

CAPÍTULO 6

Incerteza de Medição

6.1 Introdução

O VIM define o mensurando como a “grandeza específica submetida à medição”, e o valor verdadeiro como sendo o “valor de uma grandeza compatível com a definição da grandeza”. Nas abordagens de erro e incerteza de medição não existe um valor único para definir uma grandeza que se pretende medir (mensurando) e sim um conjunto de valores que podem ser atribuídos a ele. Desta forma, um resultado de medição é composto de um valor mais provável do mensurando, acompanhado do parâmetro incerteza de medição (VIM-2008, 2009; GUM, 2008).

A medição é a obtenção experimental baseada em um fenômeno caracterizado por um ou mais valores que podem ser razoavelmente atribuídos a um mensurando. Deste modo, no caso específico de estudo desta tese, o mensurando (*temperatura de um forno medida por rede de Bragg*) requer um conhecimento prévio de suas características, assim como a descrição do estado do fenômeno, do corpo ou da substância da qual a grandeza é uma propriedade, incluindo qualquer componente relevante e as entidades químicas envolvidas.

De acordo com o (VIM-2008, 2009), a incerteza de medição é definida como sendo um parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando com base nas informações utilizadas. A incerteza de medição compreende componentes provenientes de efeitos sistemáticos, tais como aqueles associados a correções e valores atribuídos a padrões. Algumas das componentes podem ser estimadas por uma avaliação do Tipo A, a partir da distribuição estatística dos valores provenientes de séries de medições e que podem ser caracterizadas por desvios-padrão. As outras componentes, as quais podem ser estimadas por uma avaliação do Tipo B da incerteza de medição, são caracterizadas por desvios-padrão estimados a partir de funções de densidade de probabilidade baseadas na experiência ou em outras informações.

A incerteza de medição é uma indicação quantitativa da qualidade dos resultados de medição. A qualidade de um resultado de medição está relacionada com a compatibilidade de seu valor em relação a um valor de referência, através da sua convergência para diferentes medições de um dado mensurando.

Para que haja possibilidade da comparação de resultados nas diversas situações, é necessário a adoção de um procedimento universal para a estimativa da incerteza dos resultados de medição, sem o qual os resultados não poderiam ser comparados. O documento de consenso adotado internacionalmente como referência para o estabelecimento da incerteza de um resultado de medição é o *"Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement"* (GUM, 2008).

6.2 Etapas para a Estimativa da Incerteza de Medição

A metodologia para a estimativa da incerteza de medição seguindo o ISO GUM pode ser resumida através dos seguintes passos principais: I) definição do mensurando; II) elaboração do diagrama causa-efeito; III) estimativas das incertezas das fontes de entrada; IV) cálculo dos coeficientes de sensibilidade; V) cálculo das componentes de incerteza; VI) combinação das componentes; VII) cálculo dos graus de liberdade efetivos; VIII) determinação do fator de abrangência e IX) estimativa da incerteza expandida (GUM, 2008).

6.2.1 Definição do Mensurando

Nos experimentos desta tese foram calculadas as curvas que relacionavam os comprimentos de onda da rede de Bragg em função das temperaturas desejadas. Foi utilizada uma aproximação funcional dos valores observados experimentalmente, adotando função de transferência não-linear que caracterizava melhor o comportamento das redes de Bragg em alta temperatura. Adotou-se uma regressão polinomial de segunda ordem que foi suficiente para representar as respostas das redes de Bragg sob medição, visto que foram encontrados desvios com comportamento aleatório ao longo da faixa de medição, significando que o polinômio escolhido para representar a medição não apresentava tendências

sistemáticas. Isto ocorreu quando se usou um polinômio de primeiro grau para os cálculos das calibrações, o comportamento dos desvios ao longo da faixa de medição levou a crer que havia tendências sistemáticas, conforme pode ser comprovado no apêndice D.

A partir dos dados experimentais obtidos do comprimento de onda (λ_b) em função da temperatura (θ) foi possível definir o polinômio de segundo grau, conforme a equação (31).

$$\lambda_b = b_0\theta^2 + b_1\theta + b_2 \quad (31)$$

onde,

b_i = coeficientes do polinômio;

θ = temperatura experimental em ($^{\circ}$ C);

λ_b = comprimento de onda de Bragg em (nm).

Para a determinação dos coeficientes do polinômio de segundo grau foi estabelecida uma sequência de cálculo, descrita a seguir:

- a) Formar a matriz $[X]$ com os dados experimentais.
- b) Transformar a matriz $[X]$ em uma matriz quadrada simétrica $[N] = [X]^T [X]$.
- c) Fatorar a matriz $[N]$ em duas matrizes triangular superior $[c_{ij}]$ e inferior $[c_{ij}]^T$.

Obs: As equações que definem c_{ij} são apresentadas no apêndice F.

- d) Estabelecer a inversa da matriz $[c_{ij}] = [b_{ij}]$ e a sua transposta $[b_{ij}]^T$.

Obs: As equações que definem b_{ij} são apresentadas no apêndice F.

- e) Calcular a inversa da matriz $[N]^{-1} = [b_{ij}]^T [b_{ij}]$.
- f) Calcular a matriz $[X]^T [Y]$.
- g) Calcular a matriz dos coeficientes do polinômio a partir da operação $[N]^{-1} [X]^T [Y]$.

Desta forma, o cálculo da temperatura medida (mensurando) utilizando um polinômio de segundo grau que foi definido a partir do cálculo do valor da raiz positiva da equação de segundo grau apresentada de acordo com a equação (32).

$$\theta = \frac{b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_0(b_2 - \lambda)}}{2b_0} \quad (32)$$

6.2.2 Diagrama Causa-Efeito

A partir da definição da equação do mensurando foi possível elaborar o diagrama causa-efeito de acordo com a Figura 88. Este diagrama se apresenta como uma ferramenta eficiente para mapear as diferentes fontes que caracterizam a incerteza expandida do resultado de medição da temperatura, conforme pode ser visto através da equação (32).

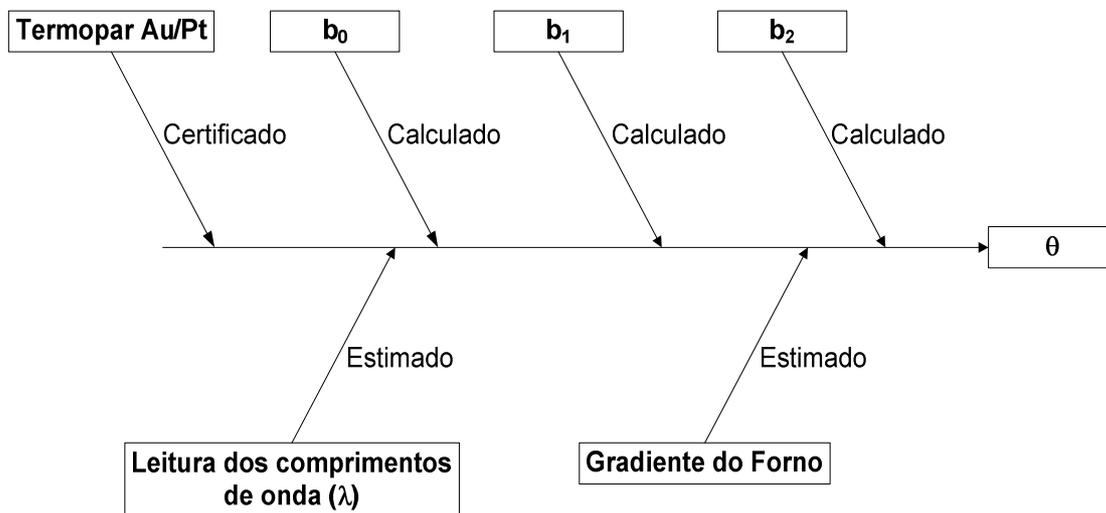


Figura 88: Diagrama causa-efeito das medições de temperatura pelas redes de Bragg, mostrando as diversas fontes de incerteza e seus métodos de estimativa.

As fontes de incerteza de medição na determinação da temperatura (θ) contidas no diagrama causa-efeito da Figura 88 são descritas a seguir.

a) A caixa de texto *Termopar Au/Pt* da Figura 88 é a fonte de incerteza estimada a partir do certificado de calibração do termopar Au/Pt calibrado no INMETRO no ano de 2010 de acordo com o apêndice A.

b) A caixa de texto b_0 , b_1 e b_2 da Figura 88 são as fontes de incerteza a partir dos coeficientes do polinômio de segundo grau descrito na seção 6.2.1 de acordo com as equações do apêndice F.

c) A caixa de texto *Leituras dos comprimentos de onda (λ)* da Figura 88 é a fonte de incerteza estimada a partir da resolução do interrogador ótico sm 125-500 determinada pela equação (34) referente as leituras efetuadas em comprimento de onda em nm.

d) A caixa de texto *Gradiente do forno* da Figura 88 é a fonte de incerteza relacionada com a variação da temperatura do forno utilizado na faixa de 300 °C a 1000 °C que foi determinado previamente.

Na Figura 88 o termo *calculado* se refere às fontes de incerteza que foram estimadas a partir da seção 6.2.1 e da tabela 4. O termo *estimado* refere-se às estimativas das fontes de incerteza de acordo com o GUM 2008. E o termo *certificado* se refere à fonte de incerteza estimada a partir do certificado de calibração do termopar Au/Pt apresentado no apêndice A.

6.2.3 Estimativa das Incertezas das Fontes de Entrada - Avaliação das Incertezas Padrão

As incertezas-padrão referentes aos coeficientes do polinômio de segundo grau (b_i), as quais foram assumidas como tendo distribuições normais, as covariâncias e as correlações entre coeficientes, são definidas através da tabela 4.

Tabela 4: Determinação das variâncias, covariâncias e correlação dos coeficientes do polinômio de segundo grau.

Valores das Variâncias	Valores das Covariâncias	Valores dos Coeficientes de Correlação
$s^2_{b_0} = s^2 N_{b_0}^{-1}$	$s_{b_0 b_1} = s^2 N_{b_0 b_1}^{-1}$	$r_{b_0 b_1} \frac{s^2 N_{b_0 b_1}^{-1}}{s_{b_0} s_{b_1}}$
$s^2_{b_1} = s^2 N_{b_1}^{-1}$	$s_{b_0 b_2} = s^2 N_{b_0 b_2}^{-1}$	$r_{b_0 b_2} \frac{s^2 N_{b_0 b_2}^{-1}}{s_{b_0} s_{b_2}}$
$s^2_{b_2} = s^2 N_{b_2}^{-1}$	$s_{b_1 b_2} = s^2 N_{b_1 b_2}^{-1}$	$r_{b_1 b_2} \frac{s^2 N_{b_1 b_2}^{-1}}{s_{b_1} s_{b_2}}$

O termo s^2 da tabela 4 representa a dispersão dos dados com relação ao polinômio de segundo grau e foi calculado de acordo com a equação (33).

$$s^2 = \frac{\sum \Delta^2}{n_t - 3} \quad (33)$$

onde,

Δ = desvio de cada ponto experimental (λ_b) em relação ao valor calculado pelo polinômio em nm;

n_t = número total de pontos experimentais que definem o polinômio.

O número de graus de liberdade que definem um polinômio é representado por $n_t - m$, onde m é o número de coeficientes do polinômio. Como se determinou os coeficientes para um polinômio de segundo grau (b_0 , b_1 e b_2) foi por esta razão que apareceu no denominador da equação (33) o termo $n_t - 3$.

As incertezas referentes ao forno horizontal e ao interrogador ótico sm 125-500 fabricado pela Microm Optics, foram assumidas como tendo distribuições retangulares e seus valores foram determinados considerando-se o gradiente do forno medido previamente até 1000 °C. Para o interrogador ótico foi considerado como incerteza-padrão a sua resolução de 0,001 nm de acordo com o apêndice H. As incertezas-padrão para cada uma destas componentes foram definidas pelas equações (34) e (35) (GUM, 2008).

$$u(\text{indicador}) = \frac{\frac{\text{resolução}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{0,001}{\sqrt{3}} \quad (34)$$

$$u(\text{gradiente forno}) = \frac{\text{máximo erro de } 100^{\circ}\text{C a } 1000^{\circ}\text{C no forno}}{\sqrt{3}} \quad (35)$$

A incerteza de medição do termopar Au/Pt foi estimada a partir da equação (36) utilizando os valores obtidos no certificado de calibração emitido pelo INMETRO em 2010 de acordo com o apêndice A.

$$u(x_i) = \frac{U}{k} \quad (36)$$

onde,

U = incerteza expandida declarada no certificado de calibração do termopar de referência;

k = fator de abrangência declarado no certificado de calibração do termopar.

6.2.4 Cálculo dos Coeficientes de Sensibilidade

Depois de estimadas as incertezas das fontes de entrada, foi necessário definir os coeficientes de sensibilidade do mensurando (temperatura) em função das seguintes grandezas de entrada; I) coeficientes do polinômio b_0 , b_1 e b_2 conforme a equação (32); II) gradiente de temperatura do forno horizontal; III) resolução do interrogador ótico sm 125-500 e IV) valor de indicação do termopar Au/Pt. Desta forma, os coeficientes de sensibilidade foram definidos e calculados a partir da tabela 5.

Tabela 5: Determinação dos coeficientes de sensibilidade das fontes de incerteza estimadas para as medições de temperaturas realizadas para as redes de Bragg do tipo I, Tipo II e regeneradas do Brasil e do exterior.

Coeficientes de Sensibilidade	Equações de Cálculo dos Coeficientes de Sensibilidade
$\frac{\partial \theta}{\partial \lambda} = c_i(\lambda)$	$\frac{1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_2b_0 + b_2\lambda}}$
$\frac{\partial \theta}{\partial b_0} = c_i(b_0)$	$-\frac{1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_2b_0 + b_2\lambda}}$
$\frac{\partial \theta}{\partial b_1} = c_i(b_1)$	$\frac{1}{2} \frac{-1 + \frac{b_1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_2b_0 + b_2\lambda}}}{b_2}$
$\frac{\partial \theta}{\partial b_2} = c_i(b_2)$	$\frac{1}{4} \frac{-4b_0 + 4\lambda}{\sqrt{b_1^2 - 4b_2b_0 + 4b_2\lambda b_2}} - \frac{1 - b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_2b_0 + 4b_2\lambda}}{2b_2^2}$
$\frac{\partial \theta}{\partial b_{grad}} = c_i(g)$	1
$\frac{\partial \theta}{\partial b_{termopar}} = c_i(t)$	1

onde:

$c_i(\lambda)$ = coeficiente de sensibilidade do interrogador;

$c_i(b_0)$, $c_i(b_1)$, $c_i(b_2)$ = coeficientes de sensibilidade dos coeficientes do polinômio;

$c_i(g)$ = coeficiente de sensibilidade do gradiente do forno;

$c_i(t)$ = coeficiente de sensibilidade do termopar Au/Pt.

6.2.5 Combinação de Incertezas

Quando as incertezas das fontes de entrada do mensurando são correlacionadas, a incerteza-padrão combinada $u_c(y)$ é estimada a partir da equação (37) (GUM, 2008).

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (37)$$

onde,

$u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$ é a covariância estimada associada com x_i e x_j ;

$\frac{\partial f}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ = coeficientes de sensibilidade do mensurando relacionado a cada grandeza de entrada.

No caso particular das medições nesta tese, a combinação de incertezas foi calculada através da equação (38), baseando-se no GUM 2008. Optou-se por utilizar os coeficientes de correlação entre as fontes, ao invés das covariâncias.

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (38)$$

Os coeficientes de correlação foram definidos na Tabela 4 e apresentados na seção 6.2.3.

6.2.6 Determinação do Fator de Abrangência

O fator de abrangência k é definido a partir da distribuição t de Student, sendo que o mesmo depende também da probabilidade de abrangência, que, geralmente, para as aplicações de metrologia é de 95,45%, além dos graus de liberdade efetivos.

No caso desta tese, foi adotado o fator de abrangência k igual a 2. Deste modo, não foram calculados os graus de liberdade efetivos pela equação de Welch-Satterthwaite, visto que ainda é um ponto a ser aprofundado pelos especialistas na área, quando se utiliza um polinômio de segundo grau com grandezas correlacionadas. Entretanto, para validar os resultados dos cálculos das incertezas expandidas, de acordo com o GUM 2008, considerando um fator de abrangência k igual a 2, foi realizado, paralelamente, a simulação pelo Método de Monte Carlo a fim de validar as formulações matemáticas e planilhas construídas tomando o GUM 2008 como base.

6.2.7 Estimativa da Incerteza Expandida

Eventualmente, a incerteza-padrão combinada $u_c(y)$ pode ser utilizada para expressar a incerteza em um resultado de medição. Contudo, em algumas situações, deve-se declarar a incerteza através do intervalo em torno do resultado de medição, de tal forma que este intervalo englobe uma grande porção da distribuição de valores que podem razoavelmente ser atribuídos ao mensurando.

A incerteza expandida U , para uma determinada probabilidade de abrangência pode ser definida pela equação (39).

$$U = k_{p;\nu} u_c(y) \quad (39)$$

onde,

$k_{p;\nu}$ = representa o fator de abrangência em função da probabilidade p e dos graus efetivos ν ;

$u_c(y)$ = incerteza de medição combinada do mensurando y .

6.3 Incerteza de Medição para Diferentes Tipos de Rede de Bragg

Uma vez apresentada toda a base conceitual que serviu de alicerce para a estimativa da incerteza de medição, produziu-se os resultados estimados das medições efetuadas para as redes de Bragg do tipo I, tipo II e regeneradas que foram caracterizadas metrologicamente nesta tese.

6.3.1 Incerteza de Medição para Redes de Bragg do Tipo I

Foram realizadas três calibrações com redes do tipo I, apesar da pesquisa ter seu foco voltado para a caracterização metrológica de redes de Bragg para alta temperatura. As calibrações foram realizadas em conjunto com outros tipos de redes, geralmente redes regeneradas cobrindo faixas de temperatura até 900 °C. As redes do tipo I começavam a apresentar inconsistências a partir da temperatura de 100 °C. Entretanto, foi possível obter valores de leituras nos modos de reflexão e transmissão em alguns casos até 500 °C, como podem ser vistos na tabela 6 e Figura 89.

Foi possível perceber que os valores de incertezas para as três redes do tipo I possuíam mesma ordem de grandeza, sendo que, nas temperaturas mais baixas, os valores foram superiores àqueles existentes no final da faixa de temperatura. Desta forma, foi possível observar que existe uma concordância entre os valores das incertezas de medição de temperatura estimadas para as redes 01, 02 e 03 do tipo I sendo que a variação entre as redes foi de $\pm 2,5$ °C para cada ponto nominal de temperatura.

Tabela 6: Valores das incertezas expandidas estimadas para as redes do tipo I para três redes em diferentes pontos nominais de temperatura.

Temperatura (°C)	Rede 01 U (°C)	Rede 02 U (°C)	Rede 03 U (°C)
20	10,61	11,67	13,06
100	7,37	6,18	6,93
200	7,19	5,83	6,64
300		4,66	5,09
400		3,94	4,46
500		5,64	6,39

Variação das Incertezas - Redes Tipo I

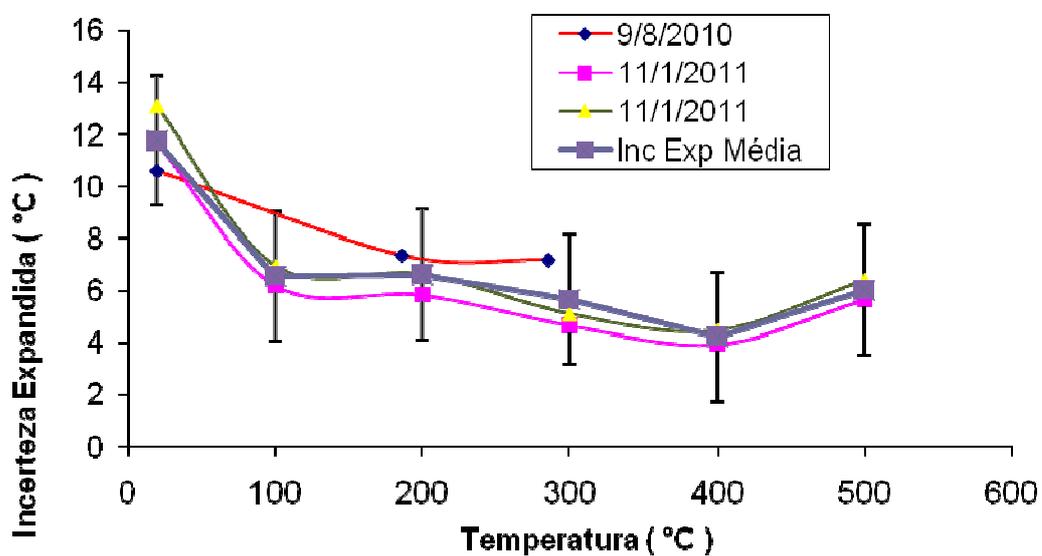


Figura 89: Variação das incertezas expandidas estimadas para as redes de Bragg do tipo I, mostrando os seus valores obtidos em diferentes datas de calibração e sua variação média.

6.3.2 Incertezas para Redes de Bragg do Tipo II

Foram realizadas oito calibrações com redes do tipo II. Entretanto, dois valores estimados das incertezas expandidas forneceram resultados diferentes e foram desconsiderados para análise de acordo com a tabela 7 e a Figura 90. As calibrações com as redes do tipo II foram realizadas em dois ciclos de medição em datas diferentes, sendo que, para cada ciclo, foram medidas quatro redes simultaneamente duas a duas. A faixa de temperatura coberta nestas calibrações foi de 50 °C até 500 °C, sendo que as fibras foram medidas tanto em modo de reflexão quanto em modo de transmissão.

Desta forma, foi possível observar que existe uma concordância entre os valores das incertezas de medição de temperatura estimadas para as redes 01, 02, 03, 04, 05 e 06 do tipo II sendo que a variação entre as redes foi de ± 1 °C para cada ponto nominal de temperatura.

Tabela 7: Valores das incertezas expandidas estimadas para as redes do tipo II para seis redes em diferentes pontos nominais de temperatura.

Temperatura (°C)	Rede 01 U (°C)	Rede 02 U (°C)	Rede 03 U (°C)	Rede 04 U (°C)	Rede 05 U (°C)	Rede 06 U (°C)
50	1,76	1,76	1,53	1,49	1,47	1,50
100	1,32	1,32	1,17	1,08	1,14	1,15
150	1,10	1,10	1,01	1,00	0,98	0,99
200	1,07	1,07	0,97	0,99	0,95	0,96
250	1,12	1,11	0,99	0,99	0,97	0,98
300	1,11	1,11	1,00	0,94	0,97	0,98
350	1,06	1,06	0,96	0,94	0,94	0,95
400	1,00	1,00	0,92		0,90	0,91
450	1,08	1,09	0,98		0,95	0,96
500	1,41	1,42	1,25		1,20	1,21

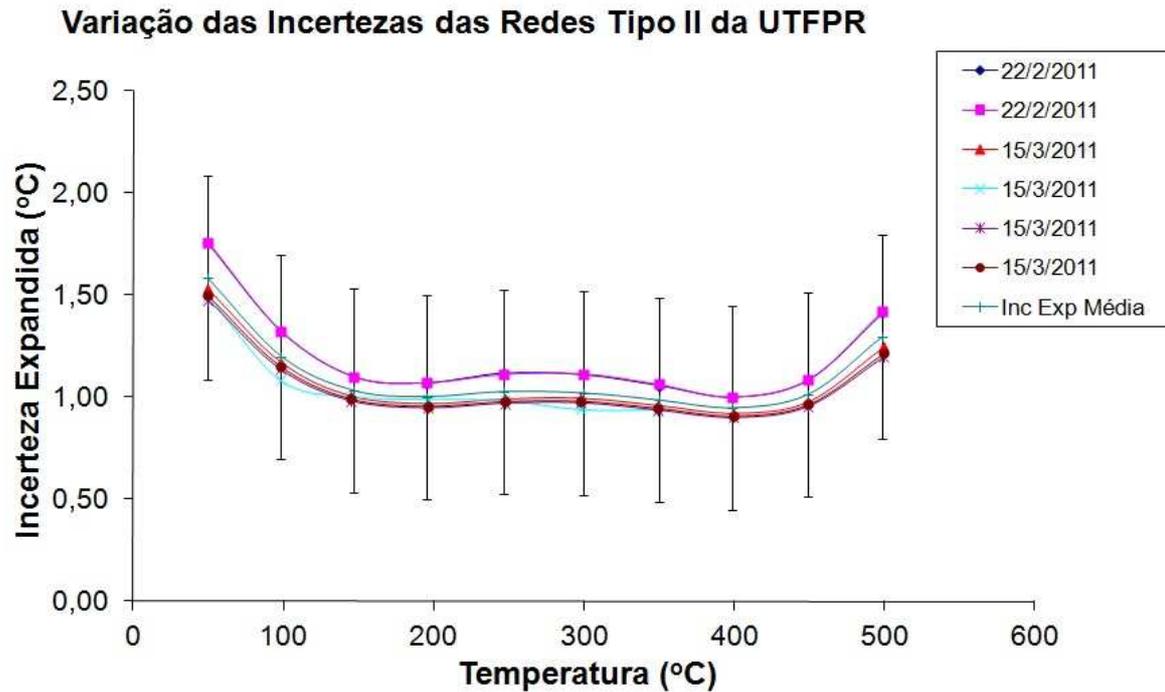


Figura 90: Variação das incertezas expandidas estimadas para as redes de Bragg do tipo II, mostrando os seus valores obtidos em diferentes datas de calibração e sua variação média.

6.3.3 Incertezas para Redes Regeneradas

Foram realizadas sete calibrações com redes regeneradas fabricadas pela Universidade de Sidney, cobrindo diferentes faixas de temperatura, como pode ser observado na tabela 8 e na Figura 91. A faixa de medição foi de 20 °C até 900 °C, num total de dez pontos de calibração. Uma das redes regeneradas foi calibrada três vezes em diferentes datas, somente no modo de transmissão e duas outras foram calibradas somente uma vez nos modos de reflexão e transmissão.

Desta forma, foi possível observar que existe uma concordância entre os valores das incertezas de medição de temperatura estimadas para as redes 01, 02, 03, 04, 05, 06 e 07 do tipo regenerada do exterior sendo que a variação entre as redes foi de ± 2 °C para cada ponto nominal de temperatura.

Tabela 8: Valores das incertezas expandidas estimadas para as redes regeneradas do exterior para sete redes em diferentes pontos nominais de temperatura.

Temperatura (°C)	Rede 01 U (°C)	Rede 02 U (°C)	Rede 03 U (°C)	Rede 04 U (°C)	Rede 05 U (°C)	Rede 06 U (°C)	Rede 07 U (°C)
20	6,42	8,68	4,83	7,21	4,97	5,85	4,81
100	4,40	5,83	3,38	4,35	3,48	4,12	3,50
200	3,21	4,21	2,48	3,90	2,48	2,93	2,51
300	3,26	4,26	2,44	4,19	2,36	2,83	2,34
400	3,28	4,25	2,58	3,35	2,45	2,70	2,45
500	3,06	3,72	2,28		2,26	2,79	2,34
600	2,49	3,17	1,93		1,90	2,35	2,01
700	2,78	3,53	2,09		1,78	2,17	1,92
800	3,84	4,76	3,03		1,95	2,44	2,09
900	6,42	8,68	4,83		2,98	3,44	3,14

Varição das Incertezas das Redes Regeneradas do Exterior

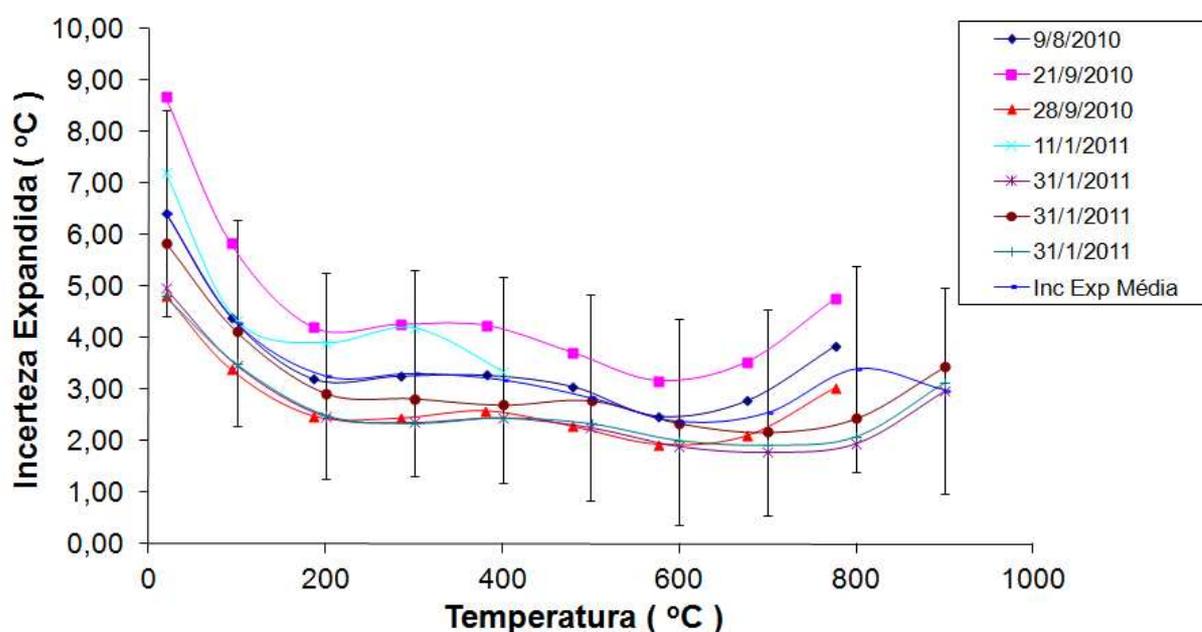


Figura 91: Variação das incertezas expandidas estimadas para as redes de Bragg regeneradas do exterior, mostrando os seus valores obtidos em diferentes datas de calibração e sua variação média.

6.4 Limitações do ISO GUM 2008

Apesar do GUM 2008 ter como objetivo principal harmonizar a metodologia do cálculo da estimativa da incerteza de um resultado de medição, o modelo de estimativa apresentado por ele apresenta algumas limitações, tais como: partir da premissa que o mensurando é caracterizado por uma distribuição normal, não possibilita lidar com intervalos com intervalos de confiança não-simétricos e o modo como é estabelecido o cálculo dos graus de liberdade efetivo. Estas limitações do GUM 2008 podem ser superadas com a utilização da simulação de Monte Carlo ampliando a análise da incerteza de medição através de outra maneira (COUTO *et al*, 2006; HERRADOR, 2004; JCGM 101, 2009).

6.4.1 Linearização do Modelo

O princípio de propagação das incertezas que aborda o cálculo da incerteza combinada mencionado na seção 6.2.5 e da equação (37) considera que a expansão da série de Taylor foi truncada até os termos de primeira ordem. Esta aproximação linear em certos casos não é suficiente para definir uma determinada incerteza em uma dada calibração sendo então necessário utilizar os termos de ordens superiores.

6.4.2 Suposição da Normalidade do Mensurando

De acordo com a recomendação do GUM 2008, é prática comum de análise da estimativa da incerteza expandida considerar a distribuição do resultado como sendo uma distribuição normal. A incerteza expandida $U(y)$ é estimada como sendo o produto do fator de abrangência k com a incerteza combinada $u_c(y)$. Desta forma, é muito comum declarar incertezas de medição utilizando um fator de abrangência k igual a dois, que corresponde a uma probabilidade de abrangência de 95,45%.

6.4.3 Cálculo dos Graus de Liberdade Efetivos

De acordo com Cox e Harris, o cálculo do número dos graus de liberdade efetivos utilizando a equação Welch-Satterthwaite ainda é um problema a ser considerado, porque as incertezas do tipo B geralmente contribuem com um infinito número de graus de liberdade (COX, 2003).

6.5 Simulação de Monte Carlo

De modo a superar as limitações do GUM 2008, a simulação de Monte Carlo foi empregada de forma alternativa, para verificar a convergência dos cálculos da incerteza de medição efetuados nesta tese, tomando como base os cálculos do GUM 2008 (GUM-2008, 2009).

Segundo Herrador e González, o Método de Monte Carlo é um procedimento numérico para a solução de problemas matemáticos por meio da simulação de variáveis aleatórias (HERRADOR, 2004).

A análise de Monte Carlo é uma ferramenta para combinar distribuições. Deste modo, significa muito mais do que simplesmente propagar incertezas estatísticas. O Método de Monte Carlo utiliza a geração de números aleatórios para simular os valores de variáveis aleatórias, caracterizado como um procedimento de estimação de incerteza de medição alternativo. Com isso vem sendo cada vez mais utilizado devido o aumento da velocidade de processamentos dos dados pelos computadores atualmente.

6.5.1 Passos para a Estimativa da Incerteza pelo Método de Monte Carlo

O Método de Monte Carlo pode ser usado da mesma forma que o GUM 2008 para estimar a incerteza de medição, com os seguintes passos principais:

- a) Definição do mensurando.
- b) Elaboração do diagrama causa-efeito.
- c) Estimativas das incertezas das fontes de entrada.
- d) Identificação das funções densidade de probabilidade, correspondentes a cada fonte de entrada.
- e) Seleção do número de iterações de Monte Carlo.
- f) Identificação da função densidade de probabilidade do mensurando $p(\theta_i)$.
- g) Estimativa da incerteza expandida.

Quando o valor de “*skewness*” (simetria) da distribuição discreta prevista de y estiver próximo de zero, o intervalo da confiança torna-se simétrico e a incerteza expandida $U(y)$ pode ser aproximada pela equação (40).

$$U(\theta) = \frac{|\theta_{(1+p)M/2} - \theta_{(1-p)M/2}|}{2} \quad (40)$$

onde,

θ = representa o mensurando, que neste caso é a temperatura do forno;

M = representa o nível de significância na estimativa que normalmente é de 0,05;

p = função de densidade de probabilidade.

6.5.2 Estimativa da Incerteza pelo Método de Monte Carlo

Por conveniência, decidiu-se para estimar a incerteza de medição pelo Método de Monte Carlo, utilizar um “*software*” comercial denominado de “*Crystal Ball*”, marca registrada da empresa Oracle que foi citado por Herrador em seu artigo (HERRADOR, 2004).

Nos casos dos cálculos de incerteza de medição empregando o Método de Monte Carlo nesta tese, optou-se por realizar as validações para os intervalos de temperatura mínima e máxima para os diferentes tipos de rede. Adotou-se para a obtenção do resultado final das estimativas das incertezas de medição a realização de 100000 iterações para cada calibração realizada (JCGM 101, 2009).

Uma das características de apresentação do “*Crystal Ball*” é fornecer uma carta de frequência de um intervalo de incerteza para uma probabilidade de abrangência escolhida, pelo pesquisador, normalmente 95 % ou 95,45 %. Na Figura 92 está representado o perfil de um dos tipos de carta de frequência que pode ser fornecido pelo programa “*Crystal Ball*”.

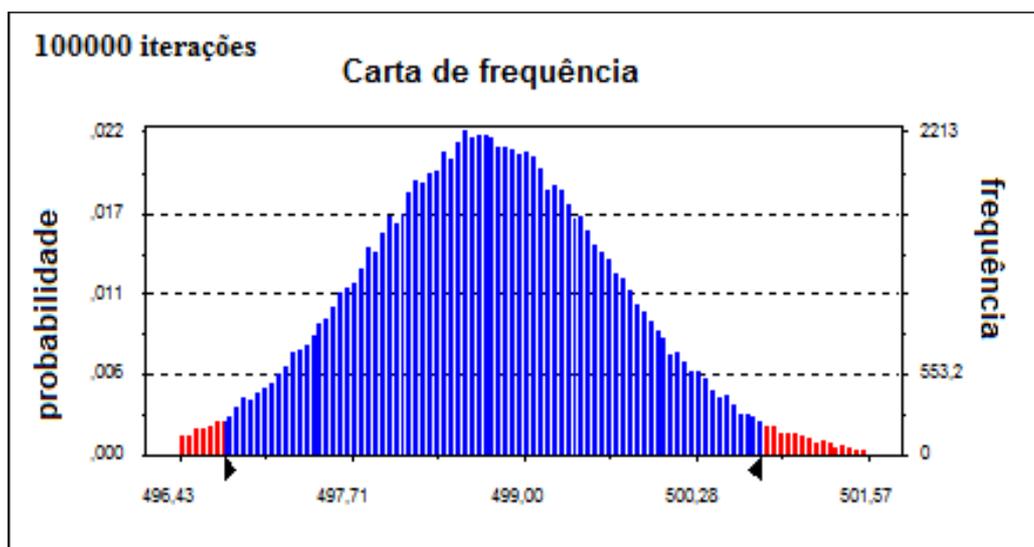


Figura 92: Exemplo de estimativa do intervalo de incerteza obtida para quatro desvios-padrão utilizando 100000 iterações para o cálculo do mensurando através do programa “*Crystal Ball*”.

6.5.3 Comparação entre as Estimativas de Incerteza Obtidas pelos Métodos ISO GUM e Monte Carlo

Depois de serem realizadas as estimativas das incertezas de medição para as redes de Bragg do tipo I, tipo II e regeneradas do Brasil e exterior pelos métodos GUM 2008 e Monte Carlo, foi possível observar através da tabela 9 que não houve variações significativas nas incertezas de medição para os diferentes tipos de rede de Bragg. Também foi verificado que houve uma convergência dos resultados de medição obtidos com ambas as metodologias de cálculo, assegurando que todas as planilhas com os respectivos cálculos não apresentaram inconsistências.

Tabela 9: Valores das incertezas expandidas estimadas pelos Métodos ISO GUM e Monte Carlo, para redes de Bragg dos tipos I, tipo II, tipo regenerada do Brasil e exterior.

Tipo de Rede (°C)	GUM 2008 (°C)	Monte Carlo (°C)	Diferença em Valores de temperatura (%)
Tipo I Temperatura mínima (20 °C)	11,1	10,6	2,2
Tipo I Temperatura máxima (500 °C)	5,4	5,9	0,1
Tipo II Temperatura mínima (50 °C)	2,2	2,2	Sem discordância
Tipo II Temperatura máxima (500 °C)	1,7	2,0	0,06
Tipo Regenerada do Exterior Temperatura mínima (20 °C)	6,4	6,6	0,7
Tipo Regenerada do Exterior Temperatura máxima (800 °C)	3,8	4,0	0,02
Tipo Regenerada do Exterior Temperatura mínima (20 °C)	5,8	6,0	1
Tipo Regenerada do Exterior Temperatura máxima (900 °C)	3,4	3,7	0,02
Tipo Regenerada do Brasil Temperatura mínima (20 °C)	8,7	9,2	0,2
Tipo Regenerada do Brasil Temperatura máxima (800 °C)	7,1	8,6	2