

## 4 Método de Solução

Neste capítulo será apresentado o método de solução dos modelos matemáticos de cada um dos três trocadores de calor de tipo placas, isto é, condensador, evaporador e condensador em cascata. Para tal foram desenvolvidos programas utilizando a plataforma computacional FORTRAN, visando à implementação da solução numérica de cada modelo matemático.

As soluções numéricas dos três modelos matemáticos propostos apresentam as seguintes características comuns:

- A solução é de um sistema não linear de equações algébricas.
- As propriedades termodinâmicas e de transporte do fluido refrigerantes são calculadas usando o pacote REFPROP versão 9.0 (NIST, 2011).
- As propriedades termodinâmicas da mistura água etileno-glicol (fluido térmico utilizado no condensador e evaporador) são calculadas a partir de correlações fornecidas por Melinder (1997).
- As soluções dos modelos matemáticos adotam uma estrutura sequencial - iterativa. Em linhas gerais, procede-se à solução de cada volume de controle elementar, em uma sequência que permite a solução do trocador de calor como um todo.

Critérios de convergência estabelecidos permitem a solução individual de cada pequeno volume de controle e de todo o trocador.

### 4.1. Procedimento de solução

Os procedimentos de solução para o condensador, evaporador e o trocador intermediário são muito semelhantes entre si. Os seguintes parâmetros são praticamente os mesmos nos três casos iguais e são requeridos como dados de entrada ao programa, para dar início à solução do modelo.

Geometria geral do trocador de calor de tipo placas:

- Comprimento do trocador de calor:  $L_{plate}$
- Largura do trocador:  $W_{plate}$
- Número de placas:  $N_{plates}$
- Número de divisões da placa do trocador:  $N_{div}$
- Número de canais para cada lado dos fluidos:  $N_{chan}$

Geometria da placa

- Ângulo Chevron:  $\beta$
- Fator de ampliação:  $\phi$
- Espaço médio do canal:  $b_{plate}$
- Passo do canal:  $p_{co}$
- Espessura da placa:  $t_{plate}$
- Condutividade térmica do material da placa do trocador:  $k_{plate}$

Fluido refrigerante (sustância pura):

- Seleção do fluido refrigerante.

Condições de entrada do fluido refrigerante no trocador de calor:

- Pressão:  $P_{ref,in}$
- Entalpia específica:  $h_{ref,in}$
- Vazão mássica,  $\dot{m}_{ref}$

Condições de entrada do fluido térmico no trocador de calor

- Temperatura:  $T_{flu,in}$
- Vazão mássica:  $\dot{m}_{flu}$
- Concentração do etileno glicol na solução aquosa, (%)

No caso do trocador intermediário, os dados de entrada para o refrigerante do circuito de baixa temperatura são: a temperatura:  $T_{ref2,in}$ , a vazão mássica:  $\dot{m}_{ref2}$  e o grau de superaquecimento:  $\Delta T_{sup}$ .

Seleção das correlações de transferência de calor e de fator de atrito

- Correlação de transferência do refrigerante (opção 1, 2, 3, ou 4 )
  - No condensador
    - Opção 1: Han et al. (2003)
    - Opção 2: Yan et al. (1999)
    - Opção 3: Kuo et al. (2005)
  - No evaporador
    - Opção 1: Han et al. (2003)
    - Opção 2: Hsieh e Lin (2002)
    - Opção 3: Hsieh e Lin (2003)
    - Opção 4: Kim e Park (2003)
- Correlação para o fator de atrito do refrigerante (opção 1 ou 2)
  - Opção 1: Han et al. (2003)
  - Opção 2: Yan et al. (1999)

O modelo matemático desenvolvido obtém como dados de saída as seguintes variáveis globais:

- Taxa de transferência de calor total (lado do refrigerante e do fluido térmico), para cada trocador de calor:  $\dot{Q}_{EV}^*$ ,  $\dot{Q}_{CD}^*$  ou  $\dot{Q}_{CD/EV}^*$ .
- Pressão de saída do refrigerante:  $P_{ref,out}$ .
- Entalpia de saída do refrigerante:  $h_{ref,sai}$
- Temperatura de saída do refrigerante:  $T_{ref,out}$
- Temperatura de saída do fluido:  $T_{flu,out}$
- Título de entrada e saída do refrigerante:  $x_{ref,in}$ ,  $x_{ref,out}$

Além disso, o programa proporciona um informe detalhado da solução de cada elemento, listando o valor das seguintes variáveis:

- Pressões de entrada e saída do refrigerante:  $P_{ref,in}$ ,  $P_{ref,out}$
- Temperaturas de entrada e de saída do refrigerante:  $T_{ref,in}$ ,  $T_{ref,out}$
- Entalpias de entrada e de saída do refrigerante:  $h_{ref,in}$ ,  $h_{ref,out}$
- Títulos de entrada e de saída do refrigerante:  $x_{in}$ ,  $x_{out}$ .
- Coeficientes de transferência de calor (refrigerante e fluido):  $\alpha_{ref}$ ,  $\alpha_{flu}$ .
- Condutância térmica:  $UA$
- Taxa de transferência de calor de cada elemento:  $\dot{Q}_{tot}$

- Efetividade de cada elemento:  $\varepsilon$
- Pressões de entrada e de saída do fluido térmico:  $P_{flu,in}$ ,  $P_{flu,out}$
- Temperaturas de entrada e de saída do fluido térmico:  $T_{flu,in}$ ,  $T_{flu,out}$
- Entalpias de entrada e de saída do fluido térmico:  $h_{flu,in}$ ,  $h_{flu,out}$
- Fator de atrito no lado do refrigerante:  $f_{atrito}$

Como já mencionado anteriormente, o processo de solução é sequencial, pelo qual as condições de saída do refrigerante de um elemento são as condições de entrada para o elemento seguinte.

$$P_{ref,in}(i) = P_{ref,out}(i-1) \quad (4.1)$$

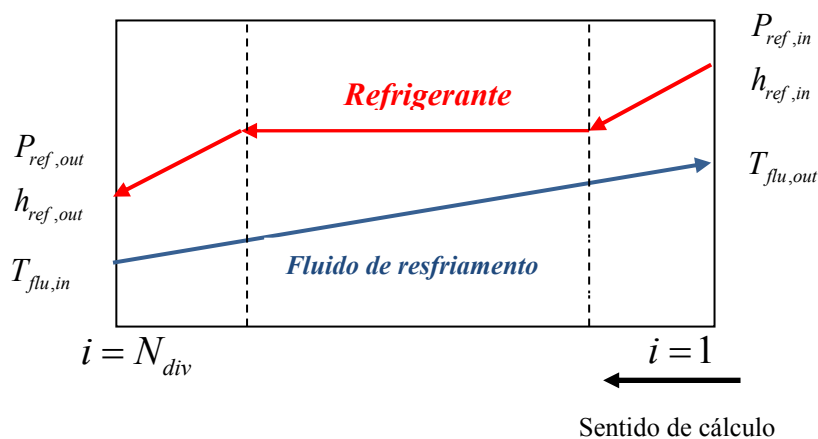
$$h_{ref,in}(i) = h_{ref,out}(i-1) \quad (4.2)$$

$$T_{flu,out}(i) = T_{flu,in}(i-1) \quad (4.3)$$

onde  $i$  é o número de volumes de controle.

#### 4.2. Algoritmo de solução para o condensador

Adotada a estrutura sequencial – iterativa para a simulação do condensador de placas. A Figura 15:



**Figura 15 Diagrama de percurso dos fluidos no condensador**

1. Leitura das condições de operação para ambos os fluidos na entrada do trocador de calor.
2. Calcular a área de transferência de calor total e do elemento, e o diâmetro hidráulico para o volume de controle elementar.

3. Calcular a distribuição da vazão mássica do refrigerante e do fluido térmico em função do número de canais.
4. Estimar a temperatura de saída do fluido de resfriamento (hipótese: igual à temperatura de entrada).

$$T_{flu,out} = T_{flu,in} \quad (4.4)$$

5. Inicializar, número de divisões elementares ( $i_{div} = 0$ ).
6. Solução do elemento de troca de calor.
  - a)  $i_{div} = i_{div} + 1$
  - b) Cálculo das propriedades termodinâmicas e de transporte do refrigerante e do fluido de resfriamento.
  - c) Estimativa do valor da taxa de transferência de calor,  $\dot{Q}_{inicial}^*$  do elemento, este valor nós ajuda a calcular os números adimensionais para depois ser recalculado, por exemplo, 0,5 ou 1 kW.
  - d) Estimativa do fluxo de calor no elemento  $q'' = \frac{\dot{Q}_{inicial}}{A_{elem}}$ .
  - e) Seleção da condição do refrigerante: superaquecido; bifásico ou subresfriado. (critério de decisão  $x_{ref,in} < 0$  ou  $x_{ref,in} \geq 0$  e  $x_{ref,in} \leq 1$  ou  $x_{ref,in} > 1$ ).
  - f) Cálculo dos números adimensionais de Reynolds e Prandtl para ambos os fluidos e do número de ebulição para a correlação de Kuo et al. (2005)
  - g) Cálculo dos coeficientes de transferência de calor em ambos os fluidos  $\alpha_{ref}$  e  $\alpha_{flu}$  e do coeficiente global local  $U$ .
  - h) Solução das equações de troca de calor e de balanço de energia.
  - i) Cálculo da queda de pressão do refrigerante e do fluido de transferência de calor  $\Delta P_{ref}$  e  $\Delta P_{HTF}$ .
  - j) Cálculo da pressão do refrigerante à saída do elemento.
 
$$P_{ref,out} = P_{ref,in} - \Delta P_{ref} \quad (4.5)$$
  - k) Aplicação do critério de convergência aplicado à taxa de transferência de calor.

$$\left| \frac{\dot{Q}_{calculado} - \dot{Q}_{inicial}}{\dot{Q}_{calculado}} \right| \leq 0,001 \quad (4.6)$$

l) Convergência obtida?

Sim: siga adiante

Não: retorna ao item (d) com o novo valor de  $\dot{Q}_{inicial} = \dot{Q}_{calculado}$

m) Uma vez satisfeito o critério de convergência, tem-se a solução do volume de controle elementar, passando-se à solução do elemento seguinte.

- Armazenar as variáveis de saída do elemento em um vetor, tanto para o refrigerante quanto para o fluido de resfriamento.
- Armazenar também os valores de  $\dot{Q}_{calculado}$  para cada um dos elementos. A somatória destes valores será utilizada no balanço global para o cálculo da temperatura de saída do fluido de resfriamento.

7. Uma vez obtida a solução para o último elemento, tem-se a temperatura de entrada do fluido de resfriamento calculada (segundo o sentido da Figura 15). Aplicar critério de convergência para a solução do condensador como um todo.

$$\left| T_{flu,in,calculado} - T_{flu,in} \right| \leq 0,01 \text{ K} \quad (4.7)$$

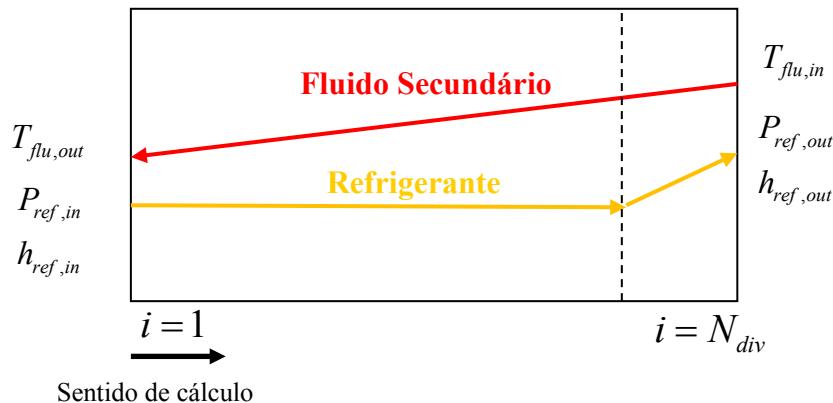
- a) Se a convergência foi satisfeita, obtém-se a solução do condensador de placas.
- b) Caso contrário, com o novo valor da temperatura de saída do fluido calculada com o balanço global do trocador,  $T_{flu,out,calculado}$ , volta-se ao passo 5 na solução do trocador.
- c) Caso a convergência não seja satisfeita após número determinado de iterações aplica-se um método de relaxação para a variável em questão, este método é descrito mais adiante.

8. Cálculo da taxa de transferência de calor total do refrigerante e do fluido em função das condições de entrada e de saída do trocador de calor.

9. Fim do algoritmo.

### 4.3. Algoritmo de solução para o evaporador

Da mesma forma que o algoritmo para o condensador, para o evaporador escolheu-se a estrutura sequencial – iterativa de cálculo. Na Figura 16 mostra-se o sentido de cálculo,



**Figura 16 Diagrama de percorrido dos fluidos no evaporador**

1. Leitura das condições de operação na entrada do trocador de calor.
2. Calcular a área de transferência de calor total e do elemento, e o diâmetro hidráulico para o volume de controle elementar.
3. Calcular a distribuição de vazão mássica do refrigerante e do fluido térmico em função do número de canais.
4. Estimar a temperatura de saída do fluido secundário (hipótese: igual à temperatura de entrada).

$$T_{flu,out} = T_{flu,in} \quad (4.8)$$

5. Inicializar número de divisões ou de volumes de controle elementares ( $i_{div} = 0$ )
6. Solução do elemento de troca de calor.
  - a)  $i_{div} = i_{div} + 1$
  - b) Cálculo das propriedades termo físicas do refrigerante e do fluido de secundário
  - c) Estimativa do valor da taxa de transferência de calor  $\dot{Q}_{inicial}^*$  do elemento, o valor inicial ajuda a calcular os números adimensionais tais como o número de Ebulição.

- d) Calcular do fluxo de calor no elemento  $q'' = \frac{\dot{Q}_{inicial}}{A_{elem}}$

- e) Seleção de condição do refrigerante: bifásico ou superaquecido (critério de decisão  $x_{ref,in} \leq 1$  ou  $x_{ref,in} > 1$ ).
- f) Cálculo dos números adimensionais Reynolds, Prandtl e para ambos os fluidos e o número de Ebulição para o refrigerante.
- g) Cálculo dos coeficientes de transferência de calor em ambos os fluidos  $\alpha_{ref}$  e  $\alpha_{flu}$  e do coeficiente global local  $U$ .
- h) Solução das equações de troca de calor e balanço de energia.
- i) Cálculo da queda de pressão do refrigerante e do fluido de transferência de calor  $\Delta P_{ref}$  e  $\Delta P_{HTF}$ .
- j) Cálculo de pressão de refrigerante à saída do elemento.

$$P_{ref,out} = P_{ref,in} - \Delta P_{ref} \quad (4.9)$$

- k) Aplicação do critério de convergência aplicado à taxa e transferência de calor estimado que determinara a solução do elemento equação (4.6).

$$\left| \frac{\dot{Q}_{calculado} - \dot{Q}_{inicial}}{\dot{Q}_{calculado}} \right| \leq 0,001$$

- j.1) Uma vez satisfeito o critério de convergência, tem-se a solução do elemento, passando-se à solução do elemento seguinte.

- Armazenamento das variáveis de saída do elemento em um vetor, tanto para o refrigerante quanto para o fluido.
- Armazenamento dos valores de  $\dot{Q}_{calculado}$  para cada um dos elementos. A somatória destes valores será utilizada no balanço global para o cálculo da temperatura de saída do fluido secundário.

- j.2) Caso contrário, com o novo valor  $\dot{Q}_{calculado}$  de retorna-se ao passo

$$(d) \text{ na solução do elemento } \dot{Q}_{inicial} = \dot{Q}_{calculado}.$$

- 7. Uma vez obtida à solução para o último elemento, tem-se a temperatura de entrada do fluido calculada (segundo o sentido da Figura 16), novamente se aplicará o critério de convergência para esta variável equação (4.7)

$$\left| T_{flu,in,calculado} - T_{flu,in} \right| \leq 0,01 \text{ K}$$



- a) Se a convergência foi satisfeita, obtém-se a solução para o evaporador de placas.
- b) Caso contrário, com o novo valor da temperatura de saída do fluido calculada com o balanço global do trocador  $T_{flu,out,calculado}$ , volta-se no passo (b) na solução do trocador.

$$T_{flu,out,recalculado} = T_{flu,in} - \dot{Q}_{total} / \dot{m} c_p \quad (4.10)$$

- c) Observação: da mesma forma que no condensador, tem-se como recurso adicional de convergência o método de relaxação caso a convergência não tenha sido satisfeita após determinado número de iterações.

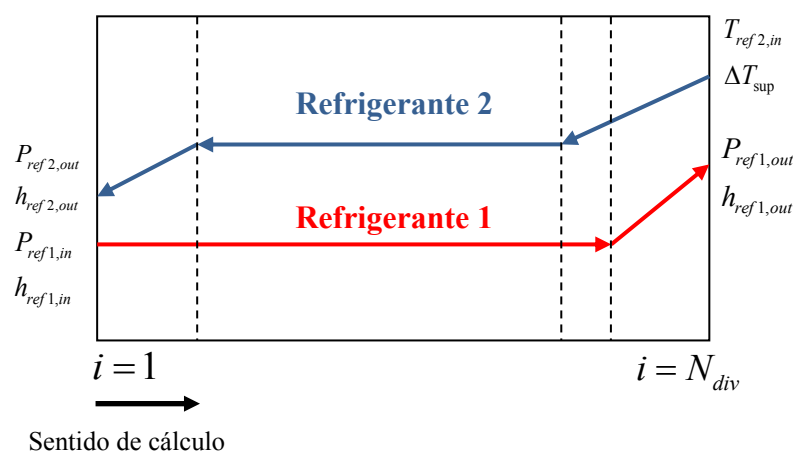
8. Resultados: cálculo da taxa de transferência de calor total do refrigerante e do fluido em função das condições de entrada e de saída do evaporador.
9. Fim do algoritmo.

#### 4.4.

#### Algoritmo de solução para o condensador cascata

O algoritmo apresentado a seguir segue uma estrutura sequencial – iterativa.

Na Figura 17 pode-se observar o sentido de cálculo para o algoritmo.



**Figura 17 Diagrama de temperaturas dos fluidos no trocador intermediário e sentido de cálculo do trocador de calor**

1. Leitura das condições de operação na entrada do trocador de calor.
2. Cálculo das áreas de transferência de calor total e do elemento, e do diâmetro hidráulico para o volume de controle elementar.
3. Cálculo da distribuição de vazão mássica dos refrigerantes em função do número de canais.
4. Estimativa da temperatura de saída do refrigerante do circuito de baixa temperatura (valor arbitrado: a média das temperaturas de evaporação e condensação), e a pressão correspondente a esta temperatura de condensação.

$$T_{ref2,out}^* = \frac{T_{CD} + T_{EV}}{2} \quad (4.10)$$

$$P_{ref2,out}^* = P_{(T_{CD})} \quad (4.11)$$

5. Inicializado o cálculo, número de divisões elementares ( $i_{div} = 0$ )
6. Solução do elemento de troca de calor.
  - a)  $i_{div} = i_{div} + 1$
  - b) Cálculo das propriedades termodinâmicas e de transporte dos refrigerantes dos circuitos de alta e baixa temperatura.
  - c) Estimativa do valor da taxa de transferência de calor  $\dot{Q}_{inicial}^*$  do elemento, da mesma forma descrita anteriormente este valor nos ajuda a calcular os números adimensionais para depois ser recalculado.
  - d) Cálculo do fluxo de calor  $q'' = \frac{\dot{Q}_{inicial}}{A_{elem}}$ .
  - e) Seleção das condições dos refrigerantes: subresfriado, bifásico ou superaquecido. (critérios de decisão, no evaporador  $x_{ref,in} \leq 1$  ou  $x_{ref,in} > 1$  e no condensador  $x_{ref,in} < 0$  ou  $x_{ref,in} \geq 0$  e  $x_{ref,in} \leq 1$  ou  $x_{ref,in} > 1$ ).
  - f) Cálculo dos números adimensionais Reynolds, Prandtl e Ebulição este último para o refrigerante que se evapora.
  - g) Cálculo dos coeficientes de transferência de calor em ambos os refrigerantes  $\alpha_{ref1}$  e  $\alpha_{ref2}$ , e o coeficiente global local  $U$ .

- h) Solução das equações de troca de calor e balanço de energia.
- i) O algoritmo do condensador intermediário não considerou queda de pressão para os ambos refrigerantes  $\Delta P_{ref1} = \Delta P_{ref2} = 0$ .
- j) Aplicação do critério de convergência aplicado à taxa e transferência de calor estimado que determine a solução do elemento, equação (4.6).

$$\left| \frac{\dot{Q}_{calculado} - \dot{Q}_{inicial}}{\dot{Q}_{calculado}} \right| \leq 0.001$$

- k) Convergência obtida?

Sim: siga adiante

Não: retorne ao item (d) com o novo valor de  $\dot{Q}_{calculado}$ , ou seja,

$$\dot{Q}_{inicial} = \dot{Q}_{calculado}$$

- l) Uma vez satisfeito o critério de convergência, tem-se a solução do volume de controle elementar, passando-se à solução do seguinte.
- Armazenamento das variáveis de saída do elemento em um vetor, para ambos os refrigerantes.
  - Armazenamento, também, dos valores de  $\dot{Q}_{calculado}$  para cada um dos elementos. A somatória destes valores será utilizada no balanço global para o cálculo da entalpia de saída do refrigerante do circuito de baixa temperatura.
7. Uma vez obtida a solução para o último elemento, tem-se a temperatura de entrada do refrigerante do circuito de baixa temperatura calculada (segundo o sentido exposta na Figura 17). Novamente se aplica o critério de convergência para esta variável.

$$\left| T_{ref2,in,calculado} - T_{ref2,in} \right| \leq 0.01 \text{ K} \quad (4.11)$$

- a) Se a convergência foi satisfeita, obtém-se a solução do condensador intermediário.
- b) Caso contrário, calcula-se o novo valor da entalpia de saída do refrigerante de baixa temperatura, a partir do balanço global do trocador.

$$h_{ref2,out,calculado} = h_{ref2,in} - \dot{Q}_{total} / \dot{m}_{ref2} \quad (4.12)$$

- c) Volta-se ao passo 5 na solução do trocador.
  - d) Caso a convergência não seja satisfeita após número determinado de iterações aplica-se o método de relaxação para a variável em questão neste caso a entalpia de saída do refrigerante do circuito de baixa temperatura.
8. Cálculo da taxa de transferência de calor total para ambos os refrigerantes em função das condições de entrada e de saída do trocador de calor.
  9. Fim do algoritmo.

#### 4.5.

#### Critério de convergência

Os critérios de convergência são os que determinam a solução das equações que constituem os modelos matemáticos tanto do volume de controle elementar, como do trocador de calor como um todo. Se não atendido o critério, o programa fará tantas iterações quantas necessárias até satisfazer o critério de convergência estabelecido. Como se pode observar na descrição dos algoritmos, são necessários vários critérios de convergência para se obter uma solução, seja do volume de controle elementar, ou do trocador como um todo. Os critérios escolhidos foram:

- Critério de convergência aplicado ao elemento:

No item (j) de cada algoritmo para a solução do elemento, escolheu-se o seguinte critério:

$$\left| \frac{\dot{Q}_{\text{calculado}} - \dot{Q}_{\text{inicial}}}{\dot{Q}_{\text{calculado}}} \right| \leq 0,001 \quad (4.13)$$

onde:

$$\dot{Q}_{\text{calculado}} = f(T_{\text{ref},in}, T_{\text{flu},in}, \varepsilon) \quad (4.14)$$

- Critério de convergência aplicado ao trocador de calor como um todo se considerando o trocador como um único volume de controle.  
No passo 7 para a solução do trocador de calor como um todo (evaporador e condensador), foi escolhido o seguinte critério para temperatura de saída do fluido térmico:

$$\left| T_{flu,in,calculado} - T_{flu,in} \right| \leq 0,01 \text{ K} \quad (4.15)$$

onde:

$$T_{flu,in,calculado} = f(\dot{m}_{flu}, \dot{Q}, c_p) \quad (4.16)$$

Para o trocador intermediário a temperatura é relativa ao circuito de baixa temperatura, e está explicitada em função da entalpia e de pressão.

#### 4.6. Método de relaxação

Nos modelos apresentados para a solução global dos trocadores de calor, se o critério de convergência não for satisfeito após um número de iterações, é aplicado o método de relaxação, que consiste em tomar o valor médio da variável que se calcula no balanço global nas duas últimas iterações. Esta variável, para o condensador e evaporador é a temperatura de saída do fluido térmico. Para o condensador em cascata, é a entalpia específica de saída do refrigerante do circuito de baixa temperatura. Esta variável é armazenada em um vetor para as duas últimas iterações o que permite o novo cálculo da variável de entrada. Apresenta-se, abaixo, o algoritmo de aplicação do método.

1. Computar número de iterações de cálculo global do trocador de calor.
2. Se o número de iterações excede a 100 então continuar o cálculo em sequência, observando a seguinte equação para o recálculo da variável de controle.

$$Variavel_{recalculada} = \frac{Variável(IT_{presente}) + Variável(IT_{anterior})}{2} \quad (4.17)$$

#### 4.7. Programa computacional

Para a implementação da solução dos modelos matemáticos para os trocadores de calor de placas apresentados foram desenvolvidos programas utilizando a linguagem **FORTRAN**. O compilador utilizado foi o Compact Visual Fortran Professional Edition 6.5.

Foi elaborado um conjunto de sub-rotinas, garantindo a modularidade do programa, e permitindo, desta forma, um posterior aprimoramento. Permite, igualmente, a implementação de novas sub-rotinas de modelos matemáticos com novas correlações de transferência de calor e de fator de atrito.