11 Referências Bibliográficas

AMARAL, L.F. **Modelos Lineares e Não-Lineares na Modelagem do Preço *Spot* de Energia Elétrica do Brasil**. Dissertação de Mestrado. Dept. Eng. Elétrica. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), 2003.

AMARAL, L.F. & SOUZA, R.C. **Modelos Autoregressivos de Múltiplos Regimes com Transição Suave na Modelagem do Preço de Curto Prazo ("*Spot*") de Energia Elétrica**. Relatório PUC-Rio/CEPEL, 2002.

Black, F. & Scholes, M.. **The Price of Options and Corporaté Liabilities**. Journal of Political Economy, 1973

BRASIL. Lei nº 10.848, de 15 de marco de 2004. Dispõe sobre a comercialização de energia elétrica, altera as Leis 5.655/71, 8.631/93, 9.074/95, 9.427/96, 9.478/97, 9.648/98, 9.991/00, 10.438/02 e dá outras providencias. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 16 dez. 2004

CCEE. Câmara de Comercialização de Energia Elétrica. Disponível em: http://www.ccee.org.br. Acesso em: 2011.

CEPEL. "**DECOMP: Determinação da Coordenação da Operação a Curto Prazo**". Manual do Usuário v. 7.1 e Manual de referência. 1999. a

CEPEL. **"NEWAVE I e II: Planejamento da Operação a Longo Prazo de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados".** Manual do Usuário. Especificação Funcional e Manual de Metodologia. 1999. b

COX, P. M., Betts, R. A., Bunton, C. B., Essery, R. L. H., Rowntree, P. R., and Smith, J. (1999). **The impact of new land surface physics on the GCM simulation of climAtéaté and climAtéaté sensitivity**. ClimAtéaté Dynamics, 15, 189-203.

COPELAND, Tom; Antikarov, Vladimir, **Real Options** - A Practitioner's Guide Texere LLC Publishing, 2001.

DIAS, Marco A. G., **Investimento Sob Incerteza em Exploração & Produção de Petróleo**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-RIO, 1996.

DIAS, Marco Antonio G. , **Real Option Evaluation: Optimization under Uncertainty with Genetic Algorithms and Monte Carlo Simulation**, Working paper, Dpt. of Electrical Engineering, PUC-Rio, Brazil, July 2000. 23 pp.

DIAS, Marco Antonio G., **Investment in Information for Oil Field Development Using Evolutionary Approach with Monte Carlo**

Simulation, 5th Annual International Conference on Real Options – Theory Meets Practice, UCLA, Los Angeles, USA, July 13-14, 2001.

DIAS, Marco A. G . Disponivel em http://www.puc-rio.br/marco.ind. Acesso em 2010 e 2011.

DIXIT, A. K.; Pindyck, R. S., **Investment under Uncertainty**, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1994.

Gardner MJ, Altman DG. **Confidence intervals rather than P values: estimation rather than hypothesis testing**. British Medical Journal (Clin Res Ed) 1986;292(6522):746-50

GOLDBERG, David E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and machine Learning**, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1989.

HULL, J. C., **Options, Futures, & Other Derivatives**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 4th ed. 1999, pp. 698.

HULL, J. C., **Fundamentos Futuros e de Opcoes**, 4ª edicão rev e ampl, São Paulo, BBM&FBOVESPA, 2005.

KOZA, John R.: **Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection**, MIT Press, USA, 1992.

L. D. Davis, **Handbook of Genetic Algorithms**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1991

LAZO, Juan G. Lazo, **Determinação do Valor de Opções Reais por Simulação Monte Carlo com aproximação por Números Fuzzy e Algoritmos Genéticos**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnico e Cientifico, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 27 de agosto de 2004.

LOIOLA, Umberto Batista de, **Os Instrumentos de Derivativos nos Mercados Futuros de Energia Elétrica**, Florianópolis, UFSC, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2002

MACEIRA, M.E.P. **Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Processo Estocástico de Afluências por Modelos Auto-Regressivos Periódicos**. CEPEL. Rio de Janeiro, Junho, 1993

MALKOVICH, J.F.; AFIFI, A.A (1982) **On tests for multivariate normality**. Journal of the American Statistical Association, v.68, p.176-179.

MAYO, Roberto, **Derivativos de Eletricidade & Gerenciameto de Riscos**, Synergia Editora, 1ª Edição, 2009.

MERTON, R, **The Theory of Rational Option Pricing**, The Bell Journal of Economics and Management Science 4, 1973

MICHALEWICZ. Zbigniew, **Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution programs**, Springe-Verlag, USA, 1996.

OLIVEIRA, Francisco Alexandre, **Estratégia de comercialização de energia elétrica através da otimização de portifolio de contratos utilizando projetos de experimentos de misturas**, Tese de Doutorado, Departamento ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Novembro de 2009.

ONS. Operador Nacional do Sistema Elétrico. Disponível em: http://www.ons.org.br. Acesso em: 2011.

Palisade Corporation. Disponível em: http://www.palisade.com.br. Acesso em: 2010 e 2011.

PINDYCKY, R. S., RUBINFELD, D. L., **Econometric Models and Econometric Forecasts**, Mac Graw-Hill, New York, third edition, 1991.

PSRI. **Modelo SDDP**. Manual de Metodologia, PSRI, 2000

ROSS, S. A., WESTERFIELD, R. W., Jaffe, J. F., **Corporate Finance**. 5th Edition. McGraw-Hill Companies, Inc. 2002.

SCHWARTZ, E. S., **The Stochastic Behavior of *Commodities* Prices: Implications for valuation and Hedging**, Journal of Finance, vol. 52, No 3, July 1997, pp.923-973.

SILVA, B.N. **Elaboração de um Modelo de Previsão dos Preços *Spot* de Energia Elétrica no Brasil e Avaliação de uma Termelétrica Utilizando a Teoria das Opções Reais**. Dissertação de Mestrado. Dept. Eng. Industrial. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUCRio), 2001.

SOUSA, R.L. **Modelagem Estrutural do Preço *Spot* de Energia. Dissertação de Mestrado**. Dept. Eng. Elétrica. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), 2003.

TRIGEORGIS, L., **Real Options - Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation**, MIT Press, Cambridge, MA, 1996

Canal Energia. Apresentação "**A1707 - Critérios e Condições para Contratação de Energia no Mercado Livre**". Disponível em www.canalenergia.com.br. Acesso em Janeiro de 2011.

12 Apêndice A

Este apêndice descreve o conceito de processos estocásticos e descreve os processos estocásticos mais usados para modelar os preços das *commodities*.

12.1. Processos Estocásticos

Uma variável cujo valor muda de forma aleatória com o tempo segue um processo estocástico. Estes processos podem ser classificados como a tempo discreto ou a tempo contínuo. Em um processo estocástico a tempo discreto o valor da variável muda apenas em determinados pontos fixos no tempo, enquanto, num processo estocástico a tempo contínuo as mudanças podem ocorrer em qualquer tempo.

Existem vários processos estocásticos usados para modelar os preços das *commodities*; a seguir serão descritos os processos estocásticos mais usados.

12.2. Processo de Markov

O processo de Markov é um tipo específico de processo estocástico onde apenas o valor corrente de uma variável é relevante para se prever o futuro. O histórico de uma variável e a maneira como o presente emergiu do passado são irrelevantes, ou seja, o valor atual da variável encerra todas as informações contidas em seu histórico de valores passados (Dixit & Pindyck, 1994).

12.3. Processo de Wiener

O processo de Wiener é um tipo particular do processo estocástico de Markov que tem sido utilizado pela física para descrever o movimento de uma partícula sujeita a uma grande quantidade de pequenos choques moleculares, às vezes denominado de Movimento Braoniano.

O comportamento de uma variável z, que acompanha o processo de Wiener, pode ser compreendido pelas mudanças em seu valor em pequenos intervalos de tempo. Considerando um intervalo de tempo infinitesimal, de extensão dt, e definindo dz como a mudança em z durante dt, para que z siga um processo de Wiener, dz deve cumprir as seguintes propriedades básicas:

- dz relaciona-se a dt na equação

$$dz = \varepsilon\ dt \qquad (22)$$

onde **ε** é uma variável aleatória de uma distribuição normal com média zero e desvio padrão 1.

- Os valores de dz, para quaisquer dois pequenos intervalos de tempo dt distintos, são independentes.

Logo, a partir da primeira propriedade, dz possui distribuição normal, com:

$$E[dz] = 0 \qquad (23)$$

$$Var\ [dz] = dt \qquad (24)$$

A segunda propriedade indica que z segue o processo de Markov.

12.4.Processo Generalizado de Wiener

O processo Generalizado de Wiener para uma variável x pode ser definido em termos de dz da seguinte forma:

$$dx = adt + bdz \qquad (25)$$

onde a e b são constantes.

O termo adt na equação (25) indica que x possui taxa de desvio esperado de a por unidade de tempo. O termo bdz é o que agrega ruído ou variabilidade à trajetória seguida por x, onde a medida desse ruído é b vezes o processo de Wiener.

Substituindo a equação (22) na equação (25) obtêm-se:

$$dx = adt + b\varepsilon\sqrt{dt} \qquad (26)$$

onde **ε** é uma variável aleatória de uma distribuição normal (0, 1). Assim, dx possui distribuição normal com:

$$E[dx]= adt \qquad (27)$$

$$Var[dx] = b^2\ dt \qquad (28)$$

12.5.Processo de Itô

Este processo estocástico é semelhante ao Processo Generalizado de Wiener, sendo que neste caso os parâmetros a e b são funções do valor da variável objeto, x, e do tempo, t. Algebricamente, o processo de Itô pode ser escrito como:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \tag{29}$$

onde os parâmetros a e b são conhecidos como taxas de crescimento esperado instantâneo e taxa de variância instantânea, respectivamente, deste processo.

Observa-se que em qualquer intervalo de tempo, a variação de x é normalmente distribuída (Dixit & Pindyck, 1994; Hull, 1999).

12.6.Lema de Itô

Segundo Hull (1999), o preço de uma opção é função do preço da ação objeto e do tempo. Genericamente, pode-se dizer que o preço de qualquer derivativo é uma função de suas variáveis estocásticas e do tempo. Portanto, no estudo de derivativos, é essencial compreender um pouco do comportamento das funções de variáveis estocásticas. Um resultado importante nessa área é conhecido como o lema de Itô.

Supondo que o valor de uma variável x siga o processo de Itô dado pela equação (29), e considerando a existência de um derivativo G em função de x e t, ou seja,

$$G = f (x, t) \tag{30}$$

O lema de Itô define o processo seguido por G como:

$$dG = \left[\frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial t}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}\right]dt + \frac{\partial G}{\partial x}bdz \tag{31}$$

12.7.Movimento Geométrico Browniano

O Movimento Geométrico Browniano (MGB) (Dixit & Pindyck, 1994; Hull, 1999; Dias, 2011; Dias, 1996) é um importante caso especial do processo de Itô, descrito na equação (29). Este processo estocástico é o mais usado em finanças para representar o preço de ações, mas para *commodities* não é tão eficiente.

Fazendo na equação (29) a(x, t) = αx e b(x,t) = σx, onde x representa o preço, α e σ são constantes, obtém-se:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz \tag{32}$$

$$\frac{dx}{x} = \alpha xdt + \sigma xdz \tag{33}$$

Como foi visto nas equações (23) e (24), o percentual de variação de x, Δx/x, é normalmente distribuídos.

Utilizando o Lema de Itô, equação (29), para derivar o processo seguido pelo ln x, define-se G = ln x . Logo:

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{1}{x} \qquad \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{1}{x^2} \qquad \frac{\partial^2 G}{\partial t} = 0 \tag{34}$$

Considerando os valores para a e b usados na equação (32), a equação (31) se transforma na equação (30):

$$dG = \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dz \tag{35}$$

Visto que α e σ e são constantes, a equação (35) indica que G segue um processo generalizado de Wiener, que possui taxa de desvio constante de $\alpha = \sigma^2/2$ e taxa de variância constante σ^2. Assim, em um intervalo finito de tempo Δt, a variação no logaritmo de x, ln(xt) - ln (xt-1) , é normalmente distribuído com:

$$E = \left[\ln \frac{xt}{x(t-1)}\right] = \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t \tag{36}$$

$$Var = \left[\ln \frac{xt}{x(t-1)} \right] = \left(\sigma^2 \right) \Delta t \tag{37}$$

Em seguida, discretiza-se a equação (36), considerando-se a variação no logaritmo de x e notando que dz corresponde ao incremento de Wiener:

$$\ln\left(\frac{xt}{x(t-1)} \right) = \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t} \tag{38}$$

Rearrumando a equação (38), chega-se à expressão recursiva do Movimento Geométrico Browniano para simular o preço futuro de uma ação:

$$xt = x(t-1) * \exp\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t} \text{ , } \varepsilon \sim \text{N}(0,1) \tag{39}$$

Este modelo é bastante usado e corresponde a uma extensão do modelo apresentado por Dixit (Dixit & Pindyck, 1994; site marco; Dias, 2003).

12.8. Processo de Reversão à Média

Do ponto de vista econômico, este processo estocástico é o mais adequado para preços de *commodities*, especialmente sob a ótica de longo prazo (Dias,1996), embora seja mais complexo matematicamente do que o clássico Movimento Geométrico Browniano. Neste processo a tendência é o preço reverter em direção à média de longo prazo (Dixit, Pindyck, 1994), entendida como o custo marginal médio da *commodity,* incluída a remuneração ao capital de risco.

Segundo este processo, se o preço de uma *commodity* estiver muito abaixo da média de longo prazo, várias firmas deixarão de produzi-la, fazendo com que seu preço suba devido à queda da oferta global do produto. Este mesmo raciocínio é valido em sentido oposto, isto é, se os preços estiverem muito acima da média de longo prazo, a tendência será de queda nos preços causada pela concorrência com a entrada de novos produtores ou pela entrada de produtos substitutos.

Assim, em uma economia competitiva, não há espaço nem para ganhos elevadíssimos durante muito tempo, e nem para perdas substanciais por um período muito longo, devido às próprias forças do mercado.

Segundo Pindyck e Rubinfeld (Pindyck & Rubinfeld,1991) o processo de reversão à média é tipicamente lento, sendo difícil a sua identificação em séries temporais de curta duração.

O modelo mais simples de reversão à média é o modelo aritmético de Ornstein-Uhlenbeck. Este modelo atribui probabilidades positivas para valores negativos da variável estocástica. Sua equação difere do movimento aritmético browniano apenas no termo da tendência, conforme pode ser verificado em:

$$dx = \eta\ (xbarra - x)dt + \sigma dz \tag{40}$$

onde η é a velocidade de reversão à média, x é o preço de longo prazo, x é o preço atual, dt é o incremento no tempo, σ é a volatilidade do preço do ativo e dz é o incremento de Wiener.

Outro modelo muito conhecido é apresentado por Dixit e Pindyck (Dixit & Pindyck, 1994) ou modelo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck. Segundo, além de possuir uma lógica intuitiva adequada, este modelo é rigoroso em não atribuir probabilidades positivas para preços negativos.

A equação estocástica do modelo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck é dada pela equação (40):

$$dx = \eta\ (xbarra - x)xdt + \sigma xdz \tag{41}$$

Segundo Dixit (Dixit, 1989), o modelo de reversão à média aumenta a histerese, isto é, aumenta o intervalo entre os preços de entrada e saída de uma indústria onde o gerente tende a adiar o investimento. Se os preços estão altos, e conseqüentemente acima da média de longo prazo, a reversão indica uma maior tendência de queda dos preços, fazendo com que a firma se torne ainda mais relutante em investir. Por outro lado, se os preços estiverem abaixo da média, as firmas ficarão ainda mais relutantes em exercer a opção de abandono, já que a probabilidade de recuperação dos preços é maior.

Portanto, os efeitos da incerteza e da tendência na regra de decisão, causados pela adoção do modelo de reversão à média, podem ser opostos, se a média de longo prazo trabalhar com uma tendência contrária ao exercício da opção e não for alta o suficiente para deixar a opção “in the money”.

12.9. Modelo de Reversão à Média de Schwartz

O modelo de Schwartz (Schwartz, 1997) é um dos mais famosos modelos de reversão à média. Schwartz apresentou três modelos para preços de *commodities*. No primeiro, o modelo de um fator, considera que o logaritmo do preço *spot* segue um processo de reversão à média do tipo Ornstein-Uhlenbeck. O segundo modelo inclui outro fator estocástico, o qual também segue um processo de reversão à média e é positivamente correlacionado com o preço *spot*. O modelo de três fatores é uma extensão do segundo, incluindo a taxa de juros estocástica.

Segundo Schwartz, os três modelos são bastante tratáveis, já que eles contam com formas fechadas de solução para preços futuros e relações lineares entre o logaritmo dos preços futuros e os fatores em questão.

Neste trabalho é considerado o modelo de um fator, em que o preço da *commodity* segue o seguinte processo estocástico:

$$dx = \eta(\ln(xbarra)-\ln(x))xdt + \sigma xdz \qquad (42)$$

onde x é a média de longo prazo, η é a velocidade de reversão à média, dt é incremento no tempo, σ é a volatilidade do preço do ativo e dz é o incremento de Wiener.

Segundo Dias (Dias, 2001), este modelo não é muito intuitivo, pois se presume que investidores não possuem muita sensibilidade a valores expressos em logaritmos.

Por outro lado, ele facilita a estimativa de parâmetros, uma vez que considera o seguinte processo estocástico para a variável x:

$$x = \ln P \qquad (43)$$

onde P é o preço.

Aplicando o teorema de Itô é possível derivar o processo seguido por x. Assim, das equações (42) e (43), obtém-se:

$$dx\left[\frac{\partial x}{\partial P}a + \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial^2 x}{\partial P^2}b^2\right]dt + \frac{\partial x}{\partial P}bdz \tag{44}$$

$$dx = \left[\frac{1}{P}\eta(\ln Pbarra - \ln P)P + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{P^2}\right)\sigma^2 P^2\right]dt + \frac{1}{P}\sigma Pdz$$

$$dx = \left[\eta(\ln Pbarra - \ln P) - \frac{1}{2}\sigma^2\right]dt + \sigma dz$$

$$dx = \eta\left[(\ln Pbarra - \ln P) - \frac{1}{2\eta}\sigma^2\right]dt + \sigma dz$$

$$dx = \eta\,[xbarra - x]dt + \sigma dz$$

Onde,

$$xbarra = \ln Pbarra - \frac{1}{2\eta}\sigma^2 \tag{45}$$

Da equação acima se percebe que a variação esperada de x depende da diferença entre x e x . Segundo Schwartz, a variável x tem distribuição normal com:

$$E[xt] = xbarra + (x0 - xbarra)e^{-\eta(t-t0)} \tag{46}$$

$$Var = \left(\frac{\sigma^2}{2\eta}\right)(1 - e^{-2\eta(t-t0)}) \tag{47}$$

Observa-se na equação (47) que existe um termo no qual a variância decai com o tempo. Para um horizonte de longo prazo, a variância do processo tende a zero.

Logo, neste processo de reversão à média a variância não cresce indefinidamente como acontece com a variância do movimento geométrico browniano.

Em um formato neutro ao risco[14] o processo P(t) é simulado usando para tempo discreto:

---

[14] O formato neutro ao risco permite o uso da taxa de interesse livre de risco como uma adequada taxa de desconto. O processo é neutralizado ao risco mudando a tendência. Neste formato, a

$$E[xt] = xbarra + (x0 - xbarra)e^{-\eta(t-t0)} \quad (48)$$

$$Var = \left(\frac{\sigma^2}{2\eta}\right)(1 - e^{-2\eta(t-t0)}) \quad (49)$$

$$P(t) = \exp\left\{\ln[P(t-1)]e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln(Pbarra) - \frac{\sigma^2}{2\eta} + \frac{\mu - r}{\eta}\right](1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{(1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1)\right\}$$

(50)

onde μ é a taxa de desconto ajustada ao risco, η é a velocidade de reversão à média e r é a taxa livre de risco.

12.10.Modelo de Reversão à Média de Dias

O modelo de reversão à média proposto por Dias (Dias, 2001) é uma variação do modelo de um fator descrito por Schwartz. Este modelo fornece uma interpretação mais direta do nível do preço de equilíbrio de longo prazo. Considera inicialmente o processo aritmético de Ornstein-Uhlembeck, adotado por Schwartz para a variável estocástica x (1):

(51)

$$dx = \eta(xbarra - x)dt + \sigma dz$$

onde a variável x é normalmente distribuída com média e variância iguais:

$$E[x(t)] = x0(e^{-\eta(t-t0)}) + xabarra(1 - e^{-\eta(t-t0)}) \quad (52)$$

$$Var = \left(\frac{\sigma^2}{2\eta}\right)(1 - e^{-2\eta(t-t0)}) \quad (53)$$

Porém, neste modelo é considerado que x =ln P, onde P é o preço de equilíbrio de longo prazo. A idéia é definir o preço do ativo como uma distribuição log-normal com média igual a:

$$E[Pt] = e^{E[x(t)]} \quad (54)$$

---

tendência α do processo é substituído por r - ξ, onde ξ é o dividendo. Para o caso da reversão à media, o dividendo não é ξ = μ – α = α-η(xbarra –x) constante, sendo uma função de x: é ξ = μ – α = α-η(xbarra –x). Observe que, na equação (35), a neutralização ao risco pode ser interpretada como a subtração do nível de equilíbrio (média de longo prazo) x do *risk-premium* normalizado ((μ – r)/η).

Segundo Dias, o processo P(t)=e$^{x(t)}$ e não funciona porque a exponencial da distribuição Normal adiciona metade da variância na distribuição log-normal.

Assim, com o intuito de anular este acréscimo, metade da variância é compensada relacionando x e P conforme a equação (55).

$$P(t) = \exp\{x(t)- 0.5Var[x(t)]\} \qquad (55)$$

Em um formato neutro ao risco o processo x(t) é simulado usando na equação (54) para tempo discreto:

$$x(t) = x(t)\exp(-\eta\Delta t) + \left[\ln(Pbarra) + \frac{\mu-\rho}{\eta}\right](1-\exp(-\eta\Delta t) + \sigma\sqrt{\frac{(1-\exp(-2\eta\Delta t)}{2\eta}}N(0,1)$$
(56)

onde μ é a taxa de desconto ajustada ao risco, η é a velocidade de reversão à média e r é a taxa livre de risco.

13 Apêndice B

Este apêndice descreve o teste de *Kolmogorov-Smirnov*

O teste de Kolmogorov-Smirnov (Malkovich, 1982) mede o grau de concordância entre a distribuição de um conjunto de valores observados (amostra) e uma determinada distribuição teórica. O teste indica se os valores da amostra podem ser considerados como provenientes de uma população com uma determinada distribuição.

A estatística compara a distribuição acumulada de freqüências observadas com a respectiva distribuição teórica e determina o ponto em que essas duas distribuições acusam a maior divergência. A distribuição amostral indica se essa diferença máxima pode ser atribuída ao acaso.

A hipótese H0 (nula) é aquela na qual os vetores tem a mesma distribuição A hipótese alternativa e aquela em que a distribuição não é a mesma. O resultado H igual a 1 é obtido se o teste rejeita a hipótese nula com x% de nível de significância, 0 em caso contrario. A hipótese H0 (nula) é que os dados seguem a distribuição especificada. A estatística do teste é definida como:

$$h = \max_{1 \le i \le n} \left| F(yi) - \frac{i}{n} \right| \tag{48}$$

Onde:

h: é o maior valor calculado e é chamado de desvio máximo.

F: é a distribuição acumulada teórica da distribuição que está sendo testada e deve ser uma distribuição contínua (neste caso, a distribuição Normal).

F(yi) : distribuição acumulada das escolhas segundo H0 . Isto é, para Y = yi , o valor de F (Yi) é a proporção de casos esperados com escores iguais ou menores do que i y .

i/n: corresponde a freqüência acumulada de uma amostra aleatória de n observações, quando Y é qualquer escore possível e i é o número de observações não superiores a Y.