

Introdução

A combinação entre os princípios da ausência de arbitragem e os da avaliação neutra ao risco permitiu que o apreamento das opções financeiras pudesse ser abordado sob dois enfoques. O primeiro foi proposto por Black e Scholes [3] que, através da criação de uma carteira replicante livre de risco, da utilização de equações diferenciais e nas condições de contorno, obteve uma solução analítica para apreçar uma opção de compra europeia. No segundo enfoque, baseando-se nas ideias de Cox e Ross [10], Harrison e Kreps [23] desenvolvem uma teoria de apreamento de direitos contingenciais através da abordagem de martingais.

O modelo de apreamento de Black e Scholes [3] tornou-se referência no mercado pela contribuição no processo de apreamento, de *hedging* e de gerenciamento dos riscos em finanças. No entanto, o modelo foi desenvolvido sob um conjunto de hipóteses que em muitas situações não se realizam. Por exemplo, a distribuição de probabilidade lognormal e a volatilidade constante. A observação empírica no mercado tem mostrado características mais particulares. Assim, quando a realidade não se apresenta favorável às premissas adotadas, os resultados apresentados não são satisfatórios.

Duan [13] desenvolve um modelo alternativo ao de Black e Scholes [3] para o apreamento de opções financeiras. Nesse modelo, a heterocedasticidade presente nos retornos do ativo subjacente é incorporada ao processo de apreamento. Para tanto, ele propõe uma generalização do princípio da avaliação neutra ao risco, que é chamada de *Locally Risk Neutral Valuation Relationship* (LRNVR). Destacamos três características distintas no modelo de apreamento GARCH: o preço da opção depende do prêmio de risco λ que está embutido nos preços do ativo subjacente; as informações passadas são importantes para o processo; e o modelo pode explicar alguns vieses associados ao modelo de Black e Scholes [3], como, por exemplo, a subprecificação.

Quando as condições da LRNVR são satisfeitas, Duan [13] propõe um modelo neutro ao risco gaussiano para o apreamento das opções. O prêmio pelo

risco é calculado através da utilização da simulação de Monte Carlo porque não existe uma solução analítica. Apesar de esse modelo incorporar alguns fatos estilizados das séries financeiras, ele também apresenta alguns problemas. O fato de a componente estocástica seguir uma distribuição normal faz com que o modelo possa não capturar corretamente a assimetria e a leptocurtose presentes nos dados financeiros.

No contexto de Gerber e Shiu [20], a Transformada de Esscher [19], mostra-se uma técnica eficiente para apreçar as opções financeiras. A partir da hipótese de ausência de arbitragem, a técnica permite calcular a função densidade probabilidade neutra ao risco de um modelo específico. Nesse caso, é necessário que o logaritmo dos preços do ativo subjacente seja descrito por processos estocásticos que tenham incrementos estacionários e independentes. Por exemplo, processos de Wiener, Poisson, Gamma e a inversa Gaussiana. Quando o mercado é incompleto, a escolha de uma medida martingale equivalente é justificada dentro de uma estrutura de função utilidade (e a Transformada de Esscher [19] se mostra mais consistente quando a função utilidade for a *power*).

No entanto, a sofisticação dos instrumentos derivativos e as constatações empíricas de que os pressupostos dos modelos utilizados não são totalmente válidos resultam numa busca contínua por novas soluções. Os três métodos citados (Black e Scholes [3], Duan [13] e Transformada de Esscher [19]) impõem restrições no comportamento da componente estocástica do modelo original para a formulação de um modelo neutro ao risco. Por exemplo, os modelos de Black e Scholes [3] e de Duan [13], são construídos sob a hipótese de processos estocásticos gaussianos. A Transformada de Esscher [19] é aplicável apenas nas famílias que apresentem incrementos estacionários e independentes.

Nesta dissertação, adaptamos a Transformada de Esscher [19], utilizada no contexto de Gerber e Shiu [20], para uma versão não paramétrica no apreçamento neutro ao risco de opções. Assim, não impomos suposições sobre a componente estocástica do modelo original. Dessa forma, temos uma flexibilidade abrangente para que a metodologia se adapte aos dados e seja aplicável para a distribuição de probabilidades conhecida ou desconhecida. No entanto, a principal restrição é que o processo gerador dos dados admita o cálculo da função geradora de momentos.

Para verificarmos a validade do método proposto, Esscher Não Paramétrico (ENP), comparamos os seus preços aos de outros modelos em duas

situações: uma paramétrica e a outra não paramétrica. No caso paramétrico, os preços ENP foram comparados aos preços dos modelos de Black e Scholes [3] e de Duan [13]. No caso não paramétrico, aplicamos o método ora utilizando os retornos históricos e ora utilizando os resíduos do GARCH-M (1,1). Os preços foram calculados utilizando a simulação de Monte Carlo (Black e Scholes e Duan), *Bootstrap* (retornos históricos) e uma combinação entre ambos (resíduos do GARCH-M). A partir dos retornos acumulados gerados pelo método proposto, evidenciamos alguns fatos estilizados presentes nas séries financeiras e apresentamos as medidas as medidas neutras ao risco geradas pelo método.

Esta dissertação está organizada da seguinte maneira: no capítulo 2, apresentamos os principais conceitos para a avaliação neutra ao risco e três formas utilizadas no apuração de opções. No capítulo 3, apresentamos a metodologia proposta. No capítulo 4, apresentamos as comparações numéricas entre os modelos. E, por fim, no capítulo 5, apresentamos as conclusões que o estudo permitiu alcançar.