2
Referencial teórico

Este capítulo está dividido em quatro seções. A primeira resume conceitos básicos sobre opções. Já a segunda traz definições e premissas do modelo de Black e Scholes (1973). As teorias sobre opções contidas nas duas primeiras seções são básicas, mas para a sua compreensão ainda é preciso um conhecimento prévio sobre o assunto. Será feito a seguir apenas um breve resumo, tendo como objetivo relembrar rapidamente alguns conceitos que serão explorados nas últimas duas seções, que apresentam o modelo Corrado-Su (1996), o conceito da volatilidade implícita e alguns estudos já realizados sobre o assunto.

2.1. Conceitos básicos sobre opções

Call e *put* são os nomes em inglês que são dados para as opções de compra e de venda, respectivamente. As opções são direitos adquiridos em mercado com um prazo de validade. A opção de compra dá a seu titular o direito de comprar uma certa quantidade do ativo subjacente a um preço preestabelecido; já a opção de venda dá a seu titular o direito de vender uma certa quantidade do ativo subjacente a um preço preestabelecido.

Toda opção tem um custo e um preço de exercício. O valor que é pago pelo direito explicado no parágrafo anterior é chamado de prêmio. O preço de exercício (*strike price*) é simplesmente o valor pago ou recebido pelo titular da opção no exercício desta.

As opções podem ser de dois tipos. A *opção americana* pode ser exercida a qualquer momento até o vencimento deste derivativo. Já a *opção européia* só pode ser exercida na data de vencimento. É de valia lembrar que a opção só será exercida se o adquirente desta puder obter ganho com o exercício, ou seja, se a opção apresentar valor intrínseco. Isso significa dizer que se S representa o preço à vista do ativo e K o preço de exercício da opção, o valor intrínseco desta é dado por Max $[S - K; 0]$ no caso da opção de compra, e Max $[K - S; 0]$ para a opção de venda. Se o resultado desta fórmula for zero e o vencimento estiver muito próximo, considera-se que a opção virou *pó*, ou seja, seu prêmio é muito pequeno ou zero. Porém, se o vencimento estiver longe, ainda existem chances de haver variação no preço da opção, dado que esta está em função de outras variáveis.

De fato, os fatores que afetam o prêmio de uma opção são: o tempo até o vencimento, o seu preço de exercício, o preço a vista do ativo subjacente, os dividendos, o custo de carregamento, a taxa de juros livre de risco e a volatilidade do ativo subjacente. Não será detalhado como esses fatores impactam diretamente no prêmio da opção, com exceção da volatilidade, mais adiante.

Aquelas opções que possuem valor intrínseco são definidas como dentro do dinheiro ou *in the money* (ITM). Se o valor intrínseco for muito alto, a opção pode ser dita como *very deep in the money*, ou muito dentro do dinheiro. A opção cujo preço de exercício está no mesmo nível que o preço à vista do ativo subjacente é chamada de *at the money* (ATM), ou no dinheiro. O titular desta opção não tem interesse em exercê-la, pois não existe valor intrínseco. As opções *out of the money* (OTM), ou fora do dinheiro, não só não têm valor intrínseco como também apresentam preço de exercício maior que o preço a vista do ativo subjacente, no caso de uma opção de compra, ou menor que o preço a vista no caso de uma opção de venda. Assim, não existem motivos para o exercício deste tipo de opção.

2.2.
O modelo de Black e Scholes

A árvore binomial é uma forma bastante conhecida para apreçar uma opção. Assume-se que diferentes caminhos podem ser seguidos pelo preço do ativo subjacente durante a vida da opção (Hull; 1997). Quanto mais passos houver na árvore, mais preciso, ou justo, será o resultado. O modelo de Black e Scholes (1973) pode ser considerado uma sofisticação do modelo binomial, por considerar infinitos passos.

Em suma, o modelo é representado pelas seguintes fórmulas:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$p = Xe^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1)$$

$$d_1 = \left[\ln(S/X) + \left(r + \sigma^2/2\right)T\right] / \sigma\sqrt{T}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Onde:

c = valor da opção de compra

p = valor da opção de venda

S = preço a vista do ativo subjacente

X = preço de exercício da opção;

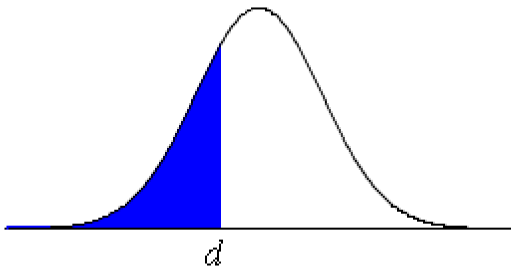
T = tempo até o vencimento da opção

r = taxa de juros anual livre de risco

σ = volatilidade do ativo subjacente para o período T

O termo $N(d)$ é uma função de probabilidade cumulativa de uma variável padronizada normal, ou seja, é a probabilidade pela qual a variável com distribuição normal padrão, $\phi(0,1)$, é menor que d, conforme a figura abaixo.

Figura 1-Probabilidade Cumulativa de uma Variável Padronizada



Fonte:Própria

É importante lembrar que este modelo possui algumas premissas que devem ser ressaltadas. A primeira suposição de Black e Scholes é a ausência de dividendos. A segunda é que o preço do ativo subjacente segue um caminho aleatório (*random walk*), isto é, as variações percentuais no preço do ativo em um curto período de tempo são normalmente distribuídas. Além disso, a distribuição de probabilidade de seus preços, em uma data futura, é lognormal. Assim, o retorno diário é definido como ln (P_t/P_{t-1}), onde P é o preço de fechamento do ativo em t. A última hipótese do modelo diz que a volatilidade do ativo é conhecida e constante durante a vida da opção. Um ponto importante a ser ressaltado é que o modelo de Black e Scholes superestima o preço da opção em casos de distribuição de retornos com curtose positiva (distribuição leptocúrtica) e assimetria positiva. O contrário acontece naqueles casos de distribuição com curtose negativa (distribuição platicúrtica) e assimetria negativa. A despeito de todo o debate existente sobre essas premissas, principalmente sobre a da volatilidade e as suas anomalias, o modelo de Black e Scholes continua sendo a maior referência no apreçamento de opções, principalmente pela sua praticidade e simplicidade.

2.3.
O modelo Corrado-Su e a restrição de Martingale

No intuito de corrigir o que muitos chamam de viés a respeito do modelo de apreçamento de opções de Black e Scholes (1973), alguns autores propuseram expansões de séries para uma dada função densidade de probabilidade para aproximarem-se da verdadeira distribuição implícita de retornos. Neste contexto, a assimetria e a curtose implícitas são momentos estatísticos da distribuição que têm impacto significativo no preço das opções. A curtose por indicar o menor ou maior achatamento da distribuição, e a assimetria por indicar a simetria, ou equilíbrio, da distribuição. Além disso, A assimetria e a curtose implícitas podem ser interpretadas como parâmetros do sentimento do mercado em relação a direção dos possíveis movimentos dos preços e da chance de ocorrência de eventos extremos, respectivamente.

Seguindo a abordagem de Jarrow e Rudd (1982), Corrado e Su (1996) propuseram uma expansão de série acompanhando o preço de uma opção de compra européia. Contudo, em vez de utilizarem uma expansão lognormal Gram-Charlier, como proposto por Jarrow e Rudd, usaram uma expansão de série Gram-Charlier Tipo A. Coletando dados do índice S&P 500 e opções negociadas na Chicago Board Option Exchange (CBOE), Corrado e Su (1996, 1997) mostraram que o seu modelo levou a significantes melhoras no apreçamento dessas opções, inclusive para outros indicadores além do S&P 500 e das opções utilizadas. Brown e Robinson (1999, 2002) provaram que o modelo Corrado-Su teve desempenho melhor que o de Black e Scholes (1973) num estudo utilizando o índice SPI, negociado na Sydney Futures Exchange. Um melhor apreçamento via modelo Corrado-Su também foi confirmado por Kochard (1999), através de contratos de opções de índice futuro S&P 500. Trabalhando com contratos de opção de PXL CAC-40, Navatte e Villa (2000) demonstraram que momentos implícitos do modelo de Corrado e Su continham poder preditivo em relação aos futuros momentos centrais. Por sua vez, Capelle-Blancard *et al* (2001) descobriram que o modelo Corrado-Su (1996) não foi capaz de superar o modelo de Black-Scholes (1973) no mercado de ações francês para estratégias de *delta hedging*. O fraco desempenho do Corrado-Su para este tipo de estratégia também foi documentado por Vähämaa (2003), que utilizou dados do mercado britânico (contratos de opção de FTSE 100).

Para que fique mais claro o entendimento da fórmula da opção de compra européia proposta por Corrado e Su (1996) é importante mencionar a restrição de Martingale. Considere uma opção de compra européia cujo preço do ativo subjacente na data t é definido como S_t, com preço de exercício K, prazo para o vencimento τ e vencimento em T. Assumindo que não existe arbitragem e considerando r a taxa livre de risco constante, o preço da opção em t será o valor presente do resultado (*payoff*) esperado no vencimento, de acordo com Harrison e Kreps (1979)

$$C = e^{-r\tau} E_Q[Max(S_T - K;0)]$$

$$= e^{-r\tau} \int_{S_T=K}^{+\infty} (S_T - K) f(S_T) dS_T \qquad (1)$$

onde $E_Q[\cdot]$ é a esperança, S_T o preço do ativo subjacente e $f[\cdot]$ a densidade.

Como descrito anteriormente, o retorno do ativo $\log(S_T/S_t)$ segue uma distribuição lognormal. Assim, considerando que este possui uma média $\mu\tau$ e um desvio padrão $\sigma\sqrt{\tau}$, é possível chegar a uma variável padronizada z

$$z = \frac{\log(S_T / S_t) - \mu\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \qquad (2)$$

e o preço justo da opção de compra passa a ser

$$C = e^{-r\tau} \int_{\mathbf{z}=\log((K/S_t)-\mu\tau)/(\sigma\sqrt{\tau})}^{+\infty} (S_t e^{\mu\tau + z\sigma\sqrt{\tau}} - K) f(z) dz \qquad (3)$$

Sob a condição de não arbitragem, o preço esperado do ativo deve ser igual ao preço a vista corrigido pela taxa de juros livre de risco para o período em questão. Dessa maneira, a medida de probabilidade deve satisfazer a restrição de Martingale (ver Longstaff 1995)

$$E_Q[S_t] = e^{r\tau} S_t \qquad (4)$$

e a densidade $f(z)$ deve respeitar

$$\mu\tau = r\tau - \ln\left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\mu\tau + z\sigma} + f(z) dz\right]. \qquad (5)$$

Quando é assumido que a distribuição do preço do ativo é lognormal, como no modelo de Black e Scholes (1973), a restrição de Martingale tradicional (ver Baxter e Rennie 1996, p85) é

$$\mu\tau = r\tau - \frac{1}{2}\sigma^2\tau \qquad (6)$$

Com uma expansão de série da densidade, como em Corrado-Su (1996), a restrição de Martingale passa a ser

$$\mu\tau = r\tau - \frac{1}{2}\sigma^2\tau - \ln\left[1 + \frac{\gamma_1(f)}{3!}\sigma^3\tau^{3/2} + \frac{\gamma_2(f)}{4!}\sigma^4\tau^2\right] \qquad (7)$$

onde *f* é a "verdadeira" densidade e $\gamma_1(\cdot)$ e $\gamma_2(\cdot)$ são os parâmetros de Fisher para assimetria e curtose

$$\gamma_1(.) = \frac{\mu_3(.)}{\mu_2^{3/2}(.)} \quad \text{e} \quad \gamma_2(.) = \frac{\mu_4(.)}{\mu_2^2(.)} - 3$$

com $\mu_i(\cdot)$ representando os momentos centrais de ordem *i*, para $i = [2, 3, 4]$.

A diferença entre as duas restrições de Martingale, a tradicional (6) e a de Gram-Charlier induzida em (7), está nos termos $\gamma_1(\cdot)$, $\gamma_2(\cdot)$, $\sigma^3\tau^{3/2}$ e $\sigma^4\tau^2$. A idéia dessa expansão é justamente avaliar o impacto destes termos adicionais.

A partir da abordagem de Jarrow e Rudd (1982), Corrado e Su (1996) propuseram uma nova fórmula para o apreçamento de opções, que pode ser facilmente implementada. Utilizando a expansão de série de Gram-Charlier tipo A, eles iniciaram a expressão para o preço da opção com a fórmula de Black-Scholes, adicionando em seguida dois termos relacionados a assimetria e a curtose da densidade. Por razões práticas, a série foi truncada no quarto termo, pois era de se esperar que os primeiros quatro momentos da distribuição capturassem a maior parte do efeito nos preços das opções (ver Jarrow e Rudd 1982).

O preço de uma opção de compra européia C_{CS}, segundo Corrado e Su (1996), pode então ser descrito como

$$C_{CS} = C_{BS} + \gamma_1(f)Q_3 + \gamma_2(f)Q_4 \qquad (8)$$

com

$$Q_3 = S_t\sigma\sqrt{\tau}\left[P_3(d)\varphi(d) - \sigma^2\tau\phi(d)\right]$$

$$Q_4 = \frac{1}{4!}S_t\sigma\sqrt{\tau}\left[P_4(d)\varphi(d) - \sigma^3\tau^{3/2}\phi(d)\right]$$

e

$$P_3(y) = 2\sigma\sqrt{\tau} - y$$

$$P_4(y) = y^2 - 3y\sigma\sqrt{\tau} + 3\sigma^2\tau - 1$$

onde $\varphi(\cdot)$ e $\Phi(\cdot)$ são a densidade normal padrão e a distribuição normal padrão, respectivamente. P_3 e P_4 são polinômios, $\gamma_1(f)$ e $\gamma_2(f)$ são os parâmetros de Fisher já definidos previamente, enquanto C_{BS} é o preço Black-Scholes (1973) considerando que

$$d = \left(\sigma\sqrt{\tau}\right)^{-1}\left[\log\left(S_t / Ke^{-r\tau}\right) + \sigma^2\tau / 2\right]$$

2.4.
A volatilidade implícita

A volatilidade mede a variabilidade dos preços do ativo subjacente. Então, quando o assunto é opção, o maior interesse consiste em saber qual será a variabilidade das possíveis taxas de retorno do ativo subjacente para um dado período (sempre futuro). Independentemente se a opção é de compra ou de venda, quanto maior a volatilidade, mais alto será o prêmio da opção.

Se os retornos são normalmente distribuídos, o desvio padrão desta distribuição é uma medida de volatilidade. Dessa forma, basta descobrir quais são os possíveis retornos do ativo subjacente para determinada data no futuro e as suas respectivas probabilidades de ocorrência. Feito isso, o simples cálculo do desvio padrão resolveria o problema e o investidor passaria a ter uma volatilidade inquestionável. Todavia, isso não acontece na prática, pois ninguém sabe qual será o preço de um ativo no futuro. De fato, a incerteza é um dos principais fatores que justificam a existência do mercado e, conseqüentemente, do seu risco.

Tendo isso em vista, a volatilidade é, sem dúvidas, a variável mais importante no apreçamento de opções, pois é o único parâmetro que não pode ser observado. O preço de exercício e o prazo da opção são determinados pela Bolsa. Já a taxa de juros e o preço a vista podem ser observados no mercado. Assim, a volatilidade deve ser estimada, sendo essa a tarefa mais importante, e difícil, no apreçamento de opções.

Cabe lembrar que não existe regra para o cálculo da volatilidade e é sempre necessário se ter em mente que esta medida é relativa aos possíveis preços futuros, e não aos passados.

Como já explicitado, a volatilidade é um parâmetro que precisa ser estimado. Contudo, antes da decisão sobre qual método utilizar para o seu cálculo, é importante passar por algumas de suas propriedades, discussões e comportamento. Por exemplo, há aqueles que acreditam que a volatilidade é impactada apenas pelo surgimento de novas informações sobre o fluxo futuro dos retornos dos ativos. Também há aqueles que afirmam que a volatilidade pode ser influenciada pelo volume negociado em Bolsa.

Fama (1965) e French (1980) fizeram um teste empírico, coletando os preços de fechamento de uma ação por um longo período. Eles calcularam a variância dos retornos de um dia para o outro quando não havia intervalo (sábado e domingo). Depois fizeram o mesmo cálculo para as negociações entre sexta-feira e segunda-feira. A idéia era que se os dias de negociação fossem equivalentes aos dias sem negociação, o resultado do segundo cálculo deveria ser três vezes maior do que o primeiro. A variância da segunda série, para Fama, foi apenas 22% maior do que a primeira. French achou um valor ainda menor, 19%, sugerindo que a volatilidade é maior quando a Bolsa está aberta. Mesmo os preços de *commodities* agrícolas, dependentes de condições climáticas que variam a qualquer momento, mostraram ter comportamento semelhante aos preços de ações. Portanto, é aceitável dizer que a volatilidade também pode ser causada pela negociação.

As várias discussões sobre como lidar com a volatilidade futura trazem diferentes alternativas para o seu cálculo. Uma delas consiste em observar o seu comportamento no passado para que depois seja estimado um valor para o futuro. Feito isso, é aceitável a idéia de que o padrão de variabilidade dos futuros preços será semelhante, ou igual, aquele observado no passado.

Usando dados históricos deve-se, em primeiro lugar, definir o tamanho do horizonte de tempo do qual será extraído o desvio padrão dos retornos. As volatilidades estimadas serão os desvios anualizados. Cox & Rubinstein (1985) assumiram que o ano tinha 250 dias úteis (a base atualmente utilizada é de 252) para calcular o desvio padrão anual equivalente, usando a fórmula $\sigma(anual) = \sqrt{250} \times \sigma(dia)\%\ a.a.$

A escolha do horizonte de tempo é arbitrária. Contudo, períodos diferentes têm volatilidades distintas. Horizontes maiores capturam mais informações, mas a ponderação destas é igual, ou seja, as informações mais antigas possuem o mesmo peso que as mais recentes. Isso talvez seja inapropriado, pois geralmente os últimos dados têm mais significância, isto é, trazem mais informações sobre como os retornos do ativo têm se comportado recentemente.

Um modelo de ponderação que atribui maior peso aos dados mais recentes pode ser representado pela seguinte fórmula:

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{m} \alpha \upsilon_{n-1}^2$$

A variável υ_i representa a variação percentual no preço de fechamento do ativo entre o dia $i - 1$ e i; e α_i é o peso atribuído à observação há i dias. Os pesos devem ser positivos e ter somatório igual a 1 (um). Se os valores mais recentes têm peso maior, então $\alpha_i < \alpha_j$ quando $i > j$.

Nesse sentido, o modelo de média móvel ponderada exponencialmente (*exponentially weighted moving average* ou EWMA) é um caso particular do modelo acima. Os dados mais recentes continuam sendo os mais importantes. A diferença é que os pesos diminuem de forma exponencial cada vez que se dá um passo para trás. A fórmula deste modelo é dada por

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda) \upsilon_{n-1}^2$$

A principal idéia da fórmula é mostrar que $\alpha_{i+1} = \lambda \alpha_i$, onde λ é uma constante que varia de 0 a 1. Outros modelos de média móvel, como GARCH, EGARCH e FIGARCH também são freqüentemente utilizados para estimação da volatilidade futura.

Um outra maneira para trabalhar com uma estimativa de volatilidade consiste na volatilidade implícita, ou seja, o desvio padrão anualizado que quando inserido no modelo de apreçamento de opção faz com que o preço teórico desta se iguale aquele praticado no mercado. Isso também significa dizer que através do preço observado no mercado é possível chegar a volatilidade implícita, através de um método conhecido como indução retroativa. O resultado deste cálculo depende do modelo de apreçamento que está sendo utilizado e, em geral, os mais comuns são o de Black e Scholes e o binomial de Cox-Ross-Rubinstein. É possível interpretar esse valor como a expectativa dos agentes econômicos para a variabilidade das taxas de retorno futuras. Um grande desafio para os participantes deste mercado é, portanto, avaliar se o prêmio pago pela opção está acima ou abaixo de um valor que pode ser considerado justo, ou seja, se a volatilidade implícita está alta ou baixa. Na abordagem de Black-Scholes para esse cálculo, a volatilidade implícita é interpretada como a estimativa, atribuída pelo mercado, para esse parâmetro constante. Então, sob essa ótica, se é possível que a volatilidade do ativo subjacente varie ao longo do tempo, a volatilidade implícita é interpretada pelo mercado como a volatilidade média até o vencimento do derivativo.

Para um número considerável de economistas, que trabalham sob a ótica da eficiência de mercado, isto é, que consideram o mercado de opções eficiente, a volatilidade implícita pode vir a ser uma melhor estimativa do que, por exemplo, aquela volatilidade derivada de dados históricos (volatilidade histórica). De fato, por não capturar informações estritamente históricas, a volatilidade implícita leva em consideração futuros eventos, projeções de política econômica etc. Os primeiros trabalhos sobre a informação contida na volatilidade implícita foram de Latane e Rendleman (1976), Chiras e Manaster (1978) e Beckers (1981), que usaram amostras de preços de ativos negociados na CBOE. Pela premissa da eficiência do mercado, concluíram que a volatilidade implícita possui mais informações do que os dados históricos. Neste estudo considerar-se-á que a volatilidade implícita tem, de fato, poder explicativo sobre a rentabilidade futura, apensar das críticas que serão descritas nos próximos parágrafos.

Day e Lewis (1992), trabalhando com uma base de opções do índice S&P 100 com vencimento entre 1985 e 1989, e Lamoureux e Lastrapes (1993), com opções de dez ações também negociadas na CBOE com vencimento entre 1982 e1984, avaliaram que a volatilidade implícita possui viés e é ineficiente. Além disso, concluíram que a volatilidade histórica trazia mais informação sobre volatilidade futura. Este resultado vai contra a idéia de mercados eficientes. Todavia, de acordo com Christensen e Prabhala (1998), esses estudos tiveram um problema com o prazo analisado, pois Lamoureux & Lastrapes (1993) avaliaram o poder de estimativa da volatilidade implícita apenas um dia à frente e Day & Lewis o fizeram para uma semana à frente, dado que as opções possuíam prazo superior (129 dias no teste de Lamoureux e Lastrapes e 36 dias em Day e Lewis).

Os resultados de Gabe e Portugal (2004) mostraram que a volatilidade histórica é um estimador eficiente e sem viés. Eles concluíram que a performance da volatilidade histórica foi superior a da implícita para opções de compra de Telemar, de setembro de 1998 a outubro de 2002. Utilizaram os modelos GARCH, EGARCH e FIGARCH para o cálculo da volatilidade histórica.

Canina & Figlewski (1993), utilizando também opções de S&P 100 (analisando o período anterior a outubro de 1987), concluíram que a volatilidade implícita não tem qualquer correlação com o retorno futuro e não traz informação existente sobre a última volatilidade observada. Christensen e Prabhala (1998), por outro lado, trabalhando com o mesmo índice para o período de novembro de 1983 a maio de 1995, evidenciaram que a volatilidade implícita é uma melhor estimativa para a volatilidade futura, em comparação com a volatilidade histórica.

Fleming (1998), na mesma linha, também examinou a performance da volatilidade implícita para o índice S&P 100 como estimativa para volatilidade futura. Utilizando os preços históricos das opções deste índice, negociadas na CBOE de outubro de 1985 a abril de 1992, avaliou que a volatilidade implícita é um estimador com viés positivo, contendo, porém, informações relevantes sobre a volatilidade futura.

Jorion (1995) realizou a mesma análise discutida nos parágrafos anteriores, porém para opções de câmbio, chegando a conclusão que modelos estatísticos de séries de tempo, mesmo para parâmetros ex-ante, têm performance inferior a da previsão implícita de opções. As volatilidades implícitas, ainda que existam erros de medidas ou até mesmo problemas estatísticos, são estimadores com viés positivo para a volatilidade futura.

Taylor e Xu (1995) também chegaram a números próximos, utilizando opções de moedas negociadas na Philadelphia Stock Exchange (PHLX). Em seu trabalho, a comparação de performance entre a volatilidade implícita e a histórica foi feita para quatro taxas de câmbio (1985 a 1991). Utilizando três moedas, os modelos ARCH que foram estimados até 1989, revelaram que a volatilidade implícita traz informações específicas para variâncias condicionais diárias, não havendo melhoras caso sejam utilizados os retornos passados. Segundo os autores, essa conclusão vai de acordo com o critério de eficiência do mercado de opções de câmbio. Ainda para dados fora da amostra avaliaram que previsores implícitos possuem melhor performance.

Aguilar (1999) avaliou a volatilidade implícita para opções de câmbio da Coroa Sueca, do Dólar e do Marco Alemão. A sua idéia era verificar se a volatilidade implícita nas opções de um mercado que pode ser considerado pequeno, como o da Suécia, teria um resultado semelhante ao da volatilidade implícita de opções de moedas conhecidas como fortes, ou seja, se o seu poder preditivo está em níveis próximos ao da Coroa e do Marco. Em países menores há menos liquidez. Isso significa dizer que as opções de câmbio têm volume de negociação menor, podendo levar a uma menor eficiência no preço das opções. Isto, por sua vez, impacta negativamente o uso da volatilidade implícita como estimativa para a volatilidade futura.

Andrade & Tabak (2001), em um estudo aplicado ao mercado brasileiro, analisam se os resultados dos trabalhos mais recentes, que concluíram que a volatilidade implícita traz informação sobre volatilidade futura, podem também se aplicar às opções de compra da taxa diária de câmbio Dólar-Real, negociadas na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), de fevereiro de 1999 a junho de 2000. O modelo de apreçamento de opção usado foi o Garman-Kohlhagen (1983), uma extensão do modelo Black-Scholes. Os autores ainda utilizaram o desvio-padrão da média móvel considerando uma janela de 20 dias e um modelo GARCH (1,1). Os resultados indicaram que a volatilidade implícita, calculada pela indução retroativa do modelo Garman-Kohlhagen, traz informação sobre a volatilidade realizada, ou seja, sobre o desvio padrão que efetivamente existiu no período do cálculo até o vencimento. Esta informação não está presente nos retornos passados. Concluíram que é de valia trabalhar com a volatilidade implícita (US$/R$), pois a volatilidade histórica não consegue incorporar todas as informações públicas e expectativas econômicas. Finalizam argumentando que o viés da volatilidade implícita é positivo.

Gwilym e Buckle (1999), utilizando opções de compra de curto prazo dentro do dinheiro sobre o UK FTSE 100, também evidenciaram que a volatilidade implícita possui mais informações sobre a volatilidade futura do que a volatilidade histórica.

Fórmulas de apreçamento de opção não podem ser analiticamente invertidas. Alguns métodos tentam fazer com que a diferença da fórmula abaixo seja zero

$$C(\sigma) - C_M$$

onde C( ) é a fórmula de apreçamento utilizada, σ é o parâmetro de volatilidade e C_M é o preço observado no mercado.

Vários algoritmos podem ser usados para encontrar o valor de σ. A decisão sobre qual algoritmo usar consiste em uma escolha (*tradeoff*) entre um resultado mais robusto e a velocidade de convergência deste. Uma abordagem simples, que é bastante lenta, porém confiável, é a tentativa de uma série de diferentes valores para σ. O valor que chegar mais próximo de satisfazer a condição da fórmula no parágrafo anterior deve ser o escolhido. Em inglês, este método é conhecido como *shotgun method*. Trata-se de uma abordagem de fácil implementação, mas ineficiente quando comparada a outras técnicas. Conhecendo o *vega* da opção, atinge-se a convergência desses valores mais rapidamente. No caso do modelo Black-Scholes, o algoritmo de Newton-Raphson consegue, na média, atingir estimativas acuradas com duas ou três iterações. O *vega*, υ, significa a taxa de variação no valor de um portfólio ou opção em função da variação na volatilidade do ativo subjacente (Hull; 2002). Esta medida é uma das chamadas *letras gregas*, que medem diferentes tipos de risco em relação a uma posição em opção. Porém, as *gregas* não serão objeto de análise neste estudo.

Em um trabalho específico para opções no dinheiro, Brenner e Subrahmanyam (1988) mostraram que a conhecida expressão de Black-Scholes pode ser invertida para dar origem a uma simples fórmula para a volatilidade implícita.

É comum que, para um mesmo ativo subjacente, existam opções com preço de exercício e vencimento diferentes. Se o modelo de Black-Scholes fornecesse o preço exato, as opções seriam apreçadas de forma que todas tivessem a mesma volatilidade implícita, o que obviamente não é o caso, na prática. Uma possível explicação para isso é que o mercado não considera que os preços dos ativos seguem uma distribuição de probabilidade igual a que é utilizada por alguns modelos. É importante notar que as volatilidades implícitas daquelas opções que vão entrando no dinheiro são maiores que a volatilidade implícita das opções no dinheiro, todavia mais baixas que as volatilidades implícitas das opções fora do dinheiro. Quando isso é demonstrado graficamente, percebe-se que as volatilidades implícitas para diferentes preços de exercícios formam um “sorriso”. É por esta razão que em inglês isso é conhecido como *volatility smiles*.

Gráfico 1 – Volatility Smiles

Fonte:Própria

Neste contexto, alguns autores sugeriram o cálculo das volatilidades implícitas para cada opção de um mesmo ativo subjacente, seguido da ponderação destes valores para, assim, chegar-se a uma estimativa de volatilidade futura. Dentre alguns métodos de estimação, o mais simples foi o de Trippi (1977) e Schmalensee e Trippi (1978), que apresentam uma média ponderada do parâmetro. A metodologia atribui ponderações iguais para todos os N valores de volatilidade implícita:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sigma_i$$

Contudo, como descrito anteriormente nesta seção, trabalhar com pesos iguais pode ser inapropriado, até mesmo porque o modelo de Black e Scholes (1973) tem maior precisão para certas opções. Por esse motivo, é mais razoável atribuir um peso maior às observações cuja performance do modelo é melhor. Dessa forma, os autores simplesmente excluíram da amostra aquelas opções que estavam próximas do vencimento e fora do dinheiro.

Cabe ressaltar que determinadas opções têm maior sensibilidade em relação a volatilidade do que outras. Além disso, erros de estimação são mais comuns em opções cujos prêmios não são sensíveis a volatilidade. Assim, atribuir mais peso àquelas opções com maior *vega*, isto é, mais sensíveis a volatilidade também é mais razoável do que trabalhar com pesos iguais. Um modelo que sugere uma ponderação por *vega* é o de Latané e Rendleman (1976):

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} w_i} \sqrt{\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2}$$

onde os *vegas* são os pesos, w_i, segundo Black-Scholes. Uma crítica muito forte a este modelo consiste no fato de que o somatório dos *vegas* não totaliza 1 (um). Uma forma alternativa de ponderação da volatilidade, através de sua elasticidade, foi sugerida por Chiras e Manaster (1978)

$$\hat{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sigma_i \frac{\delta C_i}{\delta \sigma_i} \frac{\sigma_i}{C_i}}{\sum_{i=1}^{N} \frac{\delta C_i}{\delta \sigma_i} \frac{\sigma_i}{C_i}}$$

Já Beckers (1981) e Whaley (1982) propuseram uma minimização da expressão

$$\sum_{i=1}^{N} w_i \left[C_i - BS_i(\hat{\sigma}) \right]^2$$

onde C_i representa o preço do mercado, *BS* o preço da opção *i* segundo o modelo de Black-Scholes, e w_i os pesos, que podem ser escolhidos de diversas formas (as mais comuns são pesos iguais ou os *vegas* segundo Black-Scholes).

Tentando descobrir qual desses vários métodos seria a melhor estimativa para a volatilidade futura, Beckers (1981) realizou um estudo coletando preços diários de opções de ações, de outubro de 1975 a janeiro de 1976. Ele comparou a capacidade de estimação da volatilidade futura de três formas diferentes. A primeira delas foi a fórmula sugerida por Latané e Rendleman. A segunda foi a função quadrática de Beckers (1981) e Whaley (1982). A última foi simplesmente a escolha da volatilidade implícita da opção com maior *vega*. A conclusão de Beckers foi que a segunda abordagem teve performance melhor do que a primeira.

Ele também descobriu que a estimativa através da volatilidade implícita da opção com maior *vega* superou a primeira e segunda metodologias.

Tudo indica que os resultados de Beckers fizeram com que a abordagem de estimação da volatilidade futura, através da ponderação de volatilidade implícita, se tornasse obsoleta, uma vez que a utilização da volatilidade implícita da opção de compra mais no dinheiro pareceu ser um estimador tão bom quanto qualquer modelo de ponderação. No entanto, posteriormente, uma boa quantidade de estudos foi dedicada a este assunto. Brenner e Galai (1981) descobriram que a estimativa pode ficar mais precisa se o resultado das volatilidades implícitas por pesos, calculadas várias vezes durante o dia, for ponderado. Os autores sugerem que trabalhar desta forma é melhor do que utilizar preços fechados, pois choques nos preços durante o dia podem impactar significativamente a estimação da volatilidade futura.

Seis diferentes metodologias foram avaliadas por Gemmil (1986): atribuição de pesos por elasticidade, mínimos quadrados do erro dos preços, pesos idênticos, opções mais dentro, fora e no dinheiro. Estas foram aplicadas a opções de 13 companhias listadas no London Traded Options Market, de maio de 1978 a julho de 1983. Utilizando um teste de regressão, os resultados foram consistentes com aqueles já encontrados por Beckers, indicando que a opção mais no dinheiro teve melhor performance para o cálculo da volatilidade implícita.

Scott e Tucker (1989) examinaram a performance relativa de vários métodos de ponderação para a volatilidade implícita de opções de moedas. Utilizando dados de Libra esterlina, Dólar canadense, Marco alemão, Yen e Franco suíço, de março de 1983 a março de 1987, os autores inverteram a fórmula de Garman-Kohlhagen e calcularam as volatilidades implícitas. Os métodos examinados foram ponderação por *vega*, minimização dos erros quadráticos e a escolha da volatilidade implícita da opção mais no dinheiro. O resultado mostrou que as três formas tiveram performance semelhante, onde todas superaram o desempenho da volatilidade histórica. Mais estudos foram feitos com opções de moeda, como Fung, Lie e Moreno (1990) e Edey e Elliot (1992). Turvey (1990) testou métodos alternativos para calcular a volatilidade implícita de opções de soja e futuro de gado.

Maloney e Rogalski (1989) descobriram que os preços das opções refletem padrões sazonais, que são previsíveis na volatilidade. Franks e Schwartz (1991), utilizando opções de Financial Times Stock Exchange Index, de maio de 1984 a dezembro de 1989, examinaram as propriedades da série de tempo e determinantes macroeconômicos do modelo de Chiras e Manaster. Eles concluíram que choques na volatilidade implícita não persistem por muito tempo e que alavancagem, inflação e taxas de juros nominais de longo prazo ajudam a explicar a volatilidade implícita.

Apesar de ser comum associar o conceito de volatilidade implícita a opções de ações e índices, vale lembrar que este também pode ser bastante útil em outras modalidades. Por exemplo, Ball, Torous e Tschoegl (1985) trabalharam dados de opções exóticas. Vários outros autores, alguns já citados, examinaram a volatilidade implícita através de opções de commodities e moedas. Até mesmo preços de títulos para estimar parâmetros de algum modelo de estrutura a termo podem ser úteis.

É interessante citar que muitos modelos de ponderação da volatilidade implícita por pesos já foram usados para a construção de índices de volatilidade. Gastineau (1977) sugeriu um índice de volatilidade implícita individual para opções de ações. Em meados dos anos 90, a CBOE lançou o Market Volatility Index (VIX). Este índice foi criado para representar a volatilidade implícita de uma opção no dinheiro de S&P 100 (OEX) Index, com 22 dias de negociação até o vencimento. Whaley (1993) descreveu a formulação deste índice e discutiu estratégias de *hedging* envolvendo futuros e opções que deram a origem a um índice de volatilidade.