

4

Análise da Performance das Aproximações

Neste capítulo, são apresentados inicialmente os resultados da solução do modelo exato e em seguida uma análise da performance do modelo aproximado proposto e das heurísticas de Silver e Wilson (1972) e Platt, Robinson e Freund (1997) em relação ao modelo exato.

4.1

Resultados da Solução do Modelo Exato

Na Tabela 4.1, são apresentados os resultados da solução do modelo exato para os valores de ϵ no intervalo $[0.001; 100]$ e valores de β no intervalo $[0.8; 0.99]$.

Tabela 4.1 – Resultados da Solução do Modelo Exato

$e \beta$		80%	85%	90%	95%	98%	99%
0,001	q	0,0184	0,0175	0,0165	0,0153	0,0143	0,0001
	r	0,8324	1,0277	1,2733	1,6372	2,0466	2,3177
	Custo	0,9533	1,1142	1,3289	1,6658	2,0611	2,3296
0,01	q	0,0857	0,0814	0,0767	0,0712	0,0663	0,0638
	r	0,7990	0,9960	1,2435	1,6096	2,0210	2,2948
	Custo	0,9541	1,1150	1,3299	1,6668	2,0622	2,3309
0,1	q	0,3981	0,3779	0,3564	0,3307	0,3082	0,2962
	r	0,6481	0,8536	1,1101	1,4870	1,9077	2,1867
	Custo	0,9721	1,1340	1,3500	1,6884	2,0855	2,3551
1	q	1,8789	1,7875	1,6930	1,5840	1,4924	1,4444
	r	0,0247	0,2781	0,5836	1,0170	1,4859	1,7909
	Custo	1,3561	1,5380	1,7775	2,1473	2,5750	2,8629
1,5	q	2,4995	2,3816	2,2625	2,1286	2,0194	1,9634
	r	-0,1941	0,0816	0,4088	0,8661	1,3547	1,6700
	Custo	1,6402	1,8364	2,0921	2,4826	2,9296	3,2284
2	q	3,0852	2,9442	2,8051	2,6528	2,5319	2,4714
	r	-0,3811	-0,0838	0,2639	0,7432	1,2493	1,5738
	Custo	1,9530	2,1644	2,4368	2,8480	3,3136	3,6225
2,5	q	3,6583	3,4955	3,3385	3,1709	3,0413	2,9774
	r	-0,5487	-0,2300	0,1376	0,6377	1,1603	1,4931
	Custo	2,2863	2,5135	2,8027	3,2340	3,7171	4,0352
3	q	4,2293	4,0443	3,8699	3,6880	3,5503	3,4834
	r	-0,7040	-0,3634	0,0241	0,5445	1,0827	1,4232
	Custo	2,6348	2,8781	3,1840	3,6348	4,1341	4,4607
5	q	6,5457	6,2546	6,0008	5,7577	5,5875	5,5089
	r	-1,2595	-0,8227	-0,3531	0,2462	0,8411	1,2089
	Custo	4,1173	4,4283	4,8012	5,3249	5,8815	6,2367
10	q	12,5806	11,9036	11,3682	10,9320	10,6735	10,5660
	r	-2,5142	-1,7702	-1,0630	-0,2670	0,4506	0,8722
	Custo	8,0414	8,5552	9,1101	9,8071	10,4826	10,8921
100	q	125,0062	117,6529	111,1167	105,2684	102,0904	101,2388
	r	-25,0012	-17,6479	-11,1117	-5,2634	-2,0341	-0,9146
	Custo	80,0040	85,0042	90,0045	95,0047	98,0125	99,1016

4.2

Discrepâncias entre o Modelo Exato e a Heurística de Platt, Robinson e Freund (1997)

A Heurística de Platt, Robinson e Freund (1997) é a de mais fácil aplicação entre as aproximações aqui analisadas, sendo a preferida devido a esta facilidade. Portanto, é importante definir quais são as situações em que esta heurística é aceitável. Os cálculos necessários para sua aplicação são tão simples quanto os cálculos para a aplicação do modelo determinístico do lote econômico (*EOQ*), embora sua performance seja superior.

Na Tabela 4.2 e no gráfico da Figura 4.1, são apresentadas as discrepâncias entre os níveis de serviço resultantes da aplicação da Heurística de Platt, Robinson e Freund e o valor alvo. Nelas observa-se que os maiores valores das discrepâncias ocorrem para valores de e no intervalo $[0.001; 0.1]$, mantendo-se estas constantes neste intervalo para um mesmo valor de β . No intervalo $[0.1; 1]$ há um decréscimo, principalmente mais visível entre os níveis de $\beta = (0,80; 0,85; 0,90; 0,95)$, dando continuidade até $e = 2,5$. Após $e = 2,5$, observa-se que a discrepância entre todos os níveis de serviço e o valor alvo é praticamente nula.

Tabela 4.2 – Discrepância entre as *Fill Rate* resultante e alvo

e	$\beta = 0,8$	$\beta = 0,85$	$\beta = 0,90$	$\beta = 0,95$	$\beta = 0,98$	$\beta = 0,99$
0,001	0,01882	0,01379	0,00860	0,00365	0,00112	0,00046
0,01	0,01881	0,01379	0,00860	0,00365	0,00112	0,00046
0,1	0,01860	0,01363	0,00850	0,00360	0,00111	0,00045
1	0,00689	0,00497	0,00298	0,00116	0,00031	0,00011
1,5	0,00247	0,00175	0,00101	0,00036	0,00008	0,00003
2	0,00070	0,00049	0,00027	0,00009	0,00001	0,00000
2,5	0,00016	0,00011	0,00006	0,00001	0,00000	0,00000
3	0,00003	0,00002	0,00001	0,00000	0,00000	0,00000
5	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
10	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,00000	0,00000	0,00001	0,00000	0,00000	0,00000

Na Tabela 4.3 e no gráfico da Figura 4.2, são apresentados os valores da *DRP* entre os custos ótimos obtidos pelo modelo exato e a heurística de Platt, Robinson e Freund. Para valores de e no intervalo $[0.001; 0.1]$, a *DRP* varia de 6,42% a 3,20%. Observa-se um decréscimo da *DRP* entre o intervalo $[0.01; 0.1]$, decaindo com mais intensidade entre $[0.1; 1]$. Mais adiante, ocorre um crescimento, em todos os níveis de serviço, até $e = 2$. Considerando-se que são aceitáveis valores da *DRP* menores do que 0,05%, isto ocorre para $e = 1$ e $(\beta = 0,98; \beta = 0,99)$, $e = 5$ e $(\beta = 0,80)$, $e = 10$ e $(\beta = 0,80; \beta = 0,85; \beta = 0,90; \beta = 0,95)$, onde, a partir de $e = 13$, todos os níveis de serviço tornam-se aceitáveis.

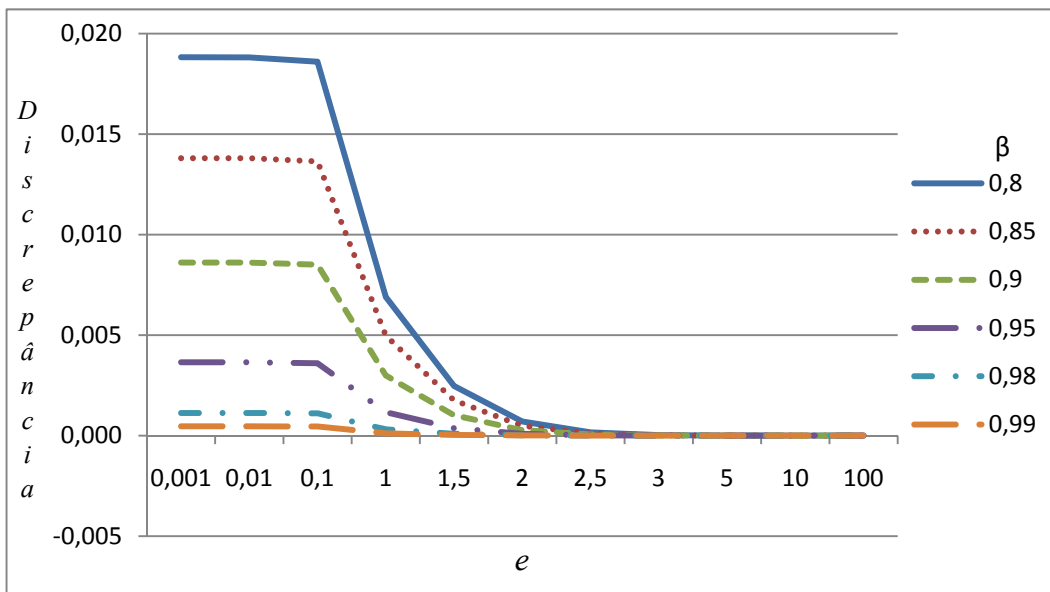


Figura 4.1 – Discrepância entre as *Fill Rate* Resultante e Alvo

Tabela 4.3 – Resultados do Experimento – Valores da *DRP*

e	$\beta = 0,8$	$\beta = 0,85$	$\beta = 0,90$	$\beta = 0,95$	$\beta = 0,98$	$\beta = 0,99$
0,001	6,4282	5,6877	5,0586	4,5103	4,3924	4,2188
0,01	6,3411	5,6117	4,9909	4,4512	4,1439	4,0292
0,1	4,8965	4,3088	3,8296	3,4452	3,2611	3,2094
1	0,0812	0,1128	0,1165	0,0732	0,0183	0,0010
1,5	0,3830	0,4531	0,4621	0,3650	0,2077	0,1270
2	0,4208	0,5153	0,5523	0,4758	0,3168	0,2184
2,5	0,3288	0,4338	0,4989	0,4665	0,3399	0,2501
3	0,2262	0,3290	0,4106	0,4175	0,3239	0,2492
5	0,0367	0,0883	0,1608	0,2230	0,2116	0,1781
10	0,0000	0,0023	0,0162	0,0531	0,0751	0,0722
13	0,0004	0,0000	0,0042	0,0255	0,0458	0,0478
100	0,0001	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001

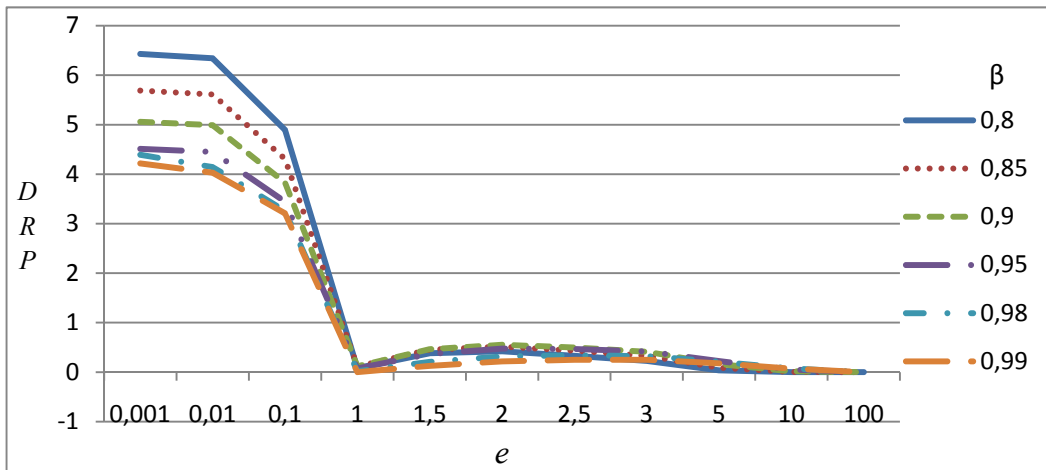


Figura 4.2 – *DRP* entre os custos do modelo exato e Platt, Robinson e Freund

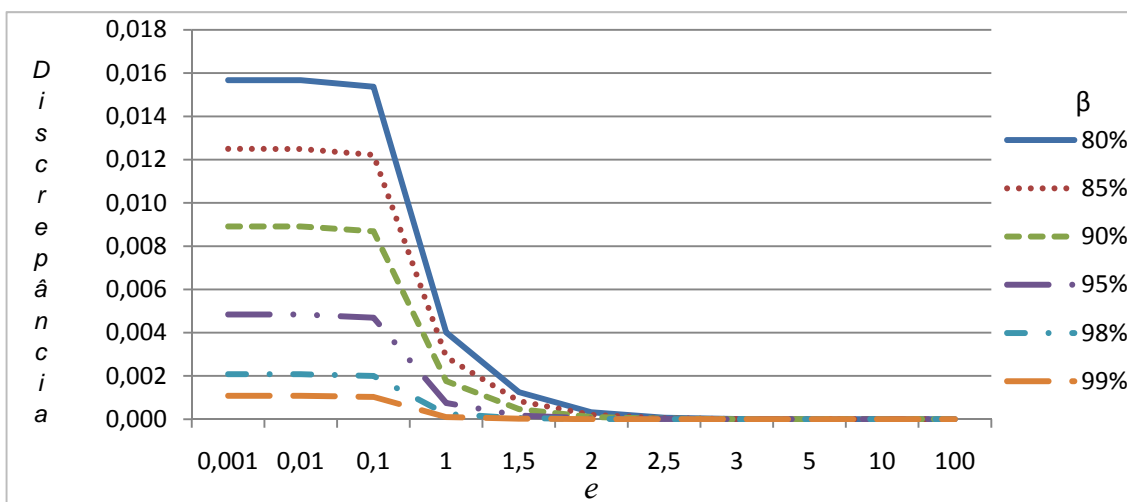
4.3

Discrepâncias entre o Modelo Exato e a Aproximação Proposta

Quando se aplica o modelo aproximado, o nível de serviço resultante (*fill rate*) nem sempre corresponde a *fill rate* alvo. Na Tabela 4.4 e no gráfico da Figura 4.3, são apresentadas as discrepâncias entre os níveis de serviço resultantes da aplicação do modelo aproximado e o valor alvo. Para valores de e no intervalo $[0.001; 0.1]$, observam-se os maiores valores das discrepâncias, mantendo-se constantes neste intervalo, para um mesmo valor de β . No intervalo $[0.1; 1]$, há um decréscimo, principalmente mais visível entre os níveis de $\beta = (0,80; 0,85; 0,90; 0,95)$. A partir de $e = 1$, as discrepâncias são bem menores para todos os níveis de serviço. Após $e = 2,5$, observa-se que a discrepância entre todos os níveis de serviço é praticamente nula.

Tabela 4.4 – Discrepância entre as *Fill Rate* Resultante e Alvo

E	β					
	$\beta = 0,8$	$\beta = 0,85$	$\beta = 0,90$	$\beta = 0,95$	$\beta = 0,98$	$\beta = 0,99$
0,001	0,01567	0,01250	0,00891	0,00484	0,00208	0,00108
0,01	0,01567	0,01249	0,00891	0,00484	0,00208	0,00108
0,1	0,01537	0,01222	0,00869	0,00469	0,00200	0,00103
1	0,00401	0,00287	0,00176	0,00075	0,00024	0,00010
1,5	0,00125	0,00084	0,00047	0,00017	0,00005	0,00002
2	0,00032	0,00020	0,00010	0,00003	0,00001	0,00000
2,5	0,00007	0,00004	0,00002	0,00001	0,00000	0,00000
3	0,00001	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
5	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
10	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

Figura 4.3 – Discrepância entre as *Fill Rate* resultante e alvo

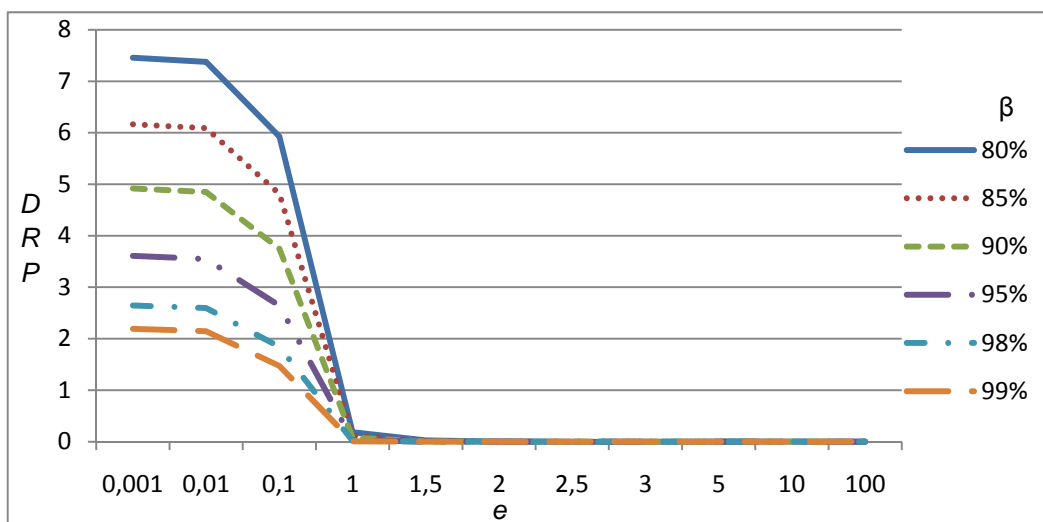
Sejam q^* e r^* os valores ótimos obtidos com a expressão (2.13) (modelo exato) e q_1^* e r_1^* os valores obtidos com a expressão 2.17 (modelo aproximado). Para medir a qualidade da aproximação, considera-se a Diferença Relativa Percentual (*DRP*) entre o custo da solução obtida com o modelo aproximado $k(q_1^*, r_1^*)$ e o custo da solução obtida com o modelo exato $k(q^*, r^*)$.

$$DRP = \frac{k(q_1^*, r_1^*) - k(q^*, r^*)}{k(q^*, r^*)} \times 100$$

Na Tabela 4.5 e no gráfico da Figura 4.4, são apresentadas a *DRP* entre os custos ótimos obtidos pelo modelos exato e aproximado.

Tabela 4.5 – Resultados do Experimento – Valores da *DRP*

E	β					
	$\beta = 0,8$	$\beta = 0,85$	$\beta = 0,90$	$\beta = 0,95$	$\beta = 0,98$	$\beta = 0,99$
0,001	7,4576	6,1650	4,9183	3,6090	2,6457	2,1922
0,01	7,3763	6,0914	4,8497	3,5485	2,5968	2,1449
0,1	5,9245	4,8119	3,7451	2,6417	1,8421	1,4694
1	0,1826	0,1226	0,0783	0,0325	0,0155	0,0070
1,3	0,0473	0,0336	0,0201	0,0066	0,0033	0,0000
1,5	0,0243	0,0109	0,0048	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2,5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
100	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Figura 4.4 – *DRP* entre os custos do modelo exato e aproximado

Os menores valores de e apresentam maiores valores de *DRP*. Para valores de e no intervalo $[0,001; 0,1]$, a *DRP* varia de 7,46% a 1,47%. Considerando como aceitáveis valores de *DRP* menores do que 0,05%, observamos que, a partir de $e=1$ isto ocorre para os níveis mais elevados da *fill rate* ($\beta = 0,95; \beta = 0,98; \beta = 0,99$).

A partir de $e = 1,3$, a *DRP* é inferior a 0,05% para todos os níveis de serviço. A aproximação é nula em todos os níveis *fill rate* a partir de $e = 2$, como pode ser observado na Tabela 4.5 e gráfico da Figura 4.5.

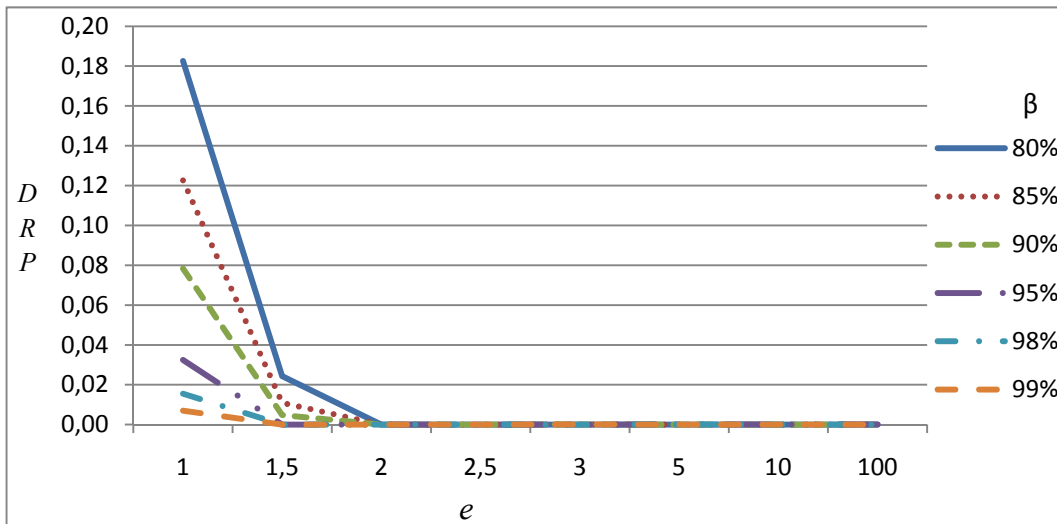


Figura 4.5 – Gráfico ampliado da *DRP*

4.4

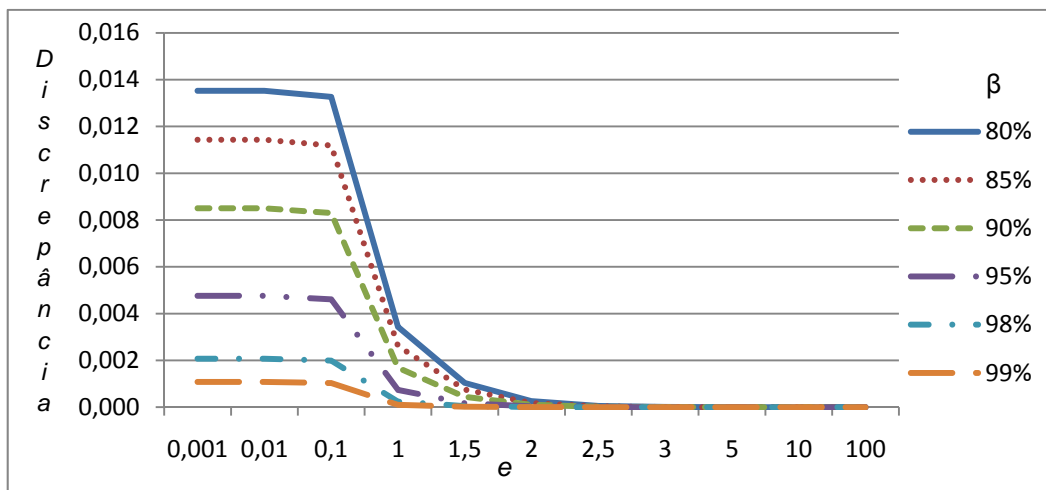
Discrepâncias entre o Modelo Exato e a Heurística de Silver e Wilson

Na Tabela 4.6 e no gráfico da Figura 4.6, são apresentados as discrepâncias entre os níveis de serviço do modelo exato e da heurística Silver e Wilson.

Para valores de e no intervalo $[0.001; 0.1]$, observam-se os maiores valores das discrepâncias, mantendo-se estas constantes neste intervalo, para um mesmo valor de β . No intervalo $[0.1; 1]$, há um decréscimo, principalmente mais visível entre os níveis de $\beta = (0,80; 0,85; 0,90; 0,95)$. A partir de $e = 1$, as discrepâncias são bem menores para todos os níveis de serviço. Após $e = 2,5$, observa-se que a discrepância entre todos os níveis de serviço é praticamente nula. Essas conclusões se assemelham com as do modelo aproximado.

Tabela 4.6 – Discrepância entre as *Fill Rate* resultante e alvo

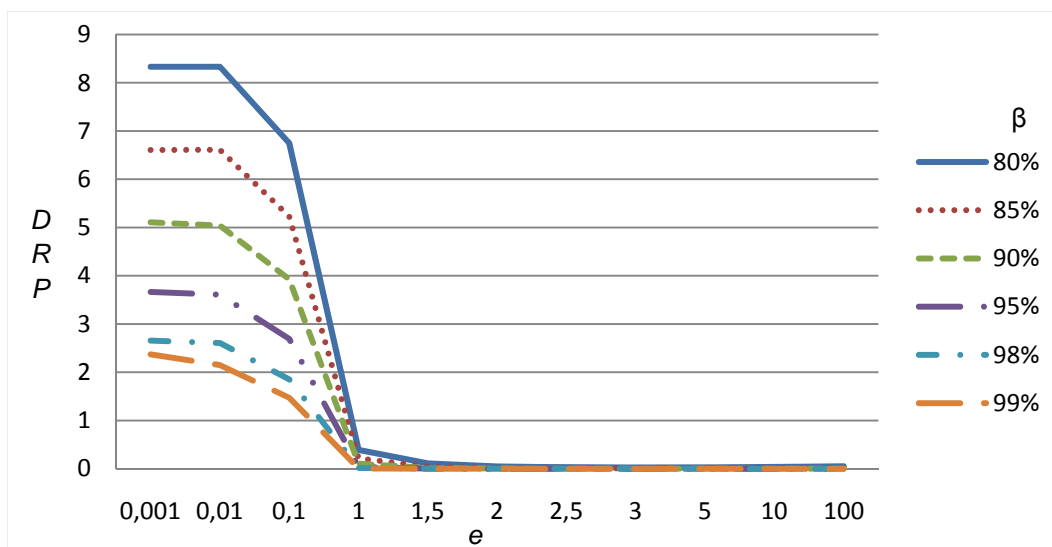
E	$\beta = 0,8$	$\beta = 0,85$	$\beta = 0,90$	$\beta = 0,95$	$\beta = 0,98$	$\beta = 0,99$
0,001	0,01352	0,01143	0,00850	0,00475	0,00207	0,00107
0,01	0,01352	0,01143	0,00850	0,00475	0,00207	0,00107
0,1	0,01326	0,01118	0,00829	0,00461	0,00199	0,00103
1	0,00343	0,00262	0,00168	0,00073	0,00023	0,00009
1,5	0,00103	0,00075	0,00044	0,00016	0,00004	0,00001
2	0,00025	0,00017	0,00009	0,00003	0,00000	0,00000
2,5	0,00005	0,00003	0,00001	0,00000	0,00000	0,00000
3	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
5	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
10	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

**Figura 4.6** – Discrepância entre as *Fill Rate* resultante e alvo

Na Tabela 4.7 e no gráfico da Figura 4.7, são apresentados os valores da *DRP* entre os custos ótimos obtidos pelo modelo exato e a heurística de Silver e Wilson.

Tabela 4.7 – Resultados do Experimento – Valores da *DRP*

E	$\beta = 0,8$	$\beta = 0,85$	$\beta = 0,90$	$\beta = 0,95$	$\beta = 0,98$	$\beta = 0,99$
0,001	8,3291	6,6067	5,1057	3,6636	2,6556	2,3689
0,01	8,3315	6,6097	5,0388	3,6061	2,6065	2,1485
0,1	6,7495	5,2305	3,9246	2,6925	1,8516	1,4728
1	0,3903	0,2132	0,1054	0,0401	0,0141	0,0071
1,5	0,1103	0,0449	0,0158	0,0036	0,0005	0,0001
2	0,0491	0,0161	0,0040	0,0003	0,0000	0,0010
2,5	0,0318	0,0090	0,0027	0,0001	0,0000	0,0000
3	0,0295	0,0083	0,0016	0,0001	0,0000	0,0000
5	0,0287	0,0069	0,0012	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0380	0,0076	0,0009	0,0000	0,0000	0,0000
100	0,0520	0,0124	0,002	0,0001	0,0000	0,0000

Figura 4.7 – *DRP* entre os custos do modelo exato e Silver e Wilson

Os menores valores de e apresentam maiores valores de *DRP*. Para valores de e no intervalo $[0,001; 0,1]$, a *DRP* varia de 8,33% a 1,47%.

Considerando como aceitáveis valores de *DRP* menores do que 0,05%, observamos que, a partir de $e = 1$, isto ocorre para os níveis mais elevados da *fill rate* ($\beta = 0,95$; $\beta = 0,98$; $\beta = 0,99$). A heurística de Silver e Wilson é aceitável a partir de $e = 2$, para todos os níveis de serviço, estando a *DRP* inferior a 0,05%. A partir de $e = 2,5$, a *DRP* é zero apenas para os níveis de serviço elevados, como pode ser observado no gráfico da Figura 4.8.

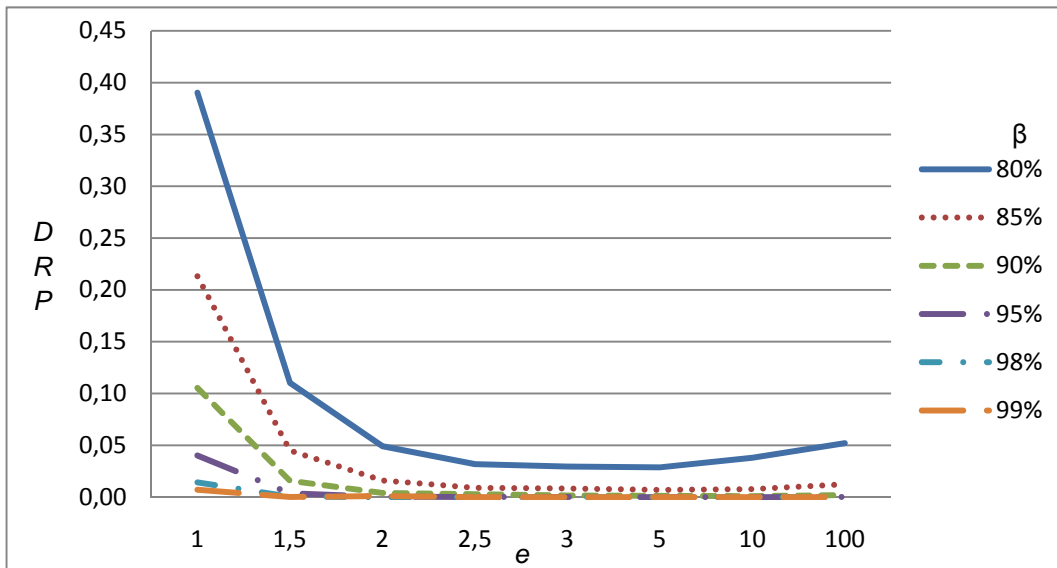


Figura 4.8 – Gráfico ampliado da *DRP*

Com os resultados apresentados neste capítulo, podemos concluir que a aproximação proposta tem um desempenho superior à heurística de Silver e Wilson em todas as faixas de valores consideradas aceitáveis. É recomendado seu uso a partir de $e = 1$, para níveis β mais elevados, enquanto que a partir de $e = 1,3$ pode ser usado em todos os níveis de serviço.

A aproximação de Platt, Robinson e Freund supera as duas heurísticas em $e = 1$, apenas para $\beta = 0,99$.