4.
Exemplos de Verificação das Formulações para Simulação de Fluxo em Meios Porosos

4.1.
Considerações Gerais

Este capítulo apresenta alguns exemplos com o objetivo de verificar as formulações e implementações realizadas. Inicia-se com um exemplo clássico da mecânica dos solos, no qual o objetivo principal é avaliar a implementação e o cálculo da porosidade, considerada uma variável importante no acoplamento mecânico e fluxo bifásico.

Os exemplos de placas paralelas, escoamentos entre barreiras e um problema com solução analítica conhecida objetivaram a verificação dos diversos métodos de avaliação da velocidade.

Para verificação das implementações das formulações bifásicas são analisados dois problemas clássicos: problema unidimensional de Buckley-Leverett e o exemplo de fluxo bidimensional de cinco poços.

Uma alternativa para verificar o procedimento iterativo do acoplamento mecânico e fluxo bifásico é analisando uma simplificação do problema de adensamento unidimensional de Terzaghi em que o meio se encontra com saturação total de um dos fluidos, através do MVF e MEFD, já que a equação da saturação é desconsiderada.

Dada a dificuldade de se obter resultados de literatura para fluxo bifásico em meios porosos heterogêneos, são analisados exemplos de meios estratificados encontrados na literatura para validação qualitativa das implementações, e ainda uma avaliação da aplicação em meios geológicos incluindo falhas com análise mecânica acoplada, via MEFD.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.2.
Adensamento unidimensional

Este exemplo trata do problema de uma coluna de solo sobre uma camada rígida e impermeável, a coluna está inicialmente saturada e sujeita a um carregamento na superfície. O problema de adensamento foi estudado inicialmente por Terzaghi (1934), Biot (1941) e ainda por Detournay e Cheng (1993) aplicando a teoria da poroelasticidade, estes últimos apresentaram a solução analítica utilizada neste trabalho.

As condições de contorno para o problema são: aplicação de um carregamento na superfície, $\sigma_{yy} = -p^*$, superfície livre no topo, $p = 0$ em $y = 0$; deslocamento vertical nulo na base da coluna, $u_y = 0$ em $y = L$; e superfície impermeável na base, $dp/dy=0$. A figura 4.1 apresenta o esquema do problema e a figura 4.2, a malha utilizada na presente análise.

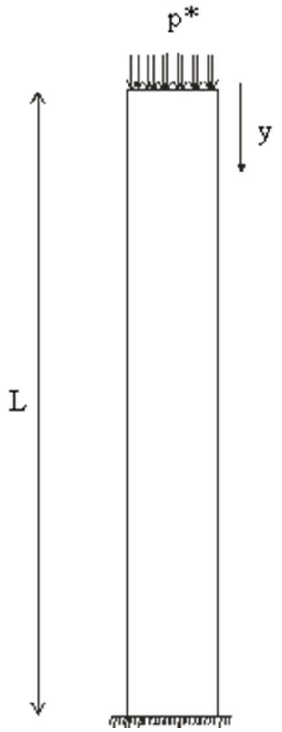


Figura 4-1: Esquema da coluna para adensamento unidimensional.

Detournay e Cheng (1993) considerando uma distribuição de tensão uniforme chegaram a seguinte equação, em termos de pressão de poros, para solução deste problema.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

$$\frac{\partial p}{\partial t} - c\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \tag{4.1}$$

Em que, c é o coeficiente de difusividade dado por:

$$c = \frac{2kG(1-\nu)(\nu_u - \nu)}{\alpha^2(1-2\nu)(1-\nu_u)} \tag{4.2}$$

em que k é a permeabilidade, G é o módulo cisalhante, ν é o coeficiente de Poison, ν_u é o coeficiente de Poison não drenado e α é o coeficiente de Biot que representa a relação entre a compressibilidade da matriz ou esqueleto sólido, dada pelo módulo volumétrico K em relação à compressibilidade dos grãos K_s, sendo:

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \tag{4.3}$$

A pressão de poros não drenada é dada por:

$$p^u = \frac{\eta p^*}{GS} \tag{4.4}$$

em que:

$$\eta = \frac{\alpha(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \tag{4.5}$$

$$S = \frac{3\eta(1-\nu_u)}{G\beta(1+\nu)} \tag{4.6}$$

$$\beta = \frac{\alpha K_\pi}{[\alpha - \phi(1-\alpha)]K_\pi + \phi K} \tag{4.7}$$

Nessas equações K_π é módulo volumétrico do fluido e β representa o coeficiente de Skempton.

Considerando as coordenadas adimensionais χ = x/L e τ = ct/4L^2, a pressão de poros ao longo da coluna para qualquer tempo é dada por:

$$p = \frac{\eta p^*}{GS}[1 - F_1(\chi, \tau)] \tag{4.8}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

em que:

$$F_1(\chi,\tau) = 1 - \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{4}{m\pi} sen\left(\frac{m\pi\chi}{2}\right) e^{\left(-m^2\pi^2\tau\right)} \tag{4.9}$$

Ainda, a solução para os deslocamentos no tempo inicial é dado por:

$$u_y^u = \frac{p^* L(1-2\nu_u)}{2G(1-\nu_u)}(1-\chi) \tag{4.10}$$

e ao longo do tempo o incremento de deslocamento é

$$\Delta u_y = \frac{p^* L(\nu_u - \nu)}{2G(1-\nu)(1-\nu_u)} F_2(\chi,\tau) \tag{4.11}$$

em que:

$$F_2(\chi,\tau) = \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{8}{m^2\pi^2} \cos\left(\frac{m\pi\chi}{2}\right)\left(1 - e^{\left(-m^2\pi^2\tau\right)}\right) \tag{4.12}$$

Para análise do problema de adensamento unidimensional são utilizadas as propriedades mostradas na Tabela 4.1.

Tabela 4-1: Parâmetros utilizados no exemplo de coluna poroelástica

G (MPa)	**ν**	**K_s (MPa)**	**K_π (MPa)**	**ϕ**	**K (m^2)**	**μ_π (MPa s)**	**p* (MPa)**	**L**
6000,0	0,2	36000,0	2887,0	0,19	$1{,}9.10^{-13}$	$1{,}0.10^{-9}$	1,0	7,0

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

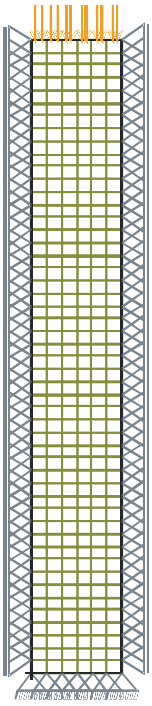


Figura 4-2: Malha utilizada nas análises, elementos Q4, 300 elementos finitos.

Os Gráficos 4-1, 4-2 e 4-3 apresentam os resultados numéricos comparados ao resultado analítico.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

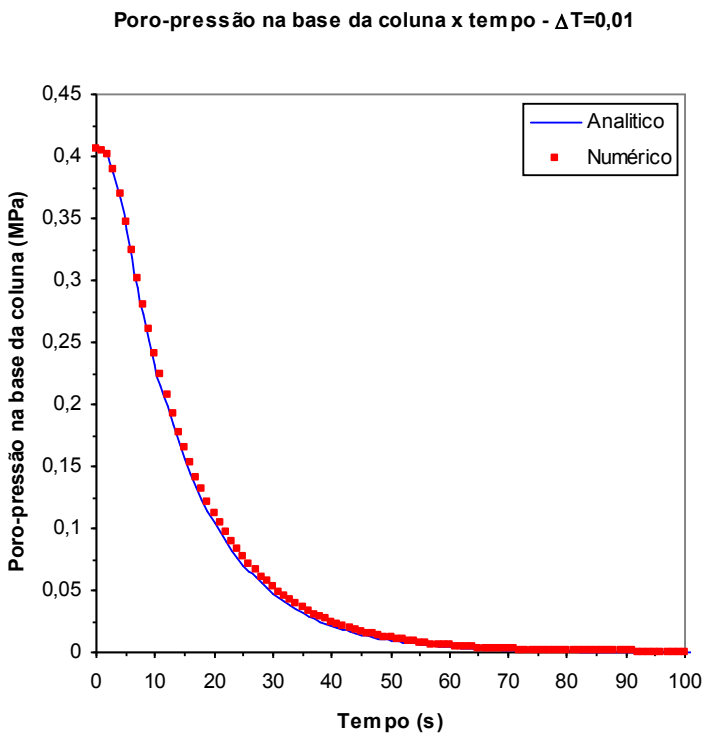


Gráfico 4 - 1: Pressão de poros na base da coluna.

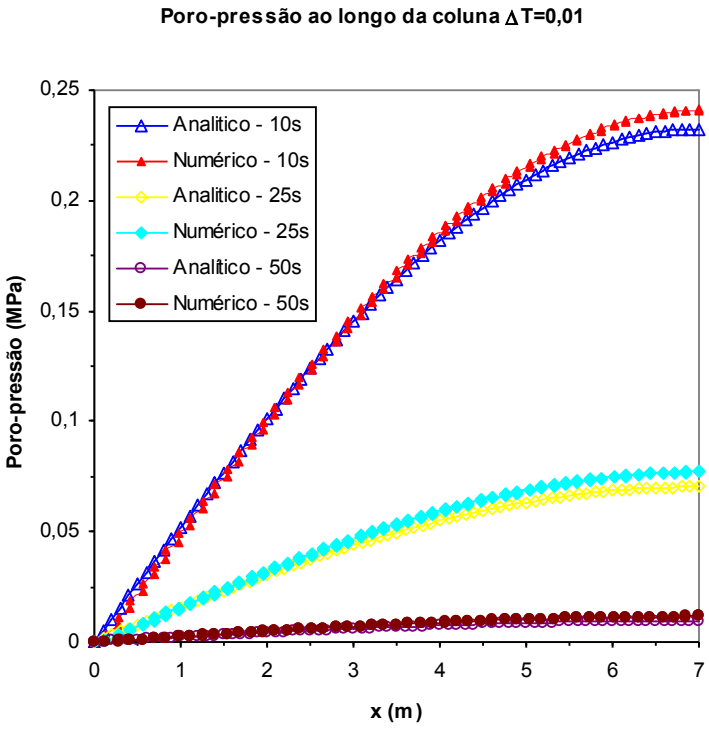


Gráfico 4 - 2: Evolução no tempo da distribuição de pressão de poros ao longo da coluna.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

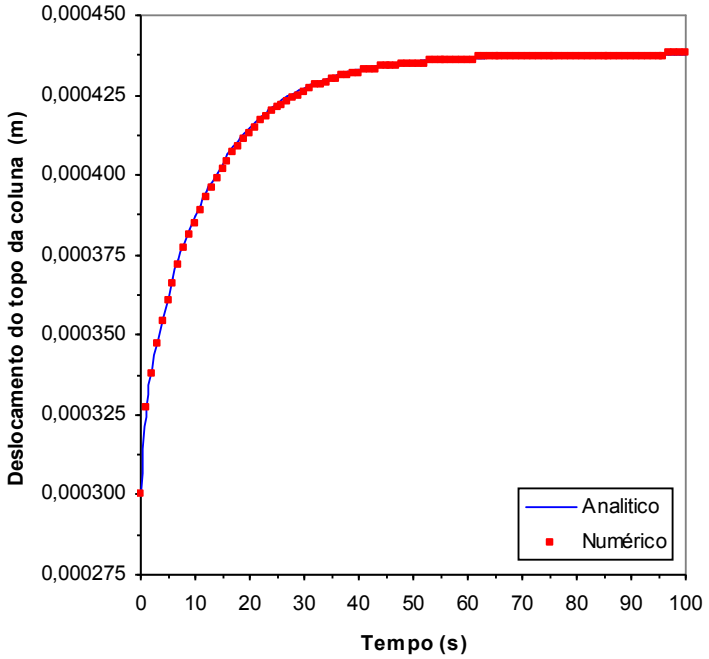


Gráfico 4 - 3: Deslocamento no topo da coluna.

A partir da solução clássica de Detournay e Cheng (1993), solução da poropressão ao longo do eixo vertical, pode se obter o perfil de velocidade v ao longo da coluna, bastando derivar a expressão de poropressão, equação (4.8), e multiplicar pela razão k/μ, de tal forma:

$$v = \frac{k}{\mu}\frac{\eta p^*}{GS}\left[\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty}\left(\frac{2\cos\left(\frac{m\pi\chi}{2}\right)e^{\left(-m^2\pi^2\tau\right)}}{L}\right)\right] \tag{4.13}$$

O gráfico 4-4 apresenta o perfil de velocidade para diferentes tempos de análise e o gráfico 4-5 apresenta a velocidade para o topo da coluna ao longo do tempo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

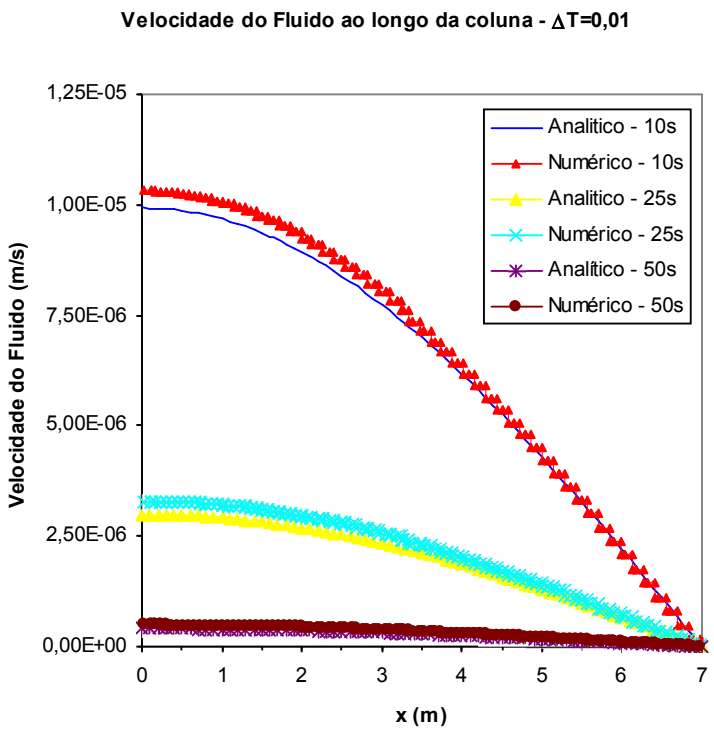


Gráfico 4 - 4: Perfil de velocidade ao longo da coluna para vários tempos.

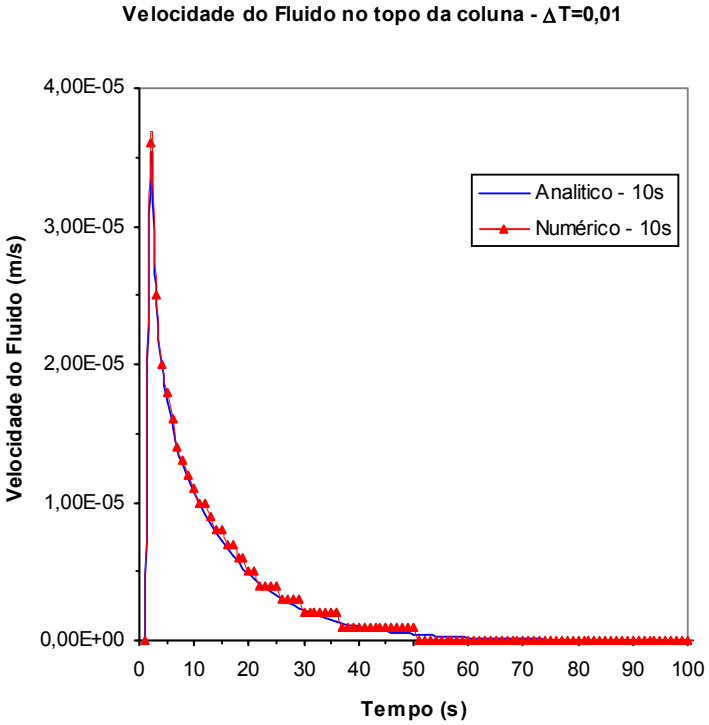


Gráfico 4 - 5: Velocidade ao longo do tempo para o topo da coluna.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

De outra forma, como colocado na equação (2.61), para obtenção da porosidade, aqui reapresentada, tem-se:

$$d\phi = \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_m}\right)\left(d\sigma' + \left(1 - \frac{1}{K_m}\right)dp\right) + \left(\frac{1}{K_m} - \frac{K}{K_m^2}\right)dp \tag{4.14}$$

rearranjando, vem:

$$d\phi = \frac{\left(-K_m + K\right)\left(d\sigma + dp\right)}{K_m K} \tag{4.15}$$

$$d\phi = \frac{1}{K}\alpha\left(d\sigma + dp\right) \tag{4.16}$$

De acordo com Detournay e Cheng (1993) as tensões podem ser obtidas realizando:

$$d\sigma = -\frac{\left(d\sigma_x + d\sigma_y + d\sigma_z\right)}{3} \tag{4.17}$$

$$d\sigma_y = \frac{2G\left(1-\nu\right)}{1-2\nu}\varepsilon_y - \alpha dp \tag{4.18}$$

$$d\sigma_x = \frac{\nu}{1-\nu}d\sigma_y - 2\eta dp \tag{4.19}$$

$$d\sigma_z = d\sigma_x \tag{4.20}$$

O gráfico 4-6 apresenta a comparação dos resultados obtidos pela implementação realizada e pela solução analítica, para a porosidade ao longo do tempo para a base da coluna.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

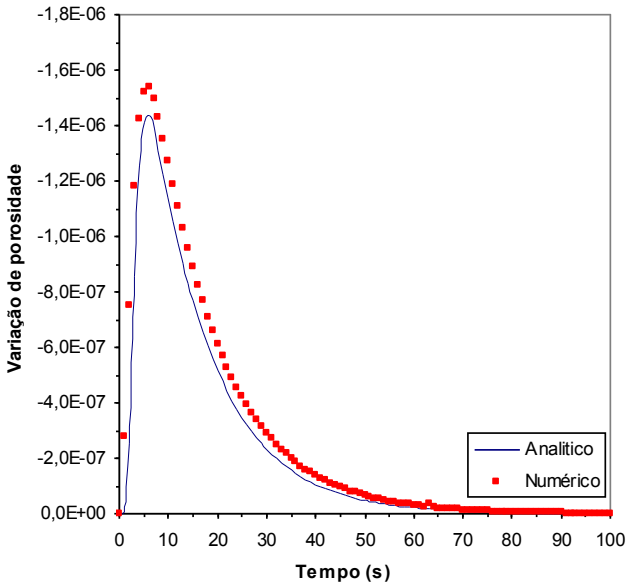


Gráfico 4 - 6: Porosidade ao longo do tempo de análise para a base da coluna, calculada no primeiro ponto de Gauss acima da base.

Uma conclusão geral de todos gráficos é que em todas as análises existe uma boa concordância entre as soluções analíticas e os resultados obtidos pela implementação realizada.

Um ponto importante a ser destacado é a necessidade de equivalência para a entrada da compressibilidade do meio sólido e da matriz na solução analítica e na implementação realizada, uma vez que na solução analítica a entrada é através da utilização da compressibilidade do sólido K_s = 36000MPa e α = 0.778; enquanto que na implementação realizada, introduz-se diretamente o valor de K_s = 30000MPa.

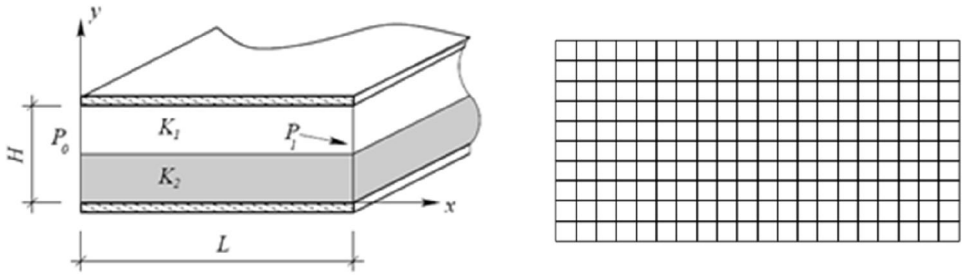
4.3.
Escoamento entre Placas

Neste exemplo, apresentado em Correa (2006), avalia-se o cálculo da velocidade pós-processada através da eei de Darcy, comparando-a com a solução analítica deste problema. Este exemplo trata do escoamento de um fluido num meio heterogêneo constituído de duas camadas paralelas com permeabilidades

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

distintas, $k_1 = 2.k_2$, devido a um diferencial de pressão unitário ($\Delta P = 1$) na direção horizontal. Esta situação conduz a solução trivial em que a velocidade em cada camada é dada por $v_{x2} = 2.v_{x1}$.

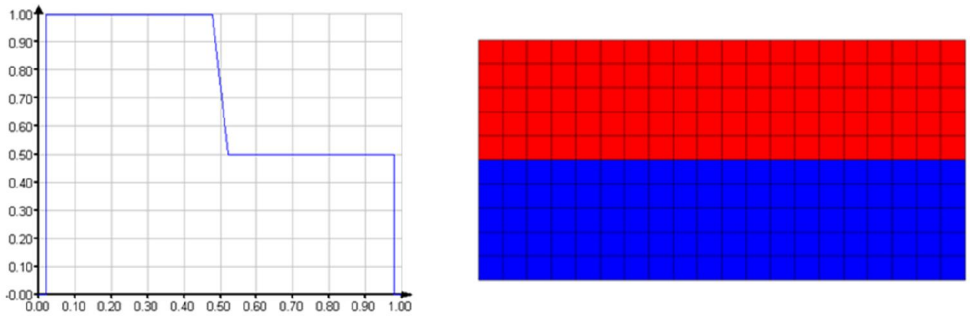
A figura 4.3 apresenta um esquema do problema, bem como a malha utilizada. Os seguintes dados são aplicados ao problema: $K_1 = 2$, $K_2 = 1$, $P_0 = 1$, $P_1 = 0$, $L = 2$, $H = 1$.



a) b)

Figura 4-3: Esquema do problema de escoamento entre placas paralelas (a), extraído de Correa (2006) e malha de elementos finitos utilizada, 200 elementos Q4 (b).

Como solução trivial para a velocidade tem-se, $v_{x2} = 2.v_{x1} = 1$. A figura 4.4 apresenta o resultado encontrado pela implementação para a velocidade v_x ao longo da altura H, observa-se uma boa concordância entre as soluções.



a) b)

Figura 4-4: Perfil de velocidade vx ao longo da altura H (a), e mapa de velocidades, cor azul representa vx=0.5 e cor vermelha vx=1.0 (b).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.4.
Escoamento com Barreiras

Neste exemplo busca se avaliar a solução implementada por pós-processamento global proposto por Malta et al (2001) e Loula et al. (1995) para a velocidade. Inicialmente esse problema foi proposto por Mosé et al (1998) e estudado também por Correa (2006) e Ney (2002).

A figura 4.5 apresenta a representação esquemática do problema em que se simula o escoamento em meio poroso onde o fluxo é forçado a passar por um canal delimitado por duas faixas de baixa condutividade. As condições de contorno e os parâmetros utilizados são mostrados também na figura 4.6. A figura 4.6 apresenta a malha empregada na análise.

A figura 4.7 apresenta os campos de velocidade pós-processados diretamente através da lei de Darcy e tal como proposto por Malta el al (2001). Através dos perfis mostrados na figura 4-8 observa-se, justamente na junção entre materiais diferentes a variação entre as implementações. No caso do pós-processamento na lei de Darcy existe uma queda mais brusca no campo de velocidades.

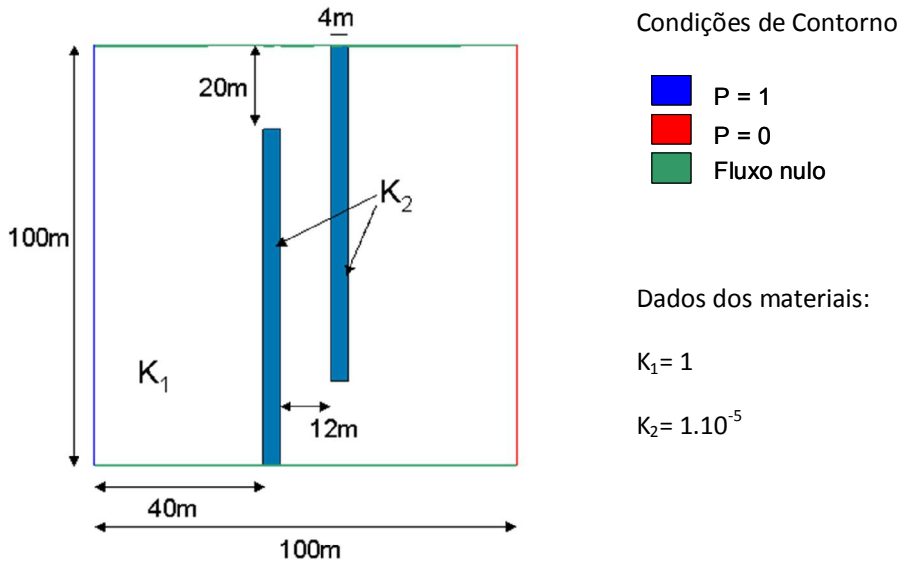


Figura 4-5: Esquema do problema de escoamento entre barreiras, condições de contorno aplicadas e dados dos materiais utilizados.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

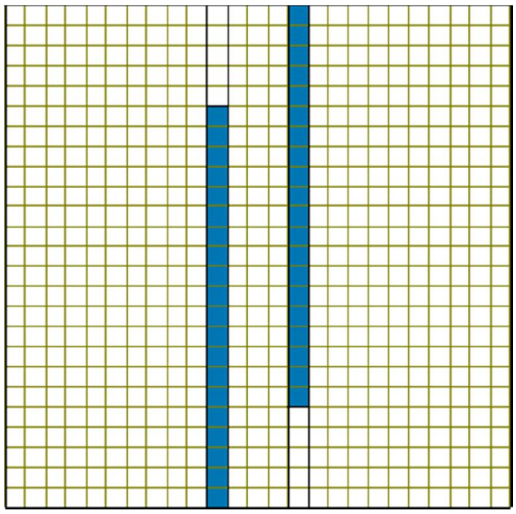
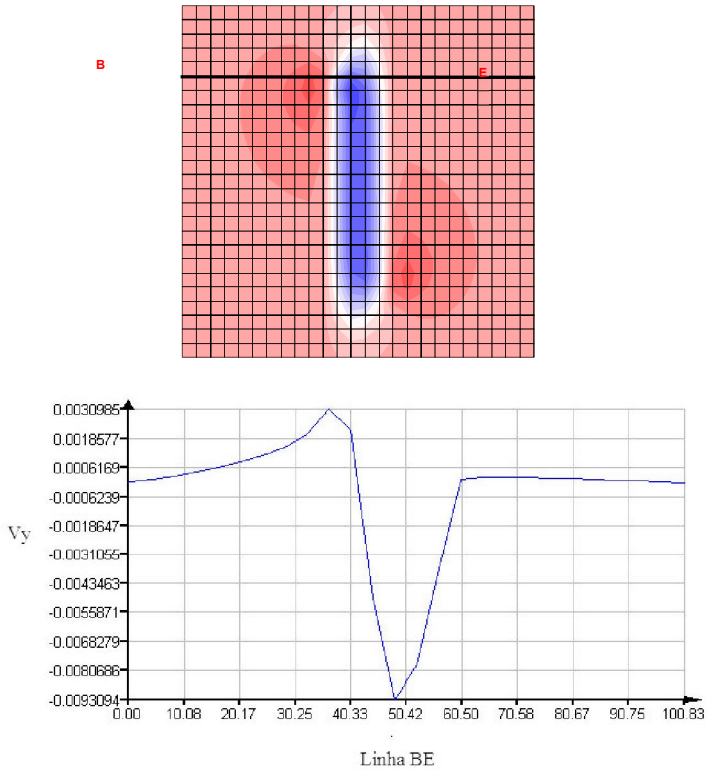
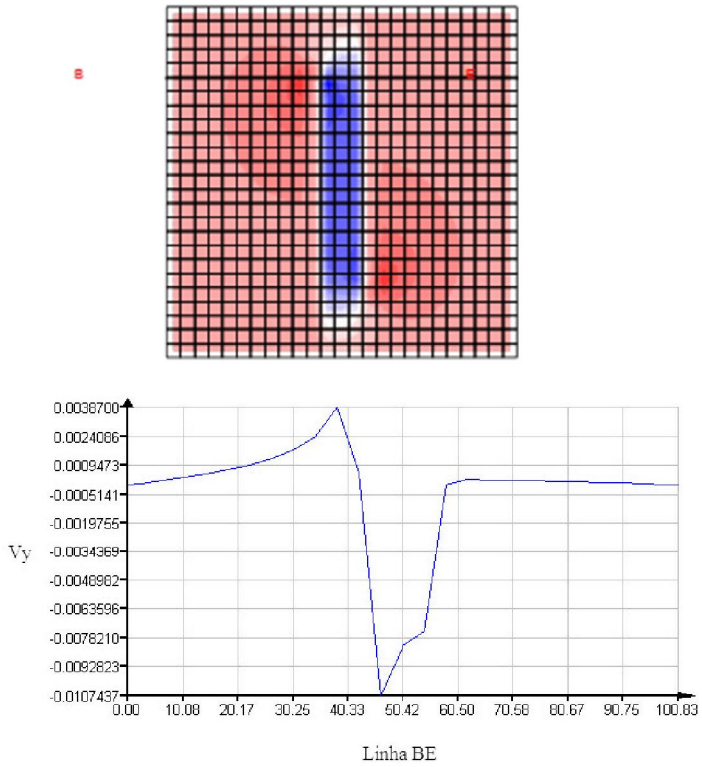


Figura 4-6: Malha empregada na análise do exemplo de escoamento entre barreiras, 625 elementos Q4.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA



a)



b)

Figura 4-7: Campos de velocidade v_y e perfil de velocidade v_y ao longo de BE: (a) pós-processamento global, (b) lei de Darcy.

Da figura 4.7 observa-se uma aproximação das velocidades mais pronunciadas na interface entre os diferentes meios no caso de pós-processamento global indicando mais fortemente o contraste de permeabilidade.

4.5. Pós-processamento da Velocidade Através de Elementos de Raviart-Thomas

Este exemplo simples, apresentado por Ribeiro (1996), por possuir solução analítica conhecida, é utilizado para verificar o cálculo do campo de velocidade utilizando os elementos de Raviart-Thomas de mais baixa ordem.

Dado o campo de pressão p (equação 4.21) mostrado na figura 4.8, aplicado ao domínio (0,15)x(0,6), e utilizando espaçamentos vertical e horizontal,

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

$\Delta x = \Delta y = 1$ e meio homogêneo, k = 1 e considerando C = 0.8333, o campo de velocidades pela solução analítica é dado pela expressão 4.22.

$$p = x^2 + x + y^2 + y + C + \frac{\Delta x^2}{12} + \frac{\Delta y^2}{12} \tag{4.21}$$

$$v = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2x - 1 \\ -2y - 1 \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

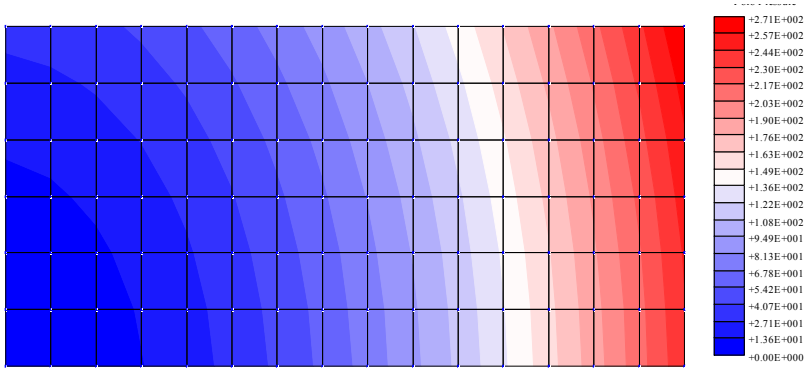
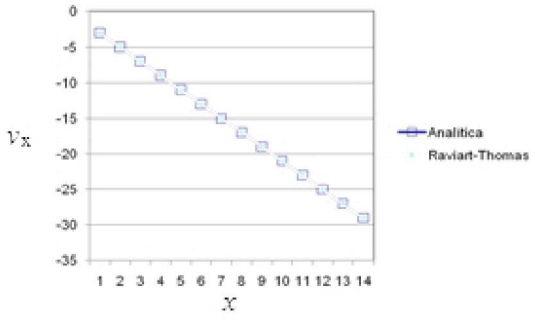


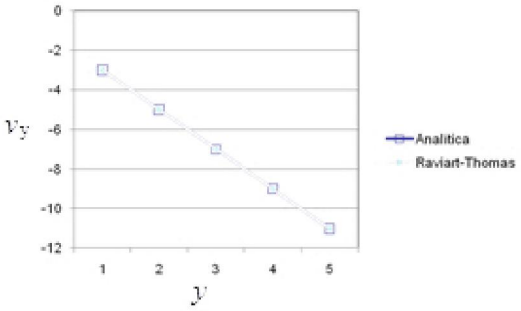
Figura 4-8: Campo de pressão aplicado.

As expressões para v_x e v_y dadas na equação 4.22 representam retas nessas direções, respectivamente, e são representadas no gráfico 4-7 juntamente com os resultados utilizando a implementação do elemento de Raviart-Thomas. Observa-se a concordância exata entre as soluções, mesmo resultado encontrado por Ribeiro (1996).



a)

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA



b)

Gráfico 4 - 7: Comparações entre os resultados da solução analítica e da implementação de elementos de RT: (a) v_x ao longo de y = 3,5, e (b) v_y ao longo de x = 7,5.

Para validação da implementação do pós processamennto utilizando elementos de RT_0 em malhas não estruturadas, esse mesmo exemplo é estudado para esse caso, a figura 4.9 apresenta os campos de velocidade na direção x, v_x, para quatro casos: malha quadrilateral estruturada, malha quadrilateral não estruturada e malha triangular estruturada, malha triangular não estruturada é realizado um teste com malha não estruturada. A figura 4.10 apresenta ainda uma outra abordagem do mesmo problema, onde a malha da figura 4.8 é rotacionada a 45º no sentido anti-horário e aplicado o campo de pressão dado pela equação (4.21). A figura em questão, 4.10, apresenta o campo de velocidade na direção x, v_x, coincidente com os resultados da figura 4.9.

Destas figuras, observa-se uma boa concordância para ambos os resultados, verificando-se assim a correta implementação do pós processamento utilizando RT_0.

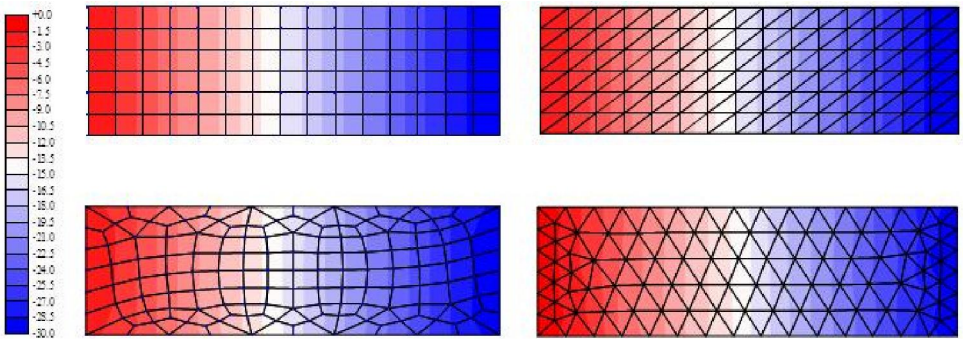


Figura 4-9: Campos de velocidade v_x para malhas estruturadas e não estruturadas obtidas através de RT_0.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

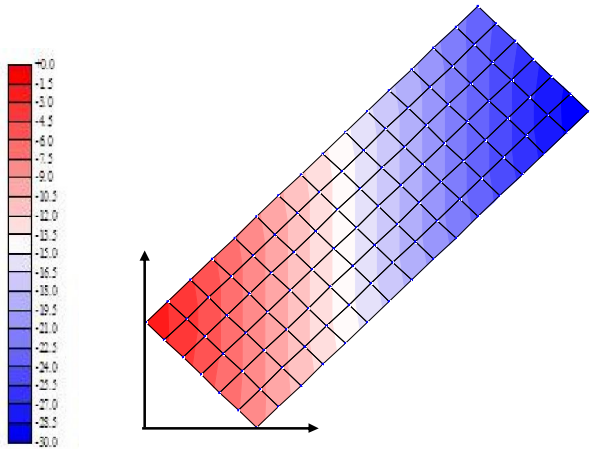


Figura 4-10: Campos de velocidade v_x para malha estruturada inclinada obtido através de RT_0.

4.6.
Fluxo Bifásico Unidimensional – Método MEF – Galerkin

Nesse exemplo é utilizado um exemplo de fluxo unidimensional em um reservatório utilizando a formulação apresentada no capítulo 3 para a formulação parabólica e com a formulação apresentada por Muller (2007). Tem como objetivo avaliar a capacidade do MEF – Galerkin de capturar a frente de saturação no caso de pressão capilar nula e com dados iniciais mais próximos aos dados de campos reais Muller (2007).

A figura 4.11 apresenta esquematicamente o problema fluxo unidimensional que consiste da análise de um reservatório de comprimento L com pressão inicial de óleo (P_o) de 36MPa e totalmente preenchido com óleo (S_o=1), na condição de pressão capilar nula (P_C=0). É aplicada um pressão de fundo de poço (P_{wl}) de 30MPa e com saturação de 0,527.

A tabela 4.2 apresenta os parâmetros utilizados na análise e a figura 4.12 apresenta a malha de elementos finitos empregada.

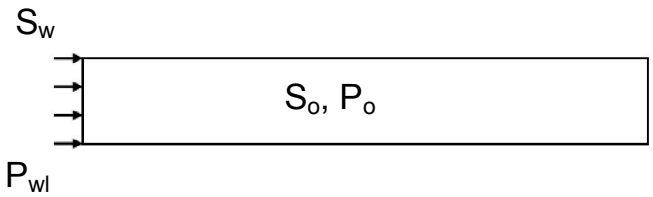


Figura 4-11: Esquema do problema de reservatório.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

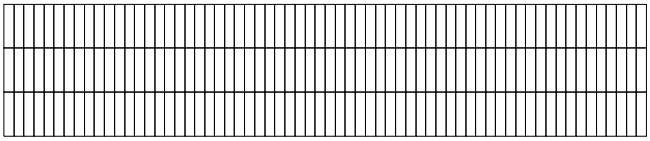


Figura 4-12: Malha utilizada Q4, 192 elementos.

Tabela 4-2 : Parâmetros e condições de contorno empregados no exemplo de fluxo bifásico unidimensional

P_{wl} (MPa)	P_0 (MPa)	μ_{nw} (Pa.s)	μ_w(Pa.s)	ϕ	$S_{rnw} = S_{rw}$	L (m)	P_c
30	36	$1{,}0.10^{-9}$	$0{,}4.10^{-9}$	0,19	0,0	6	0,0

O Gráfico 4.8 apresenta a evolução no tempo do perfil de saturação obtido numericamente utilizando o MEF – Galerkin. Observa-se que, para as condições analisadas, o perfil de saturação encontrado é suave não indicando uma frente de saturação pronunciada sugerindo um efeito de suavização devido ao MEF – Galerkin, não condizente com o resultado esperado, como será visto no próximo exemplo.

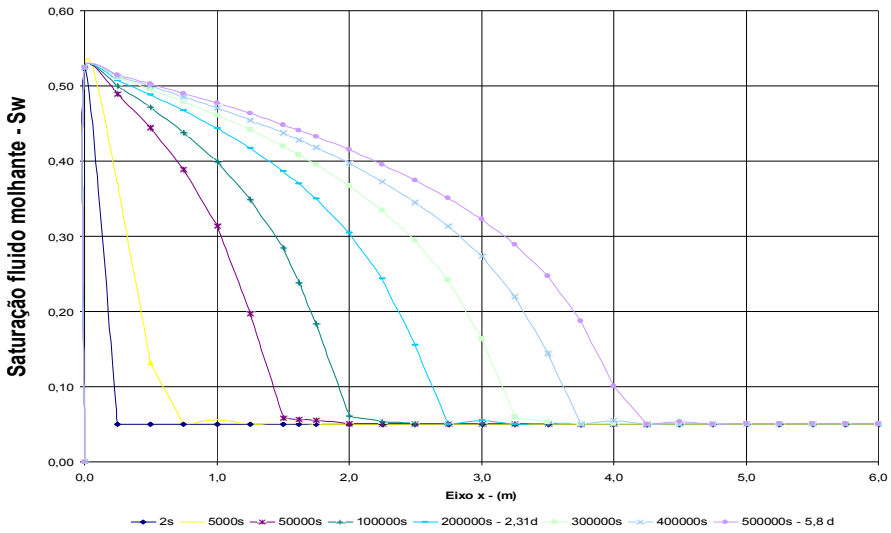


Gráfico 4 - 8: Perfil de saturação ao longo do reservatório

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.7.
Fluxo Bifásico Unidimensional – Método MEFD

Nesse item, para validação da formulação pelo MEFD, é analisado o exemplo clássico de Buckley-Leveret, que consiste no deslocamento de um fluido em uma camada unidimensional por injeção de outro fluido, sendo os fluidos imiscíveis.

Os dados utilizados para esse exemplo são os mesmo utilizados por Dulorsfy (1993) e Mendonça (2003). A velocidade total é fixada em $v_t = 1$, com condição de contorno em x = 0, de $S_w = 1$, e como condição inicial, t = 0, $S_w = 0$, em todo o meio, considerado homogêneo.

Adota-se uma porosidade de 0,2 e uma relação de viscosidade não-molhante/molhante de 5. As relações de permeabilidades relativas das fases molhante e não-molhante são dadas respectivamente por $k_{rw} = S_w^2$ e $k_{rnw} = (1 - S_w)^2$.

O domínio analisado, (0,4)x(0,1), é discretizado em elementos quadrilaterais como mostrado na figura 4.13.

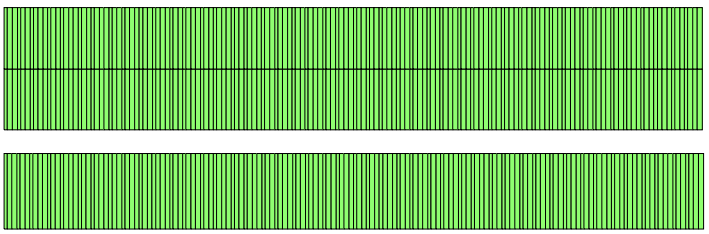


Figura 4-13: Malhas utilizadas Q4, 320 e 160 elementos.

A figura 4.14 apresenta os resultados para o perfil de saturação nos tempos t=0,1s, 0,2s, 0,3s, 0,4s e 0,5s, para solução analítica, curva pontilhada e tracejada, e a solução via volumes finitos, curva pontilhada, e solução via elementos finitos descontínuos, linha continua. Verifica-se uma boa concordância nas soluções, entretanto, para esse caso a solução via MEFD, melhor se aproxima da solução analítica.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

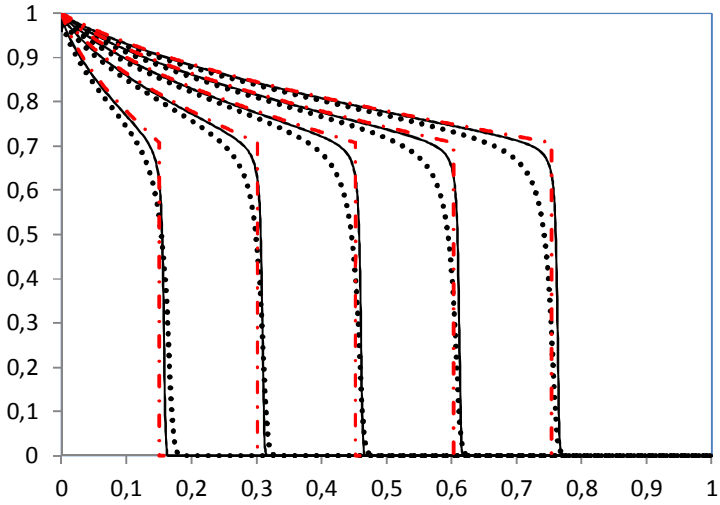


Figura 4-14: Perfil de saturação ao longo de x para formulação em volumes finitos, curva em pontos, elementos finitos descontínuos, linha continua e solução analítica, curva em traço e ponto .

4.8. Fluxo Bifásico Bidimensional – Problema dos Cinco Poços

Ainda para verificação da implementação computacional da formulação do fluxo bifásico via MEFD é apresentado um dos problemas clássicos em engenharia de petróleo, o qual consiste de um sistema de cinco poços em um domínio quadrangular, sendo quatro poços produtores (um em cada vértice), e um poço injetor (no centro). Este problema foi estudado por vários autores (Dulorfsky (1993), Mendonça (2003)) e considera o meio completamente preenchido por um fluido sendo deslocado por outro fluido.

Adota-se uma porosidade de 0,2 e uma relação de viscosidade não-molhante/molhante de 1. As relações de permeabilidades relativas das fases molhante e não-molhante são dadas respectivamente por $k_{rw} = S_w^2$ e $k_{rnw} = (1 - S_w)^2$.

A figura 4.15 apresenta o esquema do problema em que se pode verificar a possibilidade de uma análise simétrica em dois eixos. O meio inicialmente está totalmente preenchido com óleo $S_o = 1$ em todo o domínio, e é aplicada uma condição de contorno de vazão unitária no centro, em P0, injeção, e em P1, extração.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

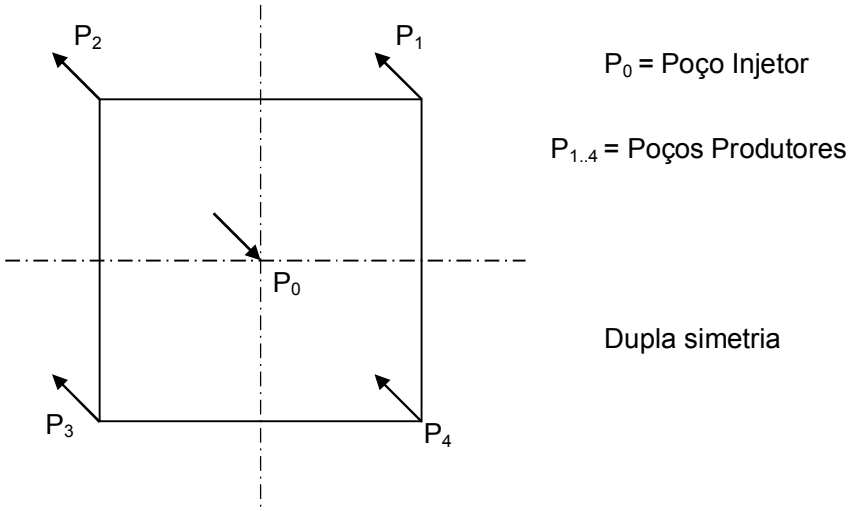


Figura 4-15: Esquema do problema de cinco poços.

A figura 4-16 mostra a evolução no tempo da frente de saturação. Os resultados são bastante concordantes com os encontrados nos trabalhos de Dulorfsky (1993), Mendonça (2003).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

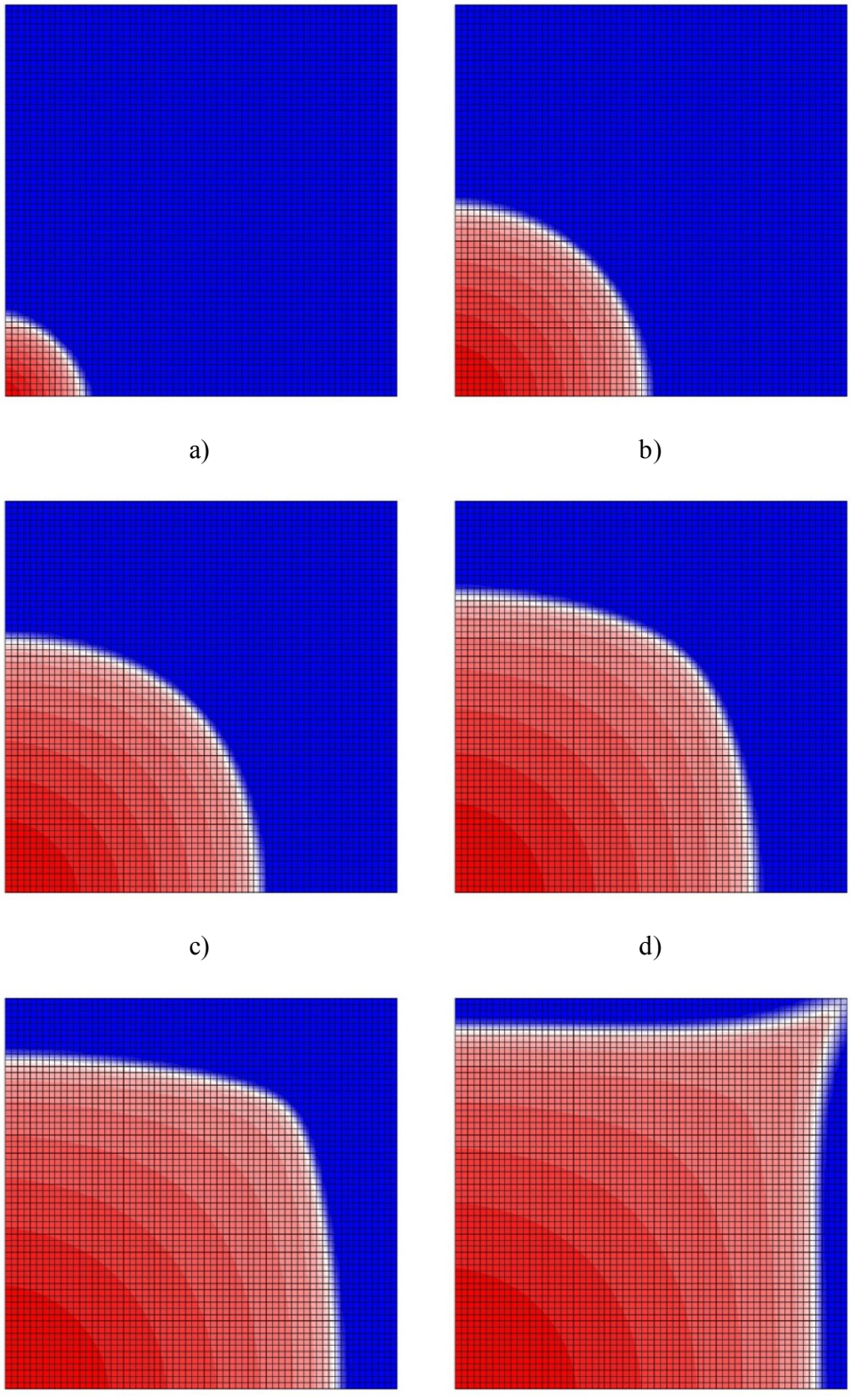


Figura 4-16: Evolução da frente de saturação para vários tempos. a) t=0,7s, b) t=4,2s, c) t=7,7s, d) t=11,2s, e) t=14,7s, f) t=19,6s.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.9.
Fluxo Bifásico Bidimensional – Problema dos Cinco Poços – Meio Heterogêneo

De forma a analisar a implementação para meios heterogêneos, o problema de cinco poços da seção anterior é agora analisado considerando um campo de permeabilidade variável. São empregados os mesmos dados do problema anterior e o campo de permeabilidade aleatório em k_x e k_y, a figura 4.17 apresenta o campo de permeabilidade aleatório gerado para k_x, é utilizada uma malha de 32x32 elementos.

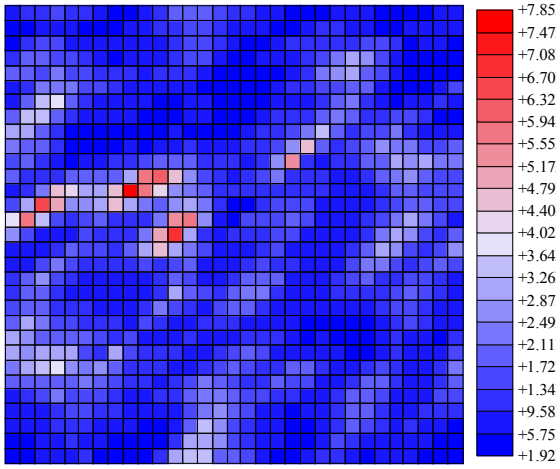
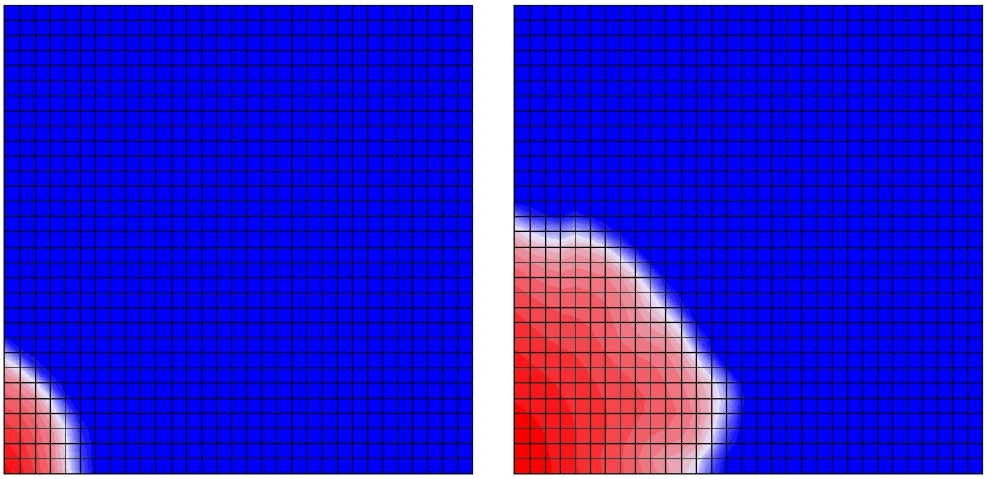


Figura 4-17: Campo de permeabilidade Kx aleatório.

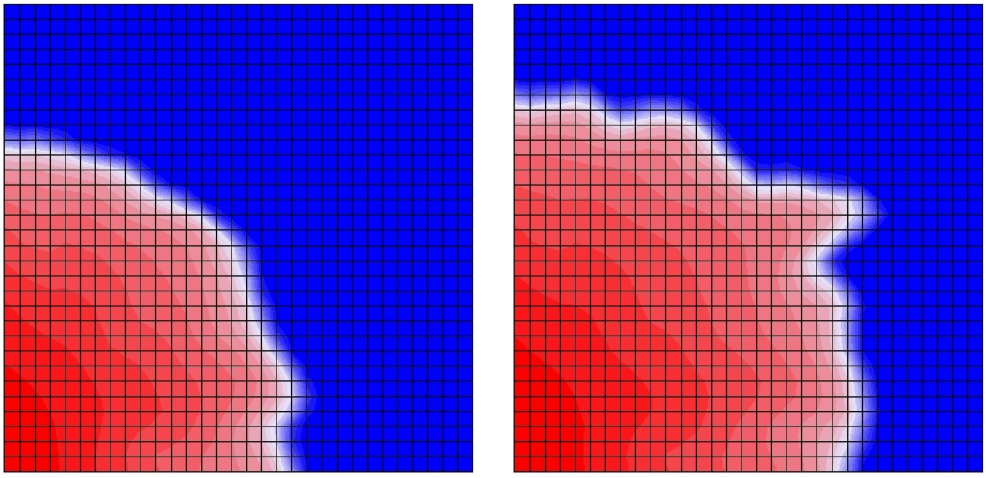
A figura 4.18 mostra a evolução no tempo da frente de saturação para vários tempos para o campo de permeabilidade variável. Dada uma variação regular no campo de permeabilidade, a variação no campo de saturação se dá também de forma regular.

Neste exemplo verificou-se a consistência da implementação via MEFD para o caso de meio heterogêneo aleatório considerando que o resultado encontrado não apresentou oscilações não condizentes com o esperado para o exemplo em estudo.

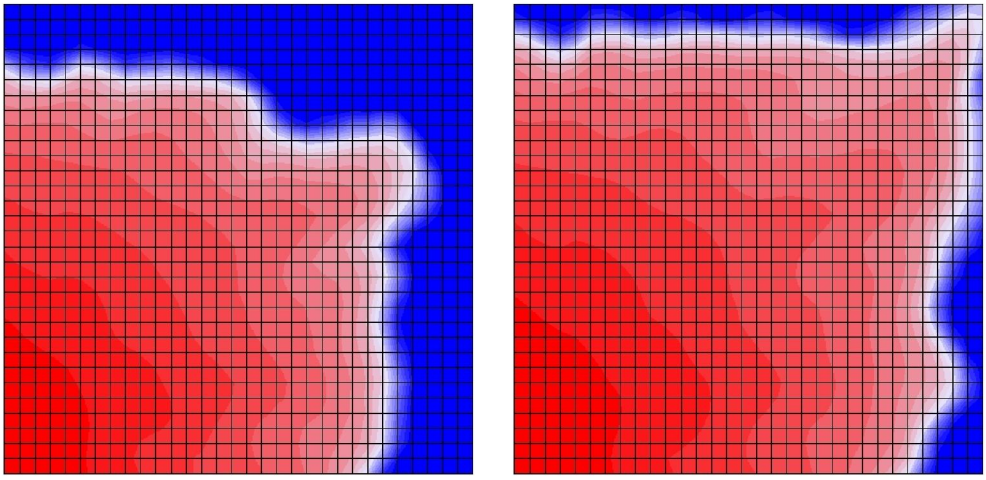
PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA



a) b)



c) d)



e) f)

Figura 4-18: Evolução da frente de saturação para vários tempos, k_x, aleatório. a) t=0,7s, b) t=4,2s, c) t=7,7s, d) t=11,2s, e) t=14,7s, f) t=19,6s.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.10.
Adensamento unidimensional para caso de $S_w = 1$

Nesse exemplo o problema de adensamento unidimensional apresentado na seção 4.2 é revisitado para a situação em que o meio é analisado com a formulação de fluxo bifásico com acoplamento mecânico na situação em que o meio é descrito como monofásico em que a saturação de um dos fluidos é 100%.

Diferente da seção 4.2 este exemplo resolve as equação de pressão, velocidade, saturação junto com o problema mecânico. Assim, a resposta do sistema deve ser a mesma que o problema de fluxo monofásico acoplado como analisado na seção 4.2.

São utilizadas as mesmas propriedades empregadas no problema da seção 4.2.

O Gráfico 4.9 apresenta o comportamento do deslocamento do topo da coluna em condição de fluxo bifásico com acoplamento mecânico para o caso de $S_{nw} = 1$. Observa-se uma boa concordância entre a solução analítica e a encontrada na presente formulação.

De forma semelhante, o Gráfico 4.10 apresenta a variação da poro-pressão na base da coluna em conjunto com a solução analítica, novamente, observa-se uma boa concordância entre os resultados.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

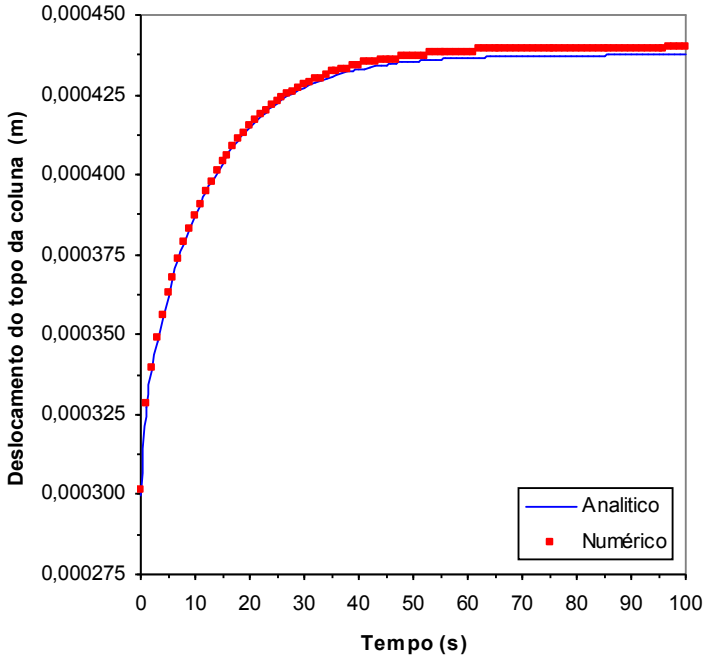


Gráfico 4 - 9: Deslocamento no topo da coluna.

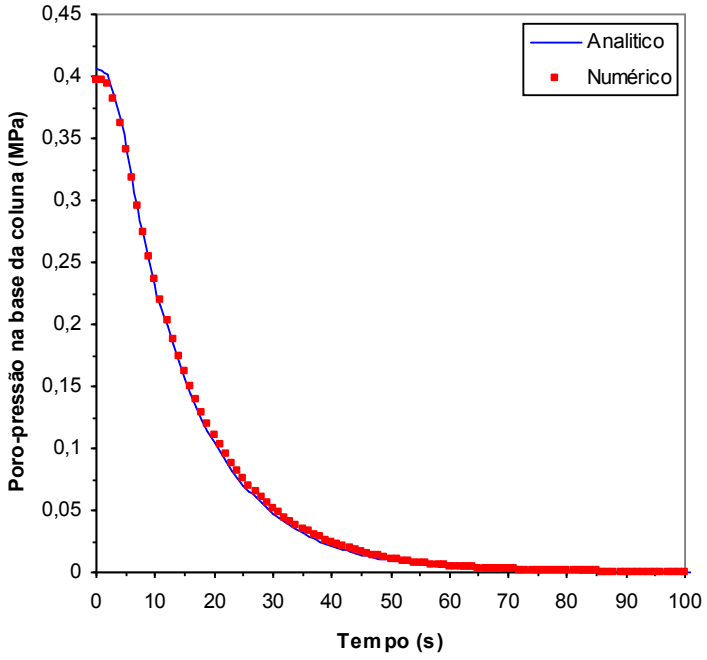


Gráfico 4 - 10: Pressão de poros na base da coluna.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.11.
Fluxo Bifásico em Reservatório Estratificado

Neste exemplo é analisada a condição de fluxo bifásico em meios heterogêneos para o caso de pressão capilar nula e pelo MEFD. A figura 4.19 apresenta o esquema empregado na análise constituído de camadas de diferentes propriedades sobrepostas.

A tabela 4.3 apresenta os dados gerais do problema, destacando que $k_2=10^{-5}k_1$. Este exemplo foi extraído de Hoteit et al (2008) . O domínio do problema é definido para L = 500 e H = 270. A figura 4.20 mostra a malha empregada em ambas análises, sendo formada por 4500 elementos do tipo Q4 e 4641 nós.

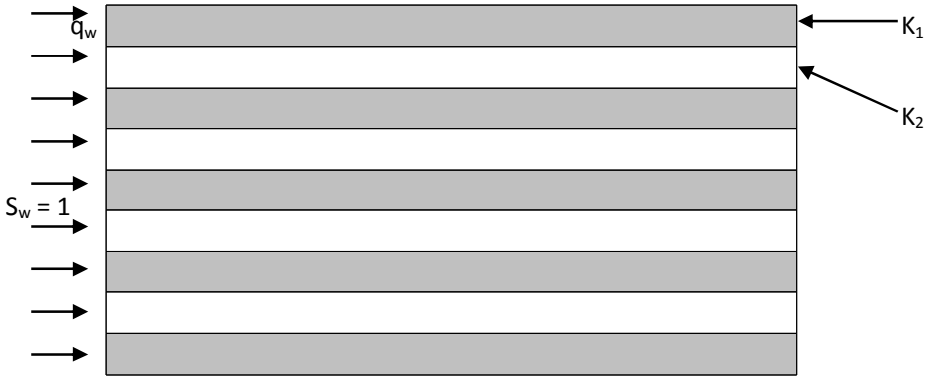


Figura 4-19: Esquema do problema fluxo bifásico em meio heterogêneo.

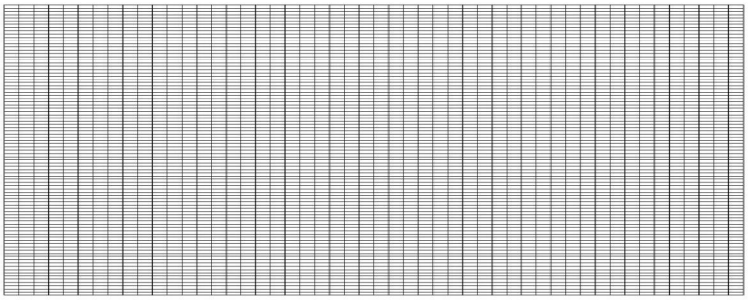


Figura 4-20: Malha empregada na análise do problema de fluxo bifásico em meio heterogêneo.

Tabela 4-3: Parâmetros utilizados no exemplo de fluxo bifásico em meio heterogêneo

Pressão Capilar Nula							
Q	$\rho_{nw} = \rho_w$	K_{nw}	K_w	ϕ	$S_{rnw} = S_{rw}$	$\mu_{nw} = \mu_w$	K_1
1,0	1,0	$(S_{rw})^2$	$(1-S_{rw})^2$	0,2	0,0	1,0	1,0

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

Neste exemplo considera-se o caso em que $P_c = 0$, em que uma frente de saturação é bem caracterizada sem suavização da solução. A figuras de 4.21a a 4.21e mostram a evolução no tempo da frente de saturação. Estas configurações da frente de saturação nas camadas se aproximam qualitativamente bem ao resultado desse mesmo problema apresentado em Hoteit et al (2008), figura 4.22, validando assim a implementação e a capacidade de para captura da frente em meios heterogêneos. A comparação qualitativa é realizada dado que as propriedades, parâmetros e modelos são distintos do presente trabalho e o trabalho de Hoteit et al. (2008).

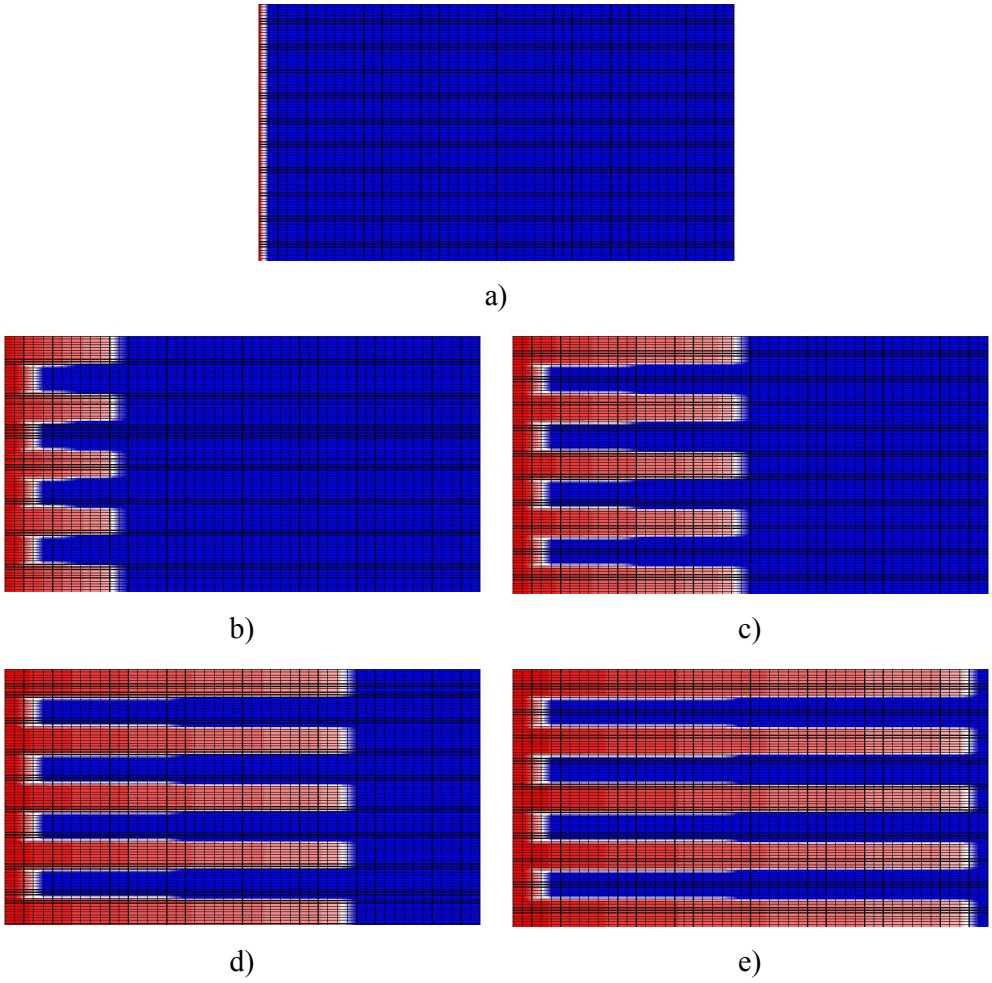


Figura 4-21 : Perfis de saturação para vários tempos, meio heterogêneo. a) t=0s, b) t=1,s, c) t=2s, d) t=3s, e) t=4s.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

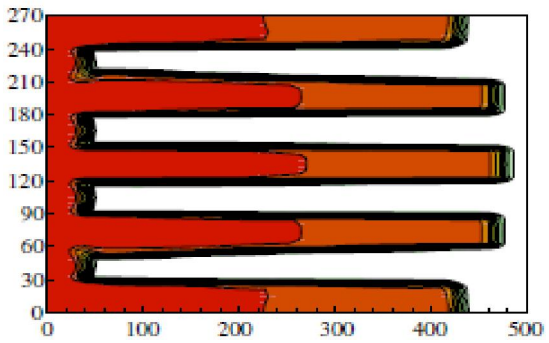


Figura 4-22: Campo de saturação para meio heterogêneo, extraído de Hoteit et al (2008)..

4.12.
Fluxo Bifásico em Falhas

Esse problema foi elaborado para exemplificar a aplicação da formulação proposta em meios constituídos por falhas geológicas e a aplicabilidade em meios geológicos complexos. Ainda tem como objetivo analisar a utilização de modelo de variação da permeabilidade com a porosidade e sua influência na frente de saturação em problema de pressão capilar nula.

A figura 4.23 apresenta a representação esquemática do problema, que consiste de meio retangular com uma falha geológica na direção horizontal.

Figura 4-23: Esquema do problema fluxo bifásico em falhas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

A falha é representada por elementos finitos de pequena espessura (6 m) e com propriedades diferentes do meio circundante, a Tabela 4.4 mostra os dados empregados nas análises, nesse caso também se tem $K_2=10^{-5}K_1$.

Tabela 4-4 : Parâmetros utilizados no exemplo de fluxo bifásico em meio heterogêneo

Pressão Capilar Nula							
Q	$\rho_{nw}=\rho_w$	K_{nw}	K_w	ϕ	$S_{rnw}=S_{rw}$	$\mu_{nw}=\mu_w$	K_1
1,0	1,0	$(S_{rw})^2$	$(1-S_{rw})^2$	0,2	0,0	1,0	1,0

O domínio do problema é definido para L=500 e H=270. A figura 4.20 mostra a malha empregada em ambas análises, sendo formada por 4500 elementos do tipo Q4 e 4641 nós.

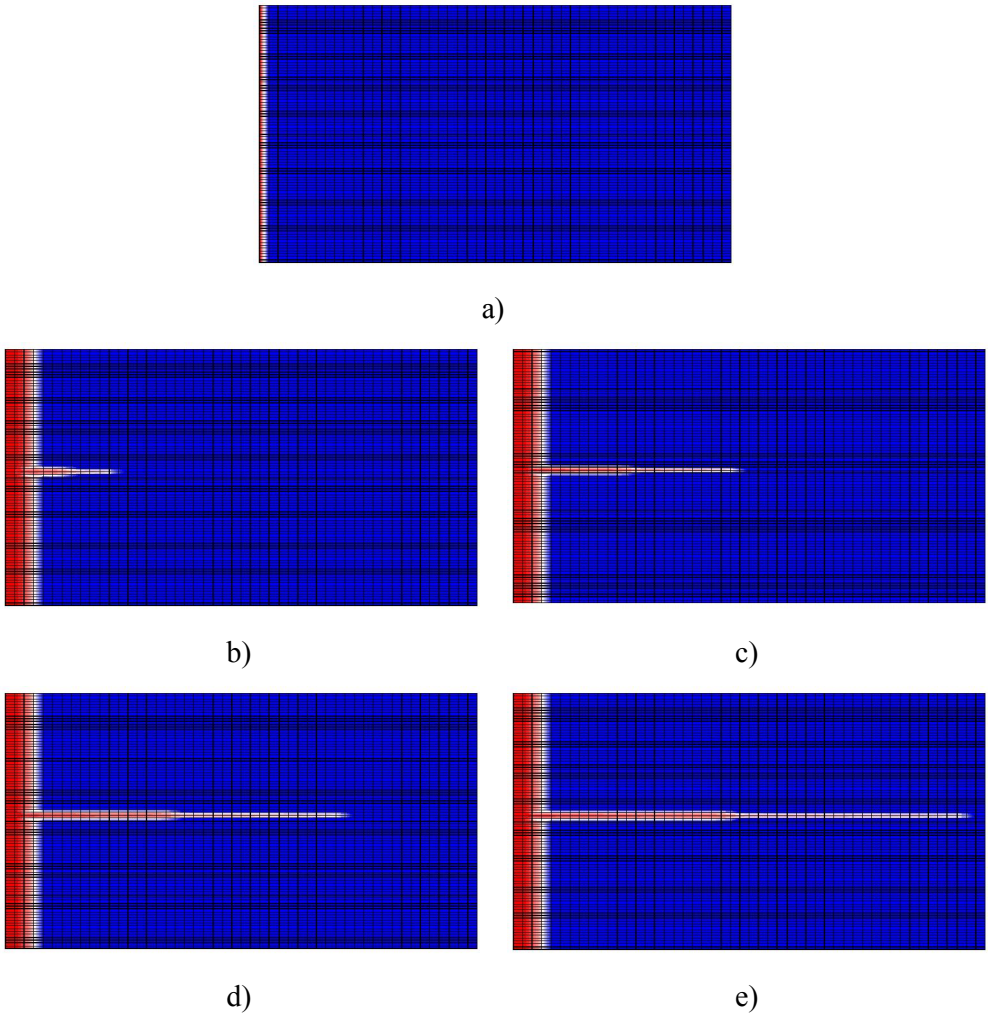


Figura 4-24: Perfis de saturação para vários tempos, meio heterogêneo. a) t=0s, b) t=1s, c) t=2s, d) t=3s, e) t=4s.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.13.
Fluxo Bifásico Acoplado em Falhas

Neste exemplo estuda-se a mesma situação do item 4.12 em termos de fluxo, utilizando-se os dados da tabela 4.4, porém considerando o acoplamento mecânico com fluxo e a variação da porosidade com o fluxo e deformação e conseqüente variação na permeabilidade. A figura 4.25 apresenta a representação esquemática do problema, que consiste de meio retangular com uma falha geológica na direção horizontal e a figura 4.26 mostra as condições de contorno em deslocamento empregadas.

Figura 4-25: Esquema do problema fluxo bifásico acoplado em falhas

Ambas as camadas são consideradas homogêneas e com comportamento linear elástico, com E = 14400GPa e $\upsilon = 0{,}2$ e porosidade variando de acordo com a equação de Carman-Kozeni (equação 2.62).

É aplicada a condição de contorno de deslocamento restrito na direção horizontal nos bordos laterais e na direção vertical na base. É aplicado um carregamento de poro pressão P = 10MPa na face direita com $S_w = 1$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

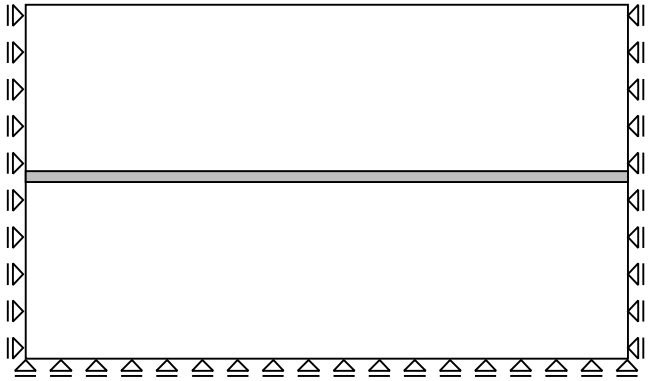


Figura 4-26: Condições de contorno do problema de fluxo bifásico em falhas.

O Gráfico 4.11 apresenta a variação do perfil de saturação ao longo da horizontal passando pela falha. Verifica-se o maior avanço da frente de saturação quando se tem a variação da permeabilidade com a saturação sugerindo aumento da permeabilidade.

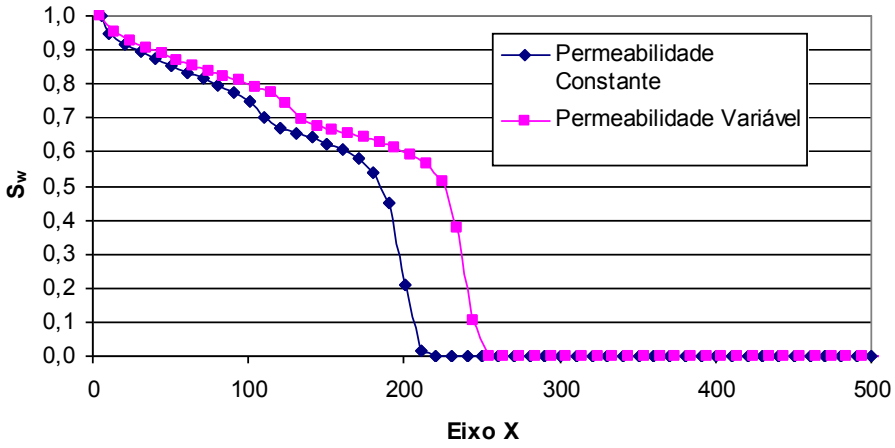


Gráfico 4 - 11: Variação da frente de saturação de água ao longo da coluna para t=7s.

4.14. Análise Acoplada de Fluxo Bifásico em Reservatório Fraturado

Neste exemplo é analisado um exemplo onde é considerado o acoplamento mecânico e fluxo bifásico para o caso de um meio poroso descrito pelo modelo de Mohr-Coulomb, onde é mostrado o comportamento das deformações e do campo de saturação. Para este caso, a geometria e dados do exemplo analisado na seção

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.14 são considerados e ainda os parâmetros de poroelastoplasticidade são: para o meio cincundante: modelo de Mohr Coulomb com coesão igual a 10MPa, ângulo de atrito igual a 30º, módulo E igual a 14400 GPa, e ν igual a 0.2, para a falha, módulo E igual a 1440 GPa, e ν igual a 0.2: coesão igual a 1MPa, ângulo de atrito igual a 30º.

Este exemplo tem como objetivo verificar o comportamento mecânico do meio devido ao avanço da frente de saturação, dado que na literatura especializada, os exemplos para análise quantitativa são de difícil comparação e realização.

A figura 4.13 apresenta a malha empregada na presente análise, são considerados elementos quadrilaterais estruturados no meio circundante à falha e elementos quadrilaterais não estruturados no interior da falha. As condições de contorno são as mesmas aplicadas no exemplo da seção 4.13.e permeabilidade contantes

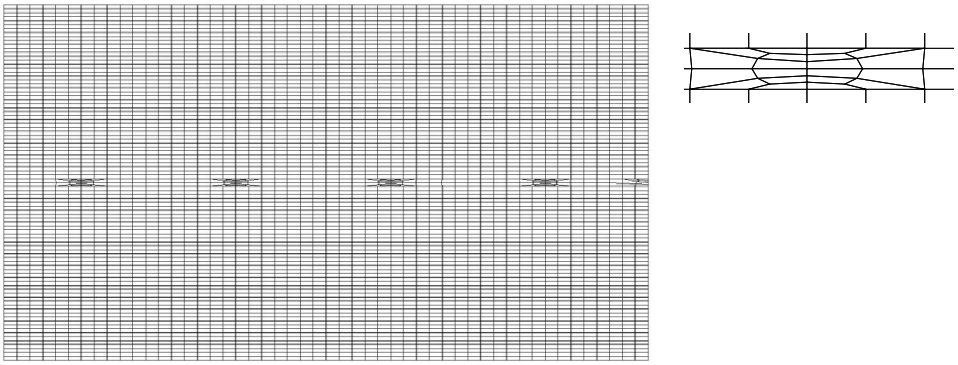


Gráfico 4 - 12: Variação da frente de saturação de água ao longo da coluna para t=7s.

As figuras 4.27, 4.28 e 4.29 apresentam os campos de distribuição de saturação, tensão principal maior, e deformação volumétrica para vários passos de tempo distintos. Verifica-se claramente a influência dos campos de pressão-saturação nas deformações do meio.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

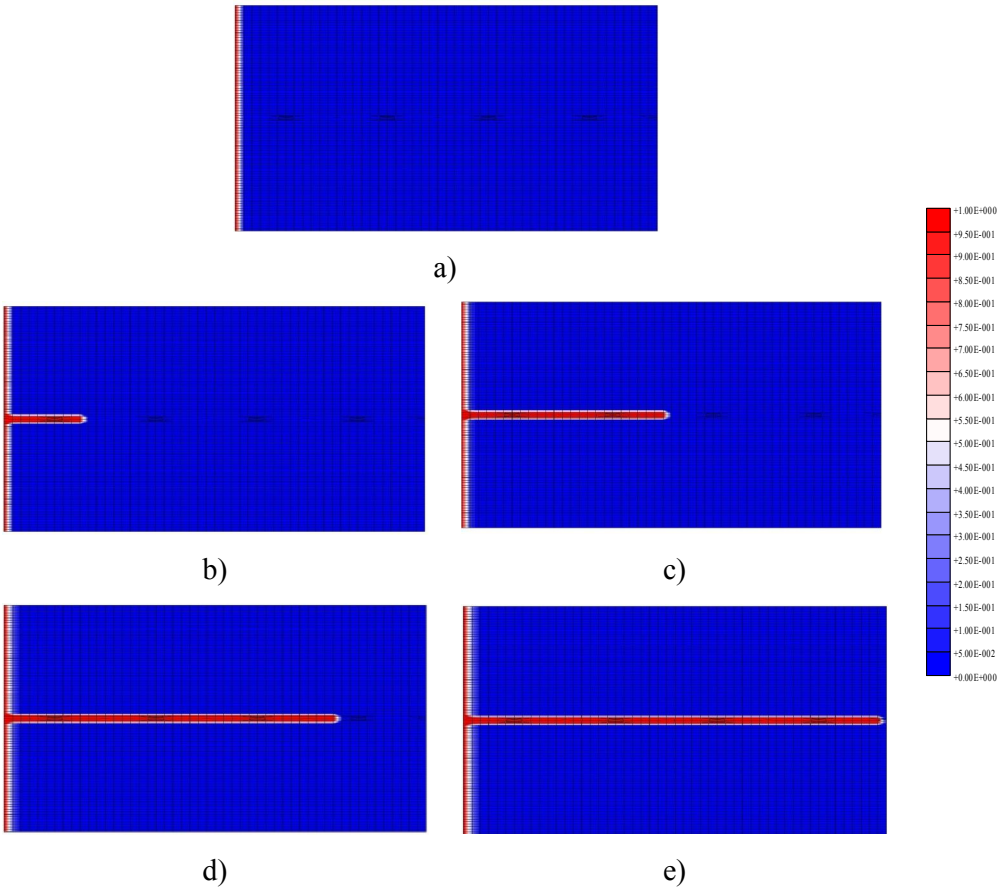
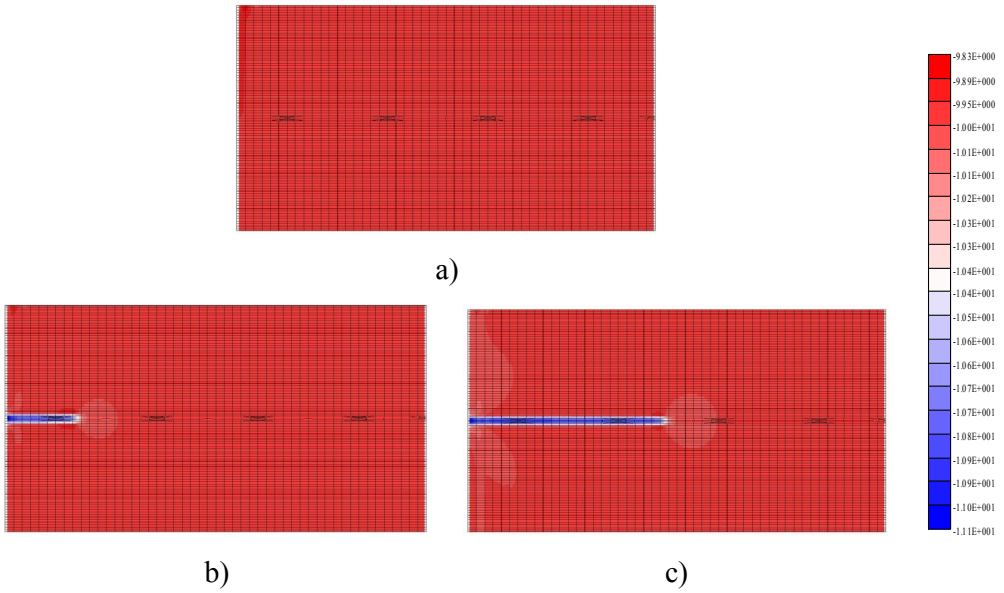
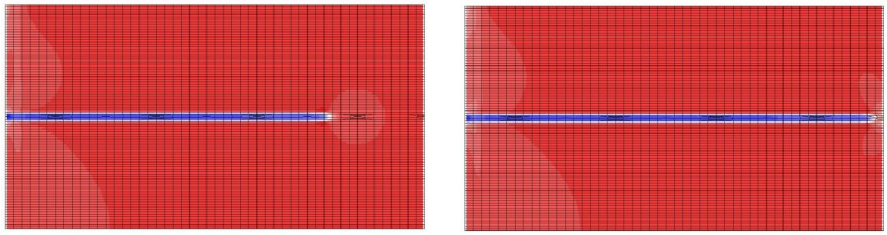


Figura 4-27: Evolução dos campos de saturação para vários tempos, reservatório com falha. a) t=0s, b) t=3s, c) t=6s, d) t=9s, e) t=11s.

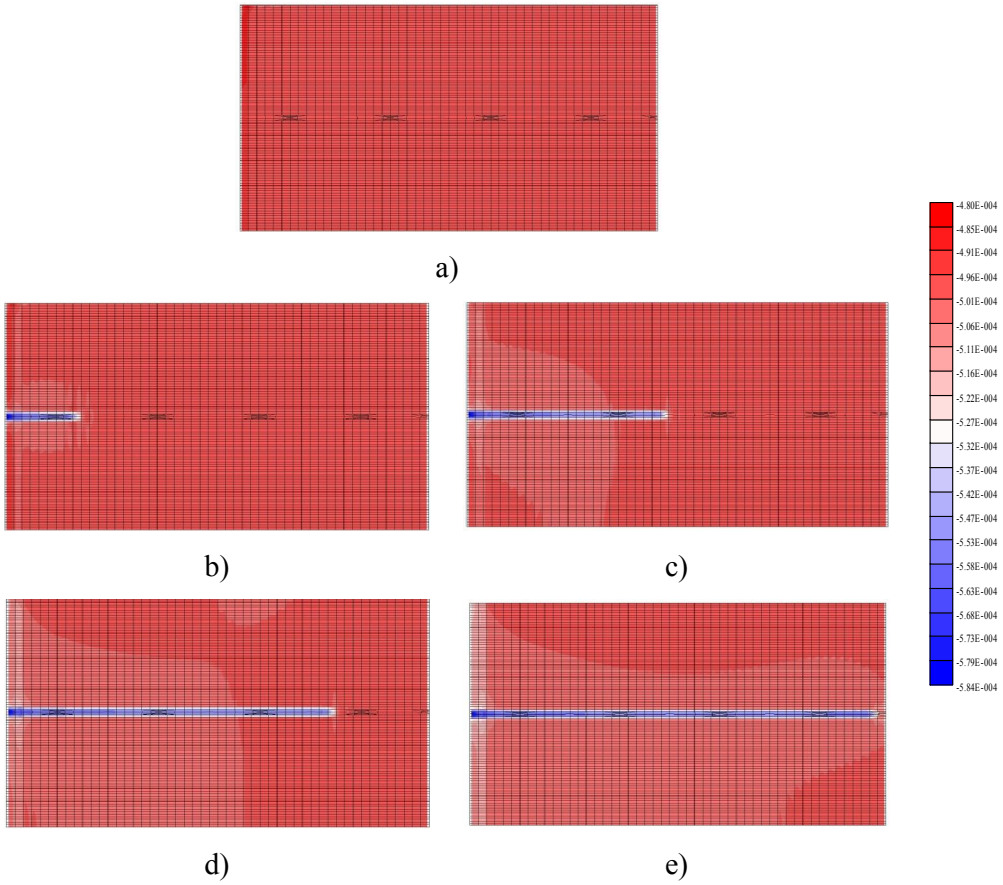


PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA



d) e)

Figura 4-28: Evolução dos campos de tensão efetiva máxima para vários tempos, reservatório com falha. a) t=0s, t=3s, c) t=6s, d) t=9s, e) t=11s.



a)

b) c)

d) e)

Figura 4-29: Evolução do campo de deformação volumétrica para vários tempos, reservatório com falha. a) t=0s, t=3s, c) t=6s, d) t=9s, e) t=11s.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.15.
Fluxo Bifásico em Coluna Unidimensional

Neste problema, é resolvido novamente o exemplo do item 4.7, o fluxo bifásico em uma coluna unidimensional, inicialmente a coluna é preenchida por óleo $S_o = 1$ e é injetada água na face direita da coluna com $S_w = 1$, sendo utilizados os mesmos dados desse exemplo, exceto que o eixo x possui L = 4m.

Diferente do resultado mostrado no item 4.7 é agora analisado o caso da variação da pressão de água em relação ao eixo horizontal, o Gráfico 4-12 apresenta essa variação ao longo do eixo horizontal.

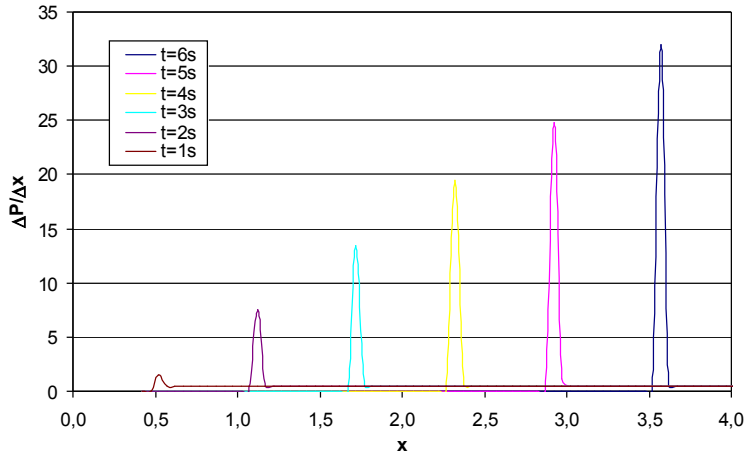


Gráfico 4 - 13: Variação da pressão de água ao longo da coluna para vários tempos.

Esse resultado mostra-se importante pela existência de picos de variação de pressão de água ao longo do eixo horizontal, como referido em Papamichos et al (2009). A existência desse pico decorre claramente da existência de frente de saturação, já que a pressão é dependente da saturação através da permeabilidade relativa dependente da saturação.

Essa análise foi realizada com o intuito de verificar um eventual mecanismo formador de produção de areia em experimentos e casos de campo, já que os picos na variação da pressão podem induzir ao carreamento de partículas e/ou ao efeito na resistência da rocha em caso de fluxo bifásico acoplado.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

4.16.
Comparação de Tempo de Processamento

Uma primeira análise do tempo de processamento das implementações realizadas se referiu ao tempo necessário para pós-processamento da velocidade utilizando a técnica de elemento por elemento e a técnica de pós-processamento global proposta por Malta et al (2001).

A tabela 4.5 apresenta os tempos necessários para ambas as análises e é utilizado o exemplo estudado no item 4.5, o problema posto na forma global é resolvido utilizando o método do gradiente conjugado. Para esses resultados foram utilizados duas malhas, M1 e M2, com a mesma geometria do exemplo abordado no item 4.5, sendo a M1 constituída de 112 nós e 90 elementos Q4 e M2 constituída de 403 nós e 360 elementos Q4.

Como esperado, para esse problema e com a implementação realizada, o tempo requerido para o pós-processamento global apresenta-se superior à técnica elemento por elemento seja por elementos finitos clássicos (EF) seja elementos finitos de RT_0.

Tabela 4-5: Tempo de pós-processamento da velocidade para diferentes malhas

Tempo de processamento da velocidade.					
M1			M2		
Elemento x Elemento		Global	Elemento x Elemento		Global
EF	RT_0		EF	RT_0	
0,01s	0,01s	0,15s	0,13s	0.5s	115,17s

Outra análise de tempo de processamento foi realizada comparando-se dois métodos distintos: MVF e MEFD, para isso foi utilizado o problema proposto no item 4.11. Como referido nesse item tem-se nessa malha 4500 elementos do tipo Q4 e 4641 nós.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA

A Tabela 4.6 apresenta os tempos necessários para ambas as análises. O MEFD mostra-se competitivo quando comparado ao MVF para esse problema relativamente simples.

Tabela 4-6:Tempo de pós-processamento para diferentes métodos

MVF	MEFD
152s	187s

Todos os cálculos de tempo de processamento foram feitos utilizando um Computador Intel Core 2 Quad, 2,66GHz, 3GB RAM.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521523/CA