

CÁLCULO DA CURVA DE DISPOSIÇÃO A CONTRATAR DE GERADORES HIDRELÉTRICOS: UMA ABORDAGEM ROBUSTA AO PREÇO DE CURTO PRAZO

Bruno Fânzeres dos Santos

**CÁLCULO DA CURVA DE DISPOSIÇÃO A CONTRATAR
DE GERADORES HIDRELÉTRICOS: UMA ABORDAGEM
ROBUSTA AO PREÇO DE CURTO PRAZO**

Aluno: Bruno Fânzeres dos Santos

Orientador: Alexandre Street de Aguiar

Trabalho apresentado com requisito parcial à conclusão do curso de Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço minha família, em especial meu irmão por todo apoio, carinho e força nesta sinuosa e tortuosa caminhada rumo a minha formação.

Ao meu grande amigo Alexandre Moreira da Silva pela ajuda e paciência em todos os momentos da faculdade e pela companhia nas inúmeras madrugadas durante a minha formação como engenheiro eletricista, podendo ser considerado coautor deste trabalho.

Aos meus professores do Departamento de Engenharia Elétrica Alexandre Street de Aguiar, Álvaro Veiga Filho e Cristiano Augusto Coelho Fernandes pela excelente formação acadêmica em minha área de interesse.

Ao meu orientador Prof. Alexandre Street pela paciência e sabedoria na condução deste trabalho e pelas inúmeras oportunidades oferecidas que nunca poderão ser recompensadas.

A Marly e Luiza de Oliveira por estarem acordadas antes das cinco da manhã preparando café da manhã e depois de meia-noite preparando a minha janta durante dias e dias seguidos sem dormir.

Resumo

No Brasil, o preço de liquidação de diferenças (PLD) é determinado por uma cadeia de modelos de despacho hidrotérmico baseados no SDDP. Tais modelos assumem uma série de hipóteses e cenários que podem sofrer alterações ao longo do tempo por motivos como atrasos na construção de novas usinas, indisponibilidade de combustível, entre outros. Dessa forma, torna-se difícil obter uma estimativa realista do PLD futuro a ser usado no modelo de contratação ótima.

Este trabalho visa desenvolver uma nova metodologia a fim de avaliar a curva de disposição a contratar (CDC) de um gerador hidrelétrico (ou outros geradores com produção intermitente como as eólicas). Nosso modelo usa uma abordagem híbrida entre otimização estocástica e otimização robusta em que a produção física é considerada uma variável aleatória, com distribuição conhecida; e os preços, como um cenário de estresse endógeno, função da estratégia de contratação ótima e dos cenários de geração simulados. Um estudo de caso é apresentado com base em dados realistas do sistema elétrico brasileiro.

Palavras-chave: *Conditional Value-At-Risk, Disposição a Contratar, Otimização robusta, Otimização estocástica, Preço de Liquidação de Diferenças (PLD), Energy Trading.*

Willing-to-Supply Curve for a Hydroelectric Generator: A Spot Price Robust Approach

Abstract

In Brazil, the short-term energy price is determined by means of a hydrothermal SDDP-based dispatch model. Such model assumes a series of hypotheses and scenarios that can change over time for reasons like unexpected delays in the construction of new power plants, fuel unavailability, and so on. Thus, it becomes very difficult to obtain a realistic estimation of the future short-term price to be used in optimal contracting models.

This work aims to develop a new methodology to assess the willing-to-supply curve of a hydro generation company (or other Gencos with intermittent generation, e.g., wind farms). The model uses a hybrid approach between stochastic and robust optimization in which the physical production is regarded as a random variable, with known distribution, and the prices as an endogenous-stress scenario, function of the optimal contracting strategy and simulated generation scenarios. A case study is presented based on realistic data from the Brazilian power system.

Keywords: *Conditional Value-At-Risk, Willing-to-Supply, Robust Optimization, Stochastic Optimization, Spot Price, Risk Management*

Sumário

1. Introdução	7
2. Lucro líquido de geradores contratados por quantidade	10
3. Caracterização das incertezas	12
a. Cenários de Geração	12
b. Cenários Endógenos de Estresse para o PLD via Otimização Robusta	12
4. Cálculo da Curva de Disposição a Contratar Robusta ao PLD	14
a. Medida de Valor e Aversão ao Risco: <i>Conditional Value-at-Risk</i>	14
b. Modelo de Otimização: Dois Níveis	15
c. Modelo de Otimização Equivalente de um Nível	17
5. Estudo de Caso	18
6. Conclusão	20
7. Bibliografia	21

1. Introdução

Em 2001, o setor elétrico brasileiro sofreu uma grave crise de abastecimento que culminou em um plano de racionamento de energia para que não houvesse um colapso na oferta de energia elétrica em grande parte do território nacional. Este evento fez com que todo o setor elétrico brasileiro fosse repensado e, então, em 2004 definiu-se o novo marco regulatório sustentado pelas Leis nº 10.874/04, 10.848/04 e pelo Decreto nº 5.163/04. Dentre estas regulamentações, alterou-se que a metodologia de apuração dos limites de contratação, determinando que 100% do consumo dos Agentes de Distribuição e dos Consumidores livres esteja coberto em termos de energia e potência por intermédio de geração própria e contratos de compra de energia.

Sendo assim, o modelo atual do Setor Elétrico Brasileiro (SEB) tem como um de seus pilares a competição no segmento de geração através dos leilões de contratos de médio e longo prazo no ambiente de contratação regulada (ACR) ou pela comercialização bilateral no ambiente de comercialização livre (ACL). Tais contratos proporcionam um fluxo mais estável às empresas geradoras devido a uma menor exposição aos Preços de Curto-Prazo, também conhecido como Preço de Liquidação de Diferenças (PLD), que passam a liquidar, de fato, apenas as diferenças entre o montante produzido e a quantidade contratada.

A existência de tais leilões, no entanto, cria um importante desafio para as geradoras que consiste em determinar uma estratégia de oferta ótima (par Preço/Quantidade), levando em conta diferentes tipos de riscos como o relacionado ao seu perfil de geração. Desta forma, por sua produção ser diretamente afetada pelas incertezas hidrológicas, o gerador pode sofrer com o risco de preço e quantidade se contratado na integralidade de sua garantia física (ver [1] para mais detalhes sobre o risco de preço e quantidade na contratação de geradores hidrelétricos). Este risco se materializa quando, em um cenário de baixa produção hídrica, o Preço de Curto-Prazo (PLD) se encontra alto. Neste cenário, a empresa geradora deve realizar compra de energia no mercado de curto prazo podendo onerar substancialmente o seu fluxo de caixa, uma vez que o PLD pode superar em algumas vezes o preço pago pelo contrato. Dessa maneira, as hidrelétricas normalmente fazem um hedge hidrológico (proteção contra uma possível hidrologia desfavorável) deixando descontratado um percentual de suas garantias físicas (geralmente 2 a 10%).

O PLD é obtido a partir do truncamento do custo marginal de operação do sistema entre um piso e um teto e representa o valor esperado da água no futuro. O seu processo de formação é bastante complexo, pois depende de uma política de armazenamento ótimo da água ao longo dos anos futuros, que é determinada por uma cadeia de modelos de despacho hidrotérmico. Tal política pressupõe uma série de hipóteses factíveis de se alterarem ao longo do tempo devido a: atrasos na construção de usinas futuras, indisponibilidade de combustíveis, entre outras, como visto na Figura 1.

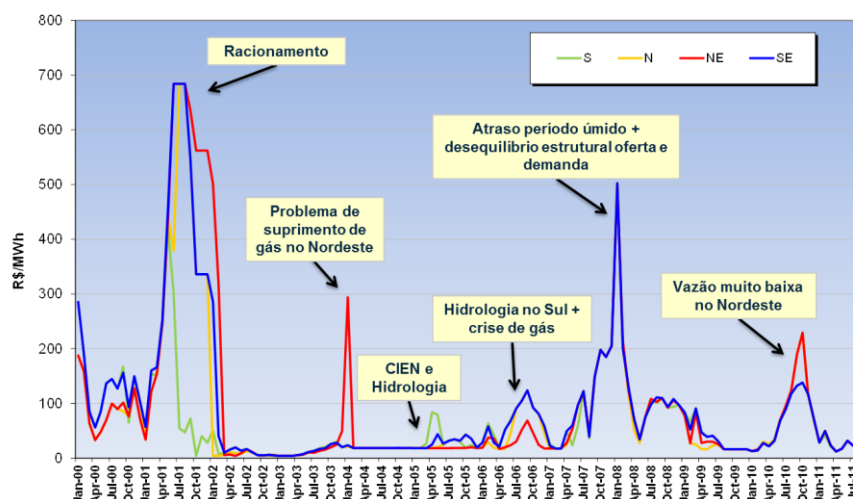


Figura 1 – Histórico do preço de liquidação de diferenças (PLD) e fatores externos que afetaram a sua formação.

Assim sendo, o PLD passa a ser muito influenciado pelos dados de entrada dos modelos de despacho e, por esse e outros motivos, muitas vezes não reproduz a realidade operativa do sistema. Dessa maneira, este preço torna-se um número de difícil previsão, mesmo quando estimado pelo próprio modelo que o calcula. Além disso, o PLD apresenta grande volatilidade que é ainda mais amplificada por essas incertezas exógenas ao modelo, sendo apontado como o principal fator de risco que afeta a decisão de contratação por parte dos geradores.

Em vista destas considerações, o objetivo deste trabalho está motivado na “falta de confiança” dos agentes na previsão do PLD, vital para qualquer estratégia de comercialização e para a definição do *hedge hidrológico*. Este trabalho objetiva introduzir uma nova metodologia para o cálculo da disposição a contratar de uma empresa geradora, ou seja, a quantidade ótima a se vender em contratos dadas as suas respectivas especificações (preços, datas de início, durações, etc), de maneira robusta às variações do PLD. Essa abordagem pode ser vista como uma alternativa para os modelos de contratação ótima tradicionais que utilizam cenários de PLD simulados pelo modelo de despacho hidrotérmico (ver [1] e [2]).

Em linhas gerais, será apresentado um modelo matemático de otimização binível que proporciona uma abordagem híbrida entre otimização estocástica e otimização robusta. No primeiro nível do modelo, é definida a quantidade ótima a se contratar, levando-se em conta a incerteza na produção das usinas que a empresa possua através de cenários simulados, como usualmente realizado – [1][2]. Entretanto, no segundo nível, ou seja, para cada solução proposta pelo primeiro nível, o modelo encontra o conjunto de PLD's mensais que produzem o pior resultado financeiro anual para cada cenário de produção. Neste contexto, o lucro líquido da empresa é estocástico, pois depende dos cenários de produção, que, por sua vez, induzem a cenários (casados) de PLD de estresse. O problema do primeiro nível passa então a buscar a contratação que maximize uma medida de risco, que neste caso será uma combinação entre valor esperado do lucro líquido de estresse da companhia e o Conditional Value-At-Risk (CVaR) - ver [3] e [5] para as propriedades dessa medida e [2] para um exemplo do uso desta no cálculo da CDC. O esquema abaixo resume graficamente a ideia do modelo:

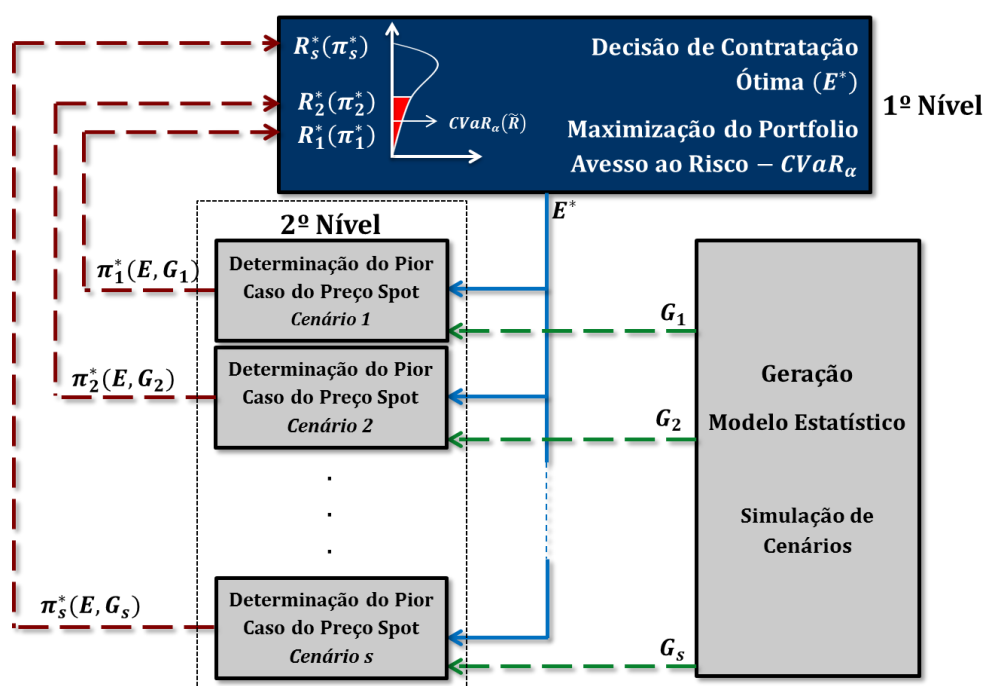


Figura 2 – Esquema do modelo de contratação ótima robusto ao PLD.

No modelo que será proposto, o decisor não precisa utilizar cenários simulados de PLD para caracterizar a renda do gerador. Esta metodologia se assemelha ao conhecido *stress test*, muito utilizado no mercado financeiro que visa “testar” como se comportaria o portfólio de determinada empresa financeira caso ocorresse um cenário de estresse em seus ativos em carteira. Entretanto, tradicionalmente esses cenários de estresse são estáticos, ou seja, são definidos de maneira exógena ao modelo por especialistas. A proposta deste artigo difere dessa abordagem, pois não requer a definição dos cenários de estresse. O que propomos é a definição de cenários de estresse

"personalizados" para cada cenário de geração física e decisão de contratação de maneira endógena e automatizada no modelo.

Para que o modelo de segundo nível não gere soluções muito conservadoras, são introduzidas restrições que controlam os eventos aos quais o portfólio estará "protegido". Um exemplo de resultado prático que este modelo pode proporcionar é a oferta de contratação ótima de um gerador hidrelétrico de maneira que este "sobreviva" mesmo que o PLD assuma o valor do teto ou piso em K (por exemplo, dois) meses no ano. Essa técnica se mostra bastante flexível à incorporação de outras restrições e pode ser equiparada ao critério de segurança $n - K$, largamente adotado em problemas de operação.

Os demais capítulos deste trabalho estão divididos da seguinte forma: no capítulo 2 será apresentada a expressão de lucro líquido de um gerador contratado por quantidade que servirá de base para o modelo de otimização; no capítulo 3 apresentaremos as principais hipóteses sobre as incertezas e como essas serão caracterizadas; no capítulo 4 mostraremos de maneira rápida os principais conceitos sobre a medida de risco que será adotada para considerar a aversão a risco no modelo (CVaR) e apresentaremos o modelo de otimização para o cálculo da CDC robusta ao PLD; por fim, no capítulo 5, será apresentado um estudo de caso ilustrando a metodologia com dados realistas do setor elétrico brasileiro. O capítulo 6 finaliza este trabalho com as principais conclusões.

2. Lucro líquido de geradores contratados por quantidade

“Contratos por quantidade” é um acordo bilateral, geralmente entre geradores e consumidores, em que a contraparte vendedora tem a obrigação de entregar em sua totalidade a energia acordada no contrato. Como consequência, o montante contratado nestes moldes por um gerador hídrico deve ser cuidadosamente analisado pela empresa geradora uma vez que sua geração está totalmente ligada a incertezas hidrológicas. Desta forma, é comum que se reserve um percentual da geração, conhecido como hedge hidrológico, a fim de diminuir os riscos da não entrega da energia e ter que liquidar esta diferença no mercado de Curto-Prazo que é extremamente volátil. Assim, o lucro líquido de um gerador pode ser decomposto em duas componentes, conforme evidenciado na expressão (1):

- a. **Receita Fixa do Contrato ($P \cdot E$)** – Parcela relativa aos contratos de venda de energia no intuito de estabilizar seu fluxo de caixa. Estes contratos protegem a empresa geradora contra a alta volatilidade do Preço de Curto-Prazo e é representado pelo produto do preço pago por cada MWh de energia P ($R\$/MWh$) pelo montante contratado E (MWh).
- b. **Receita líquida de liquidação de diferenças no curto prazo $((G_{l,s} - E) \cdot \pi_{l,s})$** – Representa a diferença entre a quantidade gerada pela hídrica $G_{l,s}$ (MWh) e o montante contratado E . Assim, em cenários de baixa produção hídrica, a quantidade contratada é maior que a produção e, consequentemente, o gerador incorre em despesas, pois é obrigado a comprar energia no mercado de curto prazo para honrar o contrato. Já em cenários de alta produção, ocorre sobra de energia e a empresa geradora obtém uma receita extra com a venda da energia sobressalente. O negativo desta parcela é conhecido como Custo Econômico no Curto-Prazo (CEC).

A Figura 3 ilustra o risco de preço e quantidade inerente aos contratos por quantidade. Nos períodos de seca, configurando uma baixa geração, há um déficit de energia devendo ser liquidado ao preço de curto prazo ($\pi_{t,s}$). Se este preço estiver em altos patamares, como mostra a figura, pode representar uma perda significativa no fluxo de caixa da usina. Já para os períodos de “chuva”, há um *surplus* de energia e a sua venda no curto prazo.

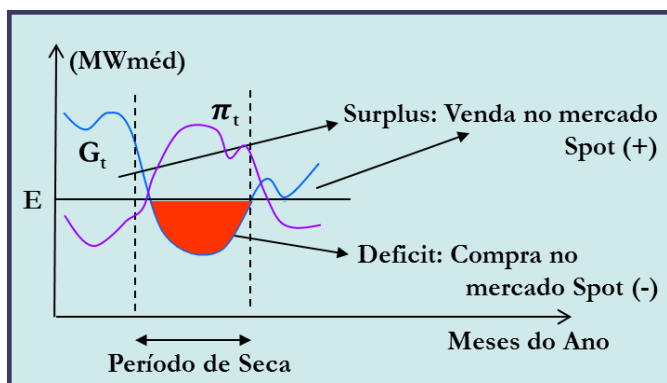


Figura 3 – Contrato por Quantidade.

Matematicamente, um contrato por quantidade pode ser expresso da seguinte forma:

$$L_{l,s} = P \cdot E + (G_{l,s} - E) \cdot \pi_{l,s} \quad (1)$$

Onde:

- $L_{l,s}$ Lucro Líquido do Gerador, em $R\%$, no período l e cenário simulado s (Cenários de uma Variável Aleatória);
 P Preço do Contrato, em $R\$/MWh$ (Constante);
 E Montante Contratado, em MWh (Variável de Decisão do Primeiro Nível);



- $G_{l,s}$ Geração da Hídrica, em MWh , no período l e cenário simulado s (Cenários de uma Variável Aleatória);
- $\pi_{l,s}$ Preço de Curto-Prazo, em $R\$/MWh$, no período l e cenário simulado s (Variável de Decisão do Segundo Nível);

Assim, a decisão da empresa geradora é conhecer o quanto de energia, em $MW_{\text{méd.}}$, deve ser contratado. A principal ideia deste trabalho é definir esta contratação ótima de forma a maximizar uma combinação entre o valor esperado do lucro líquido e o CVaR de maneira robusta às variações do PLD.

3. Caracterização das incertezas

Neste trabalho, consideramos dois parâmetros como fonte de incerteza na expressão de lucro (1) de um gerador contratado: (i) o montante de energia produzida (geração) e (ii) o PLD. A modelagem adotada para se considerar a variabilidade desses fatores de risco, (i) e (ii), na decisão de contratação é diferenciada por fator de risco. Enquanto que (i), energia produzida ($G_{l,s}$), é caracterizado conforme a abordagem tradicional, através da simulação de modelos estatísticos que produzem cenários de geração exógenos ao modelo de contratação ótima (ver referências [1] e [2]), o fator de risco (ii), PLD ($\pi_{l,s}$), será definido por um subproblema de otimização, interno ao modelo de contratação ótima, podendo ser compreendido como sendo um cenário endógeno de estresse. Essa separação permite que os fatores de incertezas de natureza física sejam tratados de maneira diferente dos fatores de natureza financeira.

a. Cenários de Geração

Os cenários de geração ($G_{l,s}$), que devem ser fornecidos como dado de entrada ao modelo de contratação ótima, podem ser obtidos por procedimentos de simulações, por exemplo, Monte Carlo. No caso de uma hidrelétrica inserida no mecanismo de realocação de energia (MRE), esses cenários podem ser obtidos através do modelo de despacho hidrotérmico do setor, Newave, aplicando-se as regras que definem esse mecanismo aos cenários de produção hidrelétrica (ver [1] para mais detalhes).

Além disso, no caso específico do Brasil, em que as fontes renováveis de energia têm sido largamente fomentadas, muitas pequenas centrais hidrelétricas (PCH's) e eólicas foram recentemente licitadas. Essas fontes possuem perfis de produção intermitente, não sendo despachadas pelo operador, tendo como principal determinante de suas produções a disponibilidade sazonal dos recursos naturais, como vazão e vento. Tais variáveis podem ser modeladas por processos estocásticos periódicos e simuladas. Os cenários simulados podem ser utilizados como dados de entrada de modelos de decisão para caracterizar a incerteza dessas variáveis (ver [4]). É importante mencionar que a definição de um procedimento de simulação de cenários de geração está fora do escopo deste trabalho. Para o modelo aqui proposto, os cenários de geração são considerados como dados de entrada, sendo assim, exógenos ao modelo.

b. Cenários Endógenos de Estresse para o PLD via Otimização Robusta

A principal contribuição deste trabalho é a proposição de um modelo de otimização para o cálculo da Curva de Disposição a Contratar (CDC) de uma hidrelétrica em que não seja necessária a utilização de cenários de Preços de Curto-Prazo. A ideia central é obter o montante ótimo a ser contratado levando em consideração cenários de estresse para os PLD's calculados de maneira endógena pelo modelo de contratação. Para cada cenário de geração simulado, obtém-se um conjunto de PLD's mensais que visa penalizar ao máximo o lucro líquido anual do gerador, levando-se em consideração um conjunto restrições de comportamento do PLD de maneira a controlar o grau de estresse produzido.

O principal parâmetro de conservadorismo é o parâmetro K_t , que indica quantos meses do ano t o PLD de estresse pode "descolar" de um valor de referência, determinado pelo tomador de decisão. Assim, para um K_t pequeno, será obtida uma solução pouco conservadora, uma vez que poucos meses estarão descolados da referência. Como K_t é um parâmetro que restringe o subproblema de otimização, pode-se entender que quanto maior for o seu valor, mais liberdade o subproblema, que visa produzir o estresse máximo, tem. Por estresse máximo entende-se minimizar o lucro das liquidações das diferenças no curto prazo entre produção e montante contratado.

A Figura 4 ilustra a ideia básica por trás da criação de um cenário de PLD de estresse para um conjunto de três anos, em que $K_1 = 1$, $K_2 = 2$ e $K_3 = 3$. Para tanto, foi utilizado um cenário de liquidação de diferenças ($G_l - E$) hipotético (barras verticais) e um conjunto de PLD's mensais de referência (linha pontilhada). Com base nessas duas séries, foram determinados os valores de π_l de estresse (linha contínua), onde l representa os meses ao longo dos três anos.

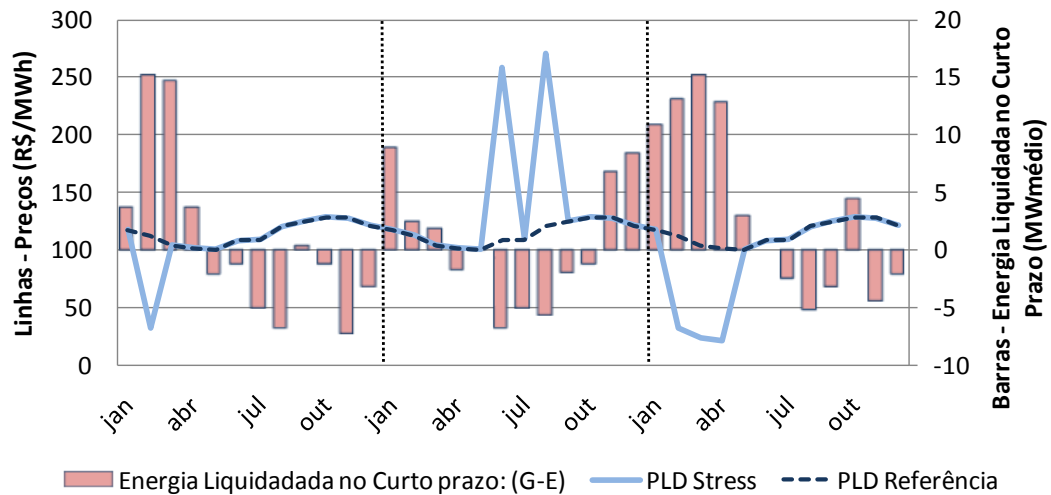


Figura 4 – Comportamento do PLD obtido pelo modelo para três diferentes anos com diferentes valores para K_t .

Repare que no primeiro ano, o PLD de estresse é aquele que piora ao máximo o segundo termo da expressão (1) com apenas um valor diferente da referência. Como neste ano a maior diferença entre contratação e geração é positiva, ou seja, uma venda no curto prazo, atribuir um valor baixo ao maior montante vendido gera o pior resultado de renda líquida. Já no segundo ano, onde o parâmetro $K_2 = 2$, o PLD de estresse pode ser encontrado supervalorando a energia nos dois meses de maior déficit. Assim, o gerador é obrigado a comprar no curto prazo a quantidade não produzida para honrar o contrato a preços superiores a 250 R\$/MWh. No terceiro ano, novamente o mais eficiente é subvalorar os montantes vendidos.

É importante ressaltar, que neste exemplo, os PLD's endógenos de estresse de cada ano poderiam ser distribuídos de maneira livre, respeitando o orçamento de descolamentos ou grau de conservadorismo K_t . Entretanto, entendemos que isso pode produzir cenários não realistas em que as variações (retornos) mensais seriam não verossímeis.

4. Cálculo da Curva de Disposição a Contratar Robusta ao PLD

A Curva de Disposição a Contratar (CDC) é uma função que associa o preço do contrato ofertado no leilão ao montante a ser contratado pela hidrelétrica. Esta curva determina a melhor quantidade de energia a contratar de forma a maximizar uma medida de valor aplicada ao lucro líquido do gerador. Este princípio pode ser empregado para o caso dos leilões de energia, onde geralmente são ofertados preços e quantidades ou, em uma segunda modalidade, dado um preço corrente (definido pelo leiloeiro), deve-se ofertar a respectiva quantidade desejada do produto.

a. Medida de Valor e Aversão ao Risco: *Conditional Value-at-Risk*

O *Conditional Value-at-Risk* (CVaR) é uma medida coerente de risco [6] e tem sido largamente utilizada em aplicações de gerência de risco em portfólios de contratos de energia (ver [2]-[4] e suas respectivas referências). No presente contexto, estamos interessados em medir o valor de distribuições de probabilidades associadas ao lucro da comercialização. Assim sendo, o CVaR pode ser definido como a média dos $\alpha\%$ piores cenários de lucro do gerador. Desta forma, o CVaR de uma distribuição de lucro é expresso em unidades monetárias e atribui a tal distribuição um valor pessimista, como visto na Figura 5.

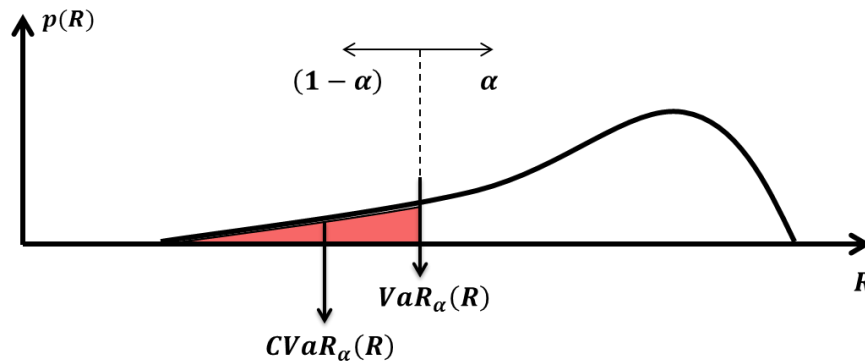


Figura 5 – CVaR e VaR definidos para uma distribuição contínua de renda (R).

Além das propriedades de coerência, esta medida ainda possui duas importantes virtudes: (i) por se tratar de uma média dos piores cenários, ela é capaz de capturar a presença de eventos extremos, o que não é possível com medidas baseadas em quantis da distribuição, como é o caso do *Value-at-Risk* (VaR), e (ii), conforme proposto em [7], ela pode ser facilmente implementada e acoplada em problemas de programação linear (ver [3], [4] e suas respectivas referências).

Podemos, então, obter o CVaR de uma distribuição de lucros discreta \tilde{L} , definida por um conjunto de pares de cenários e probabilidade $\{L_s, p_s\}_{s \in S}$, da seguinte maneira:

$$CVaR_\alpha(\tilde{L}) = \max_{\delta, z} z - \sum_{s \in S} \frac{p_s}{(1 - \alpha)} \cdot \delta_s \quad (2)$$

sujeito a:

$$\delta_s \geq z - L_s; \quad \forall s \in S \quad (3)$$

$$\delta_s \in \mathbb{R}_+; \quad \forall s \in S. \quad (4)$$

Em (2), a variável de decisão z representa um quantil da distribuição a ser definido pelo problema de otimização. No segundo termo desta expressão, a variável δ_s representa a função truncamento positivo da diferença entre z e os cenários de lucro L_s , conforme expresso em (3). De acordo com [7], o problema (2)-(4) encontra como ponto ótimo $z^* = VaR_\alpha(\tilde{L})$. Neste contexto, o valor ótimo da função objetivo (2) assume o valor do CVaR da distribuição. A seguir, esse conceito será utilizado para definir a CDC de uma empresa que vende um contrato de quantidade de energia.

b. Modelo de Otimização: Dois Níveis

A principal ideia do modelo é encontrar a contração ótima que maximize o valor do lucro estocástico proveniente da venda de um contrato de quantidade. Entretanto, neste trabalho, a caracterização dos cenários de preços de curto prazo será dada por um subproblema de otimização, que visa criar um cenário de PLD de estresse. Para tanto, o seguinte modelo de otimização de dois níveis é proposto:

$$\text{Maximizar}_{E, \delta_{ts}, z_t, L_{ts}^*} \sum_{t \in A} \left[\left(z_t - \sum_{s \in S} \frac{p_s}{(1-\alpha)} \cdot \delta_{t,s} \right) \cdot \lambda + \left(\sum_{s \in S} p_s \cdot L_{t,s}^* \right) \cdot (1-\lambda) \right] \cdot (1+J)^{-t} \quad (5)$$

sujeito a:

$$\delta_{t,s} \geq z_t - L_{t,s}^*; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (6)$$

$$L_{t,s}^* = \sum_{l \in M(t)} [(P \cdot E) \cdot h_l - G_{l,s} \cdot c_l] + \Omega_{t,s}^*; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (7)$$

$$E \leq FEC; \quad (8)$$

$$\delta_{t,s} \in \mathbb{R}_+; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (9)$$

$$E \in \mathbb{R}_+; \quad (10)$$

$$\Omega_{t,s}^* = \min_{\pi, v} \left\{ \sum_{l \in M(t)} (G_{l,s} - E \cdot h_l) \cdot \pi_{l,s} \right\} \quad (11)$$

sujeito a:

variáveis duais

$$\pi_{l,s} = \bar{\pi}_l + \Delta\pi_l^+ v_{l,s}^+ - \Delta\pi_l^- v_{l,s}^-; \quad : \mu_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (12)$$

$$\sum_{l \in M(t)} (v_{l,s}^+ + v_{l,s}^-) \leq K_{t,s}; \quad : \beta_{t,s} \quad (13)$$

$$\pi_{l+1,s} \geq (1 - r_{l+1}^-) \cdot \pi_{l,s}; \quad : \gamma_{l,s} \quad \forall l \in \tilde{M}(t) \quad (14)$$

$$\pi_{l+1,s} \leq (1 + r_{l+1}^+) \cdot \pi_{l,s}; \quad : \theta_{l,s} \quad \forall l \in \tilde{M}(t) \quad (15)$$

$$\sum_{l \in M(t)} \pi_{l,s} \leq \bar{\pi}_t; \quad : \varphi_{t,s} \quad (16)$$

$$v_{l,s}^+ \leq 1; \quad : \eta_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (17)$$

$$v_{l,s}^- \leq 1; \quad : \rho_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (18)$$

$$\pi_{l,s} \geq \underline{\pi}; \quad : \sigma_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (19)$$

$$\pi_{l,s} \leq \bar{\pi}; \quad : \omega_{l,s} \quad \forall l \in M(t) \quad (20)$$

$$v_{l,s}^+, v_{l,s}^- \in \mathbb{R}_+; \quad \forall l \in M(t) \Big\}, \forall s \in S, \forall t \in A. \quad (21)$$

Onde, os parâmetros do modelo são:

- λ peso dado à combinação entre o valor esperado *do lucro líquido de estresse* e o CVaR na função objetivo do primeiro nível;
- p_s probabilidade do cenário s ;
- α nível de significância do α -CVaR;
- J custo de oportunidade do capital (% por ano);
- h_l número de horas do mês l ;
- $\bar{\pi}_l$ PLD de referência do mês l ;
- $\Delta\pi_l^+$ variação positiva do preço de referência do mês l ;
- $\Delta\pi_l^-$ variação negativa do preço de referência do mês l ;
- $\bar{\pi}_t$ preço de Curto-Prazo máximo anual para o ano t ;
- $\bar{\pi}$ preço de Curto-Prazo máximo;
- $\underline{\pi}$ preço de Curto-Prazo mínimo;
- r_{l+1}^+ variação positiva do PLD para o mês $(l + 1)$;
- r_{l+1}^- variação negativa do PLD para o mês $(l + 1)$;

$K_{t,s}$ parâmetro de conservadorismo associado ao ano t e cenário s ;
 FEC energia firme da usina.

As variáveis de decisão do modelo são:

z_t variável de decisão auxiliar para o cálculo α -CVaR que assume o lucro referente ao α -VaR para cada ano t ;
 $\delta_{t,s}$ variável auxiliar do α -CVaR que representa o desvio para a esquerda em cada cenário de lucro s para a variável z_t em cada ano t ;
 $L_{t,s}^*$ lucro de estresse da geradora para cada cenário s e ano t ;
 $\Omega_{t,s}^*$ receita líquida de liquidação de diferenças no curto prazo para cada cenário s e ano t ;
 $v_{l,s}^+$ variável que define o montante da variação positiva do PLD no mês l e cenário s ;
 $v_{l,s}^-$ variável que define o montante de variação negativa do PLD no mês l e cenário s .

Os conjuntos utilizados neste modelo podem ser definidos da seguinte forma:

A conjunto de anos;
 $M(t)$ conjunto de meses do ano t ;
 $\tilde{M}(t)$ conjunto de meses de janeiro a novembro do ano t ;
 S conjunto de cenários.

O bloco de expressões (5)-(10) dizem respeito ao primeiro nível do problema de otimização, que visa determinar a quantidade ótima a contratar (E), e o (11)-(21) ao segundo nível, que visa definir o *PLD de estresse* em função da decisão do primeiro nível. A expressão (5) representa a combinação convexa (dada pelo peso $\lambda \in [0,1]$) entre o CVaR e o valor esperado da distribuição de lucro de estresse. As restrições (6) e (9) são referentes ao CVaR já apresentado. A equação (7) representa o lucro líquido do gerador, de acordo com (1), em que a segunda componente, referente à receita líquida de venda/compra das diferenças entre produção e montante contratado no curto prazo, é modelada como subproblema de otimização que definirá o *PLD de estresse*. A restrição (10) garante que a contratação do gerador seja menor que a sua energia firme.

De acordo com a lógica do problema do segundo nível (11)-(21), para uma dada solução do nível superior o segundo nível encontrará um conjunto de PLD's que proporcionará o pior resultado financeiro anual para cada cenário de geração. Assim, $\Omega_{t,s}^*$ é a componente do lucro que representa a renda líquida anual no spot para o *PLD de estresse*, que foi encontrado "sob medida" pelo subproblema para o cenário de geração s e montante contratado E . As restrições (12)-(21) ditam o comportamento de cada cenário de PLD. Em (12), temos que o PLD deve se comportar como um *preço de referência* (variável exógena ao modelo e definida pelo tomador de decisão – por exemplo, o valor esperado) mais uma variação positiva ou negativa, assumindo, em alguns meses, seu piso ou teto. Os valores de máxima e mínima variação são dados exógenos ao modelo e também definidos pelo tomador de decisão. Tais valores devem ser definidos de maneira representar a percepção e aversão a risco do decisor.

A variação do *PLD de estresse* com relação ao preço de referência¹ é limitada pela equação (13), uma vez que a soma da variação deve ser menor que um parâmetro K_{ts} , que em um contexto bastante geral pode depender dos cenários de geração. Entretanto, neste primeiro trabalho, vamos assumir esse parâmetro constante². Esse é o parâmetro de conservadorismo do modelo. Por fim, as restrições (14) e (15) ditam o comportamento do Preço de Curto-Prazo na passagem de um mês para outro: o PLD de um determinado mês não pode exceder o valor do mês anterior acrescido de uma variação positiva (15), assim como não pode estar abaixo do valor do mês anterior acrescido de uma variação negativa (14). Este conjunto de restrições garante ao Preço de Curto-Prazo um comportamento realista entre os meses do ano. As variáveis duais associadas às restrições (12)-(20), listadas ao lado de cada restrição, serão utilizadas para construir o modelo equivalente de um nível na próxima subseção.

¹ Em um contexto mais geral, esse modelo pode facilmente contemplar um conjunto de cenários de preços de referência. Neste contexto, o PLD de estresse seria definido como variações sobre uma distribuição de probabilidade de preços de referência. Na teoria de decisão, esse efeito é comumente denominado de ambiguidade (incerteza na própria distribuição de probabilidade dos parâmetros aleatórios).

² É importante ressaltar que o parâmetro de conservadorismo K_{ts} permite que esse modelo apresente diferenciados níveis de estresse para o PLD em função do cenário de geração. Por exemplo, poderíamos pensar em uma modelagem na qual em um cenário de déficit de energia o PLD apresentasse um nível de estresse mais elevado do que em cenários de sobra de energia.

c. Modelo de Otimização Equivalente de um Nível

O problema de dois níveis apresentado acima não pode ser resolvido de maneira trivial. Este modelo pode ser entendido como uma generalização de modelos de otimização robusta e estocástica [8][9] e pode ser transformado em um problema equivalente de um nível conforme segue:

$$\underset{\substack{E, \delta_{t,s}, L^*_{t,s}, \\ \mu, \beta, \gamma, \\ \theta, \varphi, \eta, \\ \rho, \sigma, \omega}}{\text{Maximizar}} \sum_{t \in A} \left[\left(z_t - \sum_{s \in S} \frac{p_s \delta_{t,s}}{(1-\alpha)} \right) \cdot \lambda + \left(\sum_{s \in S} p_s L^*_{t,s} \right) \cdot (1-\lambda) \right] \cdot (1+J)^{-t} \quad (22)$$

sujeito a:

$$\delta_{t,s} \geq z_t - L^*_{t,s}; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (23)$$

$$L^*_{t,s} = \sum_{l \in M(t)} [(P \cdot E) \cdot h_l - G_{l,s} \cdot c_l] + \sum_{l \in M(t)} (\bar{\pi}_l \cdot \mu_{l,s} + \underline{\pi} \cdot \sigma_{l,s} - \bar{\pi} \cdot \omega_{l,s} - \eta_{l,s} - \rho_{l,s}) - K_{t,s} \cdot \beta_{t,s} - \bar{\pi}_t \cdot \varphi_{t,s}; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (24)$$

$$E \leq FEC \quad (25)$$

$$\mu_{l,s} - \varphi_{t,s} + \sigma_{l,s} - \omega_{l,s} + \gamma_{l-1,s} - (1 - r_{l+1}^-) \cdot \gamma_{l,s} - \theta_{l-1,s} + (1 - r_{l+1}^+) \cdot \theta_{l,s} \leq (G_{l,s} - E \cdot h_l); \quad \forall l \in M(t), t \in A, s \in S \quad (26)$$

$$\Delta \pi_1^+ \cdot \mu_{l,s} + \beta_{t,s} + \eta_{l,s} \geq 0; \quad \forall l \in M(t), t \in A, s \in S \quad (27)$$

$$\Delta \pi_1^- \cdot \mu_{l,s} - \beta_{t,s} - \rho_{l,s} \leq 0; \quad \forall l \in M(t), t \in A, s \in S \quad (28)$$

$$\delta_{t,s} \in \mathfrak{R}_+; \quad \forall t \in A, s \in S \quad (29)$$

$$E \in \mathfrak{R}_+; \quad (30)$$

$$\gamma_{l,s}, \theta_{l,s}, \eta_{l,s}, \rho_{l,s}, \sigma_{l,s}, \omega_{l,s} \in \mathfrak{R}_+; \quad \forall l \in M(t), s \in S \quad (31)$$

$$\beta_{t,s}, \varphi_{t,s} \in \mathfrak{R}_+; \quad \forall t \in A, s \in S. \quad (32)$$

Com base nos resultados de teoria de dualidade, podemos substituir a variável $\Omega_{t,s}^*$ da expressão (7) pela função objetivo do problema dual associado a (11)-(21). Essa troca dá origem à expressão (24) do modelo de um nível equivalente. Uma vez que toda a solução viável dual produz uma função objetivo dual que é um limite inferior para a sua contraparte primal, sendo igual no ótimo (máximo) [11], as restrições de viabilidade dual (26)-(28), (31) e (32) do subproblema (11)-(21) garantem que o lucro de estresse no modelo equivalente (24) reproduza a expressão (7) do problema original de dois níveis. Na prática, o problema de otimização não linear formulado em (5)-(21) é resolvido indiretamente através da resolução do problema de programação linear (22)-(32), que pode ser resolvido por pacotes comerciais de otimização [10]. A seguir, será apresentado um estudo de caso utilizando esta metodologia com dados realistas do setor elétrico brasileiro.

5. Estudo de Caso

Como discutido anteriormente, o modelo atual do Setor Elétrico Brasileiro tem como um de seus pilares a competição no segmento de geração através dos leilões de contratos. Nestes leilões, o leiloeiro possui uma demanda por energia e as empresas geradoras apresentam suas ofertas a fim de suprir esta demanda. A cada rodada, o preço do leilão é reduzido e as ofertas dos geradores vão sendo apresentadas. Contudo, a demanda total e as ofertas de energia não são reveladas publicamente, apenas é dito o preço referente àquela rodada. Neste contexto, a Curva de Disposição a Contratar pode ser diretamente aplicada como estratégia de oferta em cada rodada.

Neste estudo de caso, abordaremos o caso simples de uma empresa geradora hidrelétrica com apenas uma unidade geradora de 100 MW_{med} de lastro contratual (garantia física) utilizando [2]. Como forma de obter os cenários de geração desta usina, utilizamos a técnica já explorada na sessão 3. O contrato para o qual a CDC será avaliada foi escolhido como um contrato de energia flat para um período de cinco anos de duração, similar aos contratos leiloados todos os anos pelas distribuidoras como forma de recontratar energia existente. O nível de significância escolhido para o CVaR é de 95% ($\alpha = 0.95$) e o peso dado para a combinação entre o valor esperado do lucro líquido de estresse e o CVaR na função objetivo é de 50% ($\lambda = 0.5$). Além disso, o custo do capital no tempo escolhido foi de $J = 10\%$ ao ano (real). Assim, a Curva de Disposição a Contratar pode ser construída para diferentes perfis de risco: (i) Neutra ao risco com cenários de PLD simulados, (ii) Aversão ao risco utilizando cenários de PLD simulados, (iii) Aversão ao risco utilizando robustez no PLD para diferentes valores de K . Os perfis (i) e (ii) são melhores detalhados em [2].

Na Figura 6, a CDC é mostrada para um intervalo de preço de 50 a 150 $R\$/MWh$. De acordo com esta figura, a curva neutra ao risco é um degrau que salta de 0 para 100% de contratação da garantia física (100 MW_{med}) ao passar de 110 para 120 $R\$/MWh$. Este comportamento é esperado uma vez que, a partir deste preço, o valor esperado do lucro do gerador com o contrato é superior às vendas no mercado de Curto-Prazo. Entretanto, este comportamento não é observado nos casos de aversão ao risco. Eles tenderão a buscar um mix entre a venda no mercado de Curto-Prazo e a proteção com contratos bilaterais buscando mitigar o risco do portfólio.

Além disso, esta curva considera o risco associado à alta contratação, conhecido como risco de quantidade, ao não contratar 100% da sua garantia física, uma vez que geradores hídricos possuem seu perfil de geração atrelado a incertezas hidrológicas e há uma correlação negativa entre os Preços de Curto-Prazo e a produção do sistema hídrico. Neste sentido, mesmo para os preços acima de 120 $R\$/MWh$, é reservado um percentual da geração como proteção contra os cenários de baixa produção hídrica e altos preços no mercado de Curto-Prazo, percentual este conhecido como hedge hidrológico, mencionado anteriormente.

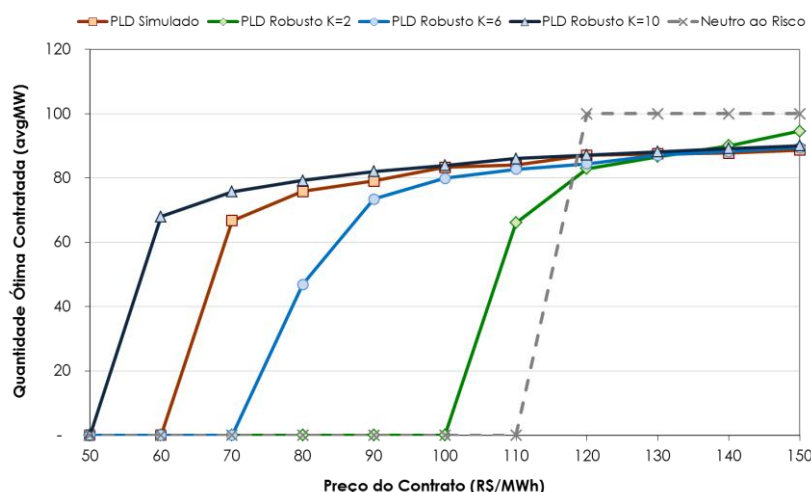


Figura 6 – Curva de Disposição a Contratar para uma companhia geradora hidrelétrica.

É importante reparar o comportamento da curva para os diferentes valores do parâmetro K . Este parâmetro é uma medida de conservadorismo referente ao PLD. Observa-se que, para valores pequenos, exemplo $K = 2$, o preço inicial de contratação é 110 R\$/MWh com uma contratação de, aproximadamente, 65 MW_{med}. À medida que o valor de K aumenta, que representa uma redução no conservadorismo no PLD de estresse, com mais meses fora do PLD de referência, vemos uma redução no preço inicial de contratação. Este comportamento se deve ao aumento da agressividade do PLD contra o gerador. Assim, ele passa a utilizar a proteção dos contratos bilaterais, mesmo que a preços menores, para se proteger desta agressividade.

Uma comparação interessante a ser feita é a CDC utilizando o modelo robusto e a CDC com cenários de PLD. Podemos plotar o Custo Econômico no Curto-Prazo (CEC) utilizando o *PLD de estresse* para diferentes valores de K e o PLD simulado. Este custo é dado por $-\Omega_{t,s}^*$ (negativo da renda líquida no curto prazo). Observamos, na Figura 7, que a inclinação da reta de regressão é maior que um, indicando que os cenários de PLD simulado³ são sistematicamente mais pessimistas que os de PLD de estresse até $K = 10$.

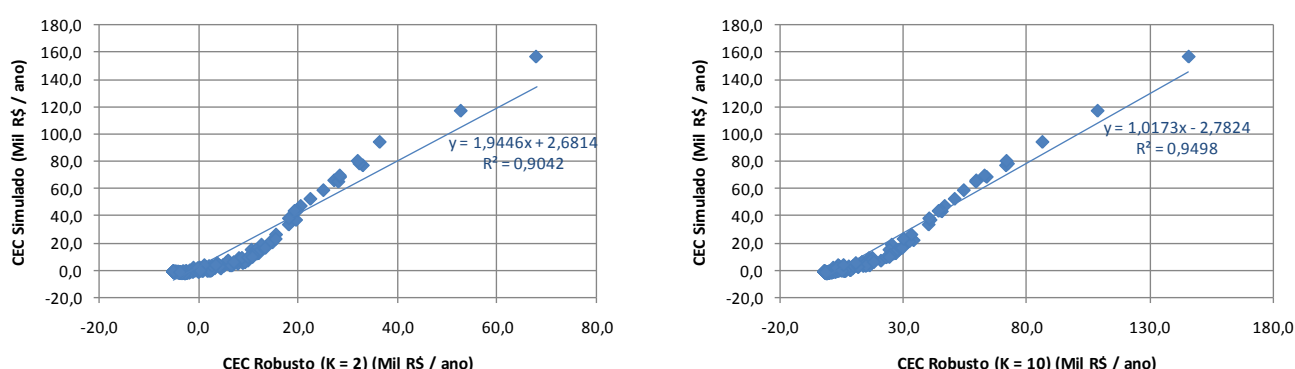


Figura 7 – CEC Simulado versus CEC Robusto para $K = 2$ e $K = 10$.

Como podemos observar na Tabela 1, a partir de $K = 10$, a inclinação da reta de regressão passa a ser menor que um, indicando que, a partir destes valores de K , o *PLD de estresse* passa a ser mais pessimista que o simulado.

K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Coef. Angular	2.36	1.94	1.67	1.47	1.33	1.22	1.14	1.09	1.05	1.02	1.00	0.98

Tabela 1 – Coeficientes angulares das regressões do CEC Simulado nos CEC Robustos para diferentes valores de K .

Por fim, é importante ressaltar que, apesar de este estudo de caso ser a construção de uma CDC para uma hidrelétrica, esta metodologia pode ser utilizada em muitas outras aplicações, substituindo cenários estocásticos do PLD pela robustez do modelo apresentado, como exemplo, a decisão do portfólio ótimo de energia renovável de uma comercializadora.

Além disso, esta metodologia não é, necessariamente, substitutiva à metodologia atual de simulação de cenários de preço. Este modelo apresentado pode ser utilizado concomitantemente ao modelo com o preço estocástico de diversas maneiras. Um exemplo seria encontrar uma contratação com a metodologia atual [2] com restrição de que o CVaR da renda utilizando o *PLD de estresse* seja superior a um valor específico determinado pelo tomador de decisão.

Desta forma, não nos propomos a apresentar um modelo que substitua a forma atual de atuação dos agentes do setor e sim uma alternativa à ela podendo ser usada separada ou concomitantemente à forma atual de diversas formas.

³ Os cenários de produção foram obtidos aplicando-se as regras do MRE para um caso baseado no PMO de abril de 2007.

6. Conclusão

Este trabalho foi elaborado de uma prática muito comum no setor elétrico, especialmente entre as comercializadoras. Para elas, a metodologia de formação de seu portfólio está baseada em uma contratação tal que este portfólio sobreviva a 2 ou 3 meses seguidos com o PLD no teto. Com isso, neste trabalho formalizamos matematicamente esta prática, levantando e respondendo dois questionamentos: i) será que o pior que pode acontecer para uma comercializadora é meses seguidos com o PLD no teto? ii) será que o teto é, de fato, o pior que pode acontecer?

A resposta para estes questionamentos está na Figura 4. Quanto a i), nem sempre meses seguidos é o pior que pode ocorrer para um comercializador, podendo ser meses distantes e complementares como janeiro e agosto, dependendo apenas da geração. Em relação à ii), o piso pode ser o pior cenário uma vez que se tenha excesso de energia e o pior é subvalorar o PLD resultando uma renda insatisfatória no mês.

Em suma, neste trabalho estabelecemos uma nova metodologia de construção da Curva de Disposição a Contratar para uma geradora hidrelétrica, utilizando um mix entre otimização robusta e estocástica, robusta ao PLD. A metodologia apresentada leva em consideração a correlação negativa existente entre o Preço de Curto-Prazo e a produção do sistema hídrico, protegendo o portfólio do gerador contra cenários de stress no PLD, mitigando o risco de quantidade.

Uma CDC utilizando dados realistas do sistema elétrico brasileiro foi apresentada, se mostrando bastante conveniente para as empresas geradoras brasileiras. Futuros desenvolvimentos podem adotar esta metodologia em substituição à utilização de cenários simulados do PLD, como por exemplo, a decisão do portfólio ótimo de energia renovável de uma comercializadora.

7. Bibliografia

- [1] A. Street, "Estratégia de Oferta de Geradoras em Leilões de Contratação de Energia Elétrica". Rio de Janeiro, 2004, 103p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio).
- [2] A. Street, L. A. Barroso, S. Granville, M. V. Pereira, "Bidding Strategy under Uncertainty for Risk-Averse Generator Companies in a Long-Term Forward Contract Auction," Power & Energy Society General Meeting, 2009. PES '09. IEEE , vol., no., pp.1-8, 26-30 July 2009.
- [3] A. Street, "Equivalente Certo e Medidas de Risco em decisões de Comercialização de Energia Elétrica". Rio de Janeiro. 2008. 174p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio).
- [4] A. Street, L. A. Barroso, S. Granville, and M. V. Pereira, "Risk constrained portfolio selection of renewable sources in hydrothermal electricity markets," IEEE Trans. Power Syst., vol. 24, no. 3, pp. 1136–1144, Aug. 2009.
- [5] A. Street, "On the Conditional Value-at-Risk Probability Dependent Utility Function". Theory and Decision, v. 68, p. 49-68, 2010.
- [6] P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, and D. Heath, "Coherent measures of risk," Math. Fin., vol. 9, no. 3, pp. 203–228, 1999.
- [7] R. T. Rockafellar and S. P. Uryasev, "Optimization of conditional value-at-risk," J. Risk, pp. 21–41, 2000.
- [8] D. Bertsimas and M. Sim, "The price of robustness," Operations Research., vol. 52, no. 1, pp. 35–53, Jan.–Fev. 2004.
- [9] Birge, J., Louveaux, F., "Introduction to Stochastic Programming," Springer, New York, 1997.
- [10] Xpress Optimization Suite. [Online]. Disponível em: <http://www.fico.com/>.
- [11] V. Chvatal, "Linear programming", W.H. Freeman & Co, New York, 1983.
- [12] Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). Website: www.ons.org.br.