2
Revisão bibliográfica

Este capítulo é dedicado à apresentação de todos os trabalhos que serviram como referência para o desenvolvimeno desta pesquisa. A primeira seção aborda o surgimento da Mecânica da Fratura (MF) com Inglis (1913), fala sobre os trabalhos de Irwin (1956) e (1957) que usaram a função de tensão de Westergaard e comenta sobre a série de Williams (1957). Em seguida, a segunda seção apresenta as tentativas de generalizar a função de tensão de Westergaard (Westergaard, 1939). A seção seguinte, terceira seção, é responsável por mostrar a obtenção do Fator de Intensidade de Tensão (K) a partir da função de tensão de Westergaard e da série de Williams. A quarta seção define a relação entre a integral J e o campo HRR. Posteriormente, a quinta seção comenta sobre as limitações do uso do K e de J para representar os campos de tensões na vizinhança da ponta de trincas. Essa seção também define a relação entre esses dois parâmetros com as zonas plásticas. Em seguida, a sexta seção é responsável por mostrar os trabalhos que tentaram estimar as zonas plásticas ou o campo de tensões a partir de métodos numéricos. A sétima seção comenta sobre a tentativa de estender a aplicabilidade da MFLE a partir do uso de um segundo parâmetro. Esse parâmetro é conhecido como *T-stress* e nada mais é que a adição de uma tensão constante na componente de tensão paralela ao plano da trinca. Essa componente de tensão paralela ao plano da trinca é obtida a partir de K. A penúltima seção deste capítulo apresenta os trabalhos que se propuseram a obter medidas experimentais de zonas plásticas. A última seção faz um resumo do que foi abordado neste capítulo.

2.1. A criação da Mecânica da Fratura, a função de tensão de Westergaard e a série de Williams

A Mecânica da Fratura teve início com Inglis (1913), que estudou entalhes elípticos em placas planas. Nesse trabalho, Inglis obteve o Fator de Concentração de Tensão (K_t). Quando o raio da ponta do entalhe tende a zero $(\rho \to 0)$, tem-se a definição teórica de trincas, cujos campo de tensões tende ao infinito em suas pontas. Apesar de toda a formulação teórica, Inglis não conseguiu explicar o motivo pelo qual essas peças com entalhes afiados não quebravam. A explicação para esse fato foi dada por Griffith (1920), que explicou o problema evocando um princípio energético. Dessa forma, Griffith ignorou a singularidade do modelo matemático e apelou para um princípio mais forte, supondo que a propagação das trincas, como qualquer fenômeno físico, tem que obedecer à lei da conservação de energia (Castro & Meggiolaro, 2009).

Ao se escrever a primeira lei da termodinâmica em forma incremental, pode-se afirmar que uma trinca só pode crescer se o incremento do trabalho (δW) fornecido à peça for maior que a soma da variação da energia de deformação (δE_D) e da variação da energia absorvida durante o crescimento da trinca (δA), Eq. (12):

$$\delta W \geq \delta E_D + \mathcal{T}.\delta A, \tag{12}$$

em que $\mathcal{T}$ é a tenacidade, que pode ser definida como a energia requerida para gerar uma unidade de área de trinca. Dessa forma, a energia de deformação (E_D) tende a decrescer, reduzindo a energia potencial do sistema pelo aumento do incremento da trinca, Eq. (13):

$$E_P = E_D - W_E, \tag{13}$$

em que W_E é o trabalho feito pelo carregamento da peça trincada, conforme segue o crescimento da trinca. Para quantificar esse efeito, Griffith (1920) definiu a Taxa de Alívio da Energia Potencial, conforme mostra a Eq. (14):

$$\mathcal{G} = -\frac{\partial E_P}{\partial A}. \tag{14}$$

Irwin (1957) chamou $\mathcal{G}$ de força de extensão da trinca. Esse parâmetro é um dos pilares da MFLE (Castro & Meggiolaro, 2009). O cálculo analítico de $\mathcal{G}$ requer uma análise global das tensões e deformações em todos os pontos da peça, o que normalmente não é uma tarefa trivial.

Dezenove anos depois do trabalho de Griffith (1920), Westergaard (1939) apresentou uma função de tensão, Eq. (15), que recebeu seu nome e que usa variáveis complexas. A função de tensão de Westergaard resolve o problema de uma placa infinita carregada biaxialmente (placa de Griffith). O trabalho de Carothers (1920) e Nádai (1921) serviram de base para Westergaard.

$$Z = \frac{\sigma_n \, z}{\sqrt{z^2 - a^2}}, \tag{15}$$

em que σ_n é a tensão nominal, $z = x + iy$, $i = \sqrt{-1}$ e $Z(z)$ é a função de tensão de Westergaard para uma placa infinita biaxialmente carregada.

A função de tensão de Westergaard para o caso de uma placa infinita é de grande importância para a MF, pois no ano de 1957, essa função foi utilizada por Irwin (1957) para introduzir o conceito do Fator de Intensidade de Tensão (K), que foi obtido independentemente por Williams (1957), que usou uma série infinita para descrever o campo de tensões nas proximidades das pontas de trincas. O campo de tensões gerado a partir da função de tensão de Westergaard pode ser visto pela Eq. (16), Eq. (17) e Eq. (18).

$$\sigma_{xx} = \mathrm{Re}(Z(z)) - y\,\mathrm{Im}(Z'(z)), \tag{16}$$

$$\sigma_{yy} = \mathrm{Re}(Z(z)) + y\,\mathrm{Im}(Z'(z)), \tag{17}$$

$$\sigma_{xy} = -y\,\mathrm{Re}(Z'(z)). \tag{18}$$

Caso se use a série de Williams, o campo de tensões pode ser obtido de acordo com a Eq. (19):

$$\sigma_{ij} = A_{ij}(\theta)\, r^{-1/2} + B_{ij}(\theta) + C_{ij}(\theta)\, r^{1/2}, \tag{19}$$

em que σ_{ij} são as componentes de tensão escritas em forma indicial, A_{ij}, B_{ij} e C_{ij} são funções da coordenada θ, que são determinadas de acordo com as condições de contorno, e r e θ são as coordenadas polares.

2.2. A generalização da função de tensão de Westergaard

A partir da utilização da função de tensão de Westergaard por Irwin (1957) para a determinar o K da placa de Griffith em modo I, K_I, outros autores se interessaram em estudar detalhadamente a obtenção de campo de tensões a partir dessas funções de variáveis complexas, igualmente ao que foi feito para a função de tensão de Westergaard. Dentre esses trabalhos, destacam-se os estudos de Sun & Farris (1989) que mostraram que a superposição da função de tensão de Westergaard com um campo de tensões uniforme fornece a solução completa para problemas bidimensionais de elasticidade em uma placa infinita; de Sih (1966), que identificou casos em que a função de tensão de Westergaard não pode ser utilizada; e de Eftis & Liebowitz (1972) que partiram do trabalho de Sih e mostraram como estender a validade do uso da função de tensão de Westergaard.

Além disso, esses dois autores apresentaram uma função de tensão de Westergaard aproximada que resolve o caso de uma placa finita com uma trinca central uniaxialmente carregada. Em ordem cronológica, o último trabalho pesquisado desta seção foi o estudo feito por Sanford (1979), que mostrou que a funções de tensão de Westergaard não são aplicáveis para todos os tipos de condições de contorno, mesmo no caso em que se considera as correções propostas por Sih (1966) e Eftis & Liebowitz (1972).

2.3. O Fator de Intensidade de Tensão

Ao se usar a série de Williams e a função de tensão de Westergaard, obtém-se, conforme foi mostrado anteriormente, a Eq. (20):

$$\sigma_{ij} = K_I \big/ \sqrt{2\pi r}\; \mathrm{g_{ij}}(\theta), \qquad (20)$$

que é igual à Eq. (2). As funções $\mathrm{g_{ij}}(\theta)$ são as funções que aperecem na Eq. (2) escritas de forma compacta.

A utilização de K_I para representar o campo de tensões, Eq. (2) ou Eq. (20), só é válida se a zona plástica for relativamente pequena quando comparada com as outras dimensões da peça, por exemplo, o tamanho da trinca. Vitvitskii (1975) afirmou que são as deformações dentro dessa região que governam o processo de pré-fratura e que definem os modos de fratura de um corpo. Ele também afirmou que dependendo do tamanho da zona plástica, tem-se uma fratura dúctil, frágil ou quase frágil. Hutchinson (1968 *a*) comentou que a fratura dúctil que ocorre em corpos trincados são geralmente precedidas por uma pequena quantidade de material deformado plasticamente, que ocorrem em regiões com grandes concentrações de tensão, como é o caso das regiões nas proximidades das pontas de trincas. Zhu *et al* (2010) mencionaram sobre a influência do tamanho e forma das zonas plásticas no processo de fratura e fadiga de peças trincadas.

Griffis & Spretnak (1970), Broek (1968), Broek (1971) e Wolf (1971) definiram a zona plástica como o processo de suavização da ponta das trincas. De acordo com esses estudos, Smith (1975) enfatizou que o uso de K_I para representar a intensidade do campo de tensões só é válido a partir de uma certa distância da ponta da trinca. Entretanto, por causa dessa singularidade, o uso de K_I se torna inadequado para determinar o estado de tensões na vizinhança bem próxima da ponta da trinca. Essa região é de grande importância no processo de extensão da trinca, pois é ela que caracteriza o problema da fratura. Weiss & Meyerson (1971) também comentaram sobre a influência das zonas plásticas no processo de propagação de trincas. Eles fizeram um estudo metalográfico do campo de deformação nas redondezas das trincas.

A ASTM (1970) recomendou que se utilize valores de K_I menores que $\left(S_Y \sqrt{a}\right) / \sqrt{2{,}5}$ para garantir que a zona plástica seja menor que o comprimento da trinca. Nessa recomendação feita pela ASTM, a indica a metade do comprimento da trinca. Caso a recomendação da ASTM seja satisfeita, o estado de tensão para a ponta da trinca em um material elastoplástico será determinado por K_I. Entretanto, isso só será verdade para baixos níveis de carga. Nesse estado de tensões em que a ASTM recomenda o uso de K_I, tem-se um estado de tensões denominado de Escoamento em Pequena Escala (EPE) – (Rice, 1968, *a* e *b*). Caso contrário, tem-se o que se chama de um estado de Escoamento em Grande Escala (EGE) – (Kim & Kang, 2002). Uma importante observação sobre o estado de EPE foi feita por Hancock *et al* (1993), que comentaram que os projetos de fratura partem da hipótese de que os valores de K_I são independentes da geometria do problema. Entretanto, as deformações na ponta da trinca e a tenacidade à fratura só são independentes da geometria quando se tem pequenos níveis de carga e sob certas condições geométricas, ou seja, a independência de K_I quanto à geometria do problema só é verdadeira sob um estado EPE.

Sob as condições EPE, o K_I pode ser usado para prever o início do processo de fratura da peça, que começará quando o K_I igualar a tenacidade da peça, K_{IC}. Interessado no estudo dos processos de fratura, Vitvitskii (1975) definiu a fratura de sólidos trincados como sendo um processo de desenvolvimento de descontinuidades que podem ter sido criadas durante o processo de fabricação ou durante os primeiros estágios de deformação na estrutura do material. Sommer & Aurich (1991) afirmaram que a fratura dúctil pode ser prevista pelo critério estabelecido pela MFLE somente em condições de EPE.

2.4. O campo HRR e a integral *J*

Hutchinson (1968, *b*), e Rice & Rosengren (1968) mostraram, de forma independente, que *J* caracteriza a intensidade do campo de tensões em materiais elásticos não lineares. Ambos os trabalhos usaram a equação de Ramberg-Osgood para descrever a relação entre deformação e tensão, conforme mostra a Eq. (21):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha_e \left(\frac{\sigma}{S_Y} \right)^{n_e}, \qquad (21)$$

em que E é o módulo de Young, n_e é o expoente de encruamento e α_e é o coeficiente de encruamento. Esses dois trabalhos mostraram que os campos de tensões e de deformações variam em uma taxa igual à $1/r$ na vizinhança da ponta da trinca. Devido à esse alto gradiente de tensão e à ductilidade dos materiais, regiões próximas à ponta de trincas ficam sob deformações predominantemente plásticas. O campo de tensões e de deformações obtidos a partir de J podem ser vistos pela Eq. (22) e Eq. (23):

$$\sigma_{ij} = k_{\sigma 1} \left(\frac{J}{r} \right)^{\frac{1}{n_e + 1}}, \qquad (22)$$

$$\varepsilon_{ij} = k_{\varepsilon 1} \left(\frac{J}{r} \right)^{\frac{n_e}{n_e + 1}}, \qquad (23)$$

em que $k_{\sigma 1}$ e $k_{\varepsilon 1}$ são constantes que são definidas de acordo com as condições de contorno, r é uma das coordenadas polares e n_e é o expoente de encruamento. Anderson (1995) apresentou a Eq. (22) e Eq. (23) em termos de parâmetros elásticos como a tensão de escoamento (S_Y) e o módulo de Young (E). Como resultado, ele apresentou a Eq. (24) e a Eq. (25).

$$\sigma_{ij} = S_Y \left(\frac{EJ}{\alpha_e S_Y{}^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n_e+1}} \tilde{\sigma}_{ij}, \qquad (24)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\alpha_e S_Y}{E} \left(\frac{EJ}{\alpha_e S_Y{}^2 I_n r} \right)^{\frac{n_e}{n_e+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}, \qquad (25)$$

em que I_n é uma constante de integração que depende de n_e, e $\tilde{\sigma}_{ij}$ e $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ são funções admensionais de n_e e θ. A Eq. (24) e a Eq. (25) definem o que se chama de campo HRR. Como afirmado anteriormente, percebe-se que pela presença de r no denominador do campo de tensões e de deformações, o campo HRR apresenta uma singularidade de ordem ($1/r$). Com isso, nota-se que o campo HRR possui o mesmo problema da singularidade obtido pelos campos de tensões gerado a partir de K_I ou de K_I mais *T-stress* e que são utilizados para estimar as $pz(\theta)_M$.

O campo HRR deu origem à outra especificação da Mecânica da Fratura, que ficou conhecida como Mecânica da Fratura Elastoplástica (MFEP). Outros parâmetros também são usados na MFEP, como, por exemplo, o CTOD (Crack Tip Open Displacement). Desde então, vários pesquisadores se dedicaram a investigar os seus limites e suas aplicações.

Begley & Landes (1971) e independentemente Broberg (1971) propuseram que a integral *J* pudesse ser usada como um critério de fratura dúctil. Entretanto, Begley & Landes (1971) também discutiram a possível influência da geometria do espécime na validade do uso de um único parâmetro como critério à fratura.

Sommer & Aurich (1991) falaram sobre as limitações do uso do campo HRR, citando duas condições necessárias para a sua aplicabilidade. Primeiro, é necessário que se tenha apenas uma pequena quantidade de material deformado plasticamente à frente da ponta da trinca. Segundo, é necessário que o problema possa ser caracterizado como um estado plano de tensão ou de deformação.

As mesmas limitações comentadas por Sommer & Aurich (1991) também foram comentados por Kim & Kang (2002), que enfatizaram que a Eq. (24) e a Eq. (25) são válidas somente se a zona plástica à frente da ponta de trincas for restringida pelo campo linear elástico controlado por K_I. Esses autores afirmaram que caso se tenha um estado de EGE, não é possível representar o campo de tensões com apenas um parâmetro, *J* ou *K*.

McMeeking & Parks (1979), que estavam interessados em investigar as limitações do uso do campo HRR, avaliaram a influência do tamanho do espécime e do comprimento da trinca no domínio de *J* em regiões próximas à ponta de trincas. Kudari *et al* (2007) também estudaram os efeitos da geometria no tamanho das zonas plásticas a partir de expressões que usam a integral *J*. Em outro trabalho, Kudari & Kodancha (2008) estudaram a relação entre a integral *J* e o CTOD para espécimes do tipo CT e SENB.

2.5. Limitações do uso de *K* e *J*, e a relação entre esses parâmetros com as zonas plásticas

Como citado anteriormente, os parâmetros *K* e *J* são válidos somente em estados de EPE, em que o tamanho da zona plástica é pequeno em relação a dimensão característica da peça, como o comprimento da trinca ou a espessura da peça. Então, é evidente a necessidade de se estimar de maneira precisa o tamanho e forma das zonas plásticas. Além de validarem a utilização dos parâmetros *K* e *J*, as zonas plásticas também influenciam outras características de uma peça, como é o caso da tenacidade, por exemplo. Devido à essa necessidade de melhorar as estimativas das $pz(\theta)_M$, vários estudos foram realizados com o objetivo de relacionar essas estimativas com os parâmetros da MFLE e da MFEP.

Spitzig (1968) propôs que o valor do CTOD fosse igual ao tamanho da zona plástica na direção paralela ao plano da trinca. Gerberich & Hemmings (1969) afirmaram que essa relação entre o CTOD e as $pz(\theta)_M$ nem sempre é válida. Zhu *et al* (2010) enfatizaram o grande efeito das $pz(\theta)_M$ na tenacidade dos componentes mecânicos. Liebowitz & Eftis (1971) estudaram a correção de Irwin para redistribuir as tensões dentro das zonas plásticas e concluiram que devido à essa correção, espera-se um pequeno aumento na tenacidade dos componentes mecânicos. Ishikawa & Tsuya (1974), Kang & Beom (2000), Broek (1974) e Miserez *et al* (2004) têm a mesma opinião. Todos esses pesquisadores concordaram que quanto maior for o tamanho das zonas plásticas à frente da ponta de trincas, maior será a tenacidade da peça devido à dissipação da energia plástica.

Interessados no estudo sobre os parâmetros que afetam a tenacidade das peças mecânicas, De Wit *et al* (1993) propuseram relacionar a redução da espessura da peça com o CTOD ou com a tenacidade. Li *et al* (2005) investigaram os efeitos da relação entre o comprimento da trinca e a largura da peça na tenacidade de espécimes padrões. Tentando estender a validade da MFLE, Hilton & Hutchinson (1971) propuseram a utilização de Fatores de Intensidade de Tensão Locais (K_L) que seriam obtidos a partir das expressões tradicionais de K_I.

Larsson & Carlsson (1973) utilizaram o Método dos Elementos Finitos (MEF) para determinar a aplicabilidade dos limites recomendados pela ASTM (1970) para o uso de K_I. Esse trabalho foi um dos primeiros que tentou determinar o campo de tensões nas proximidades de ponta de trincas de forma numérica. A partir de então, vários pesquisadores começaram a utilizar métodos numéricos em seus estudos. Alguns desses trabalhos são citados na próxima seção.

2.6. Zonas plásticas estimadas numericamente

Os estudos analíticos, que deram origem à MF, procuraram determinar funções de tensão de Westergaard para outras geometrias com o objetivo de avaliar as limitações de MFLE e da MFEP e, além disso, esses trabalhos tentaram achar maneiras de obter expressões genéricas de K e J para vários tipos de geometria e carregamento. Em paralelo a esses trabalhos analíticos, os pesquisadores começaram a utilizar métodos numéricos na MF para estimar os valores de K, J, as zonas plásticas, os efeitos de restrição e todos os demais pontos de interesse da Mecânica da Fratura.

Como mencionado anteriormente, um trabalho muito importante sobre os limites do uso de K_I, foi a pesquisa feita por Larsson & Carlsson (1973). Nesse estudo, eles investigaram o problema de determinar os campos de tensões elastoplásticos nas proximidades da ponta de trincas em diferentes tipos de espécimes. Eles concluiram que K_I não é suficiente para estimar as zonas plásticas mesmo sob condições de EPE. O fato que os levaram a essa conclusão foi que o começo do escoamento na análise de elementos finitos ocorria quando o primeiro elemento atingia a tensão de escoamento. Contudo, Larsson & Carlsson acharam que esse começo de escoamento variava conforme o valor de K_I e de acordo com o tipo de espécime. Anteriormente ao trabalho de Larsson & Carlsson, Burdekin & Stone (1966) já tinham comentado sobre as limitações das recomendações feitas pela ASTM (1970). Eles disseram que essas recomendações são bem aplicáveis para materiais quase frágeis. Posteriormente, eles propuseram uma forma de estender a aplicabilidade da mecânica da fratura convencional em situações em que se tem uma substancial quantidade de material plastificado. Entretanto, nenhuma estimativa de zona plástica foi feita.

Outros trabalhos relacionados à obtenção de campos de tensões a partir de ferramentas numéricas são: o artigo de Tracey (1976) que apresentou uma formulação numérica para corpos trincados sob um estado de deformação plana e sob condições de EPE; o estudo de Malik & Fu (1982) que utilizaram um método numérico denominado de Método de Linhas para analisar a resposta elastoplástica de uma placa carregada com uma trinca central. Por último, cita-se o trabalho feito por Sommer & Aurich (1991) que comentaram que investigações mais detalhadas indicavam a necessidade de se fazer uma análise tridimensional para estudar a fratura dúctil de peças mecânicas trincadas, mesmo em placas que estejam sob condições de tensão plana predominantes. Esse autores fizeram uma boa revisão bibliográfica e citaram duas importantes conclusões. Primeiro, as restrições em entalhes ou espécimes pré-trincados são causadas pelas descontinuidades geométricas e pelo tipo de carregamento. Em segundo lugar, eles concluiram que existem dois tipos de restrição, uma global e outra local. Esse último tipo influencia diretamente o estado de tensões na ponta de trincas.

Ainda dentro da área numérica, Newman *et al* (1995) utilizaram o MEF e fizeram estudos detalhados dos efeitos do fator de restrição global (α_G). Uma das mais importantes conclusões desse estudo foi que para o caso em que se tenha trincas maiores que quatro vezes a espessura da peça, o fator α_G pode ser obtido com uma única função de K_I. Quando isso não acontece, α_G se torna dependente do tipo de espécime, da trinca e da espessura da peça. Efeitos de restrição ao escoamento também foram estudados por Yuan & Brocks (1997), que concluiram que essa restrição é uma barreira contra a deformação plástica, e que ela é induzida pela geometria, pela carga e pelo contorno da peça. Kudari *et al* (2009) fizeram a mesma conclusão feita por Yuan & Brocks.

Também interessado em investigar a influência da restrição ao escoamento, Nakamura & Parks (1988) estudaram os efeitos tridimensionais em espécimes sob condições de tensão plana para distâncias em torno de 1,5t da ponta da trinca, em que t é a espessura da peça. Eles concluiram que em áreas muito próximas à ponta de trincas, ocorrem condições assintóticas de deformação plana. Como uma continuação desse trabalho, Nakamura & Parks (1990) enfatizaram que os campos de tensões obtidos a partir de expressões de K e J precisam ser determinados fora das regiões que sofrem esses efeitos tridimensionais, mas que ainda estejam longe do contorno das peças. Com o objetivo de determinar de maneira rápida e acurada os valores de K_I para problemas bidimensionais em que se aplica os conceitos da elasticidade plana a partir do Método Híbrido dos Elementos de Contorno (MHEC), Lopes (2002) utilizou tanto a série de Williams quanto a função de tensão de Westergaard como solução fundamental. Chang *et al* (2005) usaram o modelo de Dugdale (Dugdale, 1960) e uma forma equivalente da função de tensão de Westergaard para mostrar os efeitos do nível de tensão no tamanho das $pz(\theta)_M$. Entretanto, eles não mostraram nenhuma estimava de zona plástica a partir desse modelo proposto.

2.7. A tentativa de estender a aplicabilidade da MFLE a partir da adição da T-stress

No mesmo trabalho em que investigaram os limites recomendados pela ASTM (1970) para o uso de K_I, Larsson & Carlsson (1973) adicionaram um termo constante na direção paralela ao plano da trinca (*T-stress*) de tal forma que os resultados numéricos pudessem ser compatíveis com os resultados obtidos a partir do uso exclusivo de K_I recomendado pela ASTM (1970). Os autores ainda propuseram o uso combinado de K_I com a *T-stress* para representar a intensidade do campo de tensões em regiões próximas à ponta de trincas. Todavia, anteriormente ao trabalho de Larsson & Carlsson, Irwin (1958) já tinha observado que os experimentos fotoelásticos, que foram feitos por Wells & Post (1958) para medir a intensidade do campo de tensões nas redondezas da ponta de trincas, poderiam ser simulados pelo campo de tensões gerado a partir de K_I acrescido por uma tensão constante, que atuaria na direção paralela ao plano da trinca.

A partir do trabalho de Larsson & Carlsson (1973), os pesquisadores da área começaram a cogitar a possibilidade de estender os limites de aplicabilidade da MFLE e da MFEP com a adição da *T-stress* na componente de tensão paralela ao plano da trinca. De acordo com essa ideia, dois trabalhos podem ser citados. Primeiramente, Bilby *et al* (1986) concluiram que a adição da *T-stress* na direção paralela ao plano da trinca pode ser utilizada para estender a faixa de validade das soluções analíticas além das condições de EPE. Em seguida, Wang (1993) usou dois parâmetros, K_I mais *T-stress*, para descrever o campo de tensões nas proximidades das pontas de trincas. Esse estudo foi feito em trincas superficiais de placas tridimensionais.

A necessidade de determinar os valores da *T-stress* para cada novo tipo de geometria e carga ocupou pesquisadores por algum tempo, que inevitavelmente começaram a utilizar os métodos numéricos em seus estudos. Dentro dessa área, citam-se os seguintes trabalhos como referência: Rice (1974), Cardew *et al* (1984), Chen & Tian (2000), Chen *et al* (2001), Karihaloo & Xiao (2001), e Tan & Wang (2003), que tentaram desenvolver métodos numéricos e analíticos para avaliarem os valores da *T-stress* para trincas presentes em corpos com materiais isotrópicos; e Su & Sun (2005), que avaliaram os valores de K_I e da *T-stress* para várias propriedades de material e para várias orientações de trinca.

Interessados em análises tridimensionais, Nakamura & Parks (1992) desenvolveram um método computacional a partir do MEF para obter a distribuição da *T-stress* ao longo da frente de trincas tridimensionais; Wang & Parks (1992) avaliaram a distribuição da *T-stress* ao longo de uma trinca semi-elíptica em uma placa tridimensional; Zhao *et al* (2001) avaliaram os valores de K_I e da *T-stress* para trincas de cantos a partir de uma técnica iterativa de integral de domínio. Ambas as técnicas utilizadas nesse trabalho foram desenvolvidas por Nakamura & Parks (1992). Ainda no ambiente de análise tridimensional, Wang (2004) comentou sobre o fato de haver poucos valores de *T-stress* obtidos para problemas tridimensionais.

Outros trabalhos com enfoques analíticos e numéricos que tentaram determinar os valores da *T-stress* são os artigos de Leevers & Radon (1982), Kfouri (1986) e Sham (1991), que estudaram a obtenção da *T-stress* apenas para os casos de trincas bidimensionais. Todos esses artigos mostraram que os valores da *T-stress* dependem fortemente do tipo de carga e do comprimento da trinca. Outros trabalhos que podem ser citados ainda dentro desse enfoque são os de Bétegon & Hancock (1991), Du & Hancock (1991) e O'Dowd & Shih (1991). Esses trabalhos indicaram que a adição da *T-stress* no campo HRR fornece melhores resultados na caracterização dos campos elastoplásticos em deformação plana para a ponta de trincas sob várias orientações e sob vários tipos de carga. Ganti & Parks (1997) e Zhang *et al* (1997) investigaram os efeitos da *T-stress* na restrição de trincas contornadas por materiais deformados plásticamente. Ramesh *et al* (1997) expandiram a função de tensão de Westergaard em uma série trigonométrica, o que já tinha sido feito por Williams. A partir dessa série, esses autores avaliaram os efeitos do número de termos da série no campo de tensões. Eles também enfatizaram o importante efeito que a *T-stress* tem na MF.

Dentre os artigos pesquisados neste trabalho relacionados ao estudo da *T-stress*, o que foi considerado como sendo um dos mais completos foi o estudo de Fett (1998). Nesse trabalho, Fett mostrou a parte conceitual da *T-stress* e demonstrou a partir de vários métodos diferentes com obter os valores da *T-stress* para diversas geometrias. Fett utilizou funções de Green e o Método de Contorno do tipo Colocação.

Outros trabalhos interessantes que além de se preocuparem com a obtenção dos valores da *T-stress* também se interessaram em estudar os seus efeitos foram:

o artigo de Kim *et al* (1996) que afirmaram que a *T-stress* afeta o comportamento à fratura, o trabalho de Kang & Beom (2000) que chamaram a atenção para o fato de que a *T-stress* afeta o tamanho das $pz(\theta)_M$ sem mudar os efeitos da singularidade presente na ponta das trincas, e a pesquisa de Smith *et al* (2001) que estudaram a influência da *T-stress* na tenacidade à fratura.

2.8. Medidas experimentais de zonas plásticas

A partir do que foi estudado neste trabalho, pode-se afirmar que não houve consenso sobre medidas confiáveis das zonas plásticas. Alguns grupos se propuseram a medir zonas plásticas usando técnicas especulares de laser com materiais fotoelásticos. Contudo, outros autores questionaram essas medidas de zonas plásticas. Basicamente, eles argumentaram que devido ao alto gradiente de tensão e deformação, poucas técnicas seriam realmente eficazes para a medição de zonas plásticas na vizinhança de pontas de trincas. Um opinião bem interessante que merece destaque foi feita por Vitvitskii (1975). Ele afirmou que justamente por esse alto gradiente de tensão, as medidas de zonas plásticas feitas até aquele momento eram imprecisas.

Entre os estudos que se propuseram a medir as zonas plásticas, pode-se citar o trabalho de Tay *et al* (1995) que utilizou a técnica especular de laser para medir as $pz(\theta)_M$ em espécimes do tipo CCT com níveis de tensão equivalentes ao estado de EPE; o artigo de Yang *et al* (1997) que forneceu algumas fórmulas empíricas para determinar as zonas plásticas em materiais compósitos e o trabalho de Miserez *et al* (2004), que trabalharam com camadas fotoelásticas em materiais compósitos para obter os campos de tensões. Em seguida, a partir desses campos de tensões, Miserez *et al* estimaram as zonas plásticas, que foram comparadas com os seus resultados obtidos pelo MEF e pelo campo de tensões representado pela integral J. Uma das mais importantes conclusões desse trabalho foi que os campos de tensões bidimensionais gerados pelo parâmetros J e K não são suficientes para reproduzir os resultados experimentais.

2.9. Conclusão do capítulo

Conforme foi visto ao longo deste capítulo, foram achadas funções de tensão de Westergaard apenas para dois casos de condições de contorno (placa de

Griffith e placa retangular semi infinita com uma trinca central sob tração). Esse fato justifica o uso dos métodos numéricos para a estimativa de zonas plásticas a frente de ponta de trincas. Outro ponto importante, é que a única proposta de correção da singularidade das zonas plásticas encontrada, foi a proposta feita por Irwin (1958) e somente para a direção paralela ao plano da trinca $(\theta = 0)$. Nessa proposta Irwin utiliza o Fator de Intensidade de Tensão para representar o campo de tensões.

Quanto à parte experimental da medição de zonas plásticas e a parte numérica da estimativa das zonas plásticas, observou-se que apesar de diversos autores terem se proposto a obter o campo de tensões na proximidade da ponta de trincas, poucas ou praticamente nenhuma medida de zona plástica foi apresentada. Esse fato ressalta a importância de todas as estimavas de zonas plásticas que são apresentadas neste trabalho.

O próximo capítulo mostra como estimar as zonas plásticas a partir da utlização da MFLE.