# 9 Referências bibliográficas

ANDERSON, T.L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. 2.ed. CRC Press, 1995.

ANSYS. **Manual eletrônico** (<u>http://www.mece.ualberta.ca/tutorials/ansys/</u>). 2001.

ASTM. Annual Book of ASTM Standards. American Society for Testing Materials, Philadelphia, 1970.

BARSOUM, R.S. **On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.10, p.25-37, 1976.

BEGLEY, J.A., LANDES, J.D. **The J-Integral as a Fracture Criterion. Fracture Thoughness**, Proceedings of the 1971 National Symposium on Fracture Mechanics Part II, ASTM STP 514, American Society for Testing and Materials. p. 1-26, 1972.

BÉTEGON, C., HANCOCK, J.W. **Two-Parameter characterization of elastic**plastic crack-tip fields. Journal of Applied Mechanics, v.58, p.104-110, 1991.

BILBY, B.A., CARDEW, G.E., GOLDTHORPE, M.R., HOWARD, I.C. A finite element inves-tigation of the effect of specimen geometry on the fields of stress and strain at the tip of stationary cracks. Size Effects in Fracture, I. Mech. E, London, p.37-46, 1986.

BROBERG, K.B. **Crack-growth criteria and non-linear fracture mechanics**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.19, p.407-418, 1971.

BROEK, D. Some considerations on slow crack growth. International Journal of Fracture Mechanics, v.4, p. 19-34, 1968.

BROEK, D. A study on ductile fracture. Nat. Aerospace Inst. Amsterdam, Rept. TR 71021, 1971.

BROEK, D. Correlation between stretch zone size and fracture toughness. Engineering Fracture Mechanics, v.6, p.173-181, 1974.

BROEK, D. The Practical Use of Fracture Mechanics, Kluver, 1988.

BURDEKIN, F.M., STONE, D.E.W. The crack opening displacement approach to frac-ture mechanics in yielding materials. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, v.1, p.145-153, 1966.

CARDEW, G.E., GOLDTHORPE, M.R., HOWARD, I.C., KFOURI, A.P. **On the elastic T-term**. In: Fundamentals of Deformation and Fracture. Edited by B.A. Bilby, K.J. Miller and J.R. Willis Cambridge University Press, Cambridge, 1984.

CAROTHERS, S.D. **Plane Strain: The Direct Determination of Stress**. Proceedings of the Royal Society of London, series A, v.97, p.110-123, 1920.

CASTRO, J.T.P., MEGGIOLARO, M.A. Fadiga - Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço: V. I - Iniciação de Trincas. 1.ed. Rio de Janeiro: Copyright, 2009.

CASTRO J.T.P., MEGGIOLARO, M.A. Fadiga - Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço: V. II - Propagação de Trincas, Efeitos Térmicos e Estocásticos. 1.ed. Rio de Janeiro: Copyright, 2009.

CASTRO, J.T.P., SOUSA, R.A., LOPES, A.A.O., MARTHA, L.F. Comparing improved crack tip plastic zone estimates considering corrections based on Tstress and on complete stress fields. First IJFatigue & FFEMS Joint Workshop on Characterisation Crack Tip Stress Fields, p. 58-65, Forni di Sopra, Itália, 2011.

CHANG, T, Li, G., HOU, J. Effects of applied stress level on plastic zone size and opening stress ratio of a fatigue crack. International Journal of Fatigue, v.27, p.519-526, 2005.

CHEN, Y.H., TIAN, W.Y. A semi-infinite interface crack interacting with subinterface matrix cracks in dissimilar anisotropic materials. II numerical results and discussion. International Journal of Fracture, v.37, p.7731-7742, 2000.

CHEN, C.S., KRAUSE, R., PETTIT, R.G., BANKS-SILLS, L., INGRAFFEA, A.R., Numerical assessment of T-stress computation using a p-version finite element method. International Journal of Fracture, v.107, p.177-199, 2001.

DE WIT, R., FIELDS, R.J., IRWIN, G.R. Use of thickness reduction to estimate fracture toughness. Constraint Effects in Fracture Theories and Applications ASTM STP 1171, E.M. Hackett, K.-H. Schwalbe and R.H. Dodds. Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 361-382, 1993.

DU, Z.Z., HANCOCK, J.W. The effect of non-singular stresses on crack tip constraint. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.39, p.555-567, 1991.

DUGDALE, D.S. Yielding of Steel Sheets Containing Slits. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.8, n.2, p.100-104, 1960.

DUMONT, N.A. The Hybrid Boundary Element Method: An Alliance Between Mechanical Consistency And Simplicity. Applied Mechanics Reviews, v.42, p.s54-s63, 1989.

DUMONT, N.A. An Assessment Of The Spectral Properties Of The Matrix G Used In The Boundary Element Methods. Journal of Computational Mechanics, v.22, p.32-41, 1998.

DUMONT, N.A., LOPES, A.A.O. On the Explicit Evaluation of Stress Intensity Factors in the Hybrid Boundary Element Method. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, v.26, p.151-165, 2003.

EFITS, J., LIEBOWITZ, H. On the Modified Westergaard Equations for Certain Plane Crack Problems. International Journal of Fracture Mechanics, v.8, p.383-392, 1972.

FETT, T. A compendium of T-stress solution. Institut fur Materialforschung. (<u>http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA6057.pdf</u>), 1998.

GANTI, S., PARKS, D.M. Elastic-plastic fracture mechanics of strengthmismatched interface cracks. In: Mahidhara, R.K.; Geltmacher, A.B.; Matic, P.; Sadananda, K. (Eds.), Advances in Fracture. The Minerals, Metals and Materials Society, Warren-dale, Pennsylvania, p.13-25, 1997.

GERBERICH, W.W., HEMMINGS, P.L. Fractographic observations of stretched regions in front of fatigue cracks. Transactions of the American Society for Metals, v.62, p.540-543, 1969.

GRIFFITH, A.A. **The phenomenon of rupture and flow in solids**. Philosophical Transactions of the Royal Society series A, v.221, p.163-198, 1920.

GRIFFIS, G.A., SPRETNAK, J.W. A suggestion on the nature of the plastic stretched zone. Metall. Trans, v.1, p. 550-551, 1970.

HENSHELL, R.D., SHAW, K.G. **Crack tip finite elements are unnecessary**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.9, p.495-507, 1975.

HILTON, P.D., HUTCHINSON, J.W. Plastic intensity factors for cracked plates. Engineering Fracture Mechanics, v.3, p.435-451, 1971.

HUTCHINSON, J.W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.16, p.13-31, 1968, *a*.

HUTCHINSON, J.W. **Plastic stress and strain fields at a crack tip**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.16, p. 337-347, 1968, *b*.

INGLIS, C.E. Stress in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Transactions of the Institution of Naval Architects. v.55, p.219-230, 1913.

IRWIN, G.R. **Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys**. Proceedings of 1955 Sagamore Conferencee on Strength Limitations of Metals, Syracuse University, N.Y., March, v.2, p.289-305, 1956.

IRWIN, G.R. Analysis of Stress and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. Journal of Applied Mechanics, v.24, p.361-364, 1957.

IRWIN, G.R. Discussion. Proc.SESA, v.16, p.93, 1958.

ISHIKAWA, K., TSUYA, K. Plastic deformation around the tip of a stopped brittle crack in the Robertson test with a temperature gradient. Engineering Fracture Mechanics, v.6, p.671-679, 1974.

KANG, K.J., BEOM, H.G. **Plastic zone size near the crack tip in a constrained ductile layer under mixed mode loading**. Engineering Fracture Mechanics, v.66, p.257-268, 2000.

KARIHALOO, B.L., XIAO, Q.Z. **Higher order terms of the crack tip asymptotic field for a notched three-point-bend beam**. International Journal of Fracture, v.112, p.111-128, 2001.

KFOURI, A.P. Some evaluations of the elastic T-stress using Eshelby's method. International Journal of Fracture, v.30, p.301-315, 1986.

KIM, Do-H., KANG, Ki-Ju. **Two parameter approach for elastic-plastic fracture of short cracked specimens under mixed mode loading**. International Journal of Fracture, v.116, p.245-273, 2002.

KIM, Y.J., LIN, G., CORNEC, A., BROCKS, W., SCHWALBE, K.H. On the maximum stresses in the constraint ductile layer under small scale yielding conditions. International Journal of Fracture, v.75, p.9-16, 1996.

KUDARI, S.K., MAITI, B., RAY, K.K. **The effect of specimen geometry on plastic zone size: a study using the J integral**. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, v.42, p.125-136, 2007.

KUDARI, S.K., KODANCHA, K.G. **On the relationship between J-integral and CTOD for CT and SENB specimens**. Frattura ed integrità strutturale, v.6, p.3-10, 2008.

KUJAWSKI, D., ELLYIN, F. On the size of plastic zone ahead of crack tip. Engineering Fracture Mechanics, v.25, p.229-236, 1986.

LARSSON, S.G., CARLSSON, A.J. Influence of non-singular stress terms and specimen geometry on small-scale yielding at crack tips in elastic-plastic materials. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.21, p.263-277, 1973.

LEEVERS, P.S., RADON, J.C. Inherent stress biaxiality in various fracture specimen geometries. International Journal of Fracture, v.19, p.311-325, 1982.

LI, Q., ZHENG, W., SHU, H. A review of the effect of a/W ratio on fracture toughness (III) – theoretical analysis. Journal of Marine Science and Application, v.4, p.1-4, 2005.

LIEBOWITZ, H., EFTIS, J. On nonlinear effects in fracture mechanics. Engineering Fracture Mechanics, v.3, p.267-281, 1971.

LOPES, A.A.O. O Método Híbrido dos Elementos de Contorno Aplicado a **Problemas de Mecânica da Fratura.** Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio, Rio de Janeiro – RJ – Brasil, 1998.

LOPES, A.A.O. Determinação de fatores de intensidade de tensão com o método híbrido dos elementos de contorno. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio, Rio de Janeiro – RJ – Brasil, 2002.

LOPES, A.A.O., SOUSA, R.A., MARTHA, L.F., CASTRO, J.T.P., DUMONT, N.A. **Determinação de zonas plásticas usando a mecânica da fratura linear elástica e o método dos elementos de contorno**. Anais do 30 CILAMCE / Congresso Íbero Latino Americano sobre Métodos Computacionais de Engenharia, Búzios – Rio de Janeiro, Brasil, 2009.

MALIK, S.N., FU, L.S. Elasto-plastic analysis for a finite thickness rectangular plate containing a through-thickness central crack. International Journal of Fracture, v.18, p. 45-63, 1982.

McMEEKING, R.M., PARKS, D.M. On Criteria for J-Dominance of crack-tip fields in large-scale yielding. ASTM special technical publication, p.175-194, 1979.

MISEREZ, A., ROSSOLL, A., MORTENSEN, A. Investigation of crack-tip in high volume fraction particulate metal matrix composites. Engineering Fracture Mechanics, v.71, p.2385-2406, 2004.

NÁDAI, A. Uber die Spannungsverteilung in einer durch eine Einzelkraft belasteten rechteckigen Platte. Der Bauingenieur, v.2, p.11-16, 1921.

NAKAMURA, T., PARKS, D.M. Three-Dimensional stress field near the crack front of a thin elastic plate. Journal of Applied Mechanics, v.55, p.805-813, 1988.

NAKAMURA, T., PARKS, D.M. **Three-Dimensional crack front fields in a thin ductile plate**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.38, p.787-812, 1990.

NAKAMURA, T., PARKS, D.M. **Determination of elastic T-stress along three-dimensional crack fronts using an interaction integral**. International Journal of Solids and Structures, v.29, p.1597-1611, 1992.

NASGRO. Manual do programa. v. 3, NASA, 1998.

NEWMAN, J.C.Jr., CREWS, J.H.Jr., BIGELOW, C.A., DAWICKE, D.S. Variations of a global constraint factor in cracked bodies under tension and

**bending loads**. Constraint Effects in Fracture Theories and Applications: Second Volume, ASTM STP 1244, M.Kirk and A. Bakker. Eds., American Society for Testing and Materials, p.21-42, 1995.

NORMA E399. Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials. ASTM Standards, v. 03.01, 1990.

NORMA E561. Standard Practice for R-Curve Determination. ASTM Standards, v. 03.01, 1999.

NORMA E740. Standard Practice for Fracture Testing with Surface-Crack Tension Specimens. ASTM Standards, v. 03.01, 1988.

NORMA E813. Test Method for  $J_{IC}$ , a Measure of Fracture Toughness. ASTM Standards, 1987.

NORMA E1152. Test Method for Determining J-R Curves. ASTM Standards, 1995.

NORMA E1221. Standard Test Method for Determining Plane-Strain Crack-Arrest Fracture Toughness, K<sub>Ia</sub>, of Ferritic Steels. ASTM Standards, v. 03.01, 1996.

NORMA E1290. Standard Test Method for Crack-Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Toughness Measurement. ASTM Standards, v. 03.01, 2003.

NORMA E1304. Standard Test Method for Plane-Strain (Chevron-Notch) Fracture Toughness of Metallic Materials. ASTM Standards, v. 03.01, 1989.

NORMA E1737. Test Method for J-Integral Characterization of Fracture Toughness. ASTM Standards, 1996.

NORMA E1820. Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness. ASTM Standards, v. 03.01, 2001.

O'DOWD, N.P., SHIH, C.F. Family of crack-tip fields characterized by triaxiality parameter. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.39, p.939-963, 1991.

RAMESH, K.; GUPTA, S., KELKAR, A.A. Evaluation of stress field parameters in fracture mechanics by photoelasticity-revisited. Engineering Fracture Mechanics, v.56, p.25-45, 1997.

RICE, J.R. Fracture: An Advanced Treatise (edited by Liebowitz, H.), Vol. II, Mathematical Fundamentals, Academic Press, New York, 191, 1968, *a*.

RICE, J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentra-tion by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics, v.35, p.379-386, 1968, b.

RICE, J.R., ROSENGREN, G.F. Plane strain deformation near a crack tip in a **power-law hardening material**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.16, p1:12, 1968.

RICE, J.R. Limitations to the small scale yielding approximation for crack tip plasticity. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v.22, p.17-26, 1974.

RODRIGUEZ, H.Z. Efeito da tensão nomina no tamanho e forma da zona plástica. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecância – PUC-Rio, Rio de Janeiro – RJ – Brasil, 2007.

RODRIGUEZ, H.Z, CASTRO, J.T.P, MEGGIOLARO, M.A. Nominal stress effects on the size and shape of plastic zones. Low Cycle Fatigue, Alemanha, 2008.

SANFORD, R.J. A Critical Re-Examination of the Westergaard Method for Solving Opening-Mode Crack Problems. Mechanics Research Communications. v.6, p.289-294, 1979.

SHAM, T.L. The determination of elastic T-term using higher order weight functions. International Journal of Fracture, v.48, p.81-102, 1991.

SIH, G.C. **On The Westergaard Method of Crack Analysis**. International Journal Fracture Mechanics, v.2, p.628-640, 1966.

SMITH, D.J., AYATOLLAHI, M.R., PAVIER, M.J. The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading. Fatigue & Fracture of Engineer-ing Materials & Structures, v.24, p.137-150, 2001.

SMITH, E. The size of the cohesive zone at a crack tip. Engineering Fracture Mechanics, v.7, p.285-289, 1975.

SOMMER, E., AURICH, D. On the effect of constraint on ductile fracture. **Defect Assessment in Components – Fundamentals and Applications**, ESIS/EGF9, Blauel, J.G. and Schwalbe, K.-H. (Eds.), Mechanical Engineering Publications, London, 141-174, 1991.

SOUSA, R.A., MARTHA, L.F., CASTRO, J.T.P., LOPES, A.A.O., MIRANDA, A.C.O. **Parâmetros que influenciam nas medidas de zonas plásticas usando a mecânica da fratura linear elástica**. Anais do 30 CILAMCE / Congresso Íbero Latino Americano sobre Métodos Computacionais de Engenharia, Búzios – Rio de Janeiro, Brasil, 2009.

SOUSA, MARTHA, L.F., CASTRO, J.T.P., LOPES. Modelos que avaliam a influência do encruamento no tamanho e na forma da zona plástica. Anais do 31 CILAMCE / Congresso Íbero Latino Americano sobre Métodos Computacionais de Engenharia, Buenos Aires, Argentina, 2010.

SPITZIG, W.A. A fractographic feature of plane strain fracture. Transactions of the American Society for Metals, v.61, p.344-349, 1968.

SU, K.L, SUN, H.Y. A brief note on elastic T-stress for centred crack in anisotropic plate. International Journal of Fracture, v.131, p.53-58, 2005.

SUN, C.T., FARRIS, T.N. On the Completeness of the Westergaard Stress Functions. International Journal of Fracture, v.40, p.73-77, 1989.

TADA, H., PARIS, P.C., IRWIN, G.R. The Stress Analysis of Cracks Handbooks. 2 ed. Paris Productions, Inc., St. Louis, 1985.

TAN, C.L., WANG, X. The use of quarter-point crack tip elements for Tstress deter-mination in boundary element method analysis. Engineering Fracture Mechanics, v.70, p. 2247-2252, 2003.

TAY, T.E., TAY, C.M., TAY, C.J. Crack tip and notch tip plastic zone size measure-ment by the laser speckle technique. Engineering Fracture Mechanics, v.52, p.879-893, 1995.

TRACEY, D.M. Finite element solutions for crack-tip behavior in small scale yielding. Journal of Engineering Materials and Technology, v.98, p.146-151, 1976.

UNGER, D. J. Analytical Fracture Mechanics. Dover, 2001.

VITVITSKII, P.M; PANASYUK, V.V.; YAREMA, S.Ya. **Plastic Deformation Around Crack and Fracture Criteria**. Engineering Fracture Mechanics, v.7, p.305-319, 1975.

VROMAN, G.A. **Material thickness effect on critical stress intensity**. Monograph n° 106, TRW Space and Technology Group; 1983.

WALLIN, K. The size effect in K<sub>IC</sub> results. Engineering Fracture Mechanics, v.22, p.149-163, 1985.

WANG, X. Elastic T-stress solutions for penny-shaped cracks under tension and bending. Engineering Fracture Mechanics, v.71, p.2283-2298, 2004.

WANG, Y.Y. **On the two-parameter characterization of elastic-plastic crack front fields in surface cracked plates**. In: Hackett, E.M.; Schwalbe, K.H.; Dodds, R.H., eds. Constraint Effects in Fracture. ASTM STP 1171. American Society for Testing and Materials, p.120-138, 1993.

WANG, Y.Y., PARKS, D.M. Evaluation of the elastic T-stress in surface cracked plates using the line-spring method. International journal of Fracture, v.56, p.25-40, 1992.

WEISS, B.-Z., MEYERSON, M.R. Plastic zone formation and fatigue crack extension during high cyclic bending of steels. Engineering Fracture Mechanics, v.3, p.475-491, 1971.

WELLS, A.A.; POST, D. The Dynamic Stress Distribution Surrounding a Running Crack—A Photoelastic Analysis. Proc. SESA, v.16, p.69, 1958.

WESTERGAARD, H.M. Bearing Pressures and Cracks. Journal of Applied Mechanics, v.6, p.49-53, 1939.

WILLIAMS, M.L. On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack. Journal of Applied Mechanics, v.24, p.109-114, 1957.

YANG, Y.Y., MUNZ, D., SCKUHR, M.A. Evaluation of the plastic zone in an elastic-plastic dissimilar materials joint. Engineering Fracture Mechanics, v.56, p.691-710, 1997.

YUAN, H., BROCKS, W. Quantification of constraint effects in threedimensional crack front fields. Journal of the Mechanics Physics Solids, v.46, p.219-241, 1997.

ZHANG, Z.L., HAUGE, M.; THALOW, C. The effect of T-stress on the near tip stress field of an elastic-plastic interface crack. In: Karihaloo, B.L.; Mai, Y.-W.; Ripley, M.I.; Ritchie, R.O. (Eds.), Proceedings of the Ninth International Conference on Fracture, Pergamon, Amsterdam, p.2643-2650, 1997.

ZHAO, L.G., TONG, J., BYRNE, J. Stress intensity factor and elastic T-stress for corner cracks. International Journal of fracture, v.109, p.209-225, 2001.

ZHU, P., YANG, L., LI, Z., SUN, J. The shielding effects of the crack-tip plastic zone. International Journal of Fracture, v. 161, p. 131-139, 2010.

### Apêndice

O apêndice deste trabalho é dividido em três seções. A primeira seção mostra o processo de obtenção das zonas plásticas feitas a partir do uso do programa DEMO-IMO, desenvolvido pelo Tecgraf/PUC-Rio, que captura a fronteira elastoplástica resultante do pós-processamento da análise de elementos finitos. A segunda seção mostra a sensibilidade das estimativas das zonas plásticas feitas a partir do Método dos Elementos Finitos (MEF) em relação ao nível de refinamento da malha e faz uma breve comparação dessas estimativas com as estimativas feitas pelo Método Híbrido dos Elementos de Contorno (MHEC). A terceira seção apresenta o programa desenvolvido em Mathcad que foi usado na seção 5.7 para determinar os valores do comprimento da trinca, largura da placa e da força aplicada nos espécimes CCT, SENT e SENB de tal forma que se pudesse manter fixo o valor de  $K_I$  e de  $\sigma_n/S_Y$  de cada espécime.

## A.1. Obtenção das zonas plásticas a partir do pós-processamento da análise de elementos finitos

No exemplo estudado nesta seção, adota-se um material com tensão de escoamento igual à 250 MPa. Devido ao alto gradiente de tensões presente nas proximidades da ponta das trincas, o modelo de elementos finitos é dividido em vários subdomínios, cada um com diferentes graus de refinamento da malha. Para ilustrar melhor esse procedimento, mostra-se a Figura A.1.

Subdomínios adjacente à ponta da trinca



Figura A.1 – Divisão do modelo completo do espécime CCT em subdomínios com diferentes graus de refinamento da malha.

Após criar os subdomínios do modelo e resolver o sistema de equações para o caso plano (tensão plana para este exemplo), visualiza-se no programa ANSYS (2001) as tensões nodais segundo o critério de escoamento de Mises e se limita a tensão máxima ao valor da tensão de escoamento, conforme mostra a Figura A.2.



Figura A.2 – Resposta nodal da tensão equivalente de Mises com a tensão máxima limitada a tensão de escoamento em que se visualiza a zona plástica na ponta da trinca para o modelo do espécime CCT sob tensão plana.

A parte que não está colorida (cor cinza) na Figura A.2 é a zona plástica do exemplo estudado. Para se obter o contorno elastoplástico, aproveitam-se os subdomínios de tamanhos conhecidos para servirem referência ao programa DEMO-IMO. A Figura A.3 mostra o resultado do tratamento da Figura A.2 em que se delimita as fronteiras de um subdomínio adjacente à ponta da trinca que servirão de escala para o programa DEMO-IMO.



Figura A.3 – Uso do programa DEMO-IMO após se delimitar a fronteira de um subdomínio adjacente à ponta da trinca em que se conhece previamente as suas dimensões.

Na Figura A.3 o valor *distância* é conhecido e serve de escala para o programa DEMO-IMO. Após se definir os limites do subdomínio e a escala do modelo, os pontos sob fronteira elastoplástica são coletados manualmente, conforme mostra a Figura A.4. A curva vermelha mostrada na Figura A.4 é a zona plástica utilizada ao longo de todo este trabalho.



Figura A.4 – Obtenção da zona plástica a partir do uso do programa DEMO-IMO.

A próxima seção deste apêndice faz uma breve discussão sobre a sensibilidade das zonas plásticas obtidas por uma análise numérica feita por elementos finitos em relação ao nível de refinamento da malha.

### A.2. Sensibilidade das estimativas das zonas plásticas obtidas pelo método dos elementos finitos em relação ao nível de refinamento da malha

Para mostrar a sensibilidade das estimativas das zonas plásticas em relação ao nível de refinamento da malha, adotou-se uma relação  $\sigma_n/S_Y = 0,4$  para uma relação de a/W = 0,1 para o espécime CCT sob estado plano de tensão. Entretanto, é importante ressaltar que todas as estimativas de zonas plásticas obtidas a partir do uso do MEF que foram apresentadas ao longo deste trabalho foram testadas em relação ao nível de refinamento da malha.

Foram necessários cinco níveis de refinamento da malha de ementos finitos para se fazer com que a estimativa das zonas plásticas obtidas pelo MEF fossem

coincidentes com as estimativas de zonas plásticas obtidas pelo MHEC. A malha de elementos de contorno usada nesse exemplo pode ser visualizada na Figura A.5, em que *NE* o número de elementos utilizados no contorno e *NET* indica o número de elementos utilizados na trinca.



Figura A.5 - Obtenção da zona plástica a partir do uso do programa DEMO-IMO.

Três dos cinco níveis de refinamento de malha utilizados no programa ANSYS (2001) podem ser visualizadas na Figura A.6.



Figura A.6 – Detalhe de três dos cinco níveis de refinamento utilizados nas malhas de elementos finitos para o estado de tensão plana, com  $\sigma_n/S_Y = 0,4$  e para a/W = 0,10, em que (a) mostra o menor nível de refinamento usado, (b) mostra um nível de refinamento intermediário e (c) mostra o maior nível de refinamento usado na estimativa das zonas plásticas.

A Figura A.7 mostra a zona plástica  $pz_M^{LE-MHEC}$  para o único nível de refinamento usado no MHEC, conforme mostra a Figura A.5 e a zona plástica  $pz_M^{LE-MEF}$  estimada para o primeiro nível de refinamento usado no MEF.



Figura A.7 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF sob estado de tensão plana com  $\sigma_n/S_Y = 0,4$  e com a/W = 0,10 para o exemplo do espécime CCT para o primeiro nível de refinamento da malha de elementos finitos.

A Figura A.8 mostra a zona plástica  $pz_M^{LE-MHEC}$  para o único nível de refinamento usado no MHEC, conforme mostra a Figura A.5 e a zona plástica  $pz_M^{LE-MEF}$  estimada para o segundo nível de refinamento usado no MEF.



Figura A.8 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF sob estado de tensão plana com  $\sigma_n/S_Y = 0,4$  e com a/W = 0,10 para o exemplo do espécime CCT para o segundo nível de refinamento da malha de elementos finitos.

A Figura A.9 mostra a zona plástica  $pz_M^{LE-MHEC}$  para o único nível de refinamento usado no MHEC, conforme mostra a Figura A.5 e a zona plástica  $pz_M^{LE-MEF}$  estimada para o terceiro nível de refinamento usado no MEF.



Figura A.9 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF sob estado de tensão plana com  $\sigma_n/S_y = 0,4$  e com a/W = 0,10 para o exemplo do espécime CCT para o terceiro nível de refinamento da malha de elementos finitos.

A Figura A.10 mostra a zona plástica  $pz_M^{LE-MHEC}$  para o único nível de refinamento usado no MHEC, conforme mostra a Figura A.5 e a zona plástica  $pz_M^{LE-MEF}$  estimada para o quarto nível de refinamento usado no MEF.



Figura A.10 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF para um estado de tensão plana com  $\sigma_n/S_Y = 0,4$  e com a/W = 0,10 para o exemplo do espécime CCT para o quarto nível de refinamento da malha de elementos finitos.

A Figura A.11 mostra a zona plástica  $pz_M^{LE-MHEC}$  para o único nível de refinamento usado no MHEC, conforme mostra a Figura A.5 e a zona plástica  $pz_M^{LE-MEF}$  estimada para o quinto nível de refinamento usado no MEF.



Figura A.11 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF sob estado de tensão plana com  $\sigma_n/S_Y = 0.4$  e com a/W = 0.10 para o exemplo do espécime CCT para o quinto nível de refinamento da malha de elementos finitos.

# A.3. Programa desenvolvido que ajusta os valores da geometria e da carga dos espécimes CCT, SENT e SENB sob um mesmo $K_I$ e mesmo valor de $\sigma_n/S_Y$

A Figura A.12 mostra o programa desenvolvido para calcular os valores da geometria e da carga dos espécimes CCT, SENT e SENB de tal maneira que se mantenha fixo os valores de  $K_I$  e de  $\sigma_n/S_Y$ . Na Figura A.12 o valor utilizado de  $\sigma_n/S_Y = 0.4$ .



 $P02_{SENB} := P_{SENB}(SnSe, Se) = 1.307 \times 10^8$ Equação que fornece o valor entre a tensão "nominal" e a tensão de escoamento  $\operatorname{SnSe}_{\operatorname{SENB}}(P_{b}, w, a) := \frac{1}{\operatorname{Se}} \cdot \frac{\frac{P_{b} \cdot L_{b}}{4} \cdot \frac{(w)}{2}}{\frac{B_{g} \cdot (w)^{3}}{4}}$ Usando o comando "Given" do mathcad Given  $\frac{3 \cdot \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{w}_{b}} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{a}_{b}}{\mathbf{w}_{b}}}}{\left(1 + 2 \cdot \frac{\mathbf{a}_{b}}{\mathbf{w}_{b}}\right) \cdot \left(1 - \frac{\mathbf{a}_{b}}{\mathbf{w}_{b}}\right)^{2}} \left[ \left[1.99 - \frac{\mathbf{a}_{b}}{\mathbf{w}_{b}} \cdot \left(1 - \frac{\mathbf{a}_{b}}{\mathbf{w}_{b}}\right) \cdot \left[2.15 - 3.93 \left(\frac{\mathbf{a}_{b}}{\mathbf{w}_{b}}\right) + 2.7 \left(\frac{\mathbf{a}_{b}}{\mathbf{w}_{b}}\right)^{2}\right] \right] = \mathbf{K}$ P02<sub>SENB</sub>  $\frac{\frac{B_{g} \cdot (w_{b})^{3}}{12}}{L_{b} (w_{b})} \cdot (SnSe \cdot Se)$ P02<sub>SENB</sub>= Chama a função "Find" que determina os valores "k" e "q" que satisfazem as equações acima := Find $(a_b, w_b)$ Resultado dos novos tamanhos da trinca e da largura da placa ( 0.023 = ( 2.8 Verifica se os valores determinados pelo comando "Find" realmente satisfazem as equações de restrição  $KI_{SENB}(P02_{SENB}, k, q, B_g, L_b) = 3 \times 10^7$  $\text{SnSe}_{\text{SENB}}(\text{P02}_{\text{SENB}}, q, k) = 0.4$ DADOS DO ESPÉCIME SENT Valor inicial do comprimento da trinca (m)  $a_{f} := 0.096$ Valor inicial da largura da placa (m)  $w_{t} := 2.$ Equação que fornece o valor fixo da carga aplicada (N)  $P_{SENT}(SnSe, Se) := (w_t) \cdot B_g \cdot (SnSe \cdot Se)$  $P02_{SENT} := P_{SENT}(SnSe, Se) = 2 \times 10^8$ Equação que fornece o valor entre a tensão "nominal" e a tensão de escoamento  $\operatorname{SnSe}_{\operatorname{SENT}}(P_b, w, a) := \frac{w \cdot B_g}{Se}$ Usando o comando "Given" do mathcad Given

 $P02_{SENT} = (w_t) \cdot B_g \cdot (SnSe \cdot Se)$ Chama a função "Find" que determina os valores "k" e "q" que satisfazem as equações acima  $(k_t)$ 

$$\begin{vmatrix} \mathbf{w}_t \\ \mathbf{q}_t \end{vmatrix} := \operatorname{Find}(\mathbf{a}_t, \mathbf{w}_t)$$

Resultado dos novos tamanhos da trinca e da largura da placa

$$\begin{pmatrix} \mathbf{k}_t \\ \mathbf{q}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.023 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Verifica se os valores determinados pelo comando "Find" realmente satisfazem as equações de restrição

 $KI_{SENT}(P02_{SENT}, k_t, q_t, B_g) = 3 \times 10^7$ 

$$\text{SnSe}_{\text{SENT}}(\text{PO2}_{\text{SENT}}, q_t, k_t) = 0.4$$

DADOS DO ESPÉCIME CCT

Valor inicial do comprimento da trinca (m)

 $a_{ct} := 0.129$ 

Valor inicial da largura da placa (m)

 $w_{ct} := 3$ 

Equação que fornece o valor fixo da carga aplicada (N)

 $P_{CCT}(SnSe, Se) := 2 \cdot w_{ct} \cdot B_g \cdot (SnSe \cdot Se)$ 

 $P02_{CCT} := P_{CCT}(SnSe, Se) = 6 \times 10^8$ 

Equação que fornece o valor entre a tensão "nominal" e a tensão de escoamento

$$\operatorname{SnSe}_{\operatorname{CCT}}(P_{b}, w, a) := \frac{\overbrace{(2 \cdot w) \cdot B_{g} \cdot 1}^{P_{b}}}{\operatorname{Se}}$$

Usando o comando "Given" do mathcad

Given

$$\frac{P02_{CCT}}{B_{g} \cdot \sqrt{w_{ct}}} \cdot \left[ \left( \sqrt{\frac{\pi \cdot a_{ct}}{4 \cdot w_{ct}} \cdot \sec\left(\frac{\pi \cdot a_{ct}}{2 \cdot w_{ct}}\right)} \right) \cdot \left[ 1 - 0.025 \cdot \left(\frac{a_{ct}}{w_{ct}}\right)^{2} + 0.06 \cdot \left(\frac{a_{ct}}{w_{ct}}\right)^{4} \right] \right] = KI$$

$$P02_{CCT} = (2 \cdot w_{ct}) \cdot B_{g} \cdot (SnSe \cdot Se)$$

Chama a função "Find" que determina os valores "k" e "q" que satisfazem as equações acima

$$\begin{pmatrix} \mathbf{k}_{ct} \\ \mathbf{q}_{ct} \end{pmatrix} := \operatorname{Find}(\mathbf{a}_{ct}, \mathbf{w}_{ct})$$

Resultado dos novos tamanhos da trinca e da largura da placa

$$\begin{pmatrix} k_{ct} \\ q_{ct} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.029 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Verifica se os valores determinados pelo comando "Find" realmente satisfazem as equações de restrição

$$KI_{CCT}(P02_{CCT}, k_{ct}, q_{ct}, B_g) = 3 \times 10^7$$
  
SnSe\_{CCT}(P02\_{CCT}, q\_{ct}, k\_{ct}) = 0.4

Figura A.12 – Programa desenvolvido em Mathcad para calcular os valores da geometria e da

carga dos espécimes CCT, SENT e SENB de tal maneira que se mantenha fixo os valores de  $K_I$  e de  $\sigma_n/S_Y$ .