das células, v_{max} é a máxima velocidade no domínio, e CFL denota uma constante que está em função das propriedades do meio, tal como porosidade, segundo *Coats* [64], o CFL deve

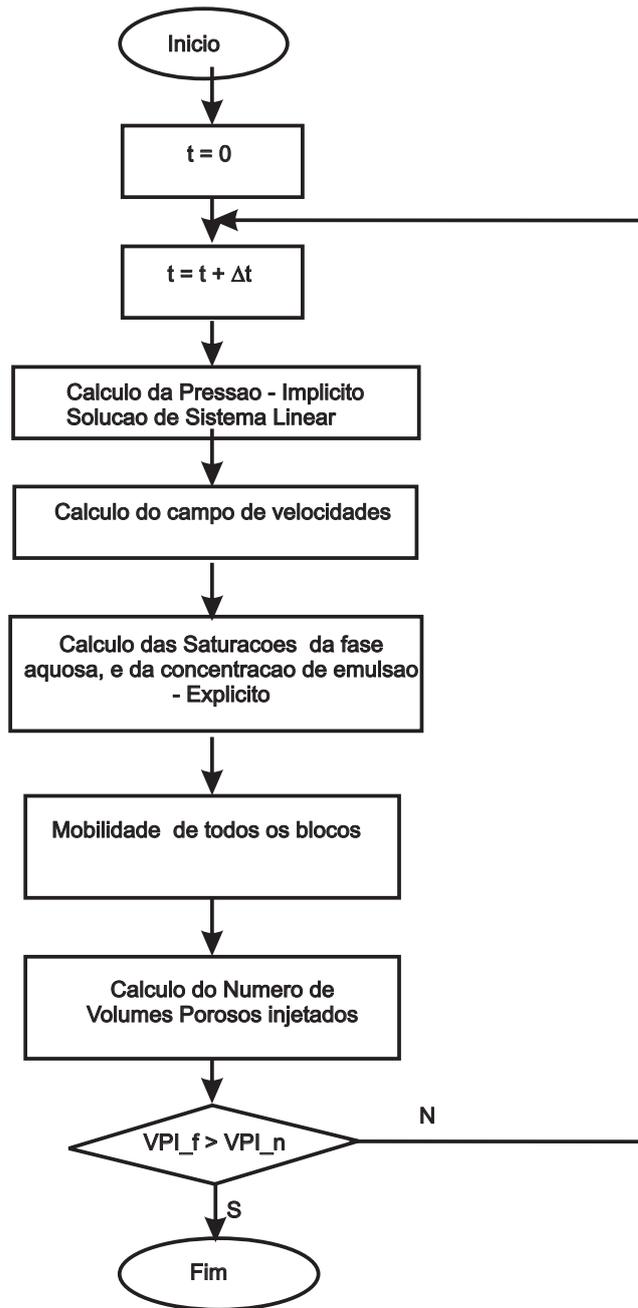


Figura 5.10: Representação esquemática do procedimento IMPES.

ser menor ou igual a 1, podendo em alguns casos obter estabilidade ainda no valor de 2.

5.3 Implementação

Nós adotamos um problema típico chamado de 1/4 five-spot para representar o nosso reservatório. Este resulta da divisão em 4 de um reservatório que consiste de um poço injetor e 4 poços produtores como mostra a Fig. 5.11. Como as 4 frações do reservatório são iguais, podemos trabalhar com 1/4 do reservatório e as outras três frações terão um comportamento igual.

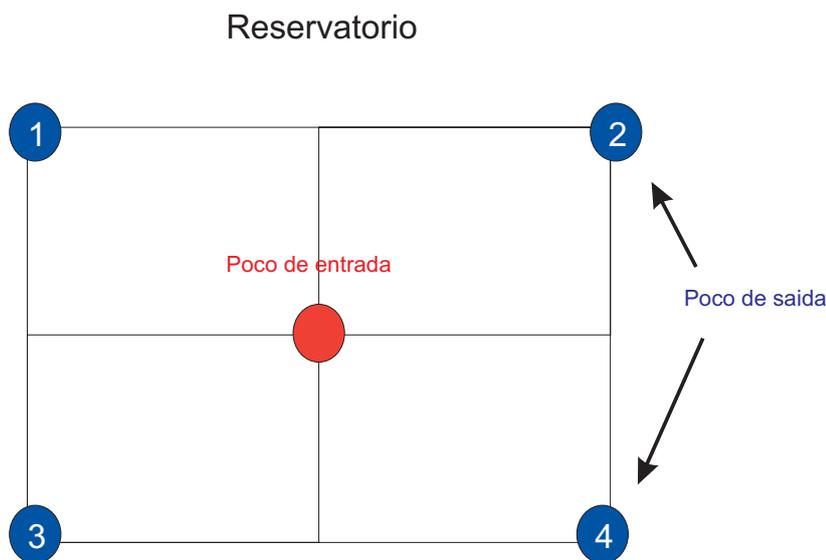


Figura 5.11: Representação esquemática típica de um reservatório com um poço injetor e 4 poços produtores.

A Fig. 5.12 mostra o exemplo de um reservatório 1/4 five-spot, onde o domínio está dividido numa pequena malha quadrática formada por 7×7 blocos. Os comportamento e solução desta matriz são os mesmos que teríamos para qualquer outra matriz quadrática, podendo ser de 100×100 blocos ou mais. A matriz está enumerada seguindo o modo engenharia descrito na seção 5.1.4.1, onde o bloco 1 representa o poço injetor (entrada dos fluidos), e o último bloco (neste caso, bloco 49) representa o poço de produtor (saída do fluxo).

Seguindo o esquema TPFA descrito na seção 5.2.2, na Fig. 5.13 mostramos como estes blocos são esquematizados para construir uma matriz.

Esta matriz está construída da seguinte forma: (i) verticalmente e de cima para baixo, estão representados todos os blocos do domínio, enumerados na parte esquerda do gráfico, e (ii) horizontalmente de esquerda para direita estão representados os blocos que são influenciados ou que tem intercâmbio de massa de forma direta, já que representam os blocos vizinhos (Norte, Sul,



Figura 5.12: Representação esquemática da geração de uma malha 7x7 blocos de um reservatório.

Leste, Oeste), e estão enumerados na parte superior do gráfico. Para mostrar alguns exemplos, podemos mencionar os blocos na tabela 5.1.

Bloco #	Zona	Blocos vizinhos
1	Entrada do fluxo	2 - 8
5	fronteira leste do meio	12
7	fronteira esquina superior esquerda	6 - 14
28	fronteira	27
32	meio poroso	25 - 31 - 33 - 39
15	fronteira sul	16
45	fronteira oeste	38
49	Saída do fluxo	42 - 48

Tabela 5.1: Tabela de alguns dos blocos da malha gerada no reservatório da Fig. 5.12 e os blocos vizinhos com os que tem intercâmbio direto de massa dentro do domínio

Devemos mencionar que, de acordo com a física do problema, para considerar ausência de fluxo nos blocos das fronteiras do domínio (Eq. 5-27), assumimos uma fila de blocos fictícios fora do domínio, os quais seriam espelhos dos blocos internos adjacentes. Esta condição de contorno é chamada de reflexão simétrica.

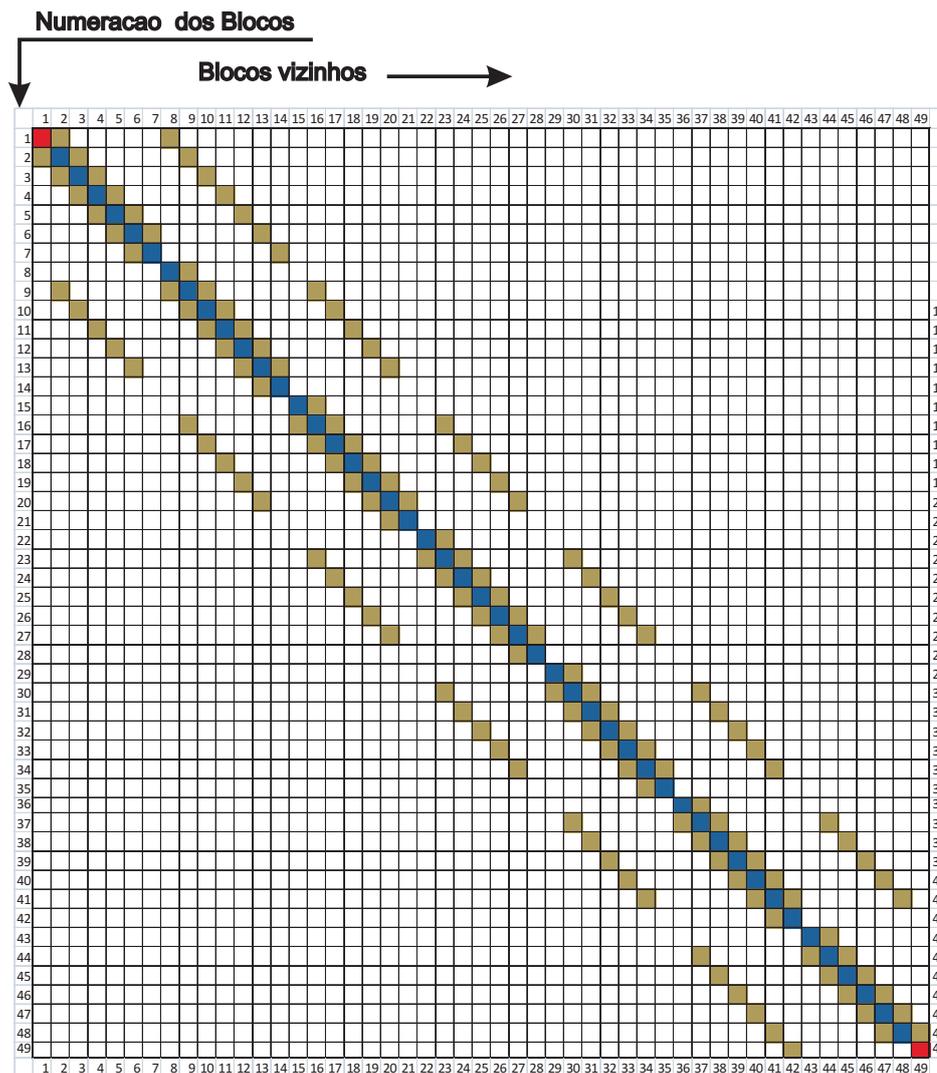


Figura 5.13: Representação esquemática da Matriz A gerada por uma malha 7x7.

5.4 Resultados Numéricos.

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos obtidos utilizando a metodologia descrita nas seções anteriores, para representar o varrido de óleo mediante a injeção de água e emulsão em um reservatório *quarter-five spot*. Na primeira parte mostramos alguns resultados preliminares, como o deslocamento de óleo unicamente mediante a injeção de água no meio poroso, e na segunda parte mostramos os resultados do deslocamento de óleo mediante a injeção de água e emulsão em forma alternada no meio poroso.

5.4.1

Testes preliminares

Primeiramente mostramos o comportamento do deslocamento de fluidos no reservatório devido a injeção de água. O tamanho do reservatório é de L_x e $L_y = 1$, e as saturações de água S_{ac} e óleo S_{oi} no início da análise são 0 e 1 respectivamente. Assumimos ainda que a porosidade ϕ seja constante e igual a 1, sendo que seu valor real não é relevante já que a utilizamos apenas para adimensionalizar o tempo. Os parâmetros a serem avaliados estão mostrados na seguinte tabela:

Caso #	VPI	Nx e Ny	nt	μ_a/μ_o	K
1	5	100 - 100	200	1/100	K1
2	5	100 - 100	200	1/100	K2
3	5	100 - 100	200	1	K2

Tabela 5.2: Tabela dos casos mais relevantes da avaliação numérica para injeção de água na recuperação de óleo

Onde: VPI é o número de volumes porosos injetados no processo, Nx e Ny são o número de células nos eixos x e y respectivamente, nt é o número de passos por unidade de VP, μ_a e μ_o , são a viscosidade da água e do óleo respectivamente, K denota a permeabilidade absoluta, $K1$ indica que o meio poroso se caracteriza por ter só uma permeabilidade, $K2$ indica que o meio poroso está formado por duas permeabilidades absolutas (1 e 1.5).

A Fig. 5.14 mostra o resultado do primeiro caso da tabela 5.2. Na curva de fluxo fracionário, observa-se que inicialmente se teve unicamente produção de óleo, mas por um curto período de tempo, já que o break-through da água acontece ao redor do VPI número 0.3, e a produção de água aumenta continuamente até o final do processo. Também observamos que a pressão de injeção decai rapidamente de 600 até ao redor de 200 antes do break-through, depois a pressão continua descendo, mas a uma taxa muito mais suave. No gráfico do volume acumulado de óleo produzido em função do VPI, mostra-se que a taxa de produção de óleo é mais acentuada no início do processo, mas com o avanço do tempo, enquanto mais volumes porosos de água são injetados, a produção de óleo é cada vez menor, até que no final, o 50 % de óleo do meio poroso foi produzido. Na parte direita da Figura, observamos os perfis do avanço da saturação de água no reservatório, em diferentes instantes de tempo (0.5, 1, 2, e 5) VPI. Mediante os perfis de saturação observa-se que a água ingressa pelo poço injetor e vai em direção ao poço produtor, deslocando cada vez mais o óleo em situ. Próximo ao poço injetor observam-se formas arredondadas, isto é porque as pressões ao redor do poço injetor são simétricas.

Quanto mais água é injetada, tende-se a formar um canal preferencial em direção ao poço produtor, o que acaba levando a um rápido break-through de água.

No # 2 se optou por aumentar a permeabilidade das células mais próximas da linha diagonal que une o poço injetor ao poço produtor para conseguir uma formação mais acentuada do canal preferencial, a Fig. 5.15 mostra os resultados. Na Curva de fluxo fracionário observamos que o break-through acontece quase no 0.15 VPI, isto é um pouco mais rápido do que na análise com uma única permeabilidade (K_1 , Fig. 5.14), como é constatado na curva de pressão de injeção. Na curva de volume acumulado de óleo produzido vemos que este caso tem um comportamento parecido com do primeiro caso, com a diferença de que o volume de óleo produzido no final é menor ao 50 %. Nos gráficos de saturação, observamos que o caminho preferencial formado, é mais acentuado, o que facilita a visualização da saturação durante um processo de deslocamento de óleo devido à injeção de água e emulsão.

Na Fig. 5.16 observamos que, quando a razão de viscosidades é maior (caso Nro 3), leva muito mais tempo para o break-through ser atingido (0.6 VPI), mesmo tendo maior permeabilidade nos blocos mais próximos da diagonal entre o poço injetor e o poço produtor. A pressão de entrada é muito baixa e a fração de óleo produzido é altíssima, conseguindo quase um 100% de deslocamento do óleo in-situ. Nos perfis de saturação não se observa mais um formato arredondado e a formação do canal preferencial é muito menor.

5.4.2

Bifásico com Emulsão

Para os casos de deslocamento de óleo mediante injeção de água e emulsão a análise tem sido feita seguindo a mesma metodologia dos experimentos. Inicialmente injeta-se água até atingir um determinado instante de tempo, onde a produção de óleo começa a cair, depois a injeção de água é substituída por injeção de emulsão, para logo retornar à injeção de água novamente. A fração de emulsão injetada pode ser de 50% ou de 1 volume poroso, segundo seja o caso. Os parâmetros iniciais adotados para estes casos, são os mesmos dos casos de deslocamento de óleo por injeção de água, onde L_x e $L_y = 1$, $S_{ac} = 0$ e $S_{oi} = 1$, $\phi = 1$, e a permeabilidade K do meio é K_2 , é disser, 1.5 nas células mais próximas da linha diagonal que une o poço injetor ao poço produtor, e 1 para o meio poroso restante. Os parâmetros a serem avaliados estão mostrados na seguinte tabela:

Onde, N_x e N_y denotam o número de blocos no eixo x e eixo y respectivamente, nt é o número de passos em 1 VP, Δt é o passo de tempo,

Caso #	Nx e Ny	nt	Δt	Vei	Vef	ε	fe_L
1	100 - 100	200	0.025	1	1.5	5	0.1
2	50 - 50	200	0.025	1	1.5	5	0.1
3	200 - 200	200	0.025	1	1.5	5	0.1
4	100 - 100	100	0.05	1	1.5	5	0.1
5	100 - 100	400	0.0125	1	1.5	5	0.1
6	100 - 100	200	0.025	1	2	5	0.1
7	100 - 100	200	0.025	0.5	1	5	0.1
8	100 - 100	200	0.025	1	1.5	10	0.1
9	100 - 100	200	0.025	1	1.5	5	0.3

Tabela 5.3: Tabela dos casos mais relevantes da avaliação numérica para injeção de água e emulsão na recuperação de óleo

Vei e Vef denotam o número de volume poroso em que a injeção de emulsão é inicializada e finalizada respectivamente, e ε e fe_L representam o range e o valor mais baixo da curva de fator de bloqueio respectivamente. Os resultados dos 9 casos nomeados na Tabela 5.3, estão mostrados a seguir.

Na Fig. 5.17 se mostra o primeiro resultado numérico de injeção alternada de água e emulsão no processo de deslocamento de óleo no meio poroso, como indica o primeiro caso da Tabela 5.3. Observemos que até o 1ro VPI, as curvas e perfis deste resultado, e do resultado do 3ro caso da subseção 5.4.1 (mostrado na Fig.5.15) tem o mesmo comportamento, isso porque ambos tem os mesmos parâmetros e seguem o mesmo procedimento até este ponto, é aqui que o bloco de 0.5 VP de emulsão é injetado, mudando o comportamento posterior. Na curva de fluxo fracionário versus VPI vemos que antes de injetar o banco de emulsão a produção de água já estava atingindo um valor de 90 % e a pressão de injeção estava diminuindo, mas depois de injetar a emulsão, observa-se que a produção de água diminuiu drasticamente, dando passo à produção de óleo, o qual atingiu um pico de quase 90 % no 1.3 VPI, enquanto a pressão atingiu um pico de 200, que é quando a saturação da emulsão atingiu o poço produtor. Depois disso, a produção de óleo diminuiu paulatinamente e no 1.5 VPI a injeção de emulsão é finalizada (e a injeção de água é restabelecida), quando a água injetada atingiu a saída a fração de óleo caiu rapidamente para um valor próximo a 0.1 %, ao mesmo tempo que a pressão de injeção caiu para 10, até o final da análise. Na curva de volume acumulado de óleo produzido observamos que com a injeção de emulsão, o óleo produzido aumentou rapidamente de 31 % para 50 %, é importante mencionar que depois de reiniciar a injeção de água, o efeito da emulsão continua por um período de tempo, até a água injetada atingir o poço produtor. Este comportamento reflete o comportamento dos resultados obtidos nos experimentos. Na parte superior esquerda da figura,

colocamos os perfis de saturação (para 0.25, 0.5 e 1) *VPI*, que é antes da injeção de emulsão, neles podemos observar o caminho preferencial formado pela água injetada. Na parte direita da figura colocamos os perfis de avanço da saturação de água e da concentração das gotas de emulsão no reservatório para diferentes instantes de tempo (1.25, 1.5, 1.75, 2, 3 e 5) *VPI*. Nestes perfis observamos que, desde que a injeção de emulsão é inicializada, o avanço do perfil de saturação não é mais pelo caminho preferencial e sim pelos lados, i. e., o fluxo agora avança na direção vertical e horizontal, como também pode-se observar nos perfis de concentração de emulsão (cor vermelho), o que indica um avanço mais uniforme. Vemos também que depois de reiniciar a injeção de água (cor azul), ela já ingressa criando um caminho preferencial até atingir o poço de saída.

Na Fig. 5.18 se mostra o resultado do segundo caso, quando engrossamos a malha diminuindo o número de blocos do domínio pela metade. Obtivemos uma economia significativa no custo computacional e os resultados mostram o mesmo comportamento do caso anterior (caso Nr 1 da tabela 5.3), mas em consequência perdemos exatidão no resultado e também com um número de blocos pequeno o reservatório se torna menos realista. Concluímos que perdemos exatidão porque neste caso, no 1.4 *VPI*, só se formou um pequeno pico de fração de óleo produzido, que atingiu o 60 %, enquanto no resultado anterior atingiu 90 %.

No caso # 3 obtivemos uma resposta bem diferente quando refinamos a malha aumentando o número de blocos para o dobro (200 x 200). A Fig. 5.19 mostra que neste caso o pico formado no *VPI* número 1.4 do Fluxo fracionário de óleo é mais evidente, mas a um custo computacional maior.

Reduzindo o número de passos pela metade (100) como no caso # 4. A Fig. 5.20 mostra que também neste caso ganhamos custo computacional, mas perdemos exatidão, também constatamos que o avanço dos fluidos é mais lento, como vemos nos perfis de saturação e de concentração de emulsão.

No caso # 5 aumentamos o número de passos de 200 (no caso # 1) para 400, como mostra a Fig. 5.21, em ambos casos conseguiram-se os mesmos resultados, o que indica que com um número de passos $nt = 200$ garantimos resultados confiáveis, economizando custo computacional.

No caso # 6 aumentamos o volume de emulsão de 0.5 *VP* para 1.0 *VP*, os resultados estão apresentados na Fig. 5.22, e mostram que obtivemos um ganho na produção de óleo durante a injeção do banco de emulsão, o que elevou de 59 % (caso # 1) para um 64 % o óleo recuperado do reservatório.

No caso # 7, quando começamos a injetar o banco de emulsão muito antes, no 0.5 *VPI*, obtemos relativamente uma menor produção de óleo no

final, caindo de 59 % (caso # 1) para 57 %, como aparece na Fig. 5.23.

Nos casos # 8 e 9 variamos os parâmetros da curva do fator de bloqueio f_e (seção 5.1.3). A Fig. 5.24 mostra o resultado quando aumentamos o valor de ε para 10. Observamos que quando injetamos a emulsão, obtemos um ganho absurdo na produção de óleo, subindo de 35 % (caso # 1) para quase 100 %. A pressão de injeção também subiu desproporcionalmente. Nos perfis de saturação aparece que desde o início da injeção de emulsão o reservatório inteiro está saturado com emulsão. Este comportamento se deve a que o tamanho de ε é tão grande que a emulsão é aplicada em qualquer número de capilaridade Ca , atingindo completamente a malha.

Quando aumentamos o valor do parâmetro f_{eL} (limite inferior do fator de bloqueio de emulsão) de 0.1 para 0.3, observamos um outro fenômeno, a emulsão só é aplicada nos números de capilaridade mais altos, fazendo com que a injeção de emulsão não tenha muita influência no processo de varredura de óleo, se parecendo mais com um caso em que só trabalhamos com injeção de água para deslocar o óleo in-situ. A Fig. 5.25 mostra o resultado deste caso, caso # 9.

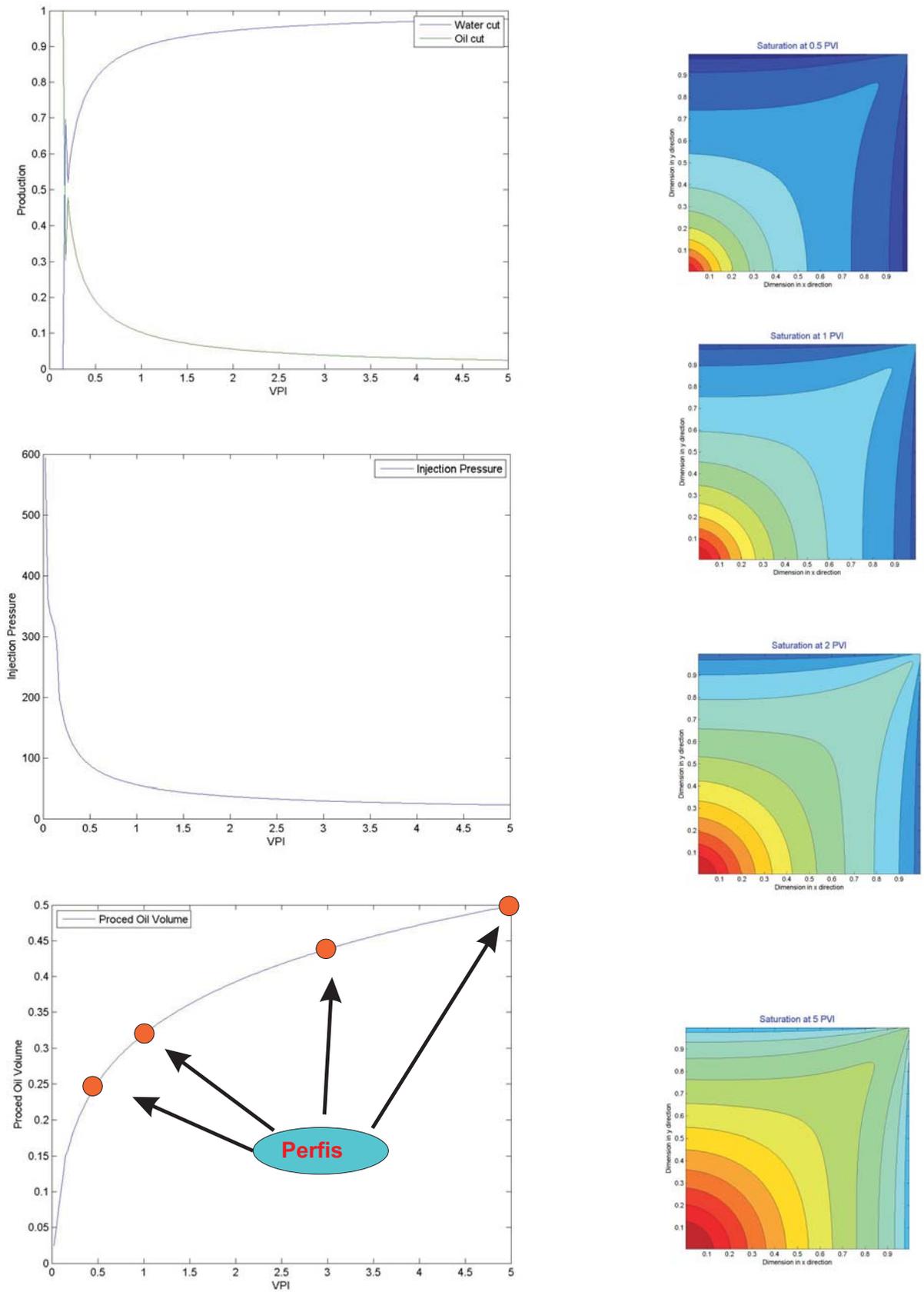


Figura 5.14: Resultados do caso # 1.

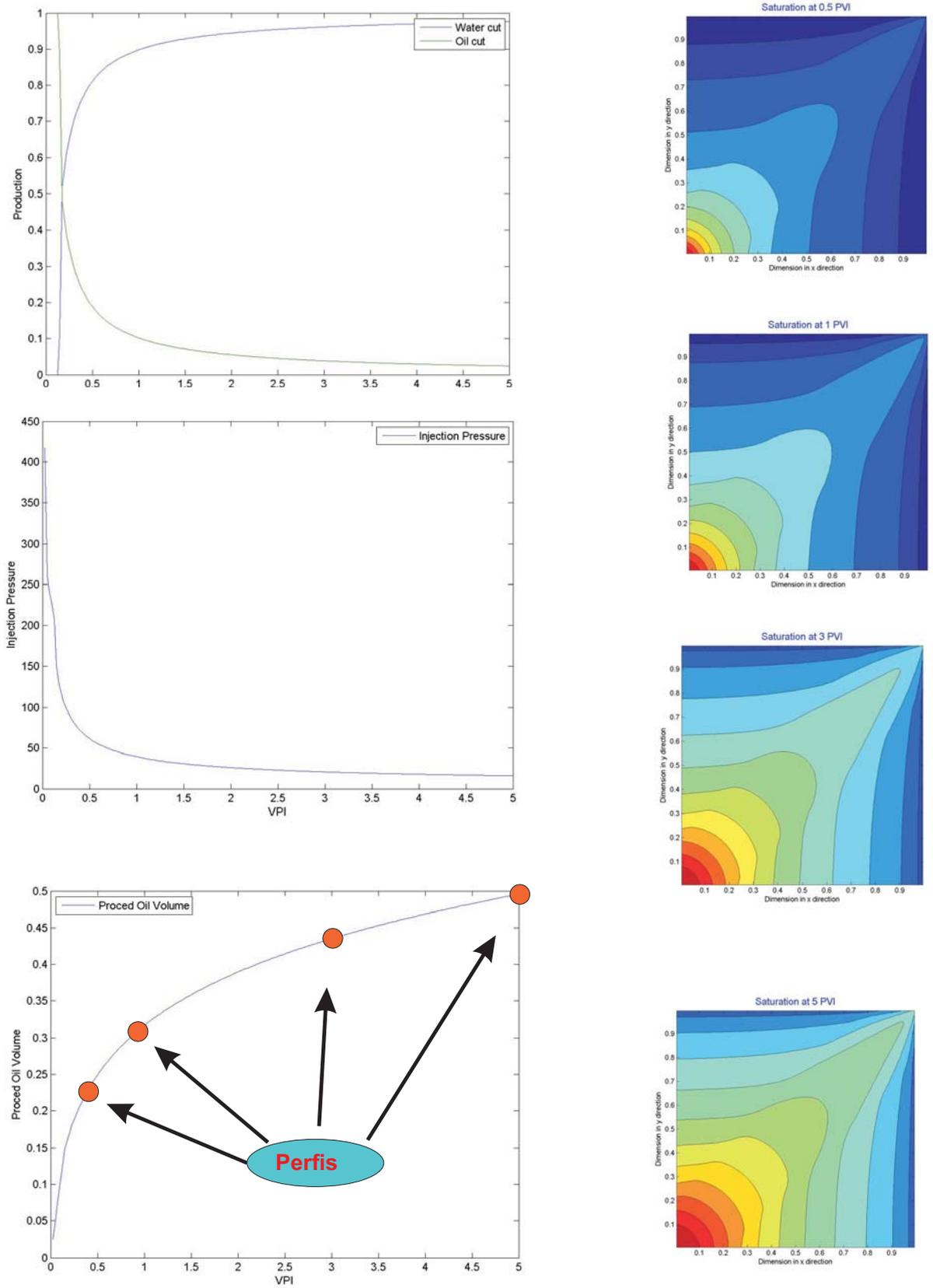


Figura 5.15: Resultados do caso # 2.

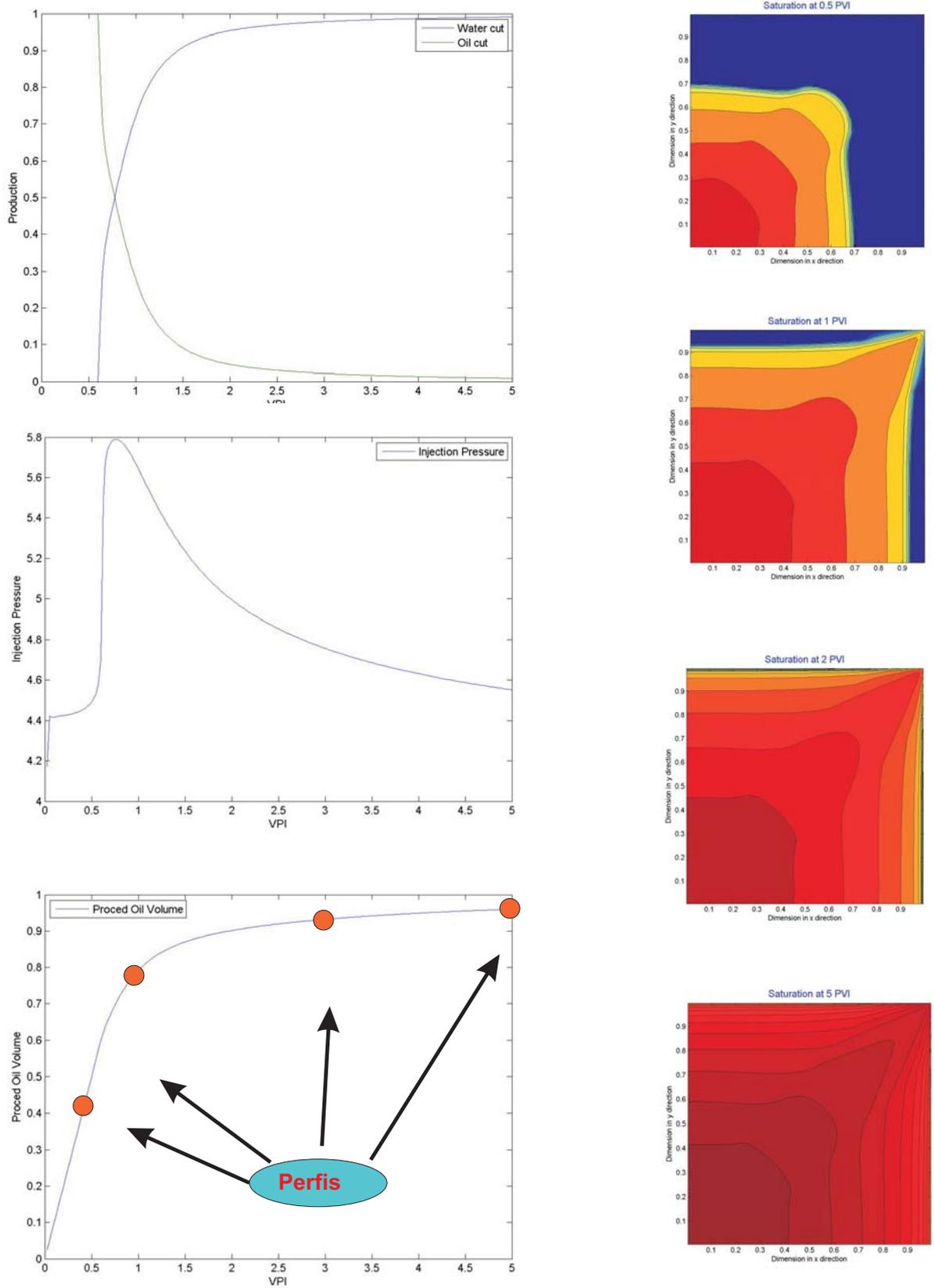


Figura 5.16: Resultados do caso # 3.

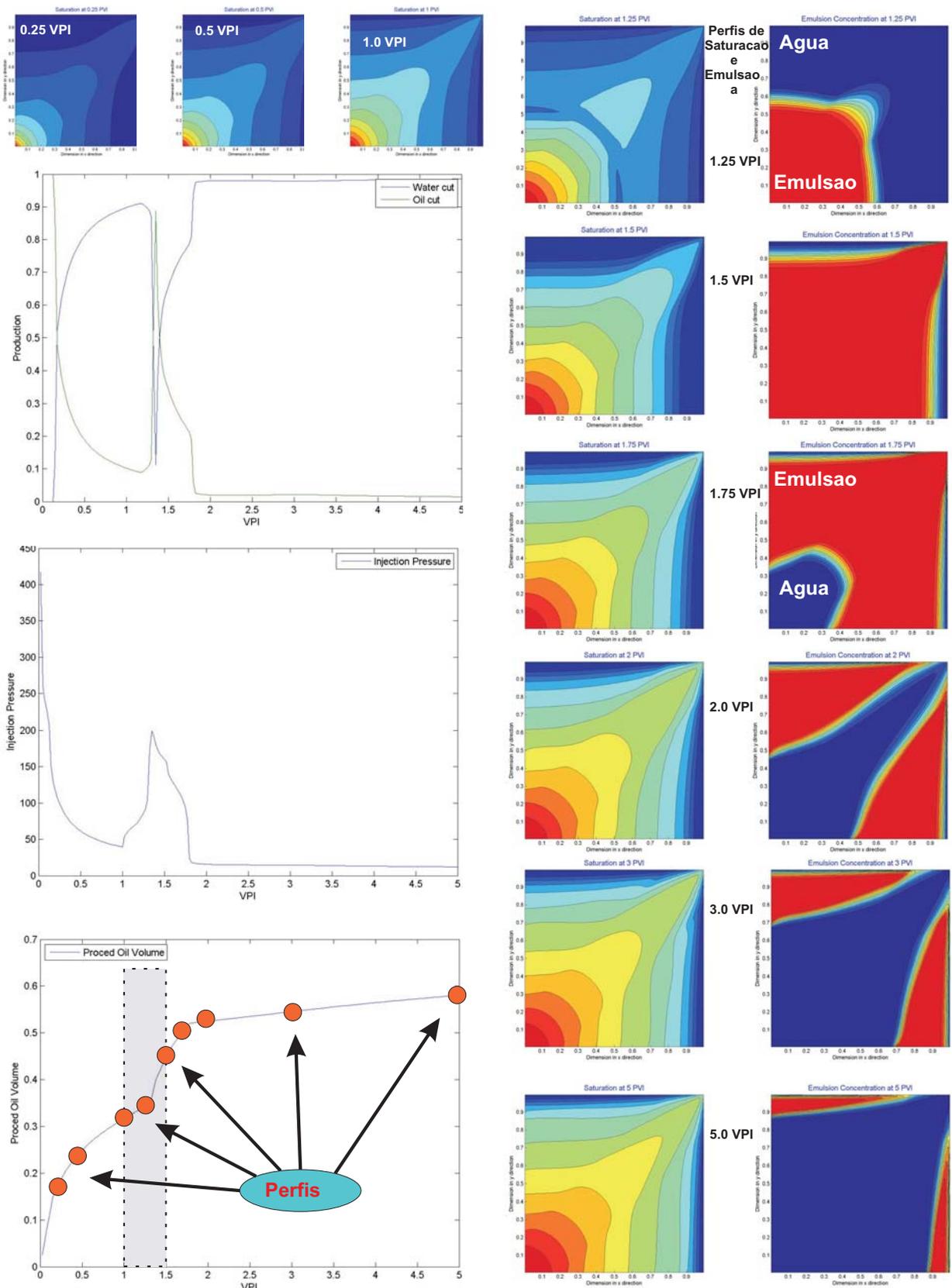


Figura 5.17: Resultado do caso # 1.

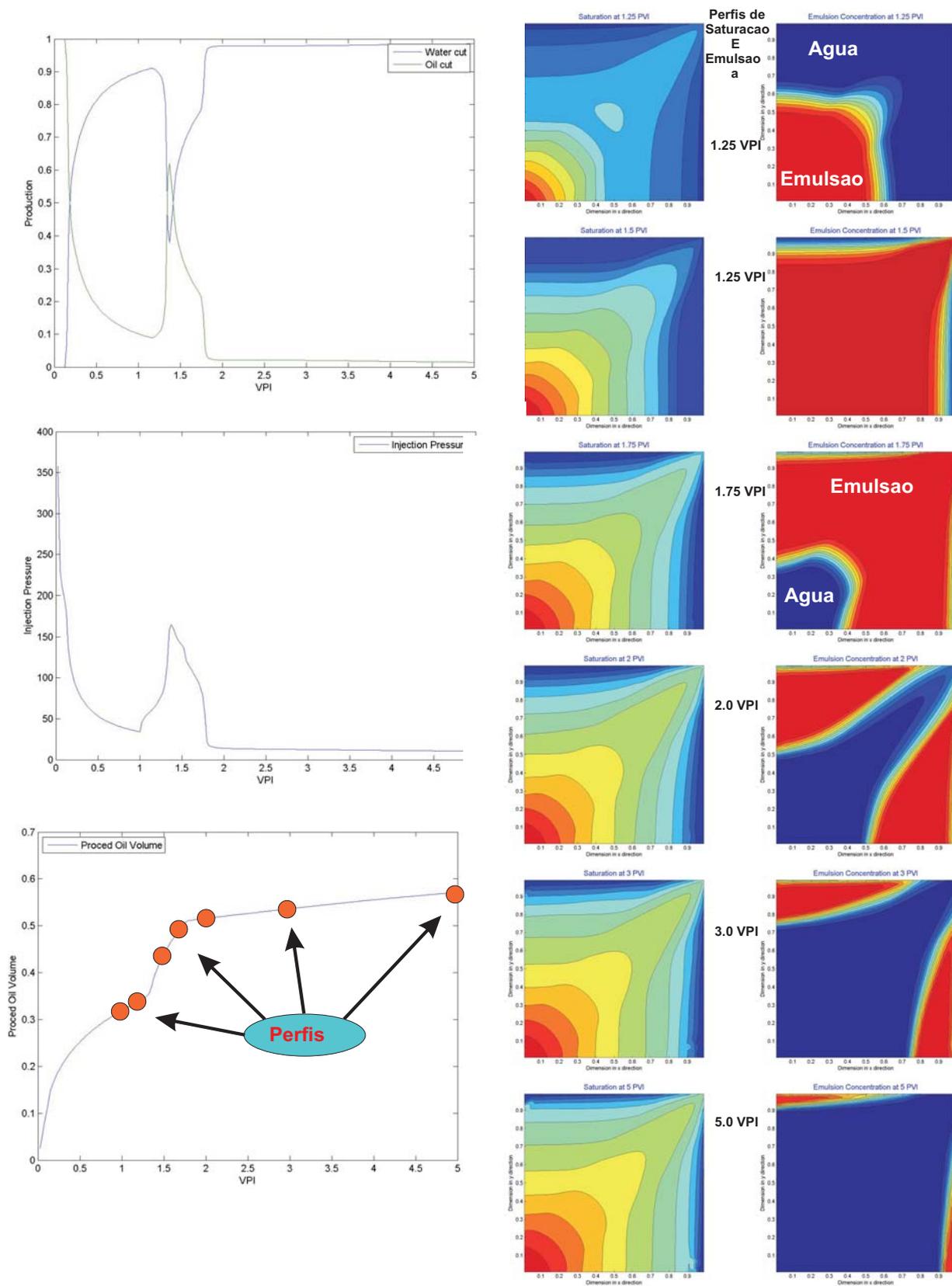


Figura 5.18: Resultado do caso # 2.

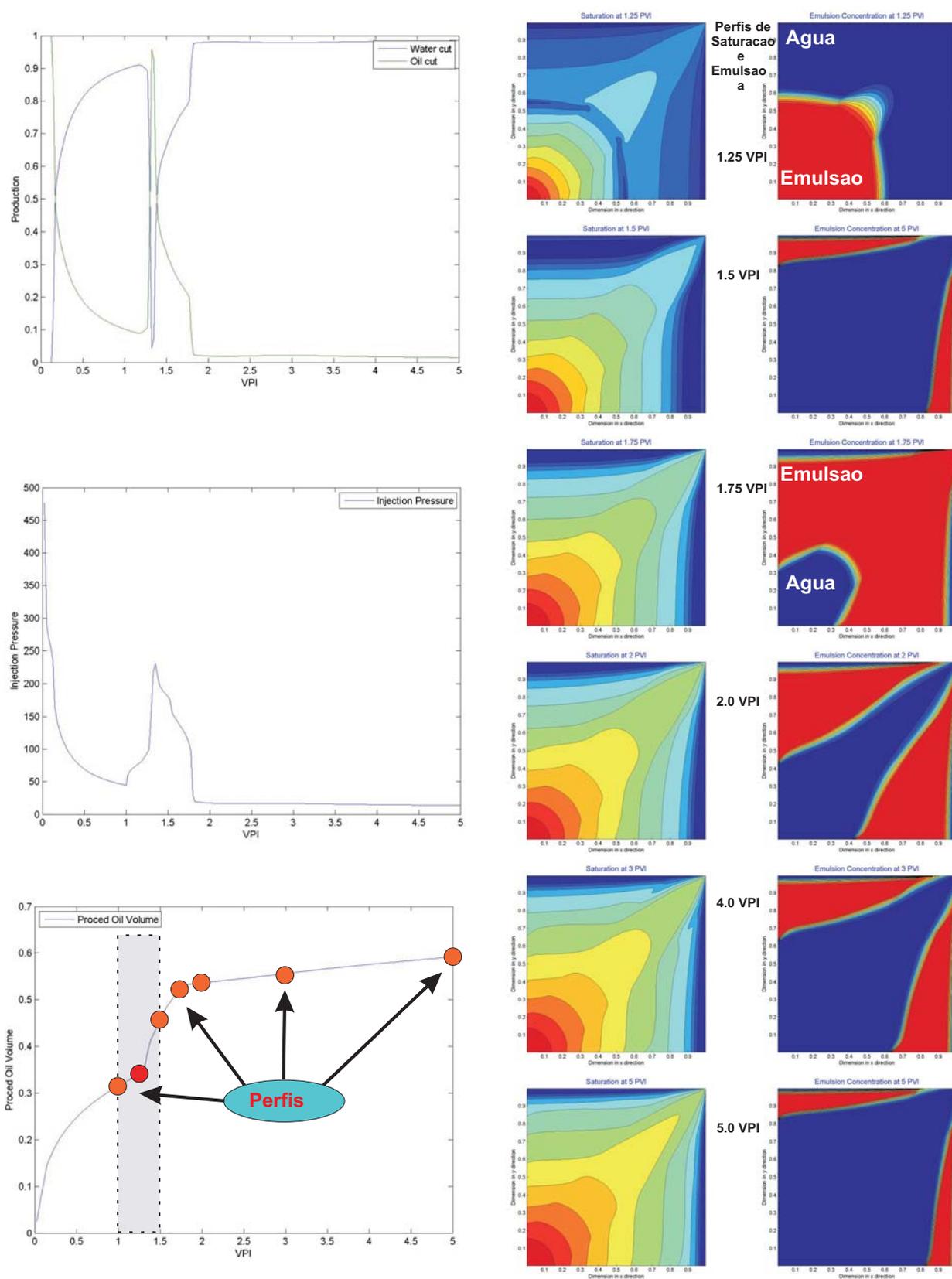


Figura 5.19: Resultado do caso # 3.

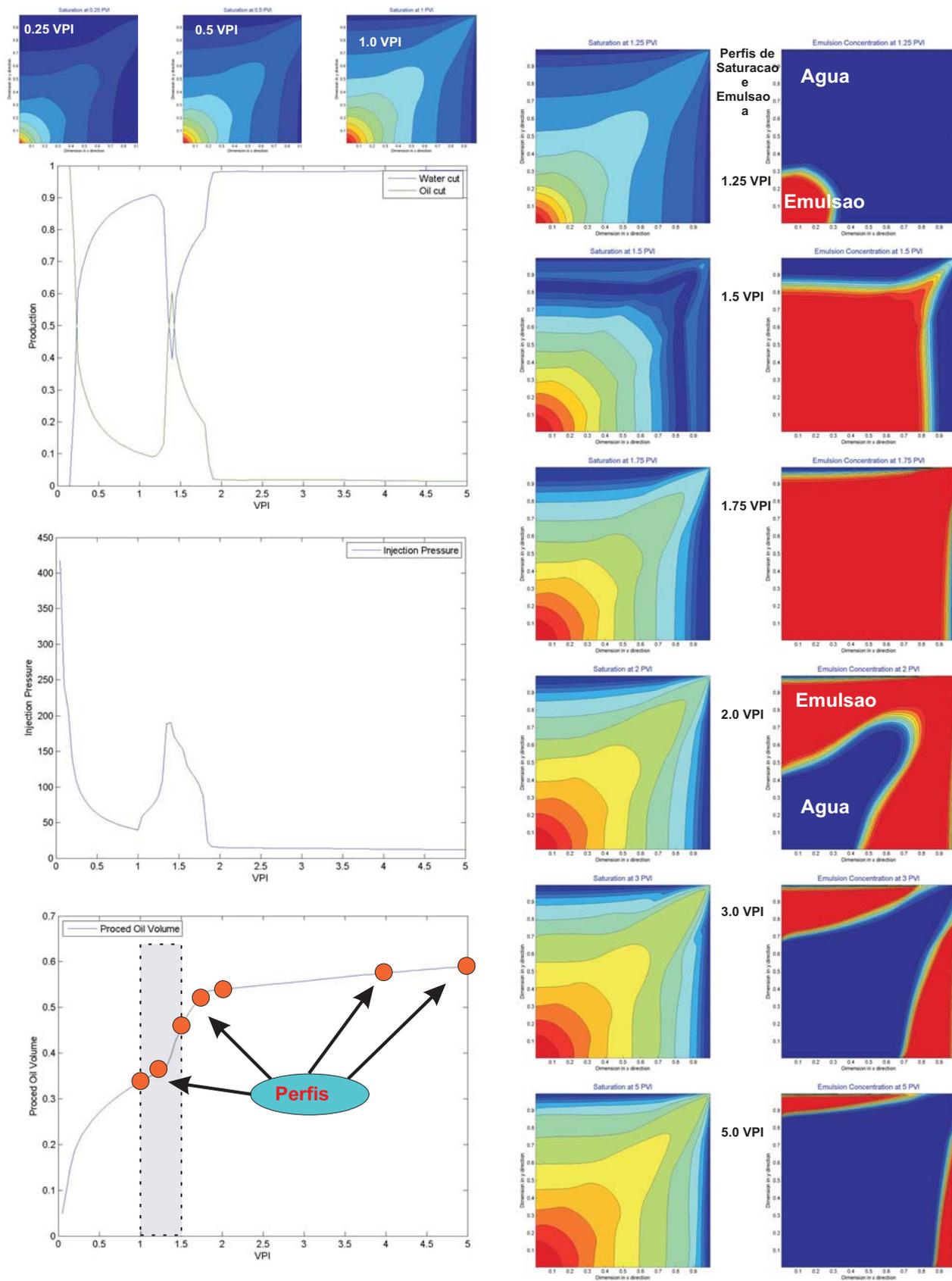


Figura 5.20: Resultado do caso # 4.

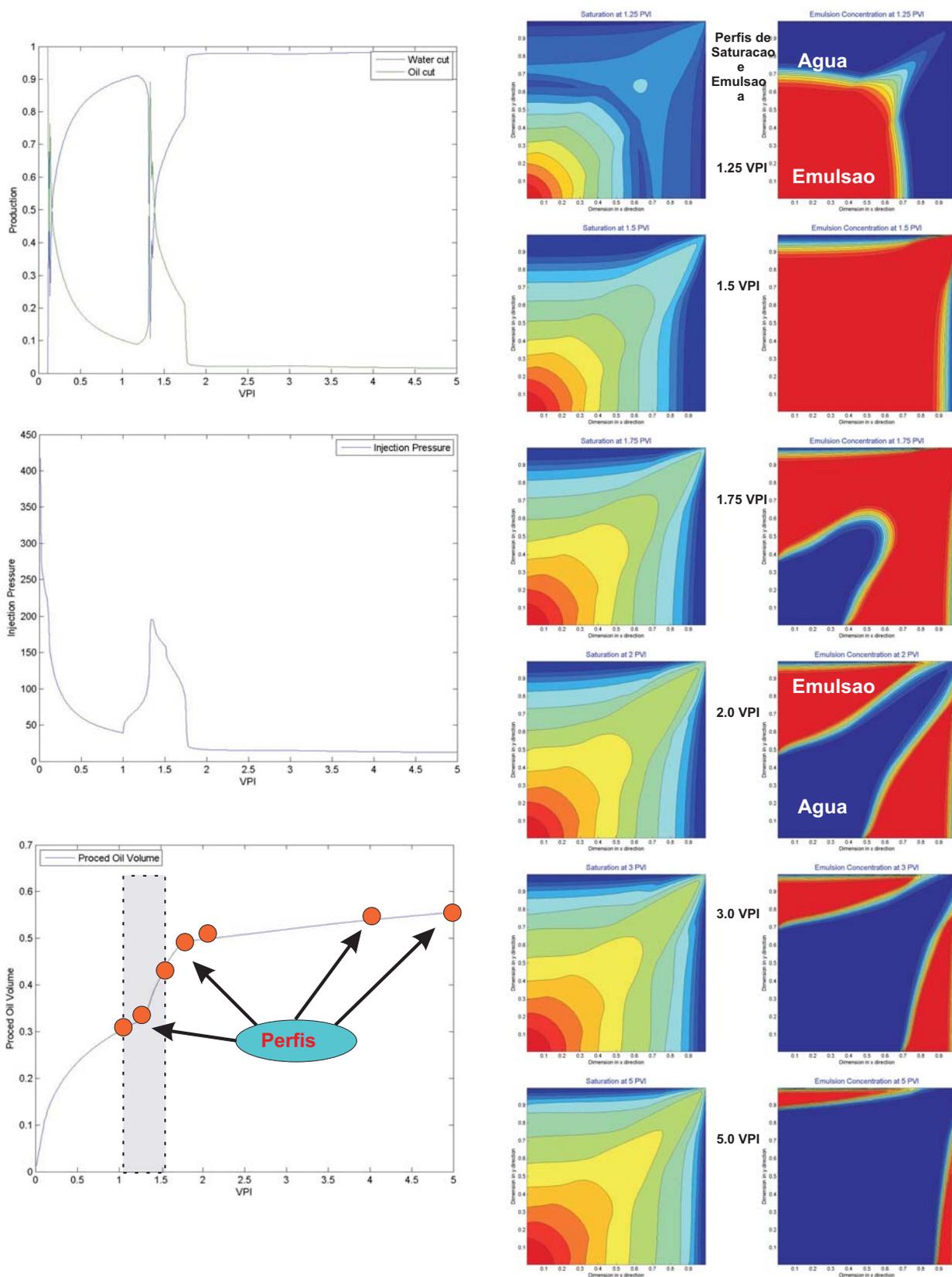


Figura 5.21: Resultado do caso # 5.

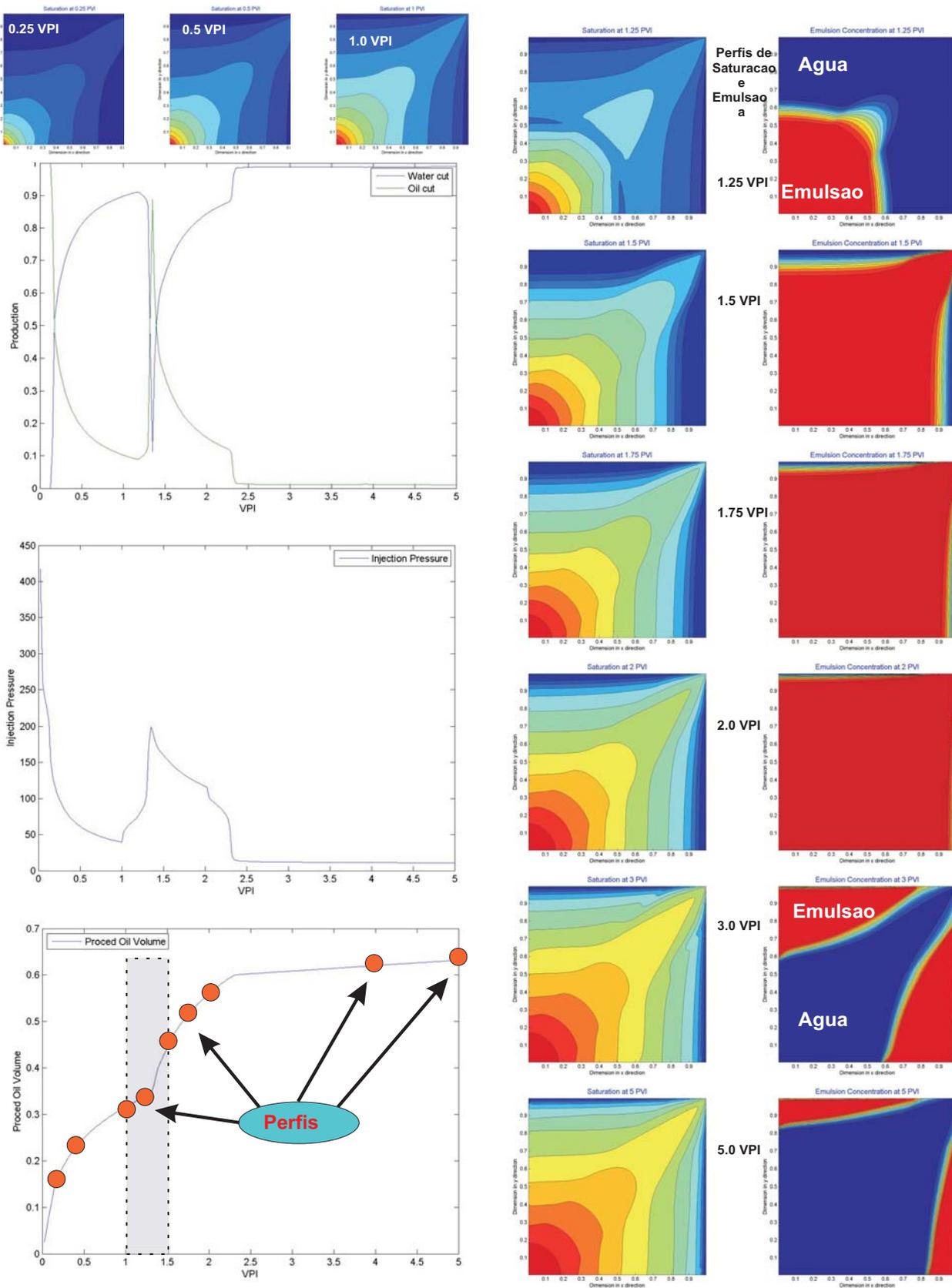


Figura 5.22: Resultado do caso # 6.

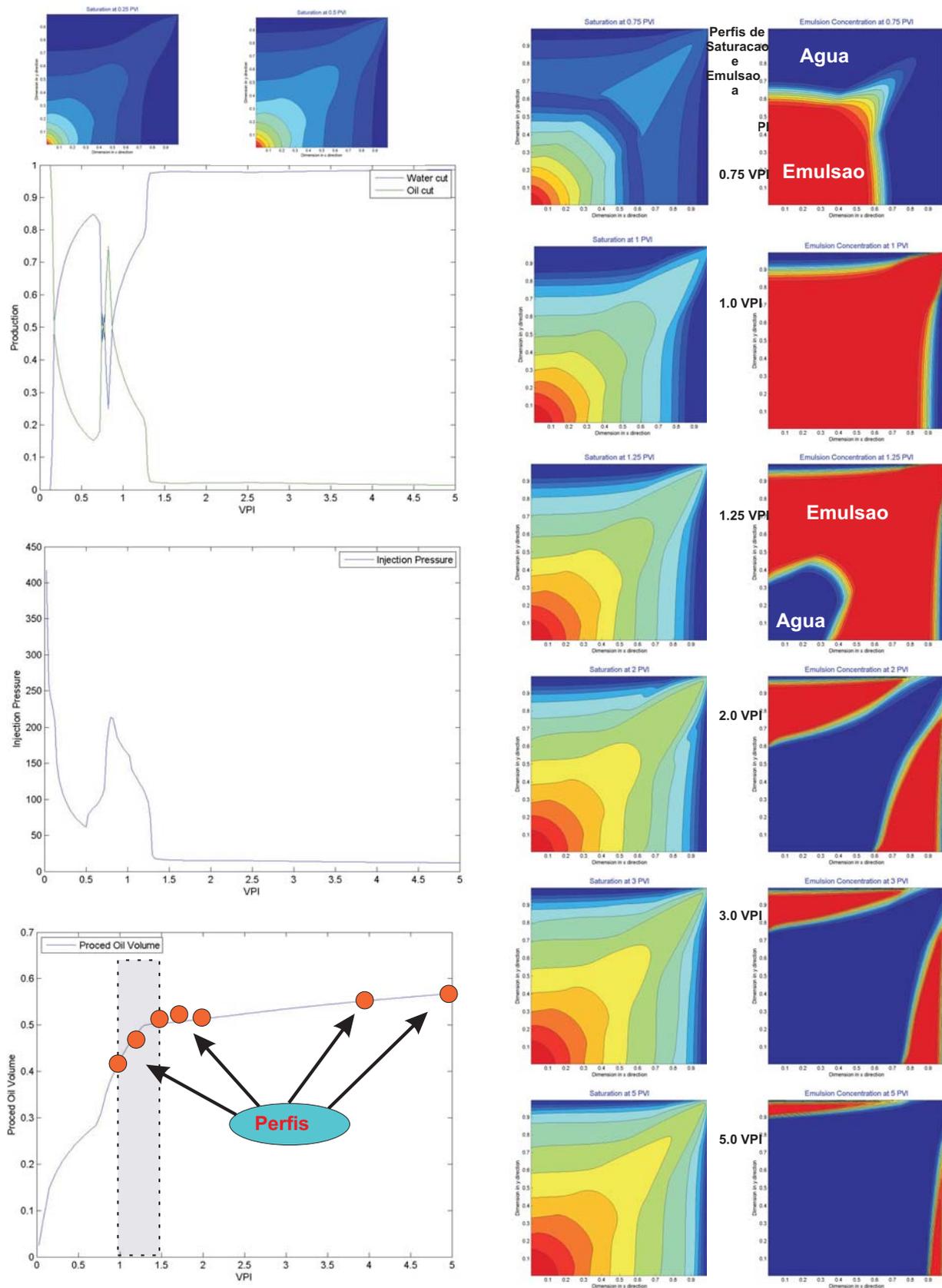


Figura 5.23: Resultado do caso # 7.

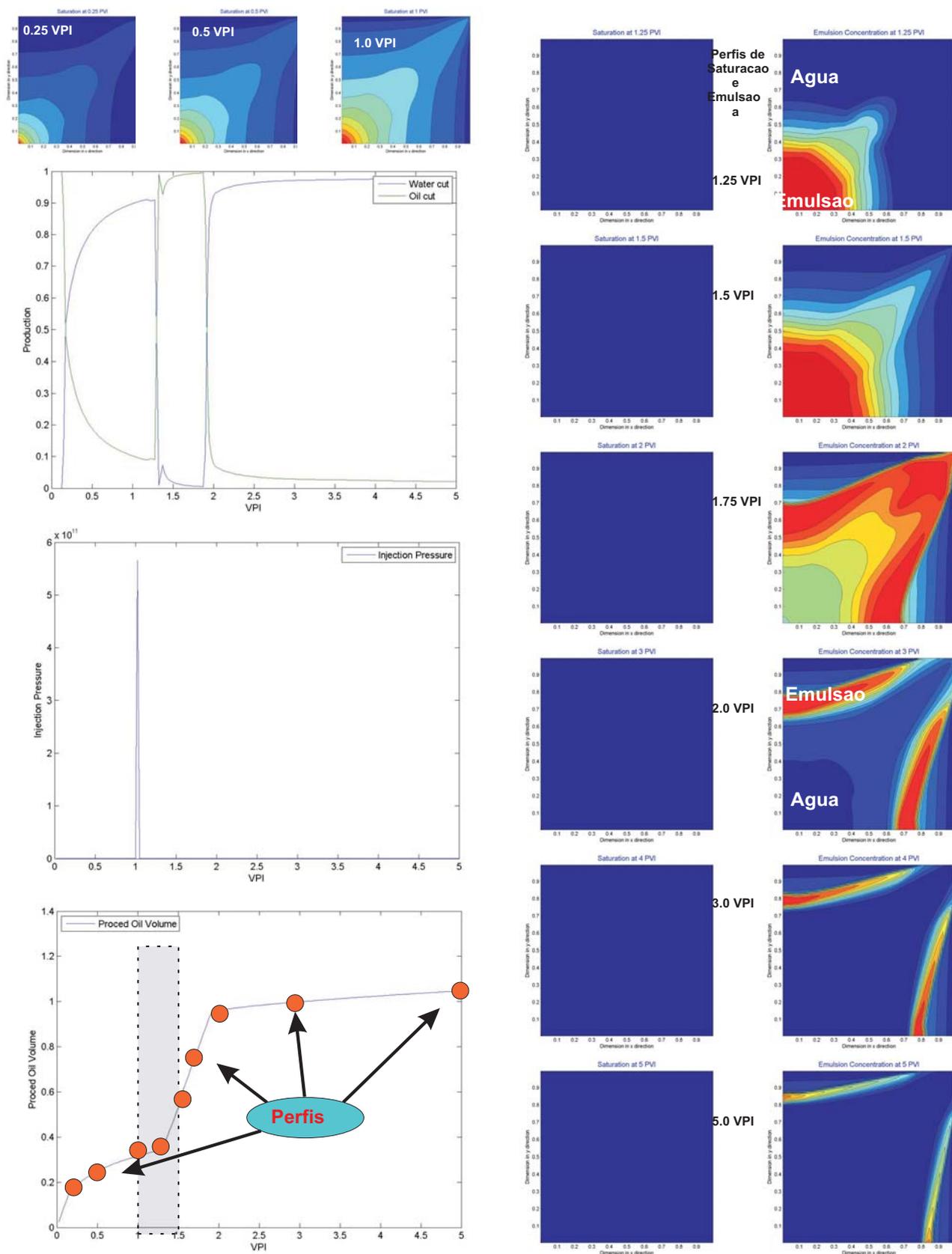


Figura 5.24: Resultado do caso # 8.

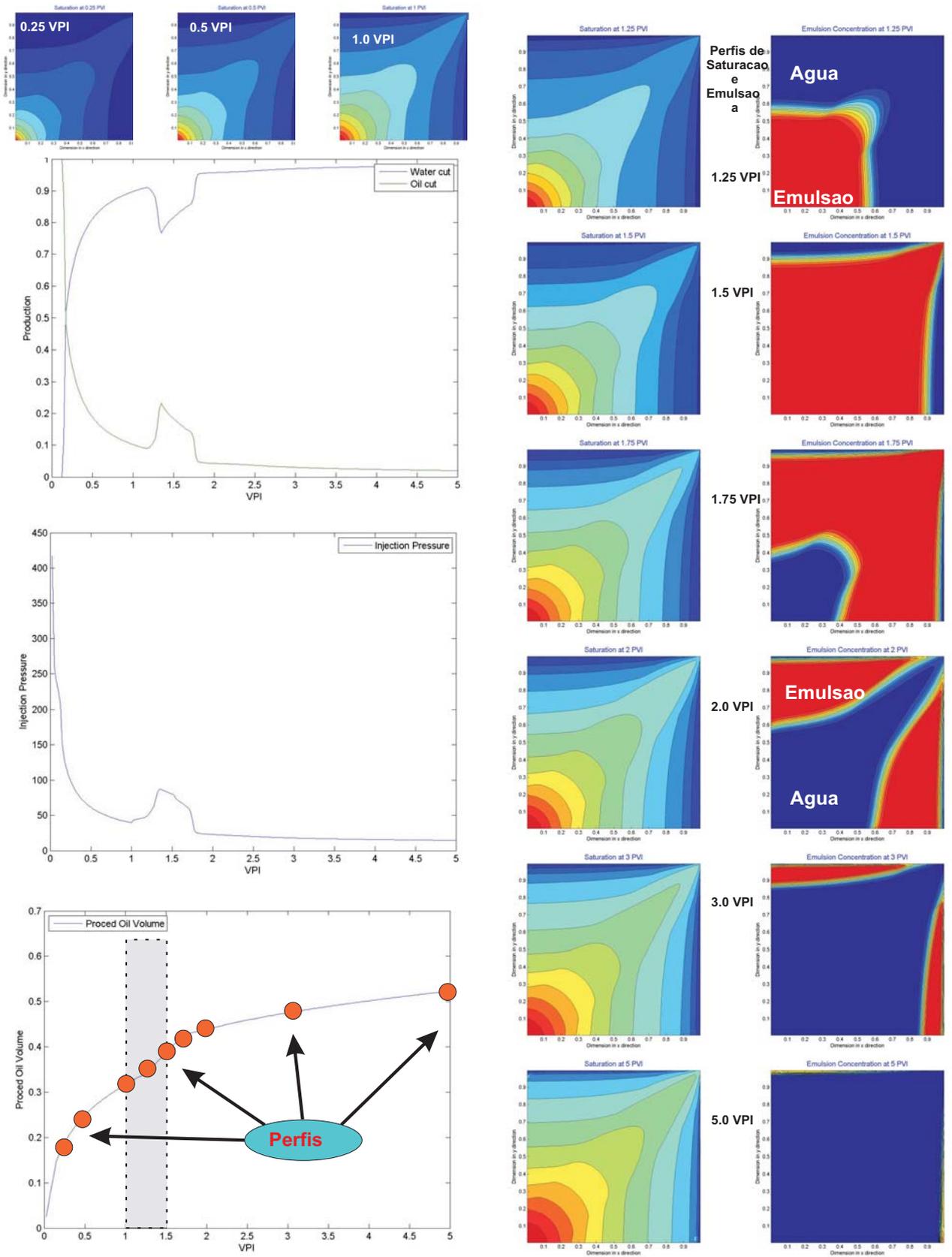


Figura 5.25: Resultado do caso # 9.