

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Marcelo da Cruz Pereira**

**Controle de posição de um pêndulo planar usando rodas  
de reação**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Hans Ingo Weber

Rio de Janeiro,  
Setembro de 2011



**Marcelo da Cruz Pereira**

## **Controle de posição de um pêndulo planar usando rodas de reação**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Hans Ingo Weber**

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Prof. Arthur Martins Barbosa Braga**

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Prof. Mauro Speranza Neto**

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Dr. Maurício Gruzman**

Instituto Militar de Engenharia

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador(a) Setorial do

Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 30 de setembro de 2011

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Marcelo da Cruz Pereira**

Graduou-se em Engenharia Elétrica com ênfase em Eletrônica na Pontifícia Universidade Católica em Jul/2009, elaborando um projeto na área de controle. Durante os estudos de Mestrado publicou junto com seu orientador um artigo para o DINCON 2011 sobre o tema desta dissertação.

#### Ficha Catalográfica

Pereira, Marcelo

Controle de posição de um pêndulo planar usando rodas de reação / Marcelo Pereira; orientador: Hans Ingo Weber. - 2011

105 f. : il.(color.) ; 29,7cm

Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2011.

Incluí referências bibliográficas.

1. Engenharia Mecânica – Dissertações. 2. Rodas de Reação. 3. Controle PID. 4. Método de Ziegler-Nichols. 5. Controle Fuzzy. 6. Pendulo planar. I. Weber, Hans Ingo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. IV. Título

CDD:621

Dedico esse trabalho à minha mãe, Léa Regina.

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que tornaram esse trabalho possível e a todos que me apoiaram durante o Mestrado:

Ao professor Hans Ingo Weber por toda confiança depositada em mim, pela paciência ao longo do trabalho e pelo conhecimento transmitido nesse período.

À minha mãe, Léa Regina, pelo apoio, pelo constante incentivo e pelas palavras de sabedoria em horas de dúvida e ansiedade.

Ao meu avô, Carlos, por olhar por mim do céu, ele que sempre me apoiou nos estudos na PUC-Rio enquanto vivo.

À minha namorada, Natalia, que me fez não desistir nesse caminho final, e sempre me incentivou a seguir em frente.

Aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio, pelo conhecimento transmitido, pelas amizades e por todo apoio.

Aos professores membros banca examinadora, pelos comentários e críticas.

Aos meus colegas do Laboratório de Dinâmica e Vibrações, por todo incentivo, pela amizade e pela paciência.

Ao colega Wagner Epifânio da Cruz do Laboratório de Dinâmica e Vibrações, por todo apoio e paciência na montagem de inúmeras peças desenvolvidas para tornar esse projeto possível.

À PUC-Rio, pelos auxílios concedidos durante esses dois anos de Mestrado, sem os quais a conclusão desse trabalho não seria possível.

## Resumo

Pereira, Marcelo da Cruz; Weber, Hans Ingo. **Controle de posição de um pêndulo planar usando rodas de reação**. Rio de Janeiro, 2011. 105p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esse trabalho apresenta o estudo, manipulação e controle de um sistema de 2 graus de liberdade conhecido como pêndulo planar usando rodas de reação para alcançar certa posição, sendo o conceito básico desse sistema fundamentado na dinâmica de um pêndulo invertido. Utilizou-se o controle clássico PID e também controle Fuzzy, sendo gerado um modelo matemático simulado valendo-se de MatLab para análise desses controles, através da ferramenta Simulink que permite um auto ajuste para o controle do sistema. O PID foi construído de acordo com esse auto ajuste e também usando o método de Ziegler Nichols discutindo-se as diferenças entre os dois procedimentos. O controle Fuzzy foi elaborado montando-se o banco de regras adaptando a estratégia de controle para que se torne mais propícia para o sistema. Atritos nas juntas, e no motor foram contabilizados no modelo matemático. Por fim foi montado um modelo real usando uma placa de aquisição de dados em conjunto com o LabView para controle e uma placa micro controlada chamada Arduino e um encoder para aquisição de ângulos. Erros de medição e desbalanceamento do sistema são problemas que não puderam ser totalmente eliminados, mas tentou-se reduzir ao máximo seus efeitos. Resultados numéricos e experimentais são apresentados comparando cada controle e cada montagem e analisando as diferenças.

## Palavras-chave

Sistema Dinâmico; Controle PID; Método de Ziegler Nichols; Controle Fuzzy; Pendulo Planar; Roda de Reação.

## Abstract

Pereira, Marcelo da Cruz; Weber, Hans Ingo (Advisor). **Position Control of an In-Plane Pendulum Using Reaction Wheels**. Rio de Janeiro, 2011. 105p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This paper presents the study, manipulation and control of a two degrees of freedom system, known as planar pendulum, using reaction wheels to achieve a certain position, the basic concept of this system being the dynamics of an inverted pendulum. The classic PID controller was proposed as well as a Fuzzy control. The mathematical model was generated to be used in MatLab numerical simulations of these controls, using the Simulink tool which allows a self-adjustment of the controller of the system. The PID control was built according to the self-tuning of Simulink and also using the Ziegler Nichols method. The differences between both are discussed. Fuzzy control was designed, creating the bank of rules and looking for a control strategy more suitable for the system. Friction in joints, and drives were taken in account in the mathematical modeling. Finally a real model was built using a data acquisition board in conjunction with LabView for control and a microcontroller board called Arduino, as well as an encoder for the acquisition of angles. Measurement errors and unbalance of the system are problems that could not be completely eliminated, but were kept to a minimum. Numerical and experimental results were compared for each control and for each assembly and their differences were discussed.

## Keywords

Dynamic System; PID Control; Ziegler Nichols method; Fuzzy control; Planar Pendulum; Reaction Wheel

*“Imagination is more important than knowledge. For knowledge is limited, whereas imagination embraces the entire world, stimulating progress, giving birth to evolution.”*

Albert Einstein,  
em "What Life Means to Einstein: An Interview  
by George Sylvester Viereck" no The Saturday  
Evening Post (26 de Outubro de 1929)



# Sumário

1	Introdução	19
1.1.	Conceitos	20
1.1.1.	Pêndulo Planar	20
1.1.2.	Rodas de Reação	21
1.1.3.	Controle PID	21
1.1.3.1.	Controle P	22
1.1.3.2.	Controle I	22
1.1.3.3.	Controle D	23
1.1.3.4.	Controle PID	23
1.1.4.	Controle Fuzzy	24
1.2.	Objetivos	25
1.3.	Revisão bibliográfica	25
1.4.	Descrição da dissertação	26
2	Equações do Sistema	28
3	Controle do sistema	34
3.1.	Controle PID	35
3.1.1.	Ajuste do controle pelo método de Ziegler Nichols	36
3.2.	Controle Fuzzy	36
4	Simulações	38
4.1.	Valores dos parâmetros	38
4.1.1.	Alimentação	38
4.1.2.	Haste	38
4.1.3.	Disco	39
4.1.4.	Motor	39
4.2.	Testes e resultados	39
4.2.1.	Controle de corrente	41
4.2.1.1.	Controle P	41

4.2.1.1.1. Resposta ao degrau unitário	41
4.2.1.1.2. Resposta a um impulso	42
4.2.1.2. Controle PI	44
4.2.1.2.1. Resposta ao degrau unitário	44
4.2.1.2.2. Resposta a um impulso	45
4.2.1.3. Controle PID	46
4.2.1.3.1. Resposta ao degrau unitário	46
4.2.1.3.2. Resposta a um impulso	47
4.2.1.4. Controle Fuzzy SISO	49
4.2.1.4.1. Resposta ao degrau unitário	50
4.2.1.4.2. Resposta a um impulso	51
4.2.1.5. Controle Fuzzy DISO	51
4.2.1.5.1. Resposta ao degrau unitário	53
4.2.1.5.2. Resposta a um impulso	53
4.2.2. Controle de Tensão	54
4.2.2.1. Controle P	54
4.2.2.1.1. Resposta ao degrau unitário	54
4.2.2.1.2. Resposta a um impulso	56
4.2.2.2. Controle PI	58
4.2.2.2.1. Resposta ao degrau unitário	58
4.2.2.2.2. Resposta a um impulso	59
4.2.2.3. Controle PID	60
4.2.2.3.1. Resposta ao degrau unitário	60
4.2.2.3.2. Resposta a um impulso	62
4.2.2.4. Controle Fuzzy SISO	63
4.2.2.4.1. Resposta ao degrau unitário	63
4.2.2.4.2. Resposta a um impulso	64
4.2.2.5. Controle Fuzzy DISO	65
4.2.2.5.1. Resposta ao degrau unitário	65
4.2.2.5.2. Resposta a um impulso	65
4.3. Análise de resultados experimentais	66
5 Montagem e teste do modelo real	68

5.1. Conceitos	68
5.1.1. Encoder	68
5.1.2. Microcontrolador Arduino	69
5.1.3. DAQ	70
5.1.4. Ponte H	72
5.2. Montagem	74
5.2.1. Esquema 1	74
5.2.2. Esquema 2	77
5.3 Testes experimentais	81
5.3.1. Teste com controle P	85
5.3.2. Teste com controle PI	86
5.3.3. Teste com controle PID	88
5.3.4. Teste com controle Fuzzy (SISO)	89
5.3.5. Teste com controle Fuzzy (DISO)	91
5.4. Análise dos resultados	94
6 Conclusões e Trabalhos futuros	96
6.1. Conclusões	96
6.2 Trabalhos futuros	98
7 Referências Bibliográficas	102
Anexo I Ferramenta de auto-tune do MatLab	104

## Lista de figuras

Figura 1.1 – Roda de reação embarcada em satélites	21
Figura 1.2 – Diagrama de blocos de um controle P	22
Figura 1.3 – Diagrama de blocos de um controle I	22
Figura 1.4 – Diagrama de blocos de um controle D	23
Figura 1.5 – Diagrama de blocos de um controle PID	24
Figura 1.6 – Princípio do sistema Fuzzy	25
Figura 2.1 – Convenções para o modelo matemático do sistema	28
Figura 2.2 – Decomposição de forças e acelerações do sistema	30
Figura 2.3 – Esquema de um motor DC	31
Figura 3.1 – Esquema de controle	34
Figura 4.1 – Exemplo de apresentação dos gráficos	40
Figura 4.2 – Controle P, usando o auto-tune	42
Figura 4.3 – Controle P, usando Ziegler Nichols	42
Figura 4.4 – Controle P, usando o auto-tune	43
Figura 4.5 – Controle P, usando Ziegler Nichols	43
Figura 4.6 – Controle PI, usando o auto-tune	44
Figura 4.7 – Controle PI, usando Ziegler Nichols	45
Figura 4.8 – Controle PI, usando o auto-tune	45
Figura 4.9 – Controle PI, usando Ziegler Nichols	46
Figura 4.10 – Controle PID, usando o auto-tune	46
Figura 4.11 – Controle PID, usando Ziegler Nichols	47
Figura 4.12 – Controle PID, usando o auto-tune	48
Figura 4.13 – Controle PID, usando Ziegler Nichols	48
Figura 4.14 – Esquema do controle Fuzzy SISO	49
Figura 4.15 – Variável de entrada do controle Fuzzy	49
Figura 4.16 – Variável de saída do controle Fuzzy	49
Figura 4.17 – Controle Fuzzy com uma entrada	50
Figura 4.18 – Controle Fuzzy com uma entrada	51
Figura 4.19 – Esquema do controle Fuzzy DIDO	51
Figura 4.20 – Variável de entrada “ângulo” do controle Fuzzy	52

Figura 4.21 – Variável de entrada “velocidade angular” do controle Fuzzy	52
Figura 4.21 – Variável de saída do controle Fuzzy	52
Figura 4.23 – Controle Fuzzy DISO	53
Figura 4.24 – Controle Fuzzy DISO	54
Figura 4.25 – Controle P, usando o auto-tune	55
Figura 4.26 – Controle P, usando Ziegler Nichols	56
Figura 4.27 – Controle P, usando o auto-tune	56
Figura 4.28 – Controle P, usando Ziegler Nichols	57
Figura 4.29 – Controle PI, usando o auto-tune	58
Figura 4.30 – Controle PI, usando Ziegler Nichols	58
Figura 4.31 – Controle PI, usando o auto-tune	59
Figura 4.32 – Controle PI, usando Ziegler Nichols	60
Figura 4.33 – Controle PID, usando o auto-tune	61
Figura 4.34 – Controle PID, usando Ziegler Nichols	61
Figura 4.35 – Controle PID, usando o auto-tune	62
Figura 4.36 – Controle PID, usando Ziegler Nichols	63
Figura 4.37 – Controle Fuzzy SISO	63
Figura 4.38 – Controle Fuzzy SISO	64
Figura 4.39 – Controle Fuzzy DISO	65
Figura 4.40 – Controle Fuzzy DISO	65
Figura 5.1 – Modelo construído no laboratório	68
Figura 5.2 – Detalhe dos pinos do encoder	69
Figura 5.3 – Exemplo de leitura do encoder	69
Figura 5.4 – Placa do Arduino utilizado, modelo Roboduino	70
Figura 5.5 – Placa NI-DAQ, modelo USB-6008	71
Figura 5.6 – Placa NI-DAQ, modelo USB-6229	71
Figura 5.7 – Diagrama de funcionamento da ponte H	72
Figura 5.8 – Diagrama do circuito da ponte H	72
Figura 5.9 – Placa da ponte H confeccionada pelo aluno	73
Figura 5.10 – Diagrama de blocos da primeira montagem	74
Figura 5.11 – Diagrama de blocos da segunda montagem	77
Figura 5.12 – Encoder de 2000p/r	78

Figura 5.13 – Amplificador de Potência	78
Figura 5.14 – Motor de redução com disco de ferro	79
Figura 5.15 – Disco de ferro	79
Figura 5.16 – Esquema do motor usado nos testes	80
Figura 5.17 – Detalhe do disco	81
Figura 5.18 – Detalhe da base ajustável	81
Figura 5.19 – Janela de testes no LabView para controle PID	82
Figura 5.20 – Janela de testes no LabView para controle Fuzzy SISO	84
Figura 5.21 – Janela de testes no LabView para controle Fuzzy DISO	84
Figura 5.22 – Teste 1 do controle P	85
Figura 5.23 – Teste 2 do controle P	86
Figura 5.24 – Teste 1 do controle PI	87
Figura 5.25 – Teste 2 do controle PI	87
Figura 5.26 – Teste 1 do controle PID	88
Figura 5.27 – Teste 2 do controle PID	89
Figura 5.28 – Funções de pertinência da entrada e da saída	90
Figura 5.29 – Teste 1 do controle Fuzzy SISO	90
Figura 5.30 – Teste 2 do controle Fuzzy SISO	91
Figura 5.31 – Funções de pertinência das entradas e da saída	92
Figura 5.32 – Relação da entrada com a saída e seus valores	92
Figura 5.33 – Teste 1 do controle Fuzzy SISO	93
Figura 5.34 – Teste 2 do controle Fuzzy DISO	93
Figura 5.35 – Pequenos erros causados pela vibração	94
Figura 5.36 – Detalhe de pesos na base para evitar vibração	95
Figura 6.1 – Modelo de trabalho futuro, vista diagonal superior	99
Figura 6.2 – Modelo de trabalho futuro, vista superior	99
Figura 6.3 – Modelo de trabalho futuro, vista frontal	99
Figura I.1 – Bloco PID no Simulink	104
Figura I.2 – Interface de ajuste do bloco PID	104
Figura I.3 – Rotina da ferramenta de auto-tune	105
Figura I.4 – Janela do auto-tune	105

## Lista de tabelas

Tabela 1.1 – Resumo de cada controle individual	24
Tabela 3.1 – Diagrama de coeficientes de Ziegler-Nichols	36
Tabela 4.1 – Base de regras do controle Fuzzy (SISO)	50
Tabela 4.2 – Base de regras do controle Fuzzy (DISO)	52

## Lista de Símbolos

### Símbolos Romanos

$a_n$	Aceleração normal do disco ( $\frac{m}{s^2}$ ).
$a_t$	Aceleração tangencial do disco ( $\frac{m}{s^2}$ ).
$c_1$	Coefficiente de atrito viscoso entre a haste e a base ( $\frac{N.m}{rad/s}$ ).
$c_2$	Coefficiente de atrito viscoso no motor ( $\frac{N.m}{rad/s}$ ).
DC	Do inglês, <i>Direct Current</i> , Corrente Contínua.
DN	Devagar Negativo
DP	Devagar Positivo
DISO	Do inglês, <i>Dual Input Single Output</i> , controle Fuzzy com duas entradas e uma saída.
$E$	Força contra eletromotriz ( $V$ ).
$e(t)$	Erro no controle PID.
$F_n$	Força devido a componente normal do disco ( $N$ ).
$F_t$	Força devido a componente tangencial do disco ( $N$ ).
$i$ ou $I$	Corrente na armadura ( $A$ ).
$I_1$	Inércia da haste ( $Kg.m^2$ ).
$I_2$	Inércia do disco ( $Kg.m^2$ ).
$K$	Constante do motor ( $\frac{N.m}{A}$ ).
$k_p$	Constante proporcional do controle P, PI ou PID.
$k_i$	Constante integrativa do controle PI ou PID.
$k_d$	Constante derivativa do controle PID.
$k_{crit}$	Ganho crítico no método de Ziegler-Nichols
$l_1$	Comprimento total da haste ( $m$ ).
$l_{c1}$	Comprimento do ponto de apoio da haste até o centro gravitacional ( $m$ ).
$L$	Indutância do motor ( $H$ ).
MDN	Muito Devagar Negativo



MDP	Muito Devagar Positivo.
MN	Muito Negativo.
MP	Muito Positivo.
$m_1$	Massa total da haste ( $Kg$ ).
$m_2$	Massa do disco ( $Kg$ ).
$O$	Origem do sistema de coordenadas.
P	Proporcional.
PI	Proporcional-integrativo.
PID	Proporcional-integral-derivativo.
$q_1$	Ângulo de rotação da haste ( $rad$ ).
$\dot{q}_1$	Velocidade angular da haste ( $\frac{rad}{s}$ ).
$\ddot{q}_1$	Aceleração angular da haste ( $\frac{rad}{s^2}$ ).
$\ddot{\ddot{q}}_1$	Tranco (“jerk”) angular da haste ( $\frac{rad}{s^3}$ ).
$q_2$	Ângulo de rotação do disco ( $rad$ ).
$\dot{q}_2$	Velocidade angular do disco ( $\frac{rad}{s}$ ).
$\ddot{q}_2$	Aceleração angular do disco ( $\frac{rad}{s^2}$ ).
$R$	Resistência da armadura ( $\Omega$ ).
RN	Rápido Negativo
RP	Rápido Positivo
SISO	Do inglês, <i>Single Input Single Output</i> , controle Fuzzy com uma entrada e uma saída.
$T_i$	Tempo integrativo.
$T_d$	Tempo derivativo.
$T_{crit}$	Período crítico no método de Ziegler-Nichols.
$t$	Tempo ( $s$ ).
$t_0$	Instante inicial de tempo ( $s$ ).
$U$	Tensão ( $V$ ).
$u(t)$	Saída do controle PID.
$xy$	Plano paralelo ao chão.
Z	Zero.
ZN	Ziegler-Nichols.
$z$	Eixo paralelo ao vetor aceleração gravitacional.

## **Símbolos Gregos**

$\tau$	Torque do motor ( $N.m$ ).
$\tau_{av_1}$	Perda de torque devido ao atrito viscoso em relação ao mancal com a haste ( $N.m$ ).
$\tau_{av_2}$	Perda de torque no motor ( $N.m$ ).
$\omega$	Velocidade angular do rotor ( $\frac{rad}{s}$ ).