

4 Simulações

Esse capítulo apresenta as simulações numéricas com o modelo matemático do sistema de pêndulo planar apresentado por equações nos capítulos anteriores.

Os resultados aqui apresentados foram obtidos com o programa de simulações chamado Simulink, parte de software MatLab, que permite simular o comportamento do sistema para ambos os controles de tensão e corrente e alterar os parâmetros facilmente. A modelagem do sistema considera a haste e o disco como corpos rígidos.

Os valores dos parâmetros utilizados são bem similares aos utilizados no teste prático, tornando assim essas simulações próximas do esperado na prática.

4.1. Valores dos parâmetros

4.1.1. Alimentação

Para alimentar o motor, a placa do amplificador de potência foi limitada nos seguintes valores:

$$U_{max} = 12V \quad (4.1)$$

$$i_{max} = 4,6A \quad (4.2)$$

Esses valores já estavam definidos e não puderam ser alterados.

4.1.2. Haste

A haste está com o peso e a inércia do motor embutida na sua massa e inércia, respectivamente:

$$m_1 = 0,13027 \text{ kg} \quad (4.3)$$

$$I_1 = 0,000856 \text{ kg.m}^2 \quad (4.4)$$

$$l_1 = 0,173 \text{ m} \quad (4.5)$$

$$l_{c1} = 0,152 \text{ m} \quad (4.6)$$

$$c_1 = 0,000002 \frac{\text{N.m}}{\text{rad/s}} \quad (4.7)$$

4.1.3 Disco

O disco modelado na simulação é um disco de acrílico, desprezando todas as imperfeições:

$$m_2 = 0,3 \text{ kg} \quad (4.8)$$

$$I_2 = 0,000281 \text{ kg.m}^2 \quad (4.9)$$

4.1.4. Motor

Para o motor, foram utilizados parâmetros encontrados por estimativa baseado em pesquisa, pois não se possuía um “datasheet” do motor.

$$R = 11 \Omega \quad (4.10)$$

$$L = 0,000220 \text{ H} \quad (4.11)$$

$$K \cong 10^{-2} \frac{\text{N.m}}{\text{A}} \quad (4.12)$$

$$c_2 = 0,00000014 \frac{\text{N.m}}{\text{rad/s}} \quad (4.13)$$

4.2. Testes e resultados

Para esta simulação, serão testados os seguintes controles:

- i) Controle P
- ii) Controle PI
- iii) Controle PID
- iv) Controle Fuzzy com uma entrada e uma saída
- v) Controle Fuzzy com duas entradas e uma saída

Para os controles P, PI e PID, também há dois métodos empregados.

- i) Controle pelo algoritmo de auto-tune do Simulink

ii) Controle usando o método de Ziegler-Nichols

Dentro desses 5 tipos de controle foram usadas duas situações:

- i) Teste com controle de tensão
- ii) Teste com controle de corrente

E além disso cada controle em cada situação também teve 2 testes:

- i) Resposta ao degrau unitário
- ii) Resposta a um impulso de 20°

Finalmente, para cada teste foram gerados 4 gráficos:

- i) Ângulo final
- ii) Velocidade da haste
- iii) Aceleração da haste
- iv) Corrente ou tensão no motor

Estes gráficos serão apresentados numa única figura, sendo o gráfico do canto superior esquerdo a corrente (Ampere x segundo) ou tensão (Volts x segundos) no teste, o superior direito o angulo (graus x segundos), o inferior esquerdo a velocidade angular (graus/segundo x segundo), e o inferior direito a aceleração angular (graus/segundo² x segundo), conforme a Figura 4.1 abaixo:

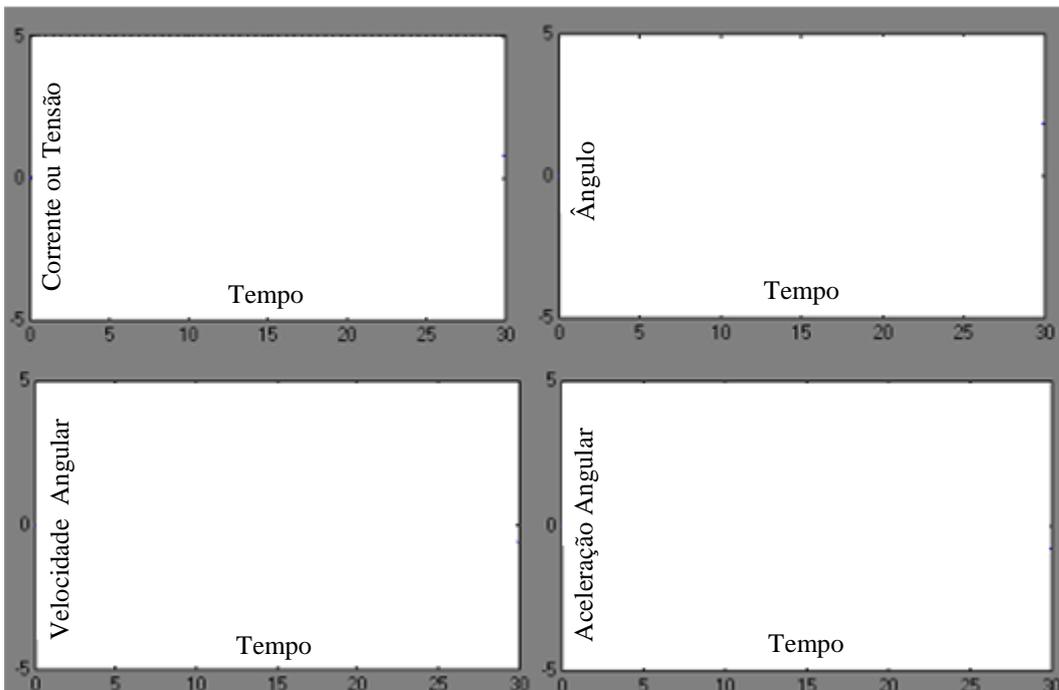


Figura 4.1 – Exemplo de apresentação dos gráficos

A ordem de teste para os controles P, PI e PID são: primeiro, o teste com o auto-tune do Simulink, o que seria a melhor combinação de parâmetros para o sistema funcionar mais eficientemente e em segundo, o teste com os valores calculados com o método de Ziegler-Nichols. Essa ordem se repete para os cenários de resposta ao degrau unitário e para o teste de resposta a um impulso. Para o controle Fuzzy, apenas um teste é realizado em cada cenário.

Esses testes irão mostrar o comportamento do controle, para se obter dados para o teste prático e do comportamento dos mesmos em certas situações.

4.2.1. Controle de corrente

Para este tipo de controle foi utilizada a equação (2.10).

4.2.1.1. Controle P

4.2.1.1.1. Resposta ao degrau unitário

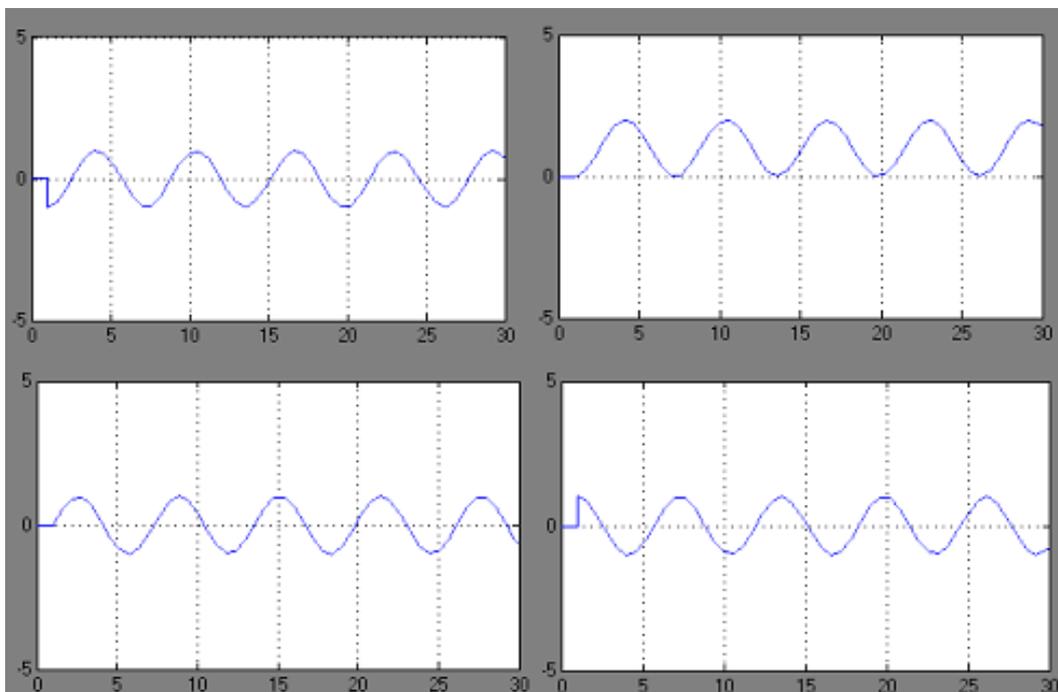


Figura 4.2 – Controle P, usando o auto-tune

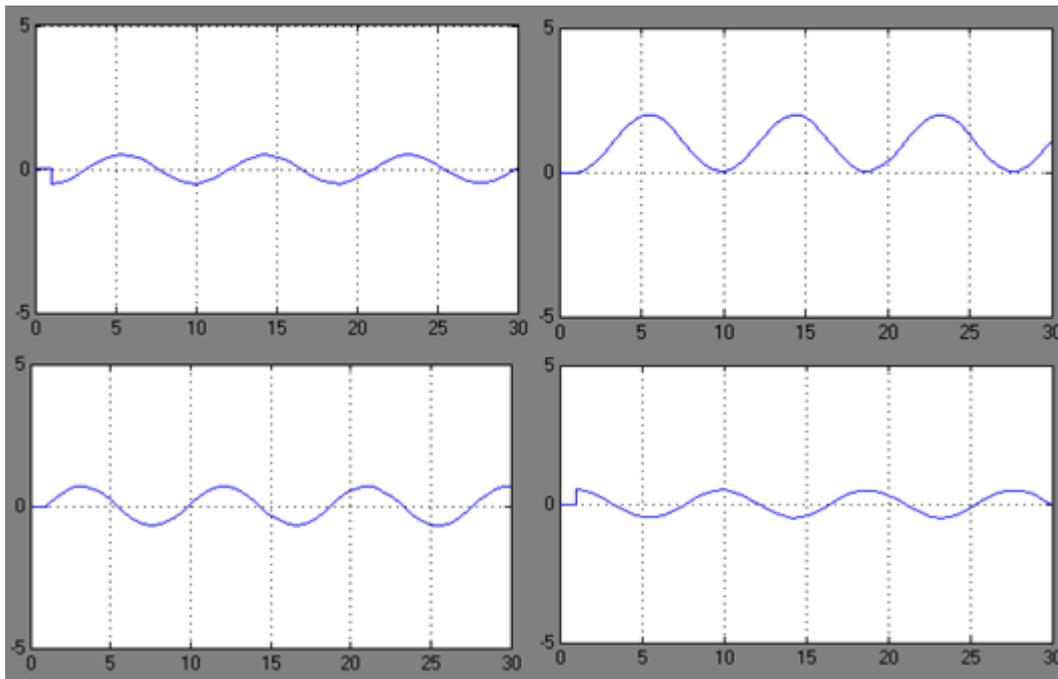


Figura 4.3 – Controle P, usando Ziegler Nichols

Para o Controle P foram utilizados 2 métodos de obtenção dos gráficos. O primeiro consiste em usar a ferramenta Auto-Tune do Simulink, e o segundo consiste em usar o método descrito na seção 3.1.1.

A ferramenta auto-tune encontrou o valor $-0,9934$ para k_p . Como esse valor também condiz com o valor de melhor oscilação, esse valor também será usado como k_{crit} para o método de Ziegler-Nichols. O novo valor de k_p é:

$$k_{crit} * 0,5 = -0,4967 \quad (4.14)$$

Comparando os dois métodos nas Figuras 4.2 e 4.3, percebe-se que ambos os resultados foram parecidos, com uma oscilação estável e pouca perturbação.

4.2.1.1.2. Resposta a um impulso

O auto-tune encontrou um valor $-0,9934$ para k_p , mesmo valor do teste anterior. Então para testes com controle de corrente esse valor será usado nos respectivos controles PI e PID.

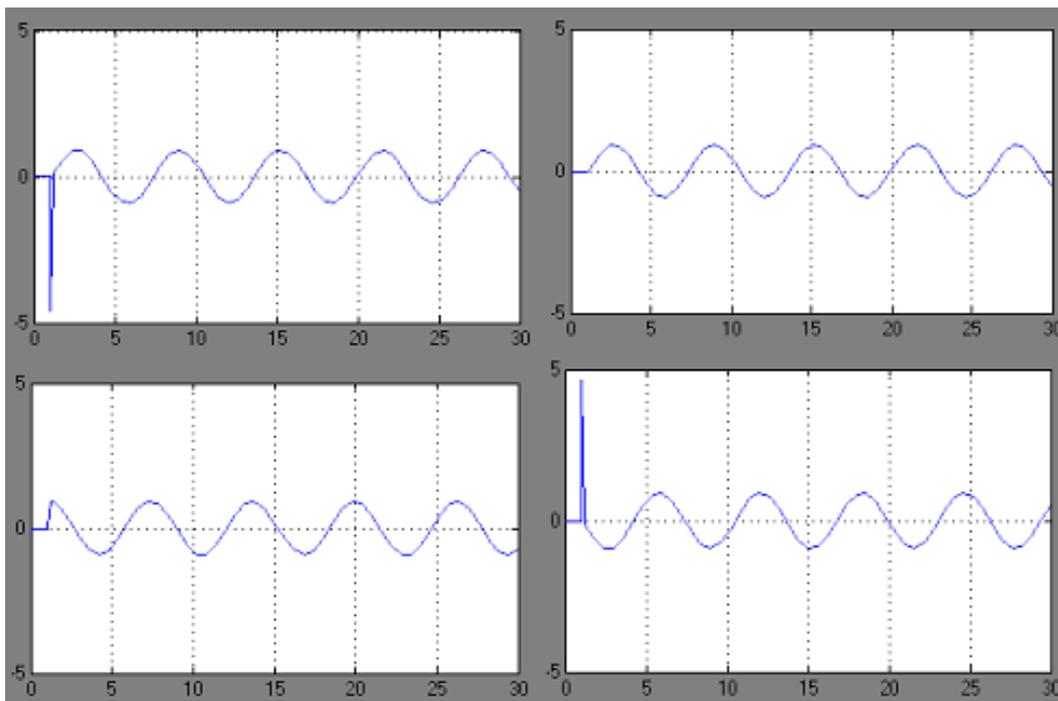


Figura 4.4 – Controle P, usando o auto-tune

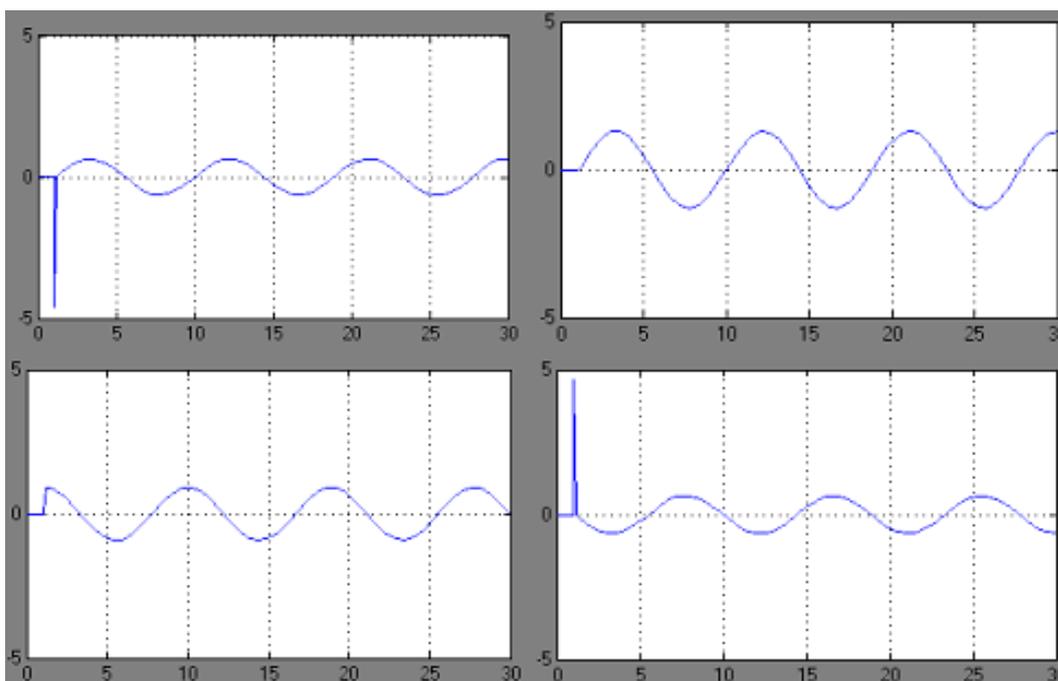


Figura 4.5 – Controle P, usando Ziegler Nichols

Comparando os dois métodos nas Figuras 4.4 e 4.5, mais uma vez percebe-se uma oscilação estável, mudando apenas o período da mesma. Ou seja não se aplica para o posicionamento da haste. Os picos observados na figura são referentes à entrada impulsional.

4.2.1.2. Controle PI

4.2.1.2.1. Resposta ao degrau unitário

Usando o valor de k_{crit} medido no teste com controle P e com a adição de T_{crit} que foi medido no mesmo teste e vale 8,3 (adquirido através do gráfico do controle P e sem muita precisão). Assim, segundo a Tabela 3.1:

$$k_p = 0,4 * k_{crit} = -0,3974 \quad (4.15)$$

$$k_i = 0,5 * \frac{k_{crit}}{T_{crit}} = -0,0598 \quad (4.16)$$

Pôde-se notar um princípio de instabilidade nesse tipo de controle por corrente (Figura 4.6) , agravada no método de ZN (Figura 4.7). O sistema oscilando a entender que iria seguir o modelo do controle P, e em algum ponto perde totalmente o rumo, se tornando instável, e não controlando o sistema.

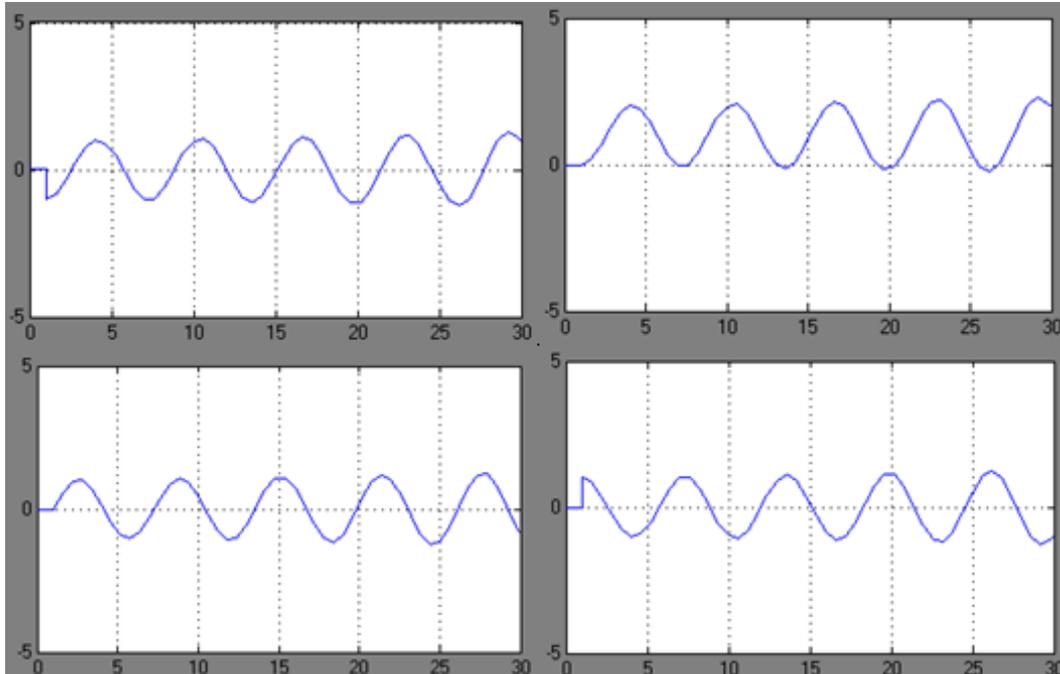


Figura 4.6 – Controle PI, usando auto-tune

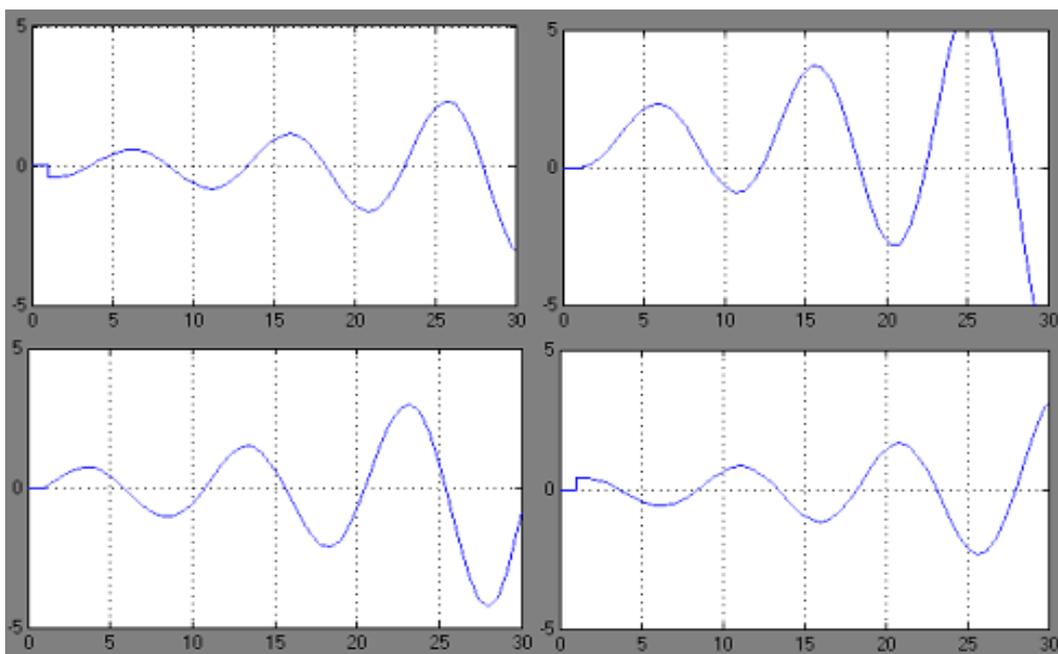


Figura 4.7 – Controle PI, usando Ziegler Nichols

4.2.1.2.2. Resposta a um impulso

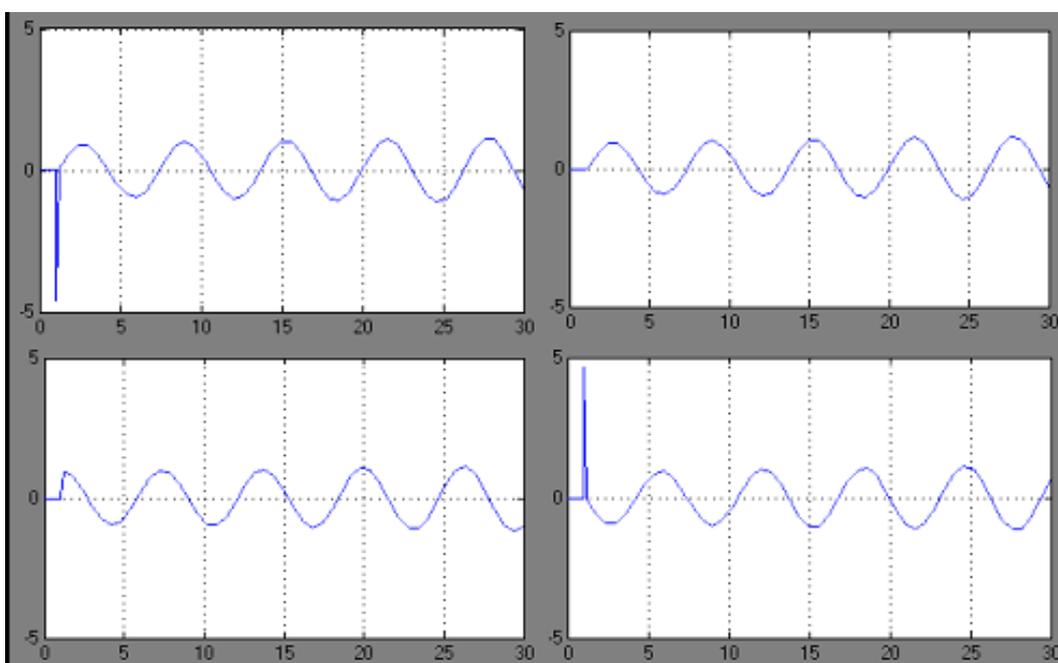


Figura 4.8 – Controle PI, usando o auto-tune

Para o método de ZN, foram usadas as mesmas constantes do anterior. Mais uma vez notou-se que o sistema ficou altamente instável como se pode ver nas

Figuras 4.8 e 4.9, deixando claro que esse tipo de controle PI por corrente não é recomendado.

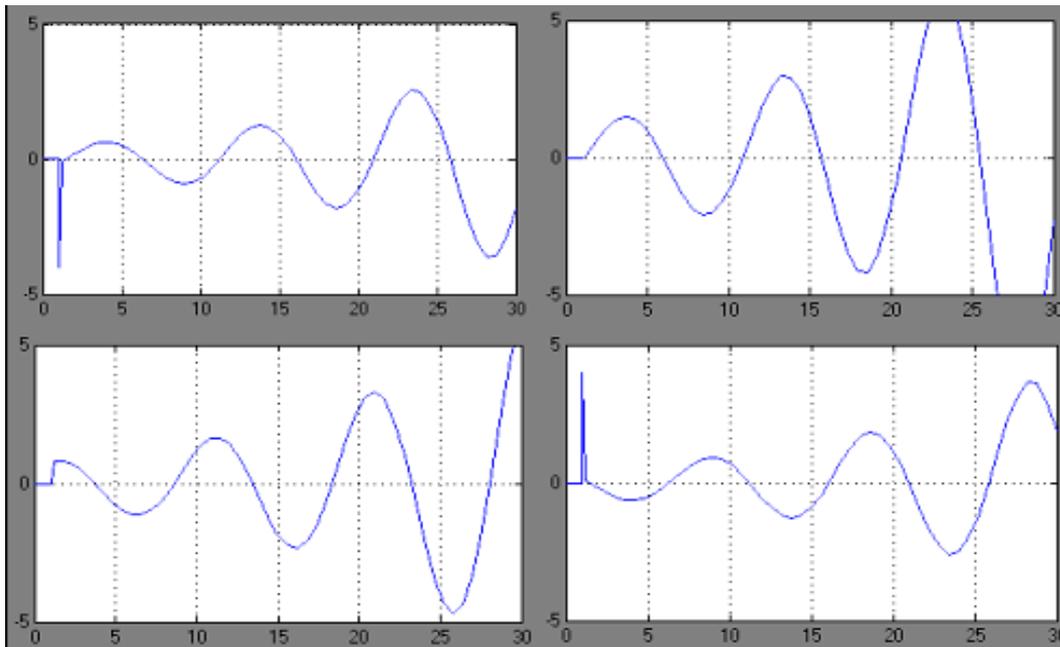


Figura 4.9 – Controle PI, usando Ziegler Nichols

4.2.1.3. Controle PID

4.2.1.3.1. Resposta ao degrau unitário

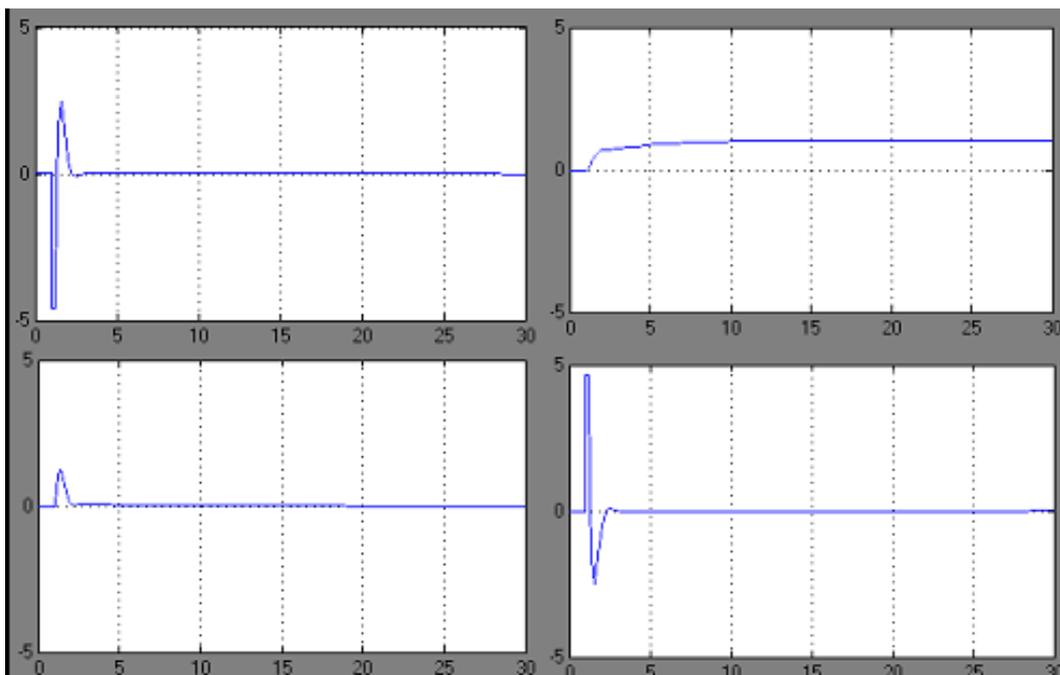


Figura 4.10 – Controle PID, usando auto-tune

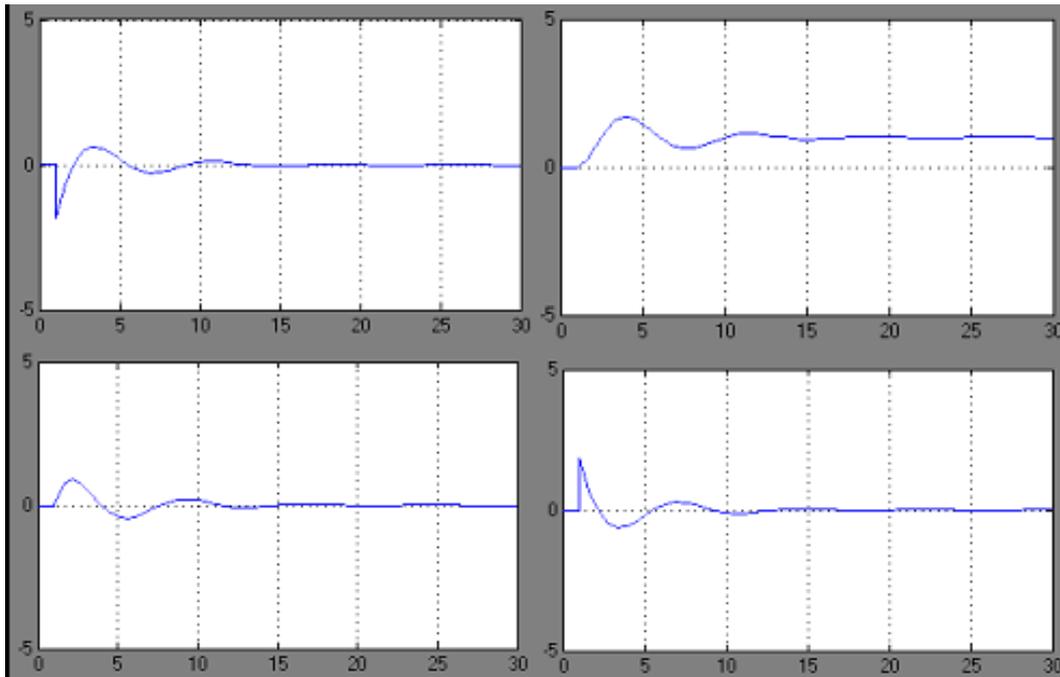


Figura 4.11 – Controle PID, usando Ziegler Nichols

Aplicando o método de ZN da linha PID da Tabela 3.1:

$$k_p = 0,6 * k_{crit} = -0,5960 \quad (4.17)$$

$$k_i = 1,2 * \frac{k_{crit}}{T_{crit}} = -0,1436 \quad (4.18)$$

$$k_d = 0,075 * k_{crit} * T_{crit} = -0,6184 \quad (4.19)$$

Dos 3 controles clássicos, o que obteve o melhor resultado de resposta ao degrau unitário foi o controle PID. Pôde-se perceber que o método de ZN tem um "overshoot" maior (Figura 4.11), fazendo que ocorra uma pequena demora em relação à estabilização.

4.2.1.3.2. Resposta a um impulso

Pela similaridade nos controles P e PI, as constantes utilizadas nesse teste foram as mesmas do anterior. Mais uma vez ambos os controles se mostraram eficientes na medida em que suas respostas foram estáveis. O método de Ziegler Nichols (Figura 4.13), por mais que seja um pouco impreciso pela medição,

mostrou-se próximo do controle ideal (Figura 4.12), e desponta como uma alternativa para se achar valores para sistemas onde não se pode contar com uma precisão muito rígida.

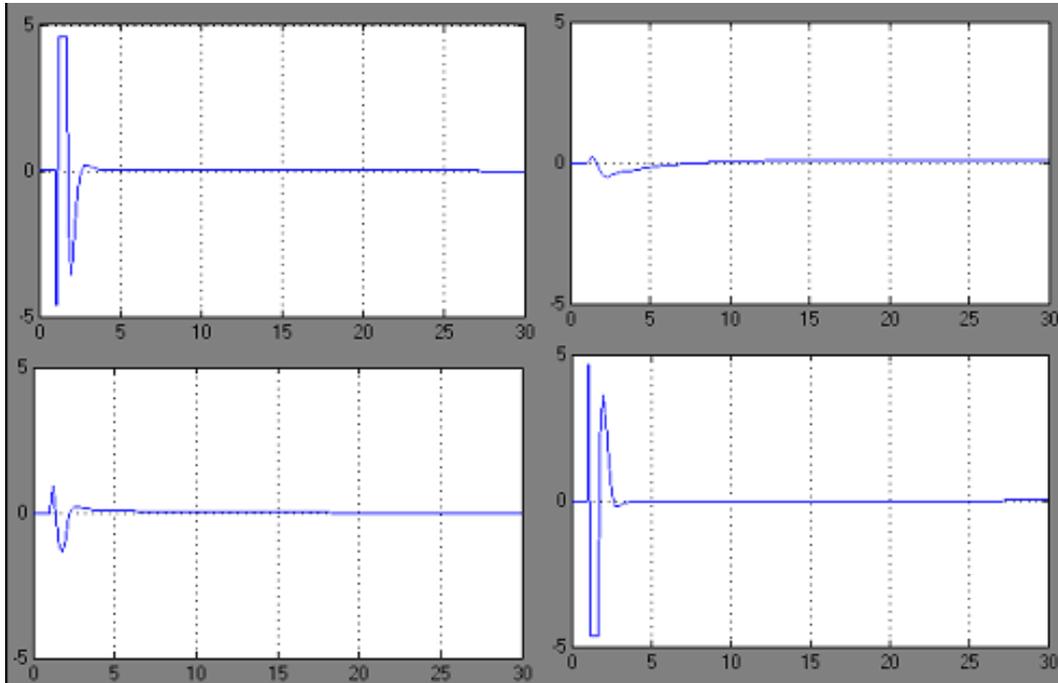


Figura 4.12 – Controle PID, usando auto-tune

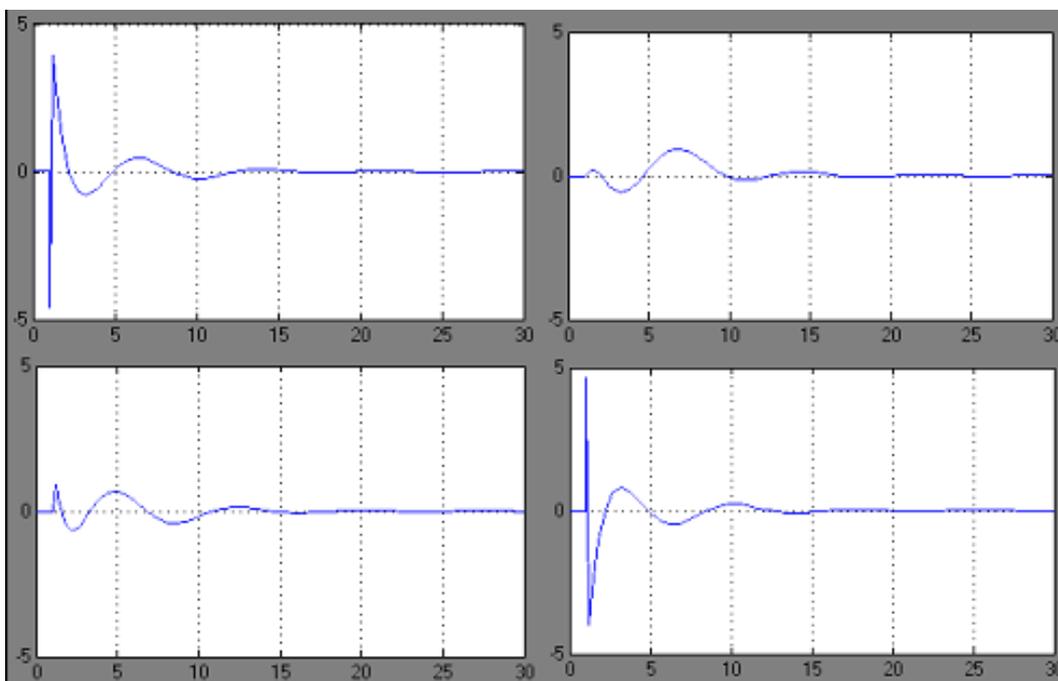
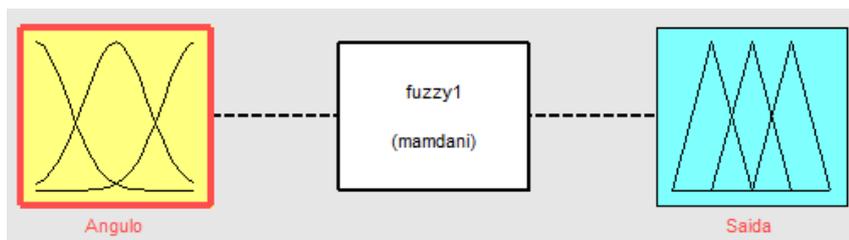


Figura 4.13 – Controle PID, usando Ziegler Nichols

4.2.1.4. Controle Fuzzy SISO

Esse teste com controle Fuzzy com uma entrada apenas visou ver a precisão do sistema com apenas uma entrada que se pode medir, no caso a variação do ângulo.



4.14 – Esquema do controle Fuzzy SISO

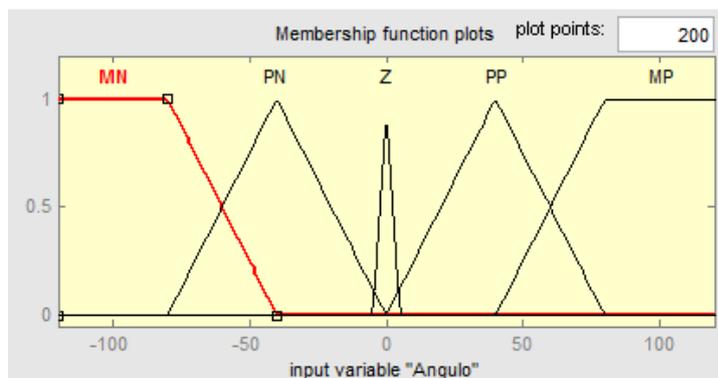


Figura 4.15 – Variável de entrada do controle Fuzzy

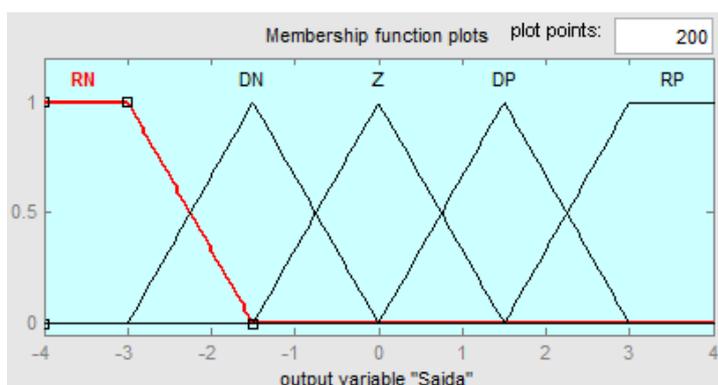


Figura 4.16 – Variável de saída do controle Fuzzy

Para o controle por corrente Fuzzy, utilizou-se um sistema do tipo Mamdani, com a entrada sendo o ângulo em graus, e a saída como sendo a corrente em amperes.

A base de dados foi tirada a partir de observações do sistema, e seus valores foram estabelecidos apenas pelo entendimento do modelo, nada extremamente preciso.

Ângulo\Ângulo	MN	PN	Z	PP	MP
MN	RP	-	-	-	-
PN	-	DP	-	-	-
Z	-	-	Z	-	-
PP	-	-	-	DN	-
MP	-	-	-	-	RN

Tabela 4.1 - Base de regras do controle Fuzzy (SISO)

4.2.1.4.1. Resposta ao degrau unitário

Apesar de o resultado ser uma estabilização nas Figuras 4.17 e 4.18, o valor ao qual o sistema tendeu foi 1,13, quando o ideal deveria ser 1,0. Além disso, demorou a se chegar ao valor desejado.

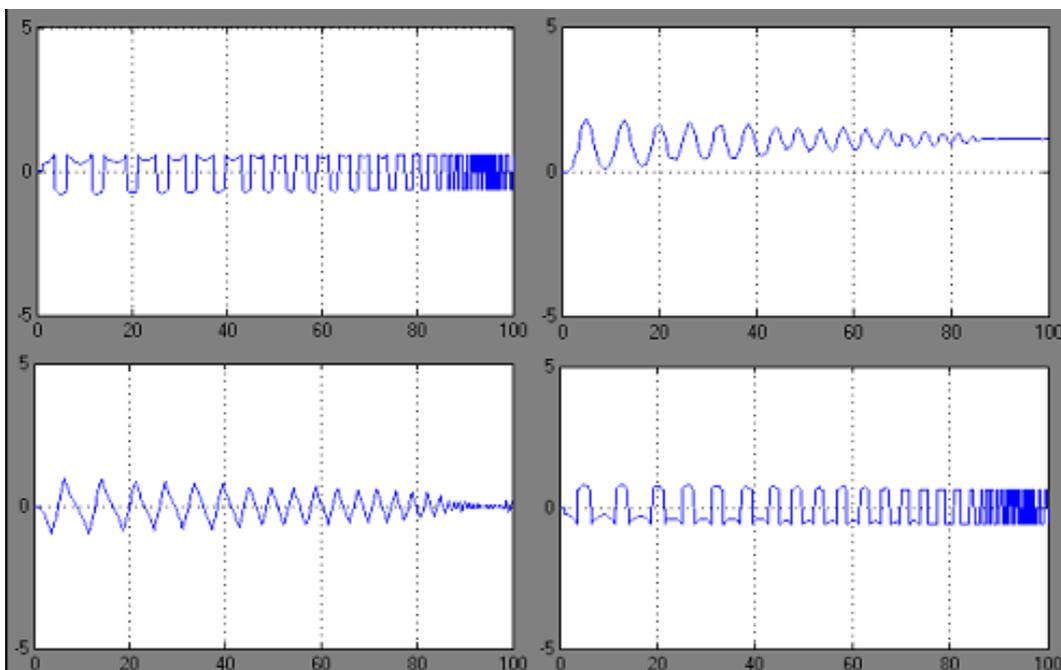


Figura 4.17 – Controle Fuzzy com uma entrada

4.2.1.4.2. Resposta a um impulso

Em ambos os testes o sistema se estabilizou, apenas com um pequeno erro de menos de $0,2^\circ$. Esse valor no teste prático não é tão elevado, pois mesmo o encoder tem uma aproximação nesse valor.

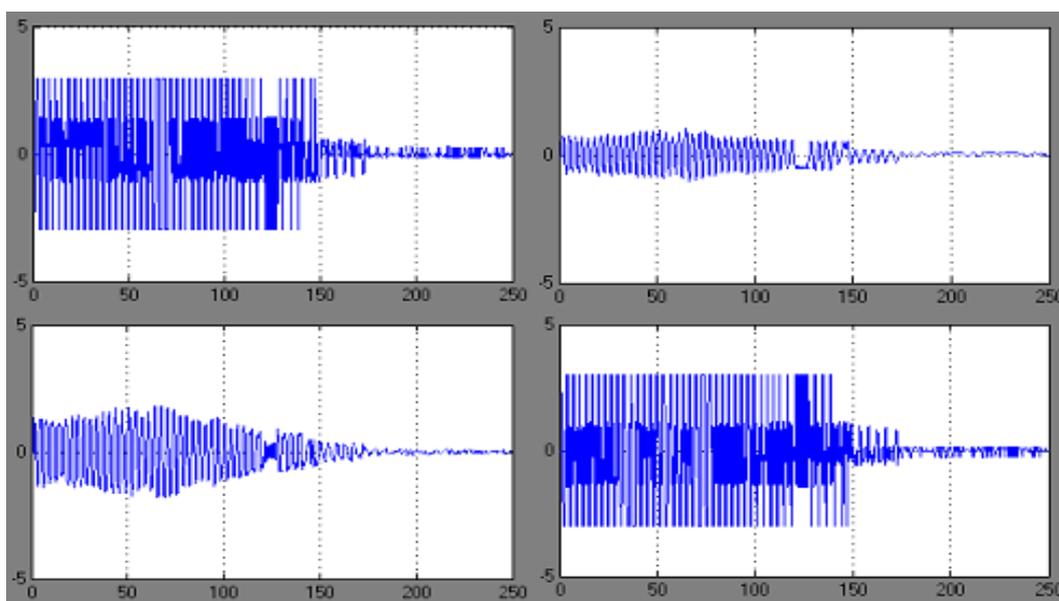


Figura 4.18 – Controle Fuzzy com uma entrada

4.2.1.5. Controle Fuzzy DISO

Para o controle com duas entrada, utilizou-se a derivada do valor do ângulo como reentrada no controle Fuzzy, fazendo assim um sistema com 2 malhas de controle (um sendo o ângulo medido, e outro a velocidade).

Esse controle em tese seria o mais ideal para o sistema, e em conjunto com o controle PID, aqueles que teriam a melhor resposta.

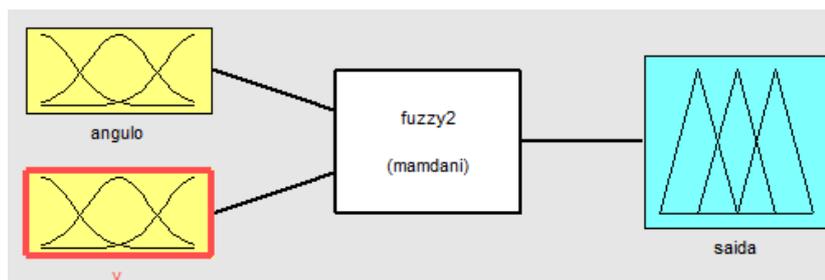


Figura 4.19 – Esquema do controle Fuzzy DISO

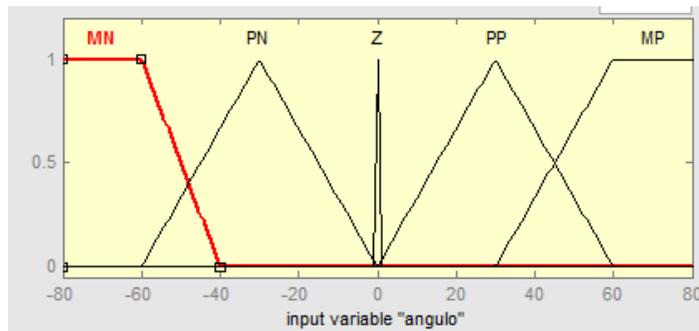


Figura 4.20 – Variável de entrada “ângulo” do controle Fuzzy

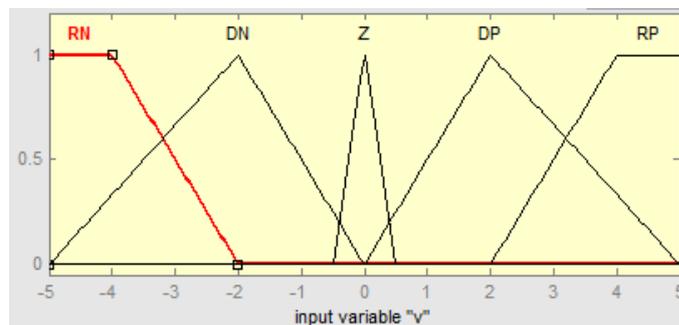


Figura 4.21 – Variável de entrada “velocidade angular” do controle Fuzzy

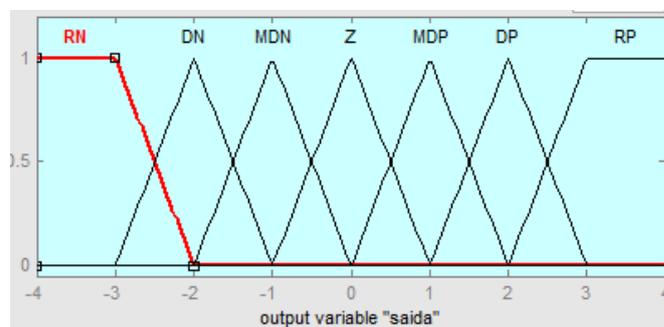


Figura 4.22 – Variável de saída do controle Fuzzy

Ângulo\V.Ang.	RN	DN	Z	DP	RP
MN	RP	RP	RP	RP	RP
PN	RP	DP	MDP	MDP	MDP
Z	-	MDP	Z	MDN	-
PP	MDN	MDN	MDN	DN	RN
MP	RN	RN	RN	RN	RN

Tabela 4.2 - Base de regras do controle Fuzzy (DISO)

4.2.1.5.1. Resposta ao degrau unitário

O controle testado teve a resposta mais precisa de todos os controladores simulados respondendo ao degrau unitário (Figura 4.23). Ele pode ser comparado ao controle PID em termos de precisão e overshoot, mas peca muito quando o quesito é tempo, demorando um pouco mais para conseguir chegar ao ponto desejado.

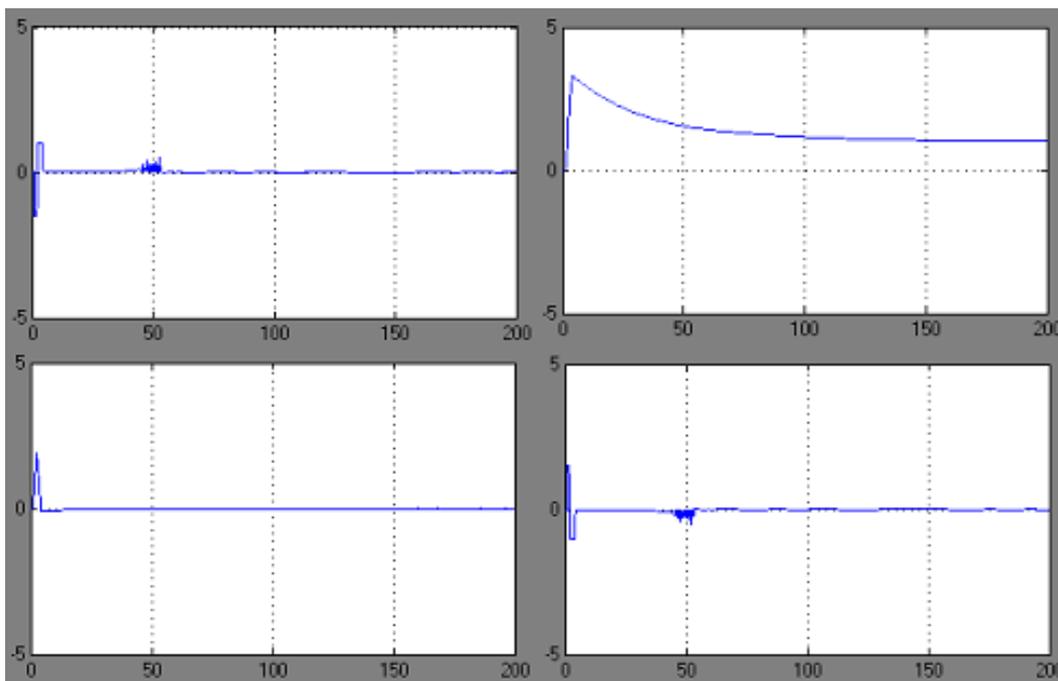


Figura 4.23 – Controle Fuzzy DISO

4.2.1.5.2. Resposta a um impulso

Mais uma vez o controle Fuzzy com duas entradas mostrou melhor que o controle PID na precisão (Figura 4.24), e dessa vez no tempo de assentamento. Isso prova que é uma alternativa à altura para processos nos quais não se tem muitas informações seguras dos parâmetros do sistema.

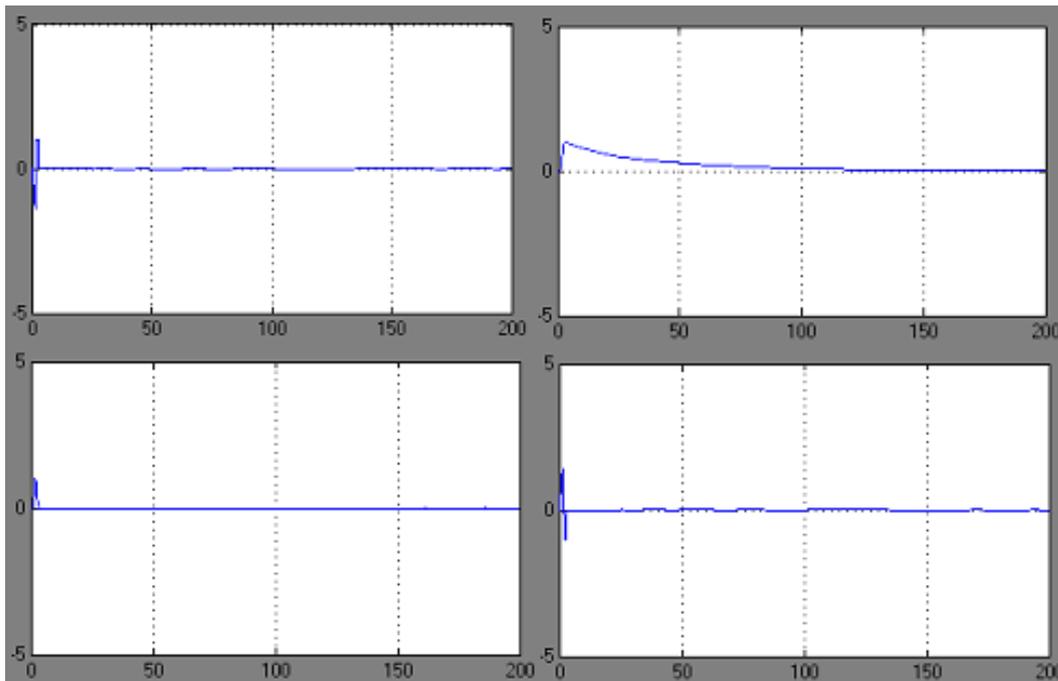


Figura 4.24 – Controle Fuzzy DISO

4.2.2. Controle de Tensão

Para este tipo de controle foi usada a equação (2.14).

4.2.2.1. Controle P

4.2.2.1.1. Resposta ao degrau unitário

Primeiramente é necessário falar que o sistema não conseguiu uma oscilação perfeita para aplicar o método de ZN. A oscilação adquirida tende à estabilização em um tempo bem grande, mas para a simulação será considerada como oscilação perfeita.

O modelo empregado também gerava erros em certos instantes de tempo, e a simulação não rodava. Para consertar esse problema foi estabelecido um limite para o tranco (“jerk”) de $2m/s^3$ até $-2m/s^3$. Esse limite altera a simulação no momento em que valores muito grandes de tranco são limitados, o que pode ser associado à resistência do pêndulo com o ar e com o metal, que não foram consideradas no modelo matemático.

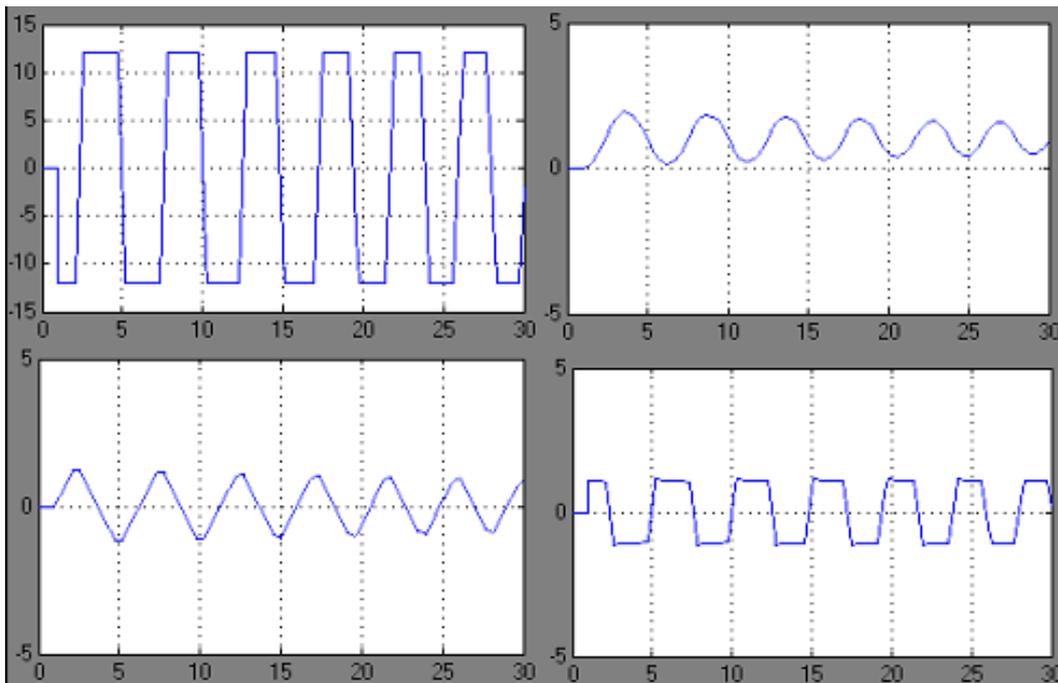


Figura 4.25 – Controle P, usando o auto-tune

Para o auto-tune, o resultado é:

$$k_p = -40,274 \quad (4.20)$$

Para aplicar o método de Ziegler Nichols, o maior valor da tensão onde não há o corte por limitação foi obtido, sendo esse o valor $k_{crit} = -12$. Para se obter k_p :

$$k_p = k_{crit} * 0,5 = -6 \quad (4.21)$$

Aproveitando a oscilação, também se mede o valor de T_{crit} para cálculos posteriores. O valor medido foi 7,8.

Não houve tanta diferença entre os dois testes (Figuras 4.25 e 4.26), a estabilização deu-se depois de muito tempo em ambos os testes (aproximadamente 1000 segundos), ou seja, um sistema bastante lento.

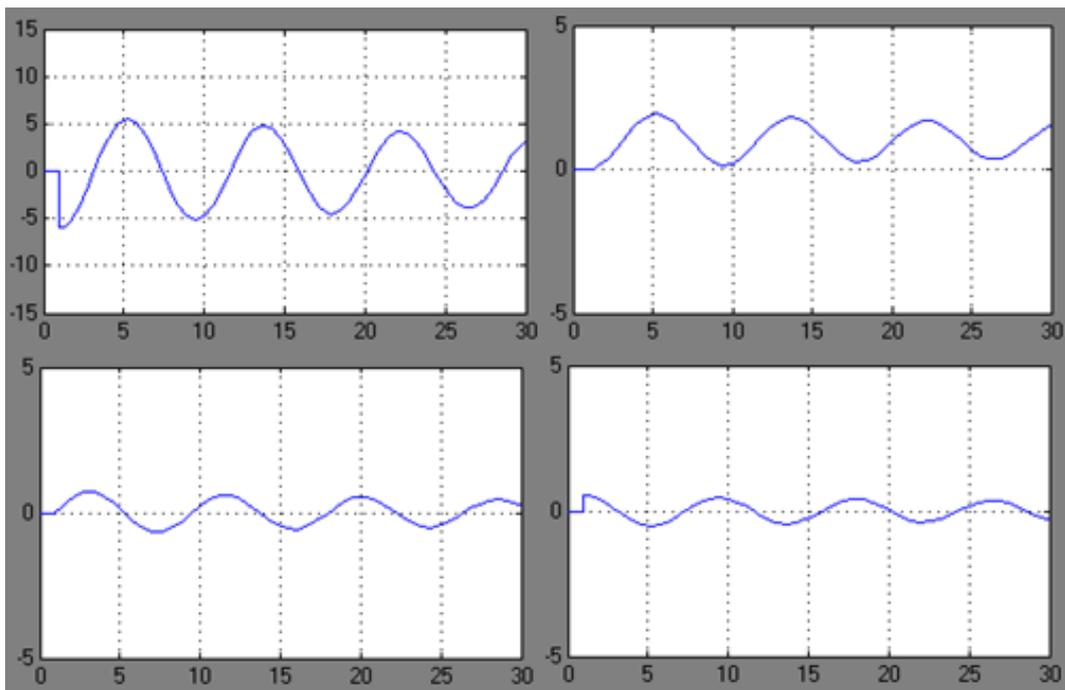


Figura 4.26 – Controle P, usando Ziegler Nichols

4.2.2.1.2. Resposta a um impulso

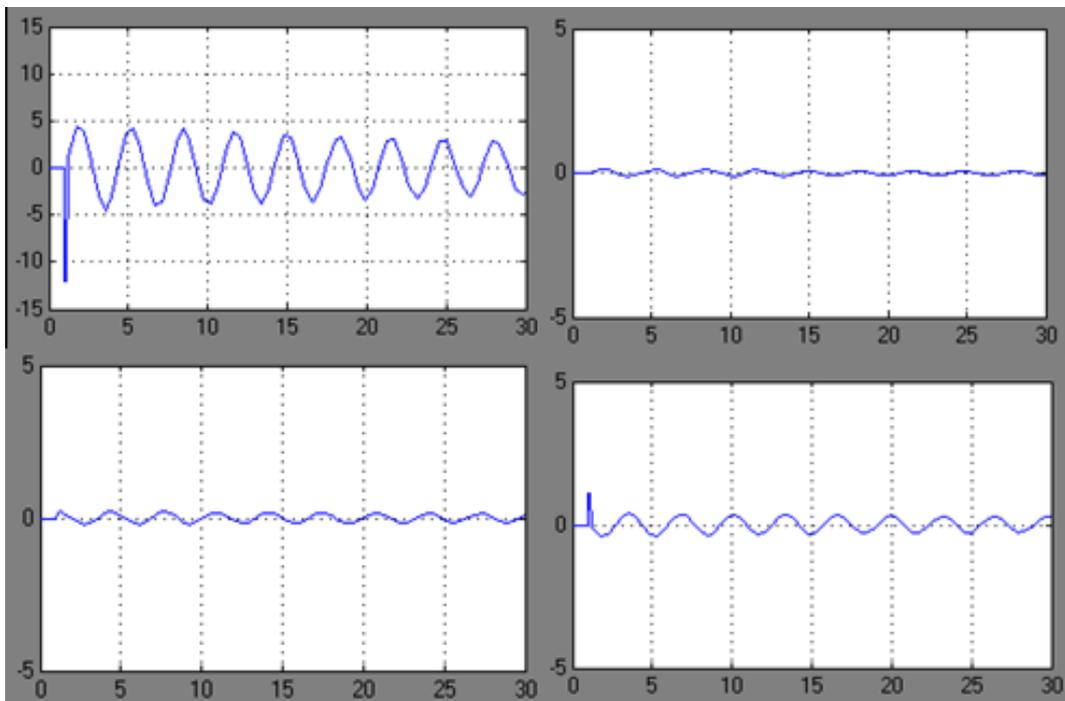


Figura 4.27 – Controle P, usando auto-tune

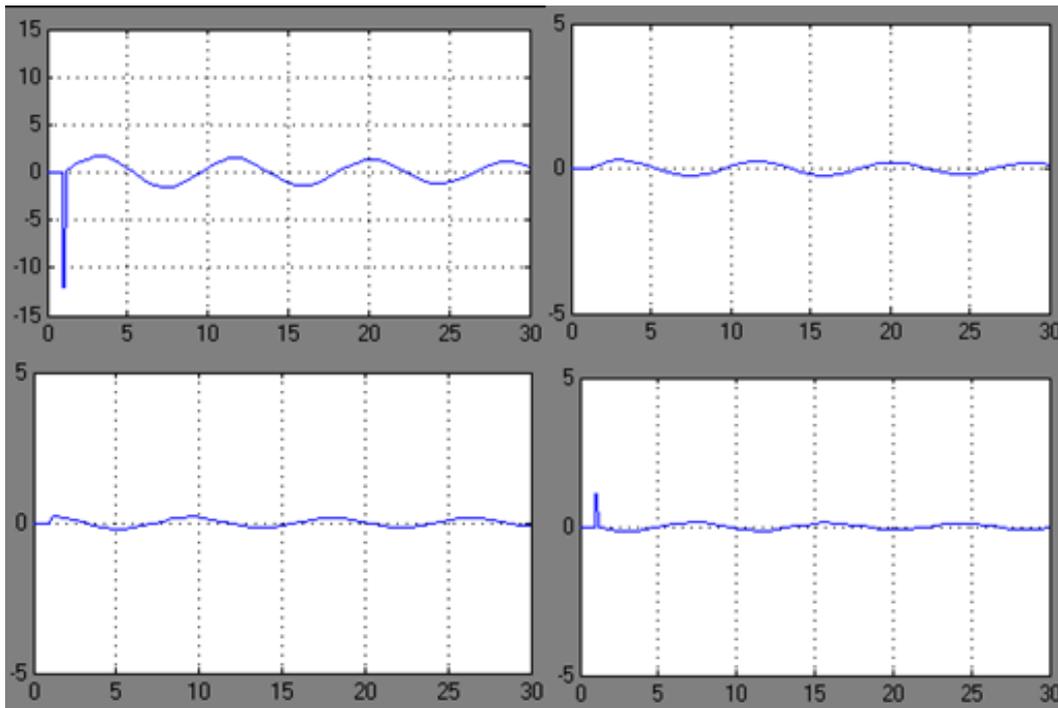


Figura 4.28 – Controle P, usando Ziegler Nichols

O valor de $k_p = -40,274$ foi encontrado, sendo o mesmo valor do primeiro teste desse controle, mas como o sistema não tem a tensão limitada este valor será utilizado como k_{crit} . E mais uma vez, o sistema teve uma oscilação inicial que decai ao longo do tempo (aproximadamente 1000 segundos, de novo), mas que para fins de cálculos, será considerada uma oscilação perfeita.

Para o método de Ziegler Nichols, foi usada a mesma constante de k_{crit} , porém a constante T_{crit} foi medida em 8,8. Assim:

$$k_p = 0,5 * k_{crit} = -20,137 \quad (4.22)$$

De ambos os testes do controle P por tensão (figuras 4.27 e 4.28), o método de Ziegler Nichols se mostrou usando menos da tensão fornecida, e por consequência menos corrente. Porém ambos as respostas teriam uma estabilização em algum ponto bem distante do início do teste.

4.2.2.2. Controle PI

4.2.2.2.1. Resposta ao degrau unitário

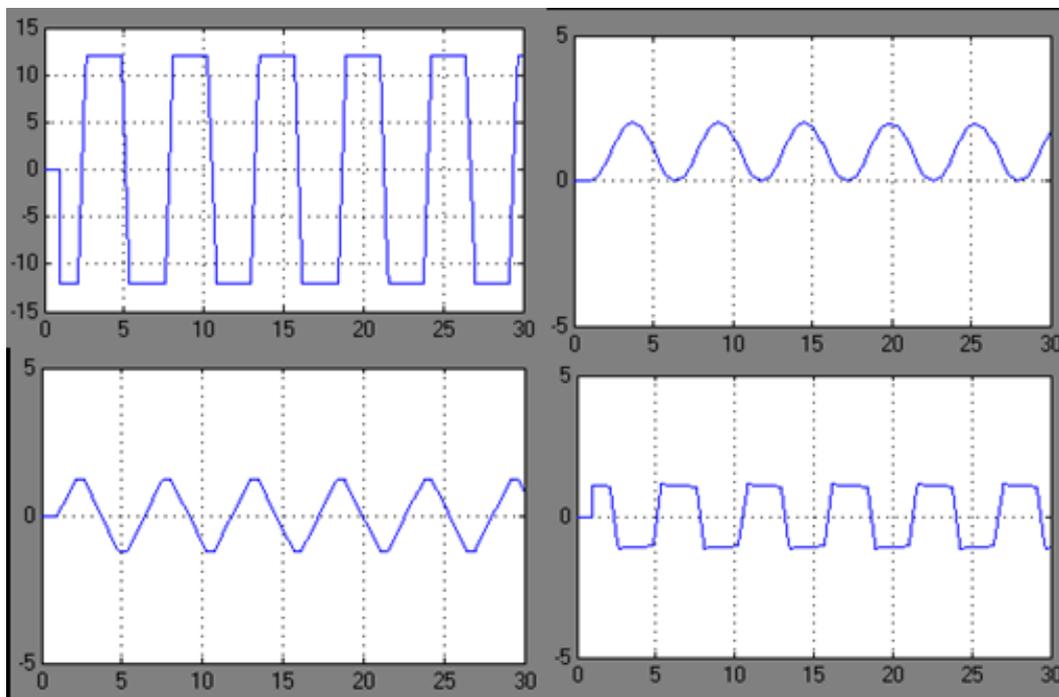


Figura 4.29 – Controle PI, usando o auto-tune

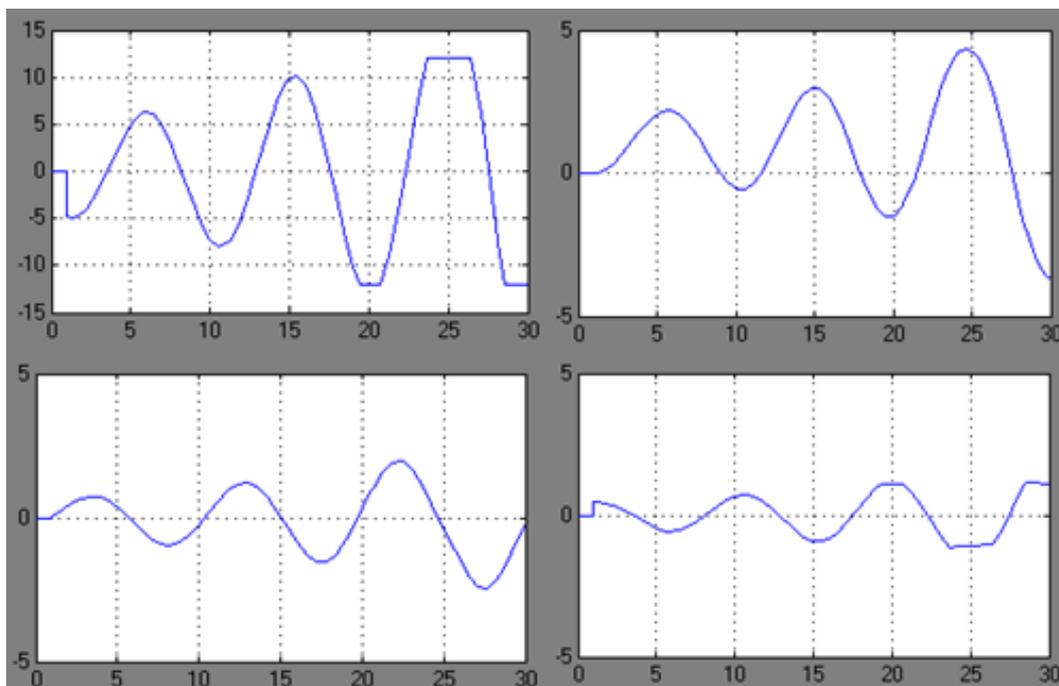


Figura 4.30 – Controle PI, usando Ziegler Nichols

O controle PI neste caso não foi instável. Ele teve uma aparência de controle P, com uma estabilização perto dos 10000 segundos. Esse diferencial, mostrado na Figura 4.29 deixou o controle PI pior que o controle P, mas mesmo assim melhor que o mesmo PI controlado por corrente.

Calculando os parâmetros:

$$k_p = 0,4 * k_{crit} = -7,2 \quad (4.23)$$

$$k_i = 0,5 * \frac{k_{crit}}{T_{crit}} = -0,7692 \quad (4.24)$$

Nesse teste, pôde-se ver uma diferença entre o auto-tune e o método de ZN bem clara, de maneira que o primeiro tende a estabilidade, e o segundo se torna instável (Figura 4.30).

4.2.2.2.2. Resposta a um impulso

Mais uma vez, o sistema se estabiliza num tempo muito grande, e demonstra um comportamento parecido com o controle P, como visto na Figura 4.31.

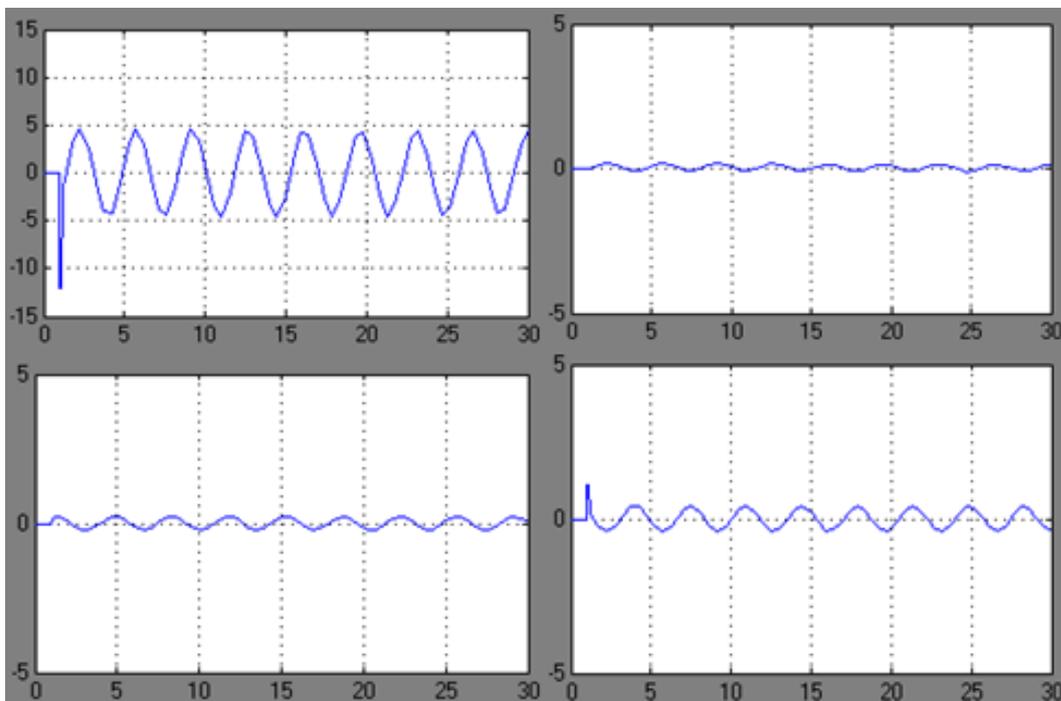


Figura 4.31 – Controle PI, usando o auto-tune

Calculando os parâmetros para o teste:

$$k_p = 0,4 * k_{crit} = -16,110 \quad (4.25)$$

$$k_i = 0,5 * \frac{k_{crit}}{T_{crit}} = -2,288 \quad (4.26)$$

O controle pelo método de ZN visto na Figura 4.32 não obteve um resultado bom, levando o sistema à instabilidade.

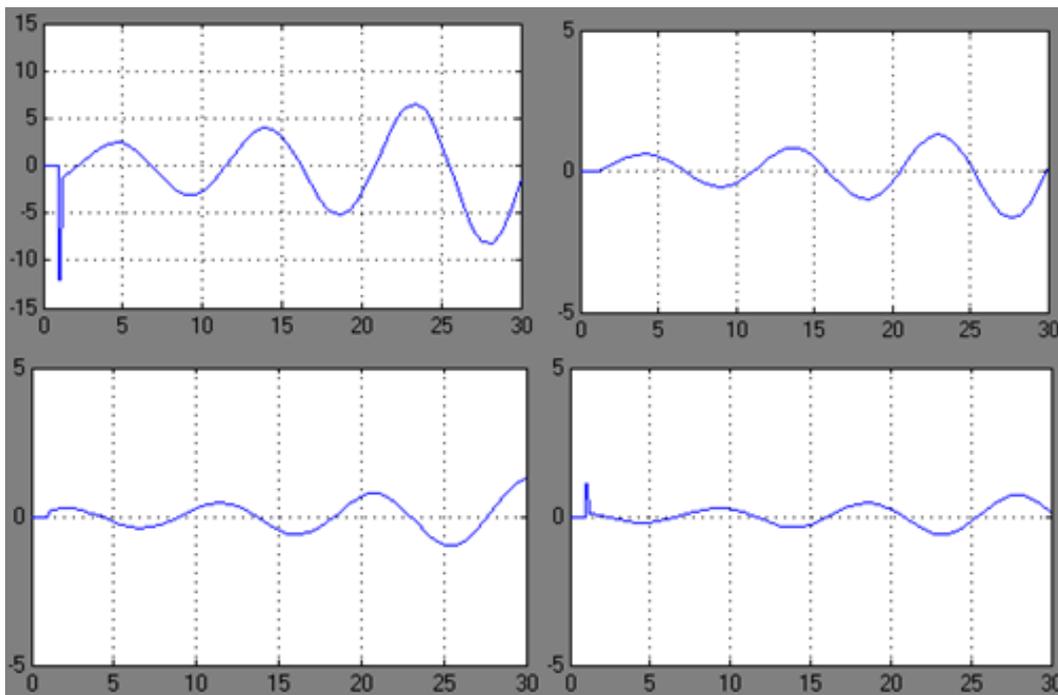


Figura 4.32 – Controle PI, usando Ziegler Nichols

4.2.2.3. Controle PID

4.2.2.3.1. Resposta ao degrau unitário

Para o controle pelo método de ZN, foram calculados os seguintes valores relativos a Tabela 3.1:

$$k_p = 0,6 * k_{crit} = -7,2 \quad (4.27)$$

$$k_i = 1,2 * \frac{k_{crit}}{T_{crit}} = -1,846 \quad (4.28)$$

$$k_d = 0,075 * k_{crit} * T_{crit} = -7,02 \quad (4.29)$$

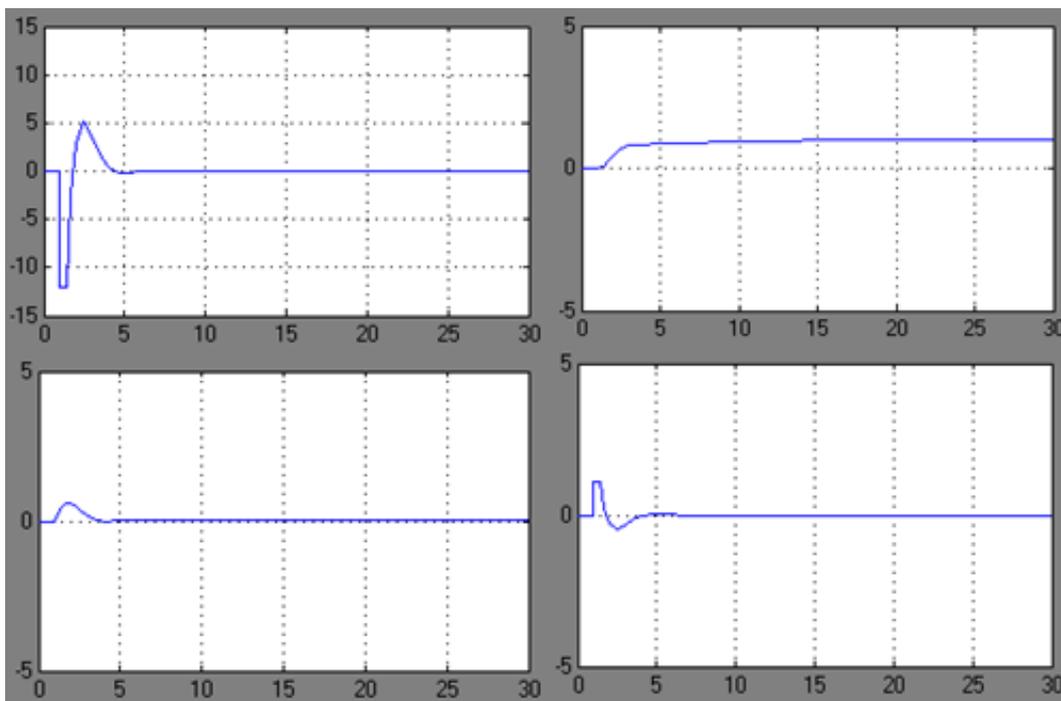


Figura 4.33 – Controle PID, usando o auto-tune

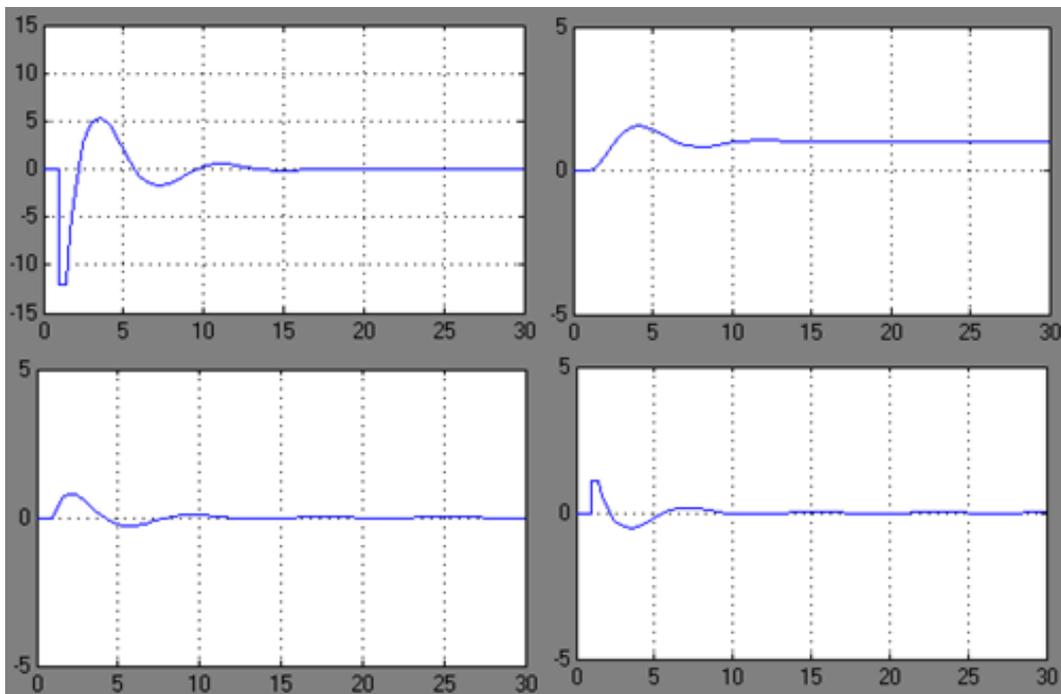


Figura 4.34 – Controle PID, usando Ziegler Nichols

O controle PID controlado por tensão foi o que mais aproximou o método de ZN (Figura 4.33) do melhor controle calculado (Figura 4.34), mostrando mais

uma vez a versatilidade do controle PID e a utilidade do método de controle não tão preciso, cuja resposta chegou próxima do ideal.

4.2.2.3.2. Resposta a um impulso

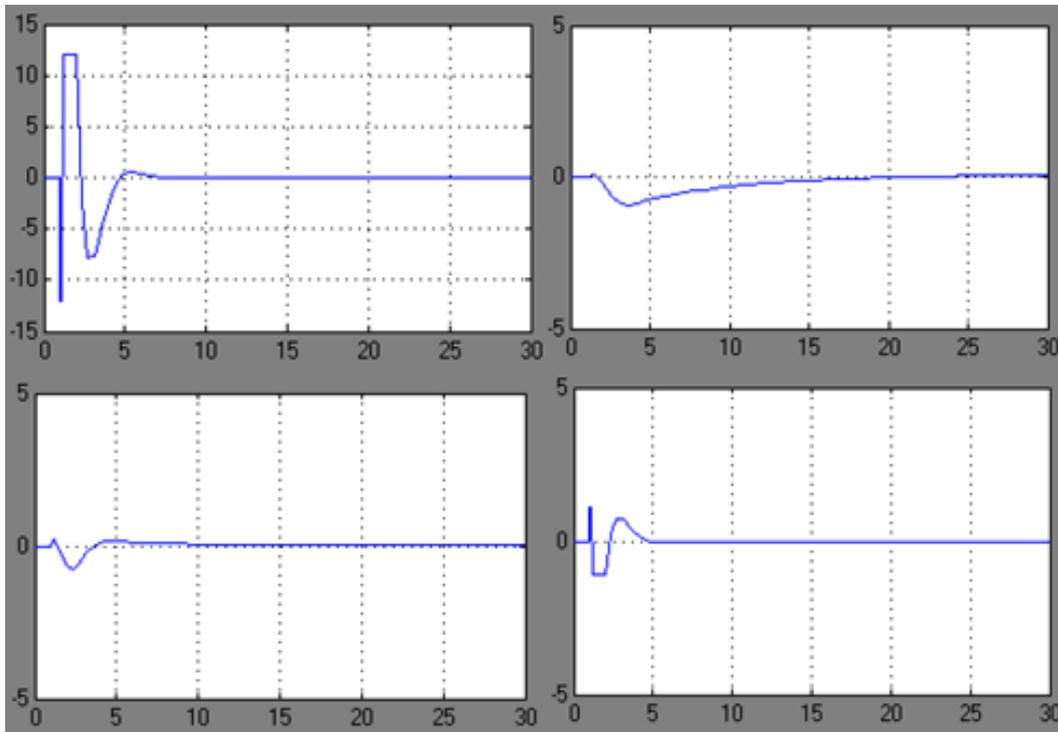


Figura 4.35 – Controle PID, usando auto-tune

Novamente usando as equações da linha de controle PID da Tabela 3.1:

$$k_p = 0,6 * k_{crit} = -24,126 \quad (4.30)$$

$$k_i = 1,2 * \frac{k_{crit}}{T_{crit}} = -5,491 \quad (4.31)$$

$$k_d = 0,075 * k_{crit} * T_{crit} = -26,578 \quad (4.32)$$

Ambos os testes do controle PID por tensão (Figuras 4.35 e 4.36) ficaram bem parecidos nos dois cenários, impulso e degrau. Talvez uma medição mais apurada conseguisse equalizar ambos os resultados, ou deixar minimamente diferentes. O fato estudado nesses casos foi que o método de ZN é tão parecido com o ideal, que utilizá-lo no teste prático não deve acarretar muitas diferenças do ideal.

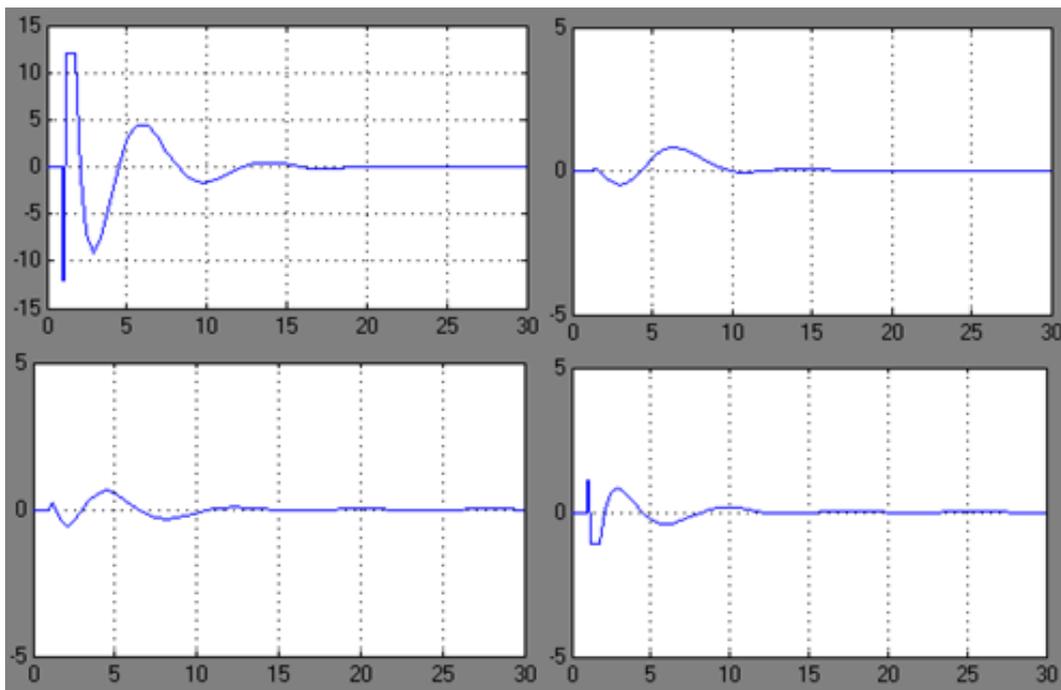


Figura 4.36 – Controle PID, usando Ziegler Nichols

4.2.2.4. Controle Fuzzy SISO

4.2.2.4.1. Resposta ao degrau unitário

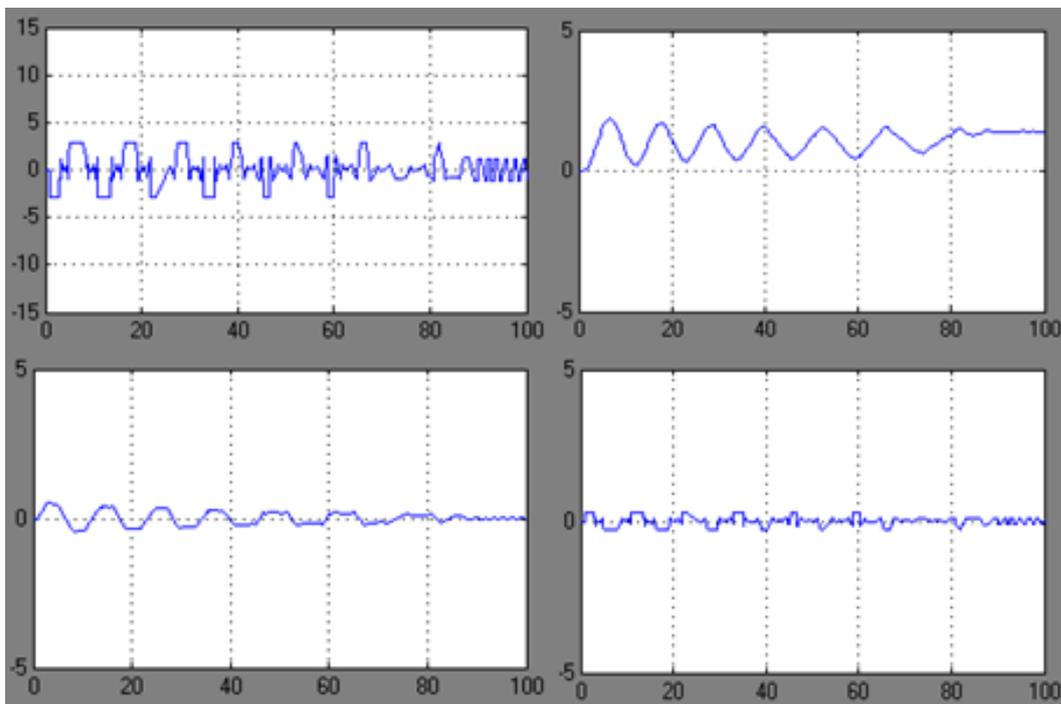


Figura 4.37 – Controle Fuzzy SISO

O controle de tensão por lógica fuzzy com uma entrada foi melhor que o controle por corrente do mesmo tipo, usando as mesmas regras. A diferença deu-se na questão da precisão e principalmente no tempo de resposta, como visto na Figura 4.37.

4.2.2.4.2. Resposta a um impulso

Neste cenário (Figura 4.38), com o controle de tensão Fuzzy com uma entrada, pode-se dizer que o modelo funcionou muito bem no Simulink, e é algo que se espera obter no teste prático.

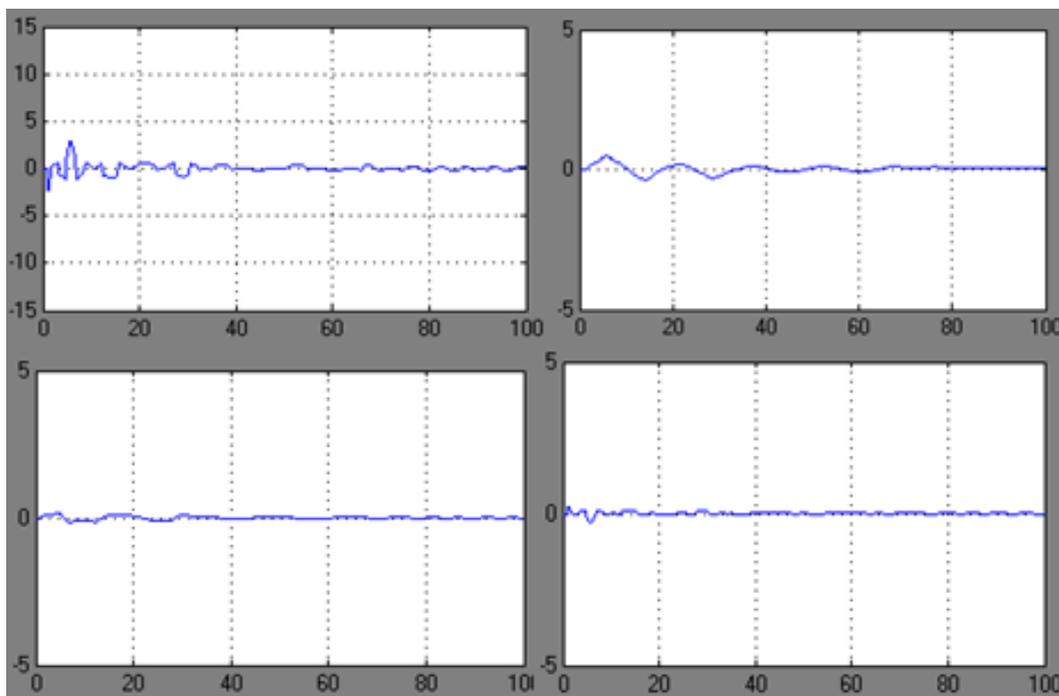


Figura 4.38 – Controle Fuzzy SISO

4.2.2.5. Controle Fuzzy DISO

4.2.2.5.1. Resposta ao degrau unitário

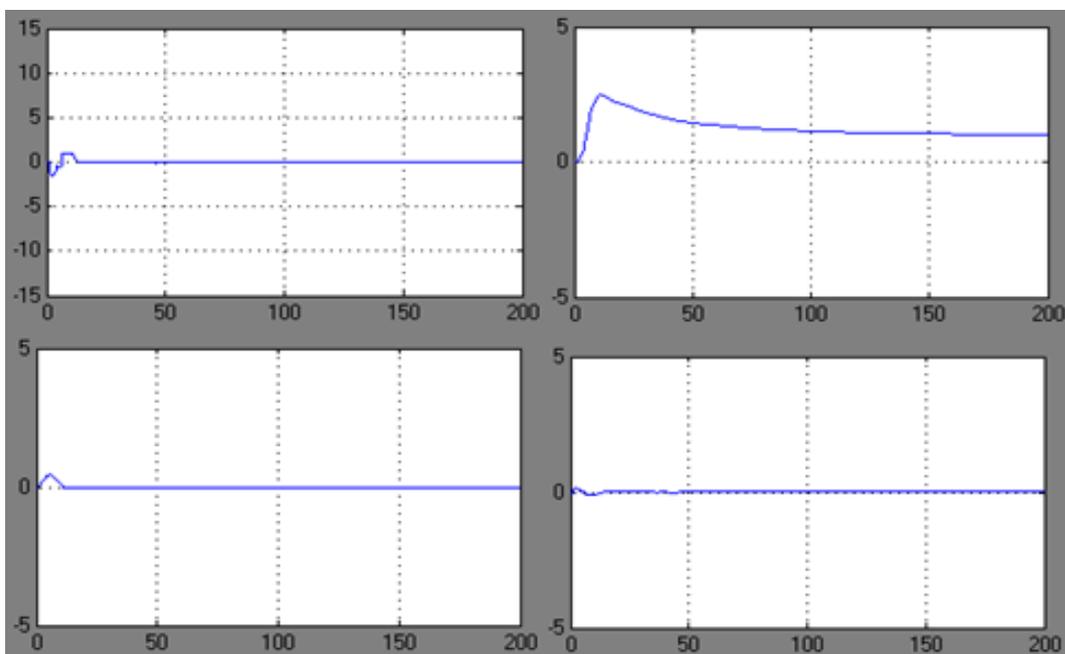


Figura 4.39 – Controle Fuzzy DISO

4.2.2.5.2 Resposta a um impulso

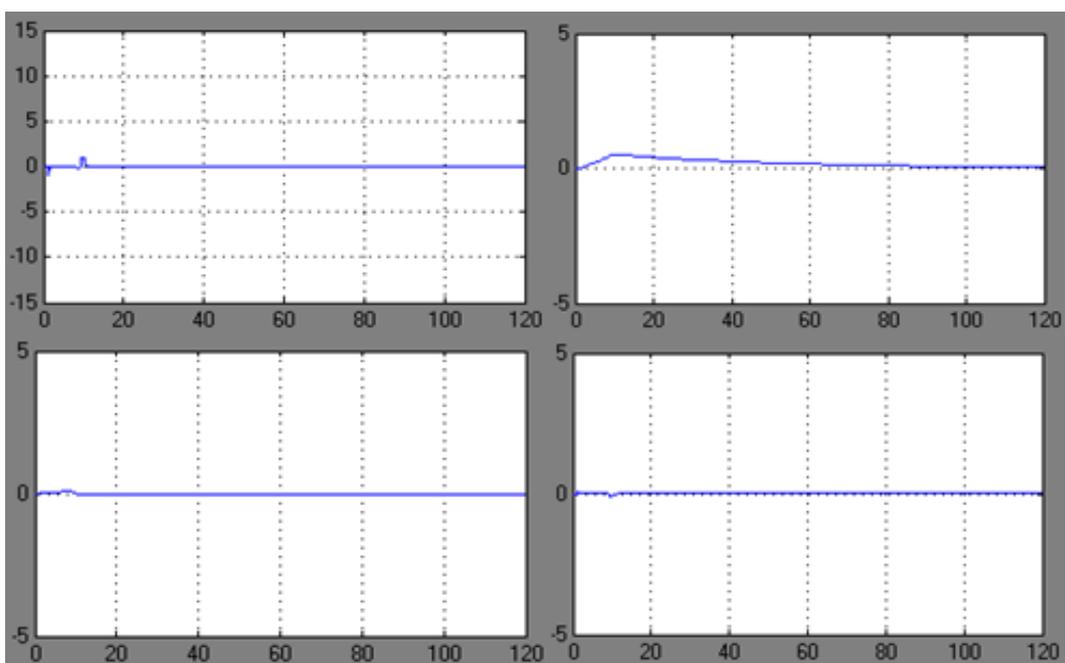


Figura 4.40 – Controle Fuzzy DISO

O controle por tensão Fuzzy com duas entradas foi melhor também que seu análogo por corrente, mostrando mais uma vez a facilidade de se controlar o sistema por tensão com esse modelo, como visto nas Figuras 4.39 e 4.40.

4.3. Análise de resultados

Esta seção irá apresentar um pequeno resumo do que aconteceu em todos os testes e irá analisar as melhores partes, as piores e o que surpreendeu nos testes realizados.

A simulação da velocidade angular da roda de reação não foi apresentada, mas pelas equações apresentadas no capítulo 2, é possível ter uma ideia do que acontece com ela:

$$\tau = -(I_1 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2) \ddot{q}_1 \quad (4.33)$$

$$\tau = I_2 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \quad (4.34)$$

Substituindo τ , tem-se:

$$\ddot{q}_2 = -\frac{(I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2)}{I_2} \ddot{q}_1 \quad (4.35)$$

De fato enquanto não houver atrito na junta entre a haste e a base fixa o problema poderia ter sido formulado usando equações de conservação de quantidade de movimento angular. A equação anterior constata que a aceleração angular da haste é proporcional à aceleração angular do disco com relação à haste. Logo esta proporcionalidade entre os dois elementos também existe entre as velocidades angulares (a menos de uma constante). Para um sistema real todos os fatores devem ser levados em consideração devendo-se aplicar um método de identificação para obter a velocidade angular do disco. Como toda roda de reação ela pode apresentar o fenômeno de saturação, isto é, se a roda procura compensar perturbações sempre com o mesmo sentido, sua velocidade irá aumentando até chegar a um limite e o sistema perde a controlabilidade.

Todos os modelos de controle foram testados: 2 tipos de controle (tensão e corrente), 5 tipos de controle (P, PI, PID, Fuzzy SISO e Fuzzy DISO), em 2

situações diferentes (resposta ao impulso e ao degrau unitário), e no caso dos controles clássicos, usando 2 métodos diferentes (auto-tune, que é um gabarito do controle, e o método de Ziegler Nichols), totalizando 32 testes, e mais de 128 gráficos que mostram muitos resultados interessantes.

Esses dados serviram para testar o controle no sistema real, e prever o que aconteceria no cenário de cada teste.

Primeiramente, nas simulações o esperado era uma superioridade do controle por corrente em todos os testes, fato que só aconteceu nos controles P, PI e PID. Desse comportamento também é interessante ressaltar que o controle PI nem sequer se estabilizou, exceto no controle por tensão usando o auto-tune, a melhor combinação de parâmetros. Talvez um pequeno erro de modelagem no sistema possa ter causado isso, ou talvez a falta de consideração de alguns parâmetros.

Dos controles P, PI e PID, claramente já era se esperado que o PID apresentasse o melhor resultado, mas o motivo pelo qual os outros P e PI foram testados é obter uma base de conhecimento de como os parâmetros K_d e K_i influenciam no sistema, tanto real como experimental.

Os controles Fuzzy e PID controlados com tensão foram os mais precisos, e que tiveram o menor overshoot de todos. Vale lembrar que o controle realizado foi construído através de observações físicas do sistema, e que um usuário com uma percepção mais apurada conseguiria melhorar o desempenho do mesmo.

Por fim, não é certo dizer que existe um “melhor controle” ou “controle ideal” do sistema. Existe um controle que atende as especificações do usuário do modelo, e se o nível de precisão e tempo de estabilização estão dentro das margens atribuídas por esse usuário, aí sim se pode dizer que o mais adequado.