

Rafael Araujo de Sousa

**Estimativas de zonas plásticas à frente de pontas de
trincas**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Doutor pelo Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil da
PUC-Rio.

Orientador: Luiz Fernando Campos Ramos Martha
Co-orientador: Alexandre Antonio de Oliveira Lopes
Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Rio de Janeiro, setembro de 2011.



Rafael Araujo de Sousa

Estimativas de zonas plásticas à frente de pontas de trincas

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Luiz Fernando C. R. Martha

Presidente/Orientador

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Prof. Alexandre Antonio de Oliveira Lopes

Co-Orientador – Petrosoft Design

Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Co-Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

Prof. Carlos Alberto de Almeida

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

Prof. Ney Augusto Dumont

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Remo Magalhães de Souza

Departamento de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Timothy Hamilton Topper

University of Waterloo

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial

do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de setembro de 2011.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Rafael Araujo de Sousa

Graduou-se em Engenharia Civil, pela Universidade Federal do Pará, em fevereiro de 2005. Durante a graduação atuou na área de estruturas na análise de vibrações em cabos considerando a rigidez à flexão, a rigidez ao cisalhamento e a inércia à rotação, que gerou um artigo em revista. Defendeu sua dissertação de mestrado em 14 de fevereiro de 2007 com o trabalho intitulado de Adaptatividade geométrica e numérica na geração de malhas de elementos finitos em 2D e 3D.

Ficha Catalográfica

Sousa, Rafael Araujo de

Estimativas de zonas plásticas à frente de pontas de trincas / Rafael Araujo de Sousa ; orientador: Luiz Fernando Campos Ramos Martha ; co-orientadores: Alexandre Antonio de Oliveira Lopes, Jaime Tupiassú Pinho de Castro. – 2011.

3vs. ; 30 cm

Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2011.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Zonas plásticas. 3. Mecânica da fratura linear elástica. 4. Métodos numéricos. I. Martha, Luiz Fernando Campos Ramos. II. Lopes, Alexandre Antonio de Oliveira. III. Castro, Jaime Tupiassú Pinho de. IV. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Aos meus pais, Stélio e Maria do Carmo;
Meu irmão, Allan Araujo de Sousa;
Minha avó, Paula Costa Ferreira Araujo;
E a minha esposa Nayana de Macedo Lopes

Agradecimentos

Aos leitores deste trabalho, peço desculpas pela extensão dos agradecimentos. Entretanto, não posso deixar de relacionar as pessoas que foram importantes para a minha formação pessoal e que de forma indireta participaram no término desta tese. Dessa forma, agradeço em primeiro lugar aos meus pais, Stélio Augusto Amorim de Sousa e Maria do Carmo Araujo de Sousa e a Deus. Agradeço aos meus pais por toda criação e dedicação dadas a mim e a meu irmão. Dentro desse contexto, não poderia deixar de citar o bairro em que fui criado, o Jurunas, subúrbio de Belém, que me mostrou como a vida pode ser dura e que é necessário muita força de vontade para mudar uma situação desfavorável. Agradeço também ao meu irmão, Allan Araujo de Sousa, a quem devo em torno de 80% do meu pouco conhecimento geral e a minha esposa Nayana Silvia de Macedo Lopes por todo amor, dedicação, amizade e companheirismo ao longo desses três anos de convivência, assim como a toda sua família, em especial a minha sogra Ana e a minha cunhada Adriana Karoline. Também agradeço em primeiro plano, aos meus avós paternos e maternos, em especial ao meu avô Cândido José Costa Ferreira Araujo pelo exemplo de comportamento e a minha avó Paula Costa Ferreira Araujo por participar diretamente na minha vida.

Ainda no ambiente familiar, gostaria de agradecer a todos os meus tios, tias, primos e primas, em especial aos mais próximos: como os tios José Henrique Araujo, Cândido Araujo Filho, Jorge Lima, Genilson Andrade e José Carlos Araujo, as tias Conceição Araujo, Isabela Araujo, Thelma Araujo e em especial a tia Maria de Nazaré Araujo Lima, que me adotou como afilhado, aos primos Daniel Sena, Lucas Araujo, Leonardo Araujo e Bernardo Araujo e as primas Juliana Araujo e Farah Malcher. Pelos longos e importantíssimos seis anos de convivência, também agradeço à Vanessa Ferreira e toda sua família (dona Carmelina, Dalila Santos e Paulo Eduardo Ferreira).

De acordo com a minha concepção de importância na minha formação pessoal, não posso deixar de agradecer aos amigos formados ao longo da minha vida. Dentre eles destaco: Elisson Borges Saldanha “gueldo”, Francisco Nunes da

Rocha Junior, Felipe Melo “cancão”, Bruno Flexa “tabajara”, Igor Nunes “malaco”, Thiago Sena, Benedito Franciano, Evandro Leomar “mano brown”, Manoel “ted”, Francinei, Fernando Santos “dog”, Vladimir Barbosa “capitão planeta”, Bruna Cristina, Bruno Eutrópio “rato”. Agradeço especialmente aos amigos Fábio Luiz Araújo Araújo e toda a sua família que sempre me tratou como um membro e ao meu compadre, xará e parceiro nos sambas e cervejas, Rafael Ferreira Pinheiro “cachacinha” e a sua filha Arielle Bezerra Pinheiro.

No ambiente acadêmico, eu agradeço aos amigos formados durante a graduação na Universidade Federal do Pará. Entre eles destaco Tiago Rodrigues, Jean Rodrigo Aguilera e Remo Magalhães de Souza. Aos amigos conquistados durante o mestrado na PUC-Rio: Amanda Jarek, André Guedes “Dedé Bambu” e sua esposa Elaine, Clébson Wilson “dino”, Antônio Vicente “combatente”, Ygor Netto “tio chico”, João Paulo Castagnoli “gagazeiro”, Klessis “seu Klessis”. Aos colegas de disciplina do doutorado: Jorge Hinostroza “biruta”, Juan Carlo Romero “loquito”, Gerardo “Piquet” Patrick, Juarez e Guillermo “franquito”. Agradeço em especial ao grande Adenilson Costa Oliveira “mão tôca” também conhecido como “pegador encubado” pela longa convivência tanto ao longo das disciplinas do mestrado quanto no papo do esporte (futebol, vôlei, automobilismo, mma), quanto nas cervejadas tomadas nos sambas e bailes funks.

Agradeço ao TECGRAF pelo apoio financeiro e pelo ambiente agradável que me ajudou na conclusão do mestrado e do doutorado. Assim, agradeço ao Luiz Fernando Bitton pelo incentivo em entrar para o TECGRAF e aos amigos formados lá ao longo desses seis anos de convivência: Isebelle Telles “paraense pai d’égua”, Bruno Ávila, Gisele Cunha, Mauro Artemio Páchas pelas cervejas tomadas nesses anos, Antônio Sérgio “MacGyver”, Jaime Castro Neto por toda ajuda no laboratório de fotoelasticidade, Alonso Carbono “cuio”, Pedro Michelle “K-” pelas cervejas e pelos papos de samba, Antônio Miranda “caboco doido”, Ivan Fábio Menezes “Éguaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa” que com esse nome composto deve ter algum descendente nortista. Agradeço ao Ivan pelas horas perdidas em que me ajudou nas listas de Elementos Finitos e nas outras disciplinas. Dentro do Tecgraf, agradeço principalmente aos amigos Marcos Arruda e esposa (Christina “pay”) por ele me transmitir o amor pela engenharia e

pela pesquisa, por transmitir o prazer em ler José Saramago e por me ensinar a diferença entre ser magro e ser seco. Finalmente, agradeço ao Fábio Pereira Figueiredo e esposa (Daniela Paes) por ele ser uma pessoa que transmite calma, compreensão e paciência assim como por ter sido a pessoa que mais ouviu minhas angústias em relação ao desenvolvimento da tese.

Agradeço também a todos os professores, treinadores e pessoas que me incentivaram a progredir nos estudos e me ensinaram a ter disciplina e força de vontade para seguir em frente. Relacionados a minha fase de atleta, agradeço ao Paulo Pimenta, Raimundo Pena, Marcelo “Biro”. Agradeço aos meus professores do segundo grau Pantoja e Moura (Matemática), Zé Luis e Hélio Dourado (Física), Celeste Proença (Redação e Português), Guilherme e Odir (Geografia) e Marcos (Literatura). Em relação a minha graduação, agradeço a todos os professores do departamento de engenharia civil da UFPA, em especial aos professores Salim Habib, Abílio da Cruz pelo incentivo e confiança depositadas em mim, ao professor José Perilo da Rosa Neto por todo conhecimento transmitido, ao professor José Raimundo Serra Pacha pela confiança e pela excelente aula ministrada e principalmente ao professor Remo Magalhães de Souza pela excelente aula, pela confiança e pelo incentivo depositados em mim, por sua simplicidade e por ser um grande amigo.

Agradeço também à Rita de Cássia e a todos os professores que tive ao longo desses seis anos de pós graduação na PUC-Rio. Entre eles destaco os professores Paulo Cuadrat, Márcio Carvalho, Carlos Alberto de Almeida e Paulo Gonçalves pela excelência no ensino, a professora Deane Roehl e ao professor João Roehl pela confiança e incentivo dados a mim e ao professor Carlos Tomei pela ajuda na compreensão da parte analítica desta tese. Relação que só não foi mais profícua por culpa minha. Também agradeço ao professor Gustavo Donato da FEI-São Bernardo do Campo e a professora Edna Fernandes Pacheco do departamento de letras da PUC-Rio por toda ajuda na correção do texto, por sua confiança, paciência e amizade.

Mais diretamente relacionados ao desenvolvimento desta tese, agradeço ao professor Jaime Tupiassú Pinho de Castro pelo tema proposto, pelos diversos

conselhos e pelas extensas conversas ao longo desta convivência. Agradeço ao professor Luiz Fernando Martha pela paciência, por sua fácil convivência, pela grande ajuda na revisão do texto e pelas boas ideias dadas ao longo da tese. Em especial, agradeço ao Alexandre Antonio de Oliveira Lopes por todas as horas gastas em diversas madrugadas em que verificávamos e discutíamos resultados e trabalhávamos juntos em uma parceria muito produtiva. Também agradeço a ele pelas diversas ideias que enriqueceram este trabalho.

Resumo

Sousa, Rafael Araujo de; Martha, Luiz Fernando C. R.; Lopes, Alexandre Antonio de Oliveira; Castro, Jaime Tupiassú Pinho de. **Estimativas de zonas à frente de pontas de trincas**. Rio de Janeiro, 2011. 283p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O tamanho das zonas plásticas (zps) presentes na ponta de trincas valida a utilização da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). Dessa forma, a partir das estimativas dessas zps, este trabalho estuda o limite de validade dos dois parâmetros que caracterizam MFLE. Esses dois parâmetros são o Fator de Intensidade de Tensões (K) e a T -stress. Este trabalho mostra que esses dois parâmetros são termos da expansão da série de Williams partir da função de tensão de Westergaard. As duas formas são maneiras diferentes de se obter a solução linear elástica (LE) completa para o campo de tensões gerados na ponta de trincas. Esta tese mostra que esses dois campos de tensões têm uso limitado, pois eles geram tensões infinitas na ponta de trincas. Essas tensões singulares são características do problema matemático, não reproduzindo o real comportamento mecânico. Devido a isso, o problema das estimativas das zps é intrinsecamente não linear. Como tentativa de contornar o problema, este trabalho propõe três maneiras de considerar os efeitos do escoamento nas estimativas zps em que se adota um material perfeitamente plástico. As estimativas feitas por campos LE são verificadas numericamente a partir do uso do Método dos Elementos Finitos (MEF) e do Método Híbrido dos Elementos de Contorno (MHEC). Duas das propostas de considerar os efeitos do escoamento nas zps são utilizadas juntamente com MHEC. Como contribuição final, este trabalho estima zps a partir de uma análise numérica não linear via MEF em que os efeitos do encruamento também são testados. Essas estimativas são comparadas com as estimativas LE corrigidas em que se considera um material perfeitamente plástico.

Palavras Chave:

Zonas plásticas; Mecânica da Fratura Linear Elástica; Métodos numéricos

Abstract

Sousa, Rafael Araujo de; Martha, Luiz Fernando C. R.; Lopes, Alexandre Antonio de Oliveira; Castro, Jaime Tupiassú Pinho de. **Estimates of plastic zones ahead of cracks tips**. Rio de Janeiro, 2011. 283p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The size of plastic zones (pz) at the crack tips validates the use of Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM). Thus, this thesis studies the limits of validity of the two parameters that characterize MFLE from the pz estimates. These two parameters are the stress intensity factor (K) and the T -stress. This work shows that K_I and the T -stress are terms of the Williams' series expansion, which is the complete linear elastic (LE) solution for the stress fields generated at the crack tips. It also demonstrates that the Williams' series is a different way of writing the Westergaard stress function in terms of a trigonometric series with infinite terms, and comments that even if the two functions are the complete LE solution for cracked bodies, they have limited use, because they generate infinite tensions at the crack tip. These singular stresses are characteristics of mathematical problem, not reproducing the real mechanical behavior. As an attempt to outline the problem of singularity in a qualitative way, this work proposes three ways to consider the yielding effects in pz estimates in which one adopts a perfectly plastic material. The completeness of the stress fields generated by the Westergaard stress function is verified numerically from the use of Finite Element Method (FEM) and from of the Hybrid Boundary Element Method (HBEM). Two of the proposals to consider the yielding effects in the pz are used in conjunction with HBEM. The problem of pz estimates is intrinsically non-linear due to the singularity obtained by the mathematical formulation. Finally, this thesis also estimates the pz from a non-linear numerical analysis via FEM. The hardening effects are also tested in these nonlinear estimates. Moreover, they are compared to estimates corrected LE in which a perfectly plastic material is considered.

Keywords:

Plastic zones; Linear Elastic Fracture Mechanics; Numerical methods

Sumário

1 Introdução	45
1.1. A Mecânica da Fratura Linear Elástica e o Fator de Intensidade de Tensão	46
1.2. Definições, medidas e parâmetros que influenciam a tenacidade de uma peça	48
1.3. Motivação	52
1.4. Objetivos	57
1.5. Principais contribuições	58
1.6. Organização	59
2 Revisão bibliográfica	61
2.1. A criação da Mecânica da Fratura, a função de tensão de Westergaard e a série de Williams	61
2.2. A generalização da função de tensão de Westergaard	63
2.3. O Fator de Intensidade de Tensão	64
2.4. O campo HRR e a integral J	65
2.5. Limitações do uso de K e J , e a relação entre esses parâmetros com as zonas plásticas	67
2.6. Zonas plásticas estimadas numericamente	68
2.7. A tentativa de estender a aplicabilidade da MFLE a partir da adição da T-stress	71
2.8. Medidas experimentais de zonas plásticas	73
2.9. Conclusão do capítulo	73
3 Estimativas de zonas plásticas a partir do uso da Mecânica da Fratura Linear Elástica com os campos de tensões obtidos analiticamente	75
3.1. Campo de tensões gerado a partir de expressões que utilizam o K_I	76
3.2. Campo de tensões gerado a partir de expressões que utilizam K_I com adição da T -stress	76
3.2.1. Disco circular com uma trinca interna	77

3.3. Campo de tensões gerado a partir da função de tensão de Westergaard	79
3.3.1. Placa de Griffith uniaxialmente carregada	81
3.3.2. Placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central	82
3.3.3. Placa retangular com uma trinca central	86
3.4. O campo de tensões gerado pela série de Williams	94
3.5. A utilização do Método dos Mínimos Quadrados para ajustar a série de Williams à função de tensão de Westergaard	96
3.5.1. O ajuste da série de Williams à função de tensão de Westergaard para o caso da placa de Griffith biaxialmente carregada	98
3.5.2. O ajuste da série de Williams a função de tensão de Westergaard para o caso da placa de Griffith uniaxialmente carregada	104
3.6. A <i>T-stress</i> como a constante de ordem zero da série de Williams	112
3.7. Conclusões do capítulo e comentários importantes sobre as estimativas analíticas das zonas plásticas a partir do uso da MFLE	120
4 Propostas de correções das zonas plásticas obtidas linearmente para levar em consideração os efeitos do escoamento do material	123
4.1. Correção das zonas plásticas em que se considera materiais perfeitamente plásticos	123
4.1.1. Correção em que se considera a componente σ_{yy} gerada pelo campo de tensões obtido por K_I para $\theta = 0$ – Irwin (1958)	124
4.1.2. Correção feita para todas as direções em que se considera a componente σ_{yy} gerada pelo campo de tensões obtido pela função de tensão de Westergaard – Rodriguez (2007)	126
4.1.3. Discussão sobre a proposta de Rodriguez	127
4.1.4. Correção feita para todas as direções em que se considera a componente σ_{Mises} gerada pelo campo de tensões obtido pela função de tensão de Westergaard	130
4.1.5. Correção em que se considera um incremento de zona plástica constante nas $p_z(\theta)_M$ originais	131
4.1.6. Correção feita para todas as direções em que se considera a força de superfície em que o campo de tensões é obtido pela função de tensão	

de Westergaard	131
4.1.7. Zonas plásticas corrigidas para o caso da placa de Griffith	132
4.2. Proposta de correção para levar em consideração o efeito do encruamento do material	139
4.2.1. Proposta de correção que usa o campo de tensões gerado por K_I	139
4.2.1.1. Proposta que utiliza uma regra exponencial e K_I	139
4.2.1.2. Proposta que utiliza a equação de Ramberg-Osgood e o K_I	140
4.2.2. Proposta de correção que usa o campo de tensões gerado pela função de tensão de Westergaard	140
4.2.3. Estimativas dos efeitos do encruamento nas zonas plásticas para o caso da placa de Griffith	144
4.3. Conclusões do capítulo	153
5 Estimativas de zonas plásticas obtidas a partir do uso da Mecânica da Fratura Linear Elástica com os campos de tensões determinados numericamente	155
5.1. Algoritmo de busca linear	155
5.2. O Método Híbrido dos Elementos de Contorno aplicado à problemas da Mecânica da Fratura	157
5.3. O Métodos dos Elementos Finitos aplicado à problemas da Mecânica da Fratura	159
5.4. Estimativas de zonas plásticas obtidas numericamente para o exemplo da placa de Griffith	159
5.5. Estimativas de zonas plásticas obtidas numericamente para o exemplo de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central	162
5.6. Placa retangular com uma trinca central sob flexo tração	169
5.7. Estimativa de zonas plásticas em espécimes diferentes sob um mesmo Fator e Intensidade de Tensão	180
5.8. Conclusões do capítulo	190
6 Tratamento numérico das propostas de correções das zonas plásticas obtidas por uma análise numérica linear elástica para levar em consideração	

os efeitos do escoamento do material	192
6.1. Correção numérica das zonas plásticas para o caso da placa de Griffith	193
6.2. Correção numérica das zonas plásticas para o caso da placa retangular sob tração com uma trinca central	196
6.3. Correção numérica das zonas plásticas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração	202
6.4. Conclusões do capítulo	208
7 Estimativas de zonas plásticas obtidas numericamente a partir de uma análise não linear	210
7.1. O modelo constitutivo	211
7.2. Parâmetros de controle da análise não linear	212
7.3. Placa retangular sob tração com uma trinca central – análise não linear	213
7.3.1. Efeito do encruamento nas zonas plásticas elastoplásticas	213
7.3.2. Efeito do parâmetro a/W nas zonas plásticas elastoplásticas e comparação entre essas zonas plásticas com as zonas plásticas corrigidas	226
7.4. Placa retangular com uma trinca central sob flexo tração	233
7.4.1. Efeito do encruamento nas zonas plásticas elastoplásticas	234
7.4.2. Efeito do parâmetro a/W nas zonas plásticas elastoplásticas e comparação entre essas zonas plásticas com as zonas plásticas corrigidas	247
7.5. Conclusões do capítulo	255
8 Conclusões	256
9 Referências bibliográficas	263
Apêndice	272
A.1. Obtenção das zonas plásticas a partir do pós-processamento da análise de elementos finitos	272
A.2. Sensibilidade das estimativas das zonas plásticas obtidas pelo	

método dos elementos finitos em relação ao nível de refinamento da malha 275

A.3. Programa desenvolvido que ajusta os valores da geometria e da carga dos espécimes CCT, SENT e SENB sob um mesmo K_I e mesmo valor de σ_{II}/S_Y 281

Lista de figuras

- Figura 1 – Placa de Griffith biaxialmente carregada. 47
- Figura 2 – Variação de K_C com a espessura t (Wallin, 1985). 50
- Figura 3 – Tipos de fratura para espécimes sob tensão e deformação plana (Adaptada de Castro & Meggiolaro, 2009). 51
- Figura 4 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ insensíveis à relação σ_r/S_Y , estimadas para o caso da placa de Griffith, carregada em modo I sob tensão plana $(p_z(\theta)_{M,pl-\sigma}^{K_I})$. 54
- Figura 5 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ insensíveis à relação σ_r/S_Y , estimadas para o caso da placa de Griffith, carregada em modo I sob deformação plana $(p_z(\theta)_{M,pl-\varepsilon}^{K_I})$. 54
- Figura 6 – Zonas plásticas circulares de tamanhos “pequenos” e “grandes” que validam ou não o uso da MFLE (Castro & Meggiolaro, 2009). 55
- Figura 7 – Fluxograma do dimensionamento à fratura de uma peça que utiliza K para descrever a intensidade do campo de tensões. 56
- Figura 8 – Disco circular com uma trinca interna (adaptada de Fett, 1998). 77
- Figura 9 – Zonas plásticas estimadas para o exemplo do disco circular com uma trinca interna, em que o campo de tensões é obtido a partir de K_I mais T -stress, Eq. (26), sob condições de tensão plana $(p_z(\theta)_{M,pl-\sigma}^{K_I+T})$. 78
- Figura 10 – Zonas plásticas estimadas para o exemplo do disco circular com uma trinca interna, em que o campo de tensões é obtido a partir de K_I mais T -stress, Eq. (26), sob condições de deformação plana $(p_z(\theta)_{M,pl-\varepsilon}^{K_I+T})$. 79
- Figura 11 – Placa de Griffith uniaxialmente carregada. 81
- Figura 12 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa de Griffith sob tensão plana e com $\sigma_r/S_Y = 0,2; 0,4; 0,6; 0,7$ e $0,8$. 81
- Figura 13 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa de Griffith sob deformação plana e com $\sigma_r/S_Y = 0,2; 0,4; 0,6; 0,7$ e $0,8$. 82
- Figura 14 – Placa retangular semi infinita com uma trinca central. 83
- Figura 15 – Zonas plásticas estimadas para uma placa retangular semi infinita com

$a/W = 0,025$ e para a placa de Griffith sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,2; 0,4; 0,6; 0,7$ e $0,8$. 83

Figura 16 – Zonas plásticas estimadas para uma placa retangular semi infinita com $a/W = 0,025$ e para a placa de Griffith sob deformação plana para $\sigma_r/S_Y = 0,2; 0,4; 0,6; 0,7$ e $0,8$. 84

Figura 17 – Zonas plásticas estimadas para uma placa retangular semi infinita com $a/W = 0,025; 0,05$ e $0,091$ e para a placa de Griffith sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,2; 0,4; 0,6; 0,7$ e $0,8$. 84

Figura 18 – Zonas plásticas estimadas para uma placa retangular semi infinita com $a/W = 0,025; 0,05$ e $0,091$ e para a placa de Griffith sob deformação plana para $\sigma_r/S_Y = 0,2; 0,4; 0,6; 0,7$ e $0,8$. 85

Figura 19 – Placa retangular com uma trinca central. 86

Figura 20 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob tensão plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,2$. 87

Figura 21 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob tensão plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,4$. 88

Figura 22 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob tensão plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,5$. 88

Figura 23 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob tensão plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,6$. 89

Figura 24 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob tensão plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,7$. 89

Figura 25 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob tensão plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,8$. 90

Figura 26 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob deformação plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,2$. 90

Figura 27 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob deformação plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,4$. 91

Figura 28 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob deformação plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com

$\sigma_r/S_Y = 0,5$. 91

Figura 29 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob deformação plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,6$. 92

Figura 30 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob deformação plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,7$. 92

Figura 31 – Zonas plásticas $p_z(\theta)_M$ estimadas para o caso da placa retangular com uma trinca central sob deformação plana com $a/W = 0,1$ e $0,2$ e com $\sigma_r/S_Y = 0,8$. 93

Figura 32 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,2$. 98

Figura 33 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,4$. 99

Figura 34 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,5$. 99

Figura 35 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,6$. 100

Figura 36 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,7$. 100

Figura 37 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,8$. 101

Figura 38 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob deformação plana para $\sigma_r/S_Y = 0,2$. 101

Figura 39 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob deformação plana para $\sigma_r/S_Y = 0,4$. 102

Figura 40 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$ sob deformação plana para $\sigma_r/S_Y = 0,5$. 102

Figura 41 – Convergência das estimativas $p_z(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $p_z(\theta)_M^{Wtg}$

- sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,6$. 103
- Figura 42 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,7$. 103
- Figura 43 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,8$. 104
- Figura 44 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob tensão plana para $\sigma_n/S_Y = 0,2$. 105
- Figura 45 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob tensão plana para $\sigma_n/S_Y = 0,4$. 106
- Figura 46 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob tensão plana para $\sigma_n/S_Y = 0,5$. 106
- Figura 47 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob tensão plana para $\sigma_n/S_Y = 0,6$. 107
- Figura 48 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob tensão plana para $\sigma_n/S_Y = 0,7$. 107
- Figura 49 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob tensão plana para $\sigma_n/S_Y = 0,8$. 108
- Figura 50 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,2$. 109
- Figura 51 – Convergência das estimativas 109
- Figura 52 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,5$. 110
- Figura 53 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,6$. 110
- Figura 54 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,7$. 111
- Figura 55 – Convergência das estimativas $pz(\theta)_M^{Wil-Num}$ às estimativas $pz(\theta)_M^{Wrg}$ sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,8$. 111

- Figura 56 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,2$. 113
- Figura 57 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$. 114
- Figura 58 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,5$. 114
- Figura 59 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,6$. 115
- Figura 60 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,7$. 116
- Figura 61 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,8$. 116
- Figura 62 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,2$. 117
- Figura 63 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$. 118
- Figura 64 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,5$. 118
- Figura 65 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,6$. 119
- Figura 66 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,7$. 120
- Figura 67 – Comparação das estimativas $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{Wil-1t}$, $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{West}$ e $pz(\theta)_{M,\sigma-pl}^{K_I+T}$ sob deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,8$. 120
- Figura 68 – Comparação entre a componente $\sigma_{yy}(x, 0)$ gerada por K_I e a componente $\sigma_{yy}(x-x_1, 0)$ gerada por K_I e transladada de x_1 (adaptada de Castro & Meggiolaro, 2009). 125

- Figura 69 – Comparação entre a componente $\sigma_{yy}(x, 0)$ gerada pela função de tensão de Westergaard e a componente $\sigma_{yy}(r-r_1, 0)$ gerada pela função de tensão de Westergaard e transladada de r_1 (adaptada de Rodriguez, 2007). 126
- Figura 70 – Mostra os comportamentos: (a) da componente $\sigma_{xx}(r, 0)$, (b) da componente $\sigma_{yy}(r, 0)$ e (c) da componente $\sigma_{xy}(r, 0)$ na direção paralela ao plano da trinca que são geradas pelo campo de tensões gerado pela função de tensão de Westergaard. 128
- Figura 71 – Mostra os comportamentos: (a) da componente $\sigma_{xx}(r, 0)$, (b) da componente $\sigma_{yy}(r, 0)$ e (c) da componente $\sigma_{xy}(r, 0)$ na direção paralela ao plano da trinca que são geradas pelo campo de tensões gerado pela função de tensão de Westergaard. 130
- Figura 72 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas lineares elásticas truncadas sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,2$ para o caso da placa de Griffith. 133
- Figura 73 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas lineares elásticas truncadas sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ para o caso da placa de Griffith. 133
- Figura 74 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas lineares elásticas truncadas sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,5$ para o caso da placa de Griffith. 134
- Figura 75 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas lineares elásticas truncadas sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,6$ para o caso da placa de Griffith. 134
- Figura 76 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas lineares elásticas truncadas sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,7$ para o caso da placa de Griffith. 135
- Figura 77 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas lineares elásticas truncadas sob tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,8$ para o caso da placa de Griffith. 135
- Figura 78 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas LE truncadas sob deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,2$ para o

- caso da placa de Griffith. 136
- Figura 79 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas LE truncadas sob deformação plana com $\sigma_r/S_Y = 0,4$ para o caso da placa de Griffith. 136
- Figura 80 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas LE truncadas sob deformação plana com $\sigma_r/S_Y = 0,5$ para o caso da placa de Griffith. 137
- Figura 81 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas LE truncadas sob deformação plana com $\sigma_r/S_Y = 0,6$ para o caso da placa de Griffith. 137
- Figura 82 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas LE truncadas sob deformação plana com $\sigma_r/S_Y = 0,7$ para o caso da placa de Griffith. 138
- Figura 83 – Todas as propostas de correção das estimativas $pz(\theta)_M$ junto com as zonas plásticas LE truncadas sob deformação plana com $\sigma_r/S_Y = 0,8$ para o caso da placa de Griffith. 138
- Figura 84 – Comportamento da componente de tensão σ_{yy} e das estimativas pz_M^{Wtg} , $pz_M^{Wtg+eqHard}$ e pz_M^{Wtg+eq} para um determinado valor de θ . 141
- Figura 85 – Simulação da fase plástica de uma material que estabelece uma relação entre tensão e a coordenada polar r para vários valores de m e α . 142
- Figura 86 – Determinação da estimativa $pz_M^{Wtg+eqHardExp-\sigma,r}$ para um determinado valor de $\bar{\theta}$ a partir da igualdade entre as áreas em azul pontilhado e A_{Total} , em que $A_{Total} = A_{Linear} + A_{NaoLinear}$. 143
- Figura 87 – Comportamento da equação de Ramberg-Osgood para $\alpha_e = 0,1$ e $\alpha_e = 0,3$. 145
- Figura 88 – Comportamento da equação de Ramberg-Osgood sem a parte elástica para $\alpha_e = 0,1$ e $\alpha_e = 0,3$. 145
- Figura 89 – O ajuste da equação de Ramberg-Osgood para $\alpha_e = 0,1$. 146
- Figura 90 – O ajuste da equação de Ramberg-Osgood para $\alpha_e = 0,3$. 146
- Figura 91 – Comparação entre as pz que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as pz corrigidas sob estado plano de tensão com σ_r/S_Y

- = 0,2. 147
- Figura 92 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,4$. 148
- Figura 93 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,5$. 148
- Figura 94 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,6$. 149
- Figura 95 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,7$. 149
- Figura 96 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,8$. 150
- Figura 97 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,2$. 150
- Figura 98 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,4$. 151
- Figura 99 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,5$. 151
- Figura 100 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,6$. 152
- Figura 101 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,7$. 152
- Figura 102 – Comparação entre as p_z que consideram os efeitos do encruamento para $h = 0,1$ e $0,3$ com as p_z corrigidas sob estado plano de deformação com

$\sigma_n/S_Y = 0,8$. 153

Figura 103 – Determinação do ponto que satisfaz $\sigma_{Mises}(\sigma_n, r, \theta) < S_Y$ (Lopes *et al*, 2009). 156

Figura 104 – Determinação do ponto que satisfaz $\sigma_{Mises}(\sigma_n, r, \theta) - S_Y < tol$ (Lopes *et al*, 2009). 156

Figura 105 – Trinca curva genérica modelada como uma sucessão de elementos retos de trinca (Lopes, 2002). 158

Figura 106 – Representação gráfica das componentes de tensão (a) σ_{yy} e (b) σ_{xx} (Lopes, 2002). 158

Figura 107 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de tensão para o caso da placa de Griffith. 160

Figura 108 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de deformação para o caso da placa de Griffith. 161

Figura 109 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,2$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 162

Figura 110 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 163

Figura 111 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,5$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 163

Figura 112 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,6$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 164

Figura 113 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de

Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,7$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 164

Figura 114 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de tensão com $\sigma_n/S_Y = 0,8$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 165

Figura 115 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,2$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 165

Figura 116 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 166

Figura 117 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,5$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 166

Figura 118 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,6$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 167

Figura 119 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,7$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 167

Figura 120 – Comparação entre as zonas plásticas obtidas pela função de tensão de Westergaard e as obtidas numericamente pelo MHEC sob estado plano de deformação com $\sigma_n/S_Y = 0,8$ para o caso de uma placa retangular semi infinita tracionada com uma trinca central. 168

Figura 122 – Efeito da relação σ_n/S_Y nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $a/W =$

- 0,05 para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 170
- Figura 123 – Efeito da relação σ_r/S_Y nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $a/W = 0,1$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 170
- Figura 124 – Efeito da relação σ_r/S_Y nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $a/W = 0,4$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 171
- Figura 125 – Efeito da relação σ_r/S_Y nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 172
- Figura 126 – Efeito da relação σ_r/S_Y nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $a/W = 0,1$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 172
- Figura 127 – Efeito da relação σ_r/S_Y nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $a/W = 0,4$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 173
- Figura 128 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,2$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 173
- Figura 129 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,4$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 174
- Figura 130 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,5$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 174
- Figura 131 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,6$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 175
- Figura 132 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,7$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2. 175
- Figura 133 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob tensão plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y =$

0,8 para (a) ponta 1 e (b) ponta 2.	176
Figura 134 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,2$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2.	176
Figura 135 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,4$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2.	177
Figura 136 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,5$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2.	177
Figura 137 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,6$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2.	178
Figura 138 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,7$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2.	178
Figura 139 – Efeito da relação a/W nas zonas plásticas sob deformação plana para o caso da placa retangular com uma trinca central sob flexo tração com $\sigma_r/S_Y = 0,8$ para (a) ponta 1 e (b) ponta 2.	179
Figura 140 – Espécime SENT (adaptada de Anderson, 1995).	180
Figura 141 – Espécime SENB (adaptada de Anderson, 1995).	181
Figura 142 – Espécime CCT (adaptada de Anderson, 1995).	181
Figura 143 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,2$.	182
Figura 144 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,4$.	182
Figura 145 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,5$.	183
Figura 146 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,6$.	183
Figura 147 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob tensão plana para $\sigma_r/S_Y = 0,7$.	184
Figura 148 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo	

MEF sob tensão plana para $\sigma_n/S_Y = 0,8$.	184
Figura 149 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,2$.	185
Figura 150 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,4$.	185
Figura 151 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,5$.	186
Figura 152 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,6$.	186
Figura 153 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,7$.	187
Figura 154 – Zonas plásticas dos espécimes CCT, SENB e SENT, obtidas pelo MEF sob deformação plana para $\sigma_n/S_Y = 0,8$.	187
Figura 155 – Zonas plásticas para o espécime CCT obtidas pelo MEF sob tensão plana.	188
Figura 156 – Zonas plásticas para o espécime CCT obtidas pelo MEF sob deformação plana.	188
Figura 157 – Zonas plásticas para o espécime SENT obtidas pelo MEF sob tensão plana.	189
Figura 158 – Zonas plásticas para o espécime SENT obtidas pelo MEF sob deformação plana.	189
Figura 159 – Zonas plásticas para o espécime SENB obtidas pelo MEF sob tensão plana.	190
Figura 160 – Zonas plásticas para o espécime SENB obtidas pelo MEF sob deformação plana.	190
Figura 161 – Subdivisão do intervalo de integração numérica.	193
Figura 162 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas pela componente σ_{yy} obtidas numericamente e as zonas plásticas corrigidas pela componente σ_{yy} obtidas analiticamente para o caso sob tensão plana.	194
Figura 163 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas pela componente σ_{Mises} obtidas numericamente e as zonas plásticas corrigidas por σ_{Mises} obtidas analiticamente para o caso sob tensão plana.	194
Figura 164 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas pela componente σ_{yy}	

- obtidas numericamente e as zonas plásticas corrigidas pela componente σ_{yy} obtidas analiticamente para o caso em deformação plana. 195
- Figura 165 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas pela componente σ_{Mises} obtidas numericamente e as zonas plásticas corrigidas por σ_{Mises} obtidas analiticamente para o caso em deformação plana. 195
- Figura 166 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{Mises} obtidas numericamente e analiticamente para o caso sob tensão plana com $a/W = 0,05$. 196
- Figura 167 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{yy} obtidas numericamente e analiticamente para o caso sob tensão plana com $a/W = 0,05$. 197
- Figura 168 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{Mises} obtidas numericamente e analiticamente para o caso sob tensão plana com $a/W = 0,1$. 197
- Figura 169 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{yy} obtidas numericamente e analiticamente para o caso sob tensão plana com $a/W = 0,1$. 198
- Figura 170 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{Mises} obtidas numericamente e analiticamente para o caso em tensão plana com $a/W = 0,18$. 198
- Figura 171 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{yy} obtidas numericamente e as analiticamente para o caso sob tensão plana com $a/W = 0,18$. 199
- Figura 172 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{Mises} obtidas numericamente e analiticamente para o caso em deformação plana com $a/W = 0,05$. 199
- Figura 173 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{yy} obtidas numericamente e analiticamente para o caso em deformação plana com $a/W = 0,05$. 200
- Figura 174 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{Mises} obtidas numericamente e analiticamente para o caso em deformação plana com $a/W = 0,10$. 200
- Figura 175 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{yy} obtidas

numericamente e analiticamente para o caso em deformação plana com $a/W = 0,10$. 201

Figura 176 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{Mises} obtidas numericamente e analiticamente para o caso em deformação plana com $a/W = 0,18$. 201

Figura 177 – Comparação entre as zonas plásticas corrigidas por σ_{yy} obtidas numericamente e analiticamente para o caso em deformação plana com $a/W = 0,18$. 202

Figura 178 – Efeito de σ_r/S_Y nas zonas plásticas corrigidas numericamente para $a/W = 0,05$ sob tensão plana para (a) ponta 1 considerando σ_{Mises} ; (b) ponta 2 considerando σ_{Mises} ; (c) ponta 1 considerando σ_{yy} e (d) ponta 2 considerando σ_{yy} . 203

Figura 179 – Efeito de σ_r/S_Y nas zonas plásticas corrigidas numericamente para $a/W = 0,10$ em tensão plana para (a) ponta 1 considerando σ_{Mises} ; (b) ponta 2 considerando σ_{Mises} ; (c) ponta 1 considerando σ_{yy} e (d) ponta 2 considerando σ_{yy} . 204

Figura 180 – Efeito de σ_r/S_Y nas zonas plásticas corrigidas numericamente para $a/W = 0,40$ em tensão plana para (a) ponta 1 considerando σ_{Mises} ; (b) ponta 2 considerando σ_{Mises} ; (c) ponta 1 considerando σ_{yy} e (d) ponta 2 considerando σ_{yy} . 205

Figura 181 – Efeito de σ_r/S_Y nas zonas plásticas corrigidas numericamente para $a/W = 0,05$ em deformação plana para (a) ponta 1 considerando σ_{Mises} ; (b) ponta 2 considerando σ_{Mises} ; (c) ponta 1 considerando σ_{yy} e (d) ponta 2 considerando σ_{yy} . 206

Figura 182 – Efeito de σ_r/S_Y nas zonas plásticas corrigidas numericamente para $a/W = 0,10$ em deformação plana para (a) ponta 1 considerando σ_{Mises} ; (b) ponta 2 considerando σ_{Mises} ; (c) ponta 1 considerando σ_{yy} e (d) ponta 2 considerando σ_{yy} . 207

Figura 183 – Efeito de σ_r/S_Y nas zonas plásticas corrigidas numericamente para $a/W = 0,40$ em deformação plana para (a) ponta 1 considerando σ_{Mises} ; (b) ponta 2 considerando σ_{Mises} ; (c) ponta 1 considerando σ_{yy} e (d) ponta 2 considerando σ_{yy} . 208

- Figura 184 – Modelo multilinear elástico utilizado pelo programa ANSYS (adaptada de ANSYS, 2001). 211
- Figura 185 – Modelo bilinear elástico utilizado. 211
- Figura 186 – Gráfico que indica a convergência da análise feita pelo ANSYS (2001) – adaptada de ANSYS (2001). 212
- Figura 187 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,2$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 214
- Figura 188 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,2$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 214
- Figura 189 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,4$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 215
- Figura 190 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,4$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 215
- Figura 191 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,5$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 216
- Figura 192 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,5$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 216
- Figura 193 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,6$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 217
- Figura 194 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,6$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 217
- Figura 195 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,7$, com $a/W = 0,10$ e

- com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 218
- Figura 196 – Estimativas numérica feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,7$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 218
- Figura 197 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,8$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 219
- Figura 198 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,8$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 219
- Figura 199 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,2$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 220
- Figura 200 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,2$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 220
- Figura 201 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,4$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 221
- Figura 202 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,4$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 221
- Figura 203 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,5$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 222
- Figura 204 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,5$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 222
- Figura 205 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,6$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 223

Figura 206 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,6$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 223

Figura 207 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,7$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 224

Figura 208 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,7$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 224

Figura 209 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,8$, com $a/W = 0,10$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 225

Figura 210 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana, para $\sigma_n/S_Y = 0,8$, com $a/W = 0,15$ e com os valores do coeficiente de encruamento H adotados. 225

Figura 211 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas

plásticas $p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,2$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 227

Figura 212 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas

plásticas $p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 227

Figura 213 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas

plásticas $p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,5$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 228

Figura 214 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas

plásticas $p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,6$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 228

Figura 215 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas

plásticas $p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,7$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 229

Figura 216 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas plásticas $pz_M^{LE-MHEC}$ e $pz_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,8$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 229

Figura 217 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas plásticas $pz_M^{LE-MHEC}$ e $pz_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,2$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 230

Figura 218 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas plásticas $pz_M^{LE-MHEC}$ e $pz_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 230

Figura 219 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas plásticas $pz_M^{LE-MHEC}$ e $pz_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,5$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 231

Figura 220 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas plásticas $pz_M^{LE-MHEC}$ e $pz_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,6$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 231

Figura 221 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas plásticas $pz_M^{LE-MHEC}$ e $pz_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,7$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 232

Figura 222 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 99,9\%E$ e $H = 1\%E$ e zonas plásticas $pz_M^{LE-MHEC}$ e $pz_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,8$ e com $a/W = 0,10$ e $a/W = 0,15$. 232

Figura 223 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das pz_M^{EP-MEF} para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,2$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 234

Figura 224 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das pz_M^{EP-MEF} para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,2$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 235

Figura 225 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2.
235

Figura 226 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2.
236

Figura 227 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,5$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2.
236

Figura 228 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,5$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2.
237

Figura 229 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,6$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2.
237

Figura 230 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,6$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2.
238

Figura 231 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,7$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2.
238

Figura 232 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,7$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2.
239

Figura 233 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,8$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 239

Figura 234 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,8$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 240

Figura 235 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,2$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 240

Figura 236 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,2$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 241

Figura 237 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 241

Figura 238 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 242

Figura 239 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,5$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 242

Figura 240 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das $p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,5$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para

(b) ponta 2. 243

Figura 241 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,6$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 243

Figura 242 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,6$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 244

Figura 243 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,7$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 244

Figura 244 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,7$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 245

Figura 245 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,8$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,05$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 245

Figura 246 – Estimativas numéricas feitas pelo programa ANSYS (2001) das

$p z_M^{EP-MEF}$ para o caso de deformação plana com $\sigma_n/S_Y = 0,8$ para os sete valores de H adotados e com a relação de $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 246

Figura 247 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,2$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 248

Figura 248 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 248

Figura 249 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,5$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 249

Figura 250 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,6$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 249

Figura 251 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,7$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 250

Figura 252 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de tensão para $\sigma_n/S_Y = 0,8$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 250

Figura 253 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,2$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 251

Figura 254 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 251

Figura 255 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,5$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 252

Figura 256 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,6$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 252

Figura 257 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas

$p z_M^{LE-MHEC}$ e $p z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para

$\sigma_n/S_Y = 0,7$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 253

Figura 258 – Zonas plásticas elastoplásticas para $H = 1\%E$ e zonas plásticas $p_z_M^{LE-MHEC}$ e $p_z_M^{LE-MHEC+eq}$ sob um estado plano de deformação para $\sigma_n/S_Y = 0,8$ e com $a/W = 0,05$ e $a/W = 0,40$ para (a) ponta 1 e para (b) ponta 2. 253

Figura A.1 – Divisão do modelo completo do espécime CCT em subdomínios com diferentes graus de refinamento da malha. 273

Figura A.2 – Resposta nodal da tensão equivalente de Mises com a tensão máxima limitada a tensão de escoamento em que se visualiza a zona plástica na ponta da trinca para o modelo do espécime CCT sob tensão plana. 273

Figura A.3 – Uso do programa DEMO-IMO após se delimitar a fronteira de um subdomínio adjacente à ponta da trinca em que se conhece previamente as suas dimensões. 274

Figura A.4 – Obtenção da zona plástica a partir do uso do programa DEMO-IMO. 275

Figura A.5 – Obtenção da zona plástica a partir do uso do programa DEMO-IMO. 276

Figura A.6 – Detalhe de três dos cinco níveis de refinamento utilizados nas malhas de elementos finitos para o estado de tensão plana, com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ e para $a/W = 0,10$, em que (a) mostra o menor nível de refinamento usado, (b) mostra um nível de refinamento intermediário e (c) mostra o maior nível de refinamento usado na estimativa das zonas plásticas. 277

Figura A.7 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF sob estado de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,10$ para o exemplo do espécime CCT para o primeiro nível de refinamento da malha de elementos finitos. 278

Figura A.8 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF sob estado de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,10$ para o exemplo do espécime CCT para o segundo nível de refinamento da malha de elementos finitos. 278

Figura A.9 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF sob estado de tensão plana com $\sigma_n/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,10$ para o exemplo

do espécime CCT para o terceiro nível de refinamento da malha de elementos finitos. 279

Figura A.10 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF para um estado de tensão plana com $\sigma_r/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,10$ para o exemplo do espécime CCT para o quarto nível de refinamento da malha de elementos finitos. 280

Figura A.11 – Zonas plásticas lineares elásticas estimadas pelo MHEC e pelo MEF sob estado de tensão plana com $\sigma_r/S_Y = 0,4$ e com $a/W = 0,10$ para o exemplo do espécime CCT para o quinto nível de refinamento da malha de elementos finitos. 280

Figura A.12 – Programa desenvolvido em Mathcad para calcular os valores da geometria e da carga dos espécimes CCT, SENT e SENB de tal maneira que se mantenha fixo os valores de K_I e de σ_r/S_Y . 283

Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores de $F(a/R)$ dependentes da relação a/R (Tada *et al*, 1985). 78

Tabela 2 – Valores de γ dependentes da relação a/W e H/W (Fett, 1998). 87

Tabela 3 – Valores de $F(a/W)$ dependentes da relação a/W (Tada *et al*, 1985). 87

Lista de símbolos

K	Fator de Intensidade de Tensão.
ASTM	American Society for Testing and Materials.
K_I	Fator de Intensidade de Tensão em modo I de trincamento.
K_{II}	Fator de Intensidade de Tensão em modo II de trincamento.
K_{III}	Fator de Intensidade de Tensão em modo III de trincamento.
σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , e σ_{xy}	Componentes de tensão escritas em coordenadas Cartesianas.
x e y	Sistema Cartesiano de coordenadas.
r e θ	Sistema Polar de coordenadas.
σ_n	Tensão nominal.
a	Comprimento ou metade do comprimento de trinca.
K_{IC}	Medida de tenacidade para peças que estejam sob estado plano de deformação.
S_Y	Tensão de escoamento do material.
σ_n/S_Y	Relação entre a tensão nominal e a tensão de escoamento.
T	Tenacidade.
MF	Mecânica da Fratura.
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica.
MFEP	Mecânica da Fratura Elastoplástica.
J_{IC}	Medida de tenacidade sob deformação plana em que não vale a MFLE.
K_{JIC}	Medida de tenacidade sob deformação plana obtida a partir de valores por J_{IC}
E_1	Módulo de elasticidade longitudinal que depende do estado de tensão estudado, podendo ser de tensão ou de deformação plana.
E	Módulo de elasticidade longitudinal.
ν	Coefficiente de Poisson do material.
CT ou CS	Compact Specimen.
DC(T)	Disk-Shaped Compact Specimens.
SENB	Single Edge Notched Bend.
SENB	Single Edge Notched Bend.

CCT	Center Cracked Tension.
t	Espessura da peça.
$K_C(t)$	Valor empírico da tenacidade que é expresso como função de t .
t_{\min}	Valor de t mínimo onde $K_C(t)$ se torna constante e igual a K_{IC} .
t_C	Comprimento característico da peça.
$pz(\theta)$	Zonas plásticas estimadas por um determinado critério de escoamento.
$pz(\theta)_M$	Zonas plásticas estimadas pelo critério de escoamento de Mises.
EPE	Estado de escoamento em pequena escala.
EGE	Estado de escoamento em grande escala.
σ_{Mises}	Tensão equivalente de Mises.
$pz(\theta)_{M,pl-\sigma}^K$	Zonas plásticas estimadas para um estado plano de tensão e obtidas pelo campo de tensões originado a partir de K_I em que se usa a tensão equivalente de Mises como critério de escoamento.
$pz(\theta)_{M,pl-\epsilon}^K$	Zonas plásticas estimadas para um estado plano de deformação e obtidas pelo campo de tensões originado a partir de K_I em que se usa a tensão equivalente de Mises como critério de escoamento.
$pz0$	Zona plástica de referência obtida para $\theta = 0^\circ$.
K_t	Fator de Concentração de Tensão.
J	Integral J .
$T-stress$	Termo constante de ordem zero gerado pela série de Williams.
ρ	Raio de ponta da trinca.
Ti	Titânio.
Al	Alumínio.
δW	Incremento de trabalho.
ΔK	Varição de K .
δE_D	Varição da energia de deformação.
δA	Incremento de área de trinca.
E_P	Energia Pontencial.
\mathcal{G}	Taxa de alívio de energia.
Z	Função de tensão de Westergaard.
z e \bar{z}	Número complexo e seu conjugado.

Z'	Derivada da função de tensão de Westergaard em relação ao número complexo (z).
σ_0	Tensão correspondente à deformação máxima do material.
CTOD	Crack Tip Open Displacement.
z_{p_c}	Zonas plástica crítica que segundo a ASTM valida a MFLE.
MEF	Método dos Elementos Finitos.
MEC	Método dos Elementos de Contorno.
MHEC	Método Híbrido dos Elementos de Contorno.
σ_{ij}	Componentes do campo de tensões escritas em notação indicial.
ε_{ij}	Componentes do campo de deformações escritas em notação indicial.
α e m	Parâmetros do modelo de encruamento $p z_M^{Wig+eqHardExp-\sigma,r}$.
$f_{ij}(\theta)$	Função da coordenada θ para cada campo de tensões.
k	Parâmetro que define a intensidade biaxial do carregamento.
Φ	Função de tensão.
n_e	Expoente de encruamento do material.
α_e	Coefficiente de encruamento do material.