

4. Contexto Teórico

4.1. Logística

A origem da disciplina de Logística encontra-se ligada às atividades militares. Em uma batalha, cada soldado na linha de frente exige muitos outros em atividades de apoio, para providenciar munições, equipamentos, uniformes, víveres e serviços fundamentais de enfermagem e medicina, além de apoio para os deslocamentos de tropas e armas. Certamente, ao longo da história humana, os generais mais bem sucedidos foram aqueles que dedicaram mais atenção à organização dos desafios logísticos.

No ambiente civil, a Logística guarda um significativo paralelismo com sua origem militar, em que as indústrias devem transportar seus produtos da fábrica para os depósitos, para os seus distribuidores, varejistas ou diretamente para seus clientes finais. Igualmente, as indústrias precisam providenciar suas matérias primas nas quantidades necessárias e nas qualidades requeridas, para garantir os níveis de produção desejados nos momentos apropriados. Por outro lado, diante da variabilidade da demanda e do ritmo potencialmente rápido da produção, toda empresa enfrenta problemas ligados à administração e ao planejamento eficiente da produção e gestão adequada dos seus estoques.

Nas atividades civis, o processo de servir o consumidor exige a definição de canais de distribuição, que ligam o produtor ao cliente. O canal mais tradicional possui uma estrutura que envolve um intermediário, denominado atacadista, que possui o atrativo da proximidade e intimidade com os varejistas, juntamente com uma importante eficiência de custo, pois todo atacadista costuma operar simultaneamente com diversas indústrias e muitas linhas de produtos complementares, de modo a ganhar escala em suas operações.

Graças aos avanços nas áreas de transporte e comunicação, os canais de distribuição assumiram múltiplas formas alternativas, como a venda direta ao cliente, o e-commerce, a venda direta ao varejista, a delegação do processo de distribuição a transportadores terceirizados e assim por diante. Curiosamente, a

criação de um novo canal ou nova forma de atendimento ao cliente não elimina os canais anteriores, mas soma-se a eles, ampliando-se o leque de alternativas e os desafios à gerência de distribuição. O tema canal de distribuição tem sua origem na literatura da disciplina *Marketing*, podendo-se citar Novaes (2001), que classifica os canais de distribuição como verticais, híbridos e múltiplos, cuja amplitude e variedade depende da natureza do produto e exigências do cliente.

BALLOU (1993) afirma que a Logística teria menos importância se fosse viável produzir bens e serviços no mesmo ponto em que são consumidos, ou se, por outro lado, a demanda se concentrasse em locais onde se localizam as plantas produtivas. Entretanto, segundo o autor, as regiões tendem a se especializar em produzir aquilo que lhes gera vantagem econômica, criando “*um hiato de tempo e espaço entre matérias-primas e produção e entre produção e consumo*”.

O mesmo BALLOU (1993) propõe a seguinte definição para a abrangência da aplicação da Logística: “A Logística Empresarial trata de todas as atividades de movimentação e armazenagem, que facilitam o fluxo de produtos desde o ponto de aquisição da matéria-prima até o ponto de consumo final, assim como dos fluxos de informação que colocam os produtos em movimento, com propósito de providenciar níveis de serviço adequados aos clientes a um custo razoável”.

Complementando esta definição, BOWERSOX e CLOSS (2001) apresentam a missão da Logística: “Disponibilizar produtos e serviços no local onde são necessários e no momento em que são desejados, ajudando a agregar um maior valor do produto ao cliente, pelo menor custo total”.

Conforme descrito em BOWERSOX e CLOSS (2001), a importância da análise de localização é reconhecida pelo menos desde meados do século XIX, quando o economista alemão Johann Heinrich Von Thünen publicou *The Isolated State*, onde afirmava que os principais fatores determinantes do desenvolvimento econômico eram o preço da terra e o custo de transporte entre a produção e o mercado, considerados como fatores determinantes para tornar um produto competitivo, isto é, com preço adequado e custos reduzidos, sinônimo de operações lucrativas. Thünen reconheceu que o arrendamento, ou lucro máximo,

que qualquer empreendimento econômico poderia pagar pela terra equivaleria à diferença entre o preço das mercadorias no mercado e o custo de transportar esses bens até o mercado (origem e destino).

Um elemento de singular importância nos processos logísticos é a localização. Segundo Brandeau e Chiu (1989), a teoria da localização foi formalmente introduzida em 1909 por Weber (1901), que considerou o problema de localizar um depósito e um conjunto de clientes espacialmente distribuídos. Weber aplicou o princípio de Thünen, até então voltado para uma economia agrícola, a uma sociedade industrial. O objetivo de Weber é definir onde localizar uma planta produtiva, levando em conta as condições econômicas de produção e de distribuição (SIMÕES, 2003).

Weber considera o papel da matéria-prima no processo produtivo e a sua influência no problema de localização. O autor leva em conta que os processos industriais sofrem perda ou ganho de peso após a produção e que as matérias-primas não são ubíquas, ou seja, não se encontram distribuídas uniformemente em todo lugar. Com base nisso, Weber sugere que as indústrias se instalem em pontos estratégicos, capazes de otimizar o custo de transporte de insumos e de produtos acabados.

Em 1954, Paul Converse, reconhecido professor de *marketing*, alertou que a distribuição física era muitas vezes subestimada e colocada de lado, como algo de pouca importância. Dois anos depois, um artigo publicado pela *Harvard Business School* trouxe para a Logística o conceito de análise de custo total, ou seja, a compensação de um determinado custo por outro. Esse foi um importante argumento para o agrupamento lógico de atividades dentro das empresas, justificando a reorganização em torno das atividades de distribuição, que já ocorria em algumas poucas empresas pioneiras (BALLOU, 1993).

Diante de um contexto de intensa competição na maioria dos segmentos da economia, a gestão de custos logísticos tem como objetivo principal estabelecer políticas que possibilitem às empresas, simultaneamente, uma redução nos custos e a melhoria do nível de serviço oferecido ao cliente. Para isso, é preciso conhecer

quais são os custos inerentes a todo o processo logístico (FARIA e COSTA, 2005).

Ainda segundo BALLOU (1993), um dos custos mais difíceis de se mensurar é o custo logístico, composto pelos custos das atividades primárias da logística, ou seja, os custos de transportar, estocar e processar pedidos. Considerando tal cenário, uma criteriosa avaliação dos elementos que compõem o custo logístico é de fundamental importância para o sucesso de projetos de localização de instalações. A análise do custo logístico deve levar em consideração a classificação dos mesmos em diretos ou indiretos e fixos, variáveis ou semivariáveis.

Segundo FARIA e COSTA (2005), os custos fixos, variáveis e semivariáveis podem ser descritos da seguinte forma: (i) Custos Fixos são custos que ocorrem com certa periodicidade, sem alterações, ou cujas alterações não ocorrem em função de variação no volume de atividade. Como exemplos de custos fixos podem ser citados os custos de armazenagem própria, acompanhados da depreciação dos ativos logísticos, dos gastos com mão de obra mensalista e outros gastos gerais; (ii) Custos Variáveis são custos que variam em função do volume da atividade. O frete, por exemplo, quando contratado por unidade, varia em função do volume a ser transportado e entregue aos clientes e (iii) Custos Semivariáveis ou Semifixos são custos que têm uma parcela variável e outra fixa. Como exemplo, pode-se citar a energia elétrica, quando a empresa negocia com o fornecedor um valor fixo para determinado nível de produção. Acima desse nível, a cobrança passa a variar em função da energia gasta.

4.2. Custos na Exploração e Produção de Petróleo

A indústria de exploração e produção de petróleo é caracterizada por grandes aportes de capital, longos períodos de retorno e alto grau de incerteza em relação aos mais importantes fatores como preços de mercado e tamanho das reservas. A tomada de decisões neste cenário de incertezas é um ponto decisivo

para se criar valor no negócio. Metodologias que auxiliam na tomada de decisões existem há bastante tempo (PEDERSEN *et al.*, 2006).

No caso da perfuração, o custo depende basicamente da locação e da profundidade do poço. A locação reflete custos associados à preparação da área do poço, à logística da operação e à operação propriamente dita. Já a profundidade reflete em custos associados aos parâmetros de perfuração, custo de brocas, custo da sonda somados aos aspectos inerentes ao revestimento e cimentação, à perfilagem, à avaliação de formação e à completação.

Segundo GALLUN *et al.* (2001), a contabilidade de óleo e gás relaciona-se com a contabilização de quatro custos básicos incorridos pelas companhias nas atividades de exploração e produção de óleo e gás, são eles: custos de aquisição, exploração, desenvolvimento e produção.

Tendo em vista os assuntos tratados neste trabalho, serão analisados com um pouco mais de detalhes apenas os custos de desenvolvimento e produção.

4.2.1. Custos de Desenvolvimento

De acordo com GALLUN *et al.* (2001), os custos de desenvolvimento são custos incorridos na preparação das reservas aprovadas para produção, isto é, custos incorridos para se obter acesso a estas reservas. Inclusive custos para a perfuração de poços de desenvolvimento, incluindo os custos de plataformas e equipamentos de poços para prover instalações para extração, tratamento, recolhimento e estocagem de óleo e gás. Os custos das instalações de produção, como linhas de escoamento, separadores, tratadores, aquecedores, tanques de estocagem, sistemas de recuperação e instalações de processamento de gás são também considerados custos de desenvolvimento.

4.2.2. Custos de Produção

Ainda segundo GALLUN *et al.* (2001), os chamados custos de produção são aqueles referentes à retirada do óleo do reservatório, ao acúmulo, ao tratamento, ao processamento e à estocagem no campo. De maneira geral, são custos incorridos para operar e manter poços, equipamentos e instalações relacionados, incluindo depreciação e instalações e a amortização/exaustão das reservas e poços. Incluem também a mão de obra para operar os poços e instalações, gastos de reparo e manutenção, materiais e suprimentos consumidos, impostos de produção e outros tributos.

4.3. Receita na Produção de Petróleo

A receita na produção de petróleo é basicamente obtida através da exportação do óleo bruto e a venda de subprodutos e derivados de petróleo no mercado interno. A produção de petróleo é diretamente proporcional à receita, ou seja, quanto maior a produção maior a receita. Nos estudos de viabilidade econômica e também no cálculo de estimativas de lucros, a receita é geralmente caracterizada pelo valor presente líquido da receita (VPLR).

4.4. A Produção de Petróleo

Os três parágrafos a seguir estão baseados no livro Fundamentos de Engenharia de Petróleo de THOMAS (2004).

O petróleo tem sua origem a partir da matéria orgânica depositada junto com os sedimentos. A matéria orgânica marinha é basicamente originada de microorganismos e algas que formam o fitoplâncton e não pode sofrer processos de oxidação. A necessidade de condições não-oxidantes pressupõe um ambiente de decomposição composto de sedimentos de baixa permeabilidade, inibidor de ação de água circulante em seu interior. A interação dos fatores – matéria orgânica, sedimento e condições termo-químicas apropriadas – é fundamental para o início

da cadeia de processos que leva à formação do petróleo. A matéria orgânica proveniente de vegetais superiores também pode dar origem ao petróleo, todavia sua preservação torna-se mais difícil em função do meio oxidante em que vivem.

O tipo de hidrocarboneto gerado, óleo ou gás, é determinado pela constituição da matéria orgânica original e pela intensidade do processo térmico atuante sobre ela. A matéria orgânica proveniente do fitoplâncton, quando submetida a condições térmicas adequadas, pode gerar hidrocarboneto líquido. O processo atuante sobre a matéria orgânica vegetal lenhosa poderá ter como consequência a geração de hidrocarboneto gasoso.

Os fluidos devem ter os caminhos interrompidos pela existência de algum tipo de armadilha geológica, as trapas ou rocha selante, o que permite o seu aprisionamento nas rochas chamadas de reservatório. Sem esse mecanismo geológico, o petróleo continuaria migrando em busca de zonas de menor pressão até se perder na superfície através de exsudações, oxidação ou degradação bacteriana.

Para uma rocha se constituir em um reservatório deve apresentar espaços vazios interconectados em seu volume. Define-se porosidade os espaços vazios e permeabilidade a interconexão entre estes espaços. Desta forma, as rochas que podem constituir um reservatório são geralmente os arenitos e calcarenitos, também sendo possível todas as demais rochas sedimentares que apresentem espaços vazios interconectados. O restante desta seção 4.4 está baseado em ROSA *et al.* (2004).

Os fluidos contidos em uma rocha reservatório devem dispor de certa quantidade de energia para que possam ser produzidos, ou seja, vencer toda a perda de carga oferecida pelos canais porosos na rocha reservatório, com suas tortuosidades e estrangulamentos, e se deslocar para os poços de produção. Essa energia é referida como energia natural ou primária, sendo manifestada por certa quantidade de pressão, como resultado de todos os fenômenos geológicos pelo qual a jazida passou até se formar completamente.

De um modo geral, a produção de fluidos é devida a dois efeitos

principais. O primeiro é a descompressão, que causa a expansão dos fluidos contidos no reservatório e a contração do volume poroso. O segundo é o deslocamento de um fluido por outro fluido que, como exemplo, ocorre na injeção de água na zona de óleo do reservatório para aumentar a recuperação. A razão entre o máximo volume de produção possível e o volume total presente de óleo no reservatório é chamada fator de recuperação.

Ao longo da produção de fluidos, a pressão no reservatório cai até atingir a pressão de gaseificação dos componentes mais leves, a chamada pressão de saturação. Como o gás é mais expansível que o líquido, sua expansão é a causa principal do deslocamento do líquido para os poços. Quanto maior a queda de pressão devida à produção de fluidos pelo reservatório, maior é a gaseificação das partes leves do óleo e expansão do gás. Assim, um maior volume de líquido é deslocado para os poços e haverá maior volume de gás no reservatório. Como a produção é consequência da expansão do gás, quando parte de seu volume for produzido juntamente ao óleo, a energia do reservatório entrará em esgotamento. A pressão declina rápida e continuamente, reduzindo drasticamente a vazão de óleo produzida a valores anti-econômicos.

Nestes casos a injeção de água em reservatórios traz ótimos resultados ao aumento da recuperação. O objetivo da injeção de água é aumentar a recuperação por meio do deslocamento de óleo aos poços produtores e, como consequência, manter a pressão original do reservatório, evitando a depleção prematura. Através de um balanço de massas, determina-se o volume retirado do reservatório que deve ser o mesmo volume de água a ser injetado de modo a manter sua pressão próxima à original ao longo do tempo. A fração de gás produzida é relativamente constante devido à pressão no reservatório permanecer estável. Após um dado volume de produção de óleo, a água injetada chega aos poços produtores sendo produzida em conjunto com o óleo, aumentando consideravelmente a fração de água dos poços. Poços injetores são posicionados no reservatório de modo a maximizar o efeito da injeção de água na otimização da produção.

Para evitar a queda de vazão de óleo e mantê-la a níveis econômicos, torna-se necessária a suplementação da energia do reservatório ou a redução de perdas de pressão no escoamento. Métodos de elevação artificial atuam neste

sentido, por suplementação de energia através de bombeio ou reduzindo as perdas de pressão no escoamento por meio da redução da coluna hidrostática de fluido. Os métodos de elevação artificial de energia em poços de petróleo não são tratados neste estudo.

4.5. Problemas de Localização de Facilidades

Segundo notas de aula de Pizzolato (2008), o problema de localizar instalações, ou localizar facilidades, provém do termo em inglês: *Facility Location Problem* e consiste em escolher uma posição geográfica para sua operação tal que seja maximizada uma medida de utilidade, satisfazendo diversas restrições, em particular aquelas relativas à demanda.

O termo “análise de localização” refere-se à modelagem, formulação e solução de uma classe de problemas que pode ser mais bem descrita como localização de facilidades em um dado espaço (REVELLE e EISELT, 2005). Esses autores também estabelecem a diferença entre problemas de layout e de localização. Assim, as facilidades na análise de localização são pequenas em relação ao espaço que ocupam, enquanto que em problemas de layout elas são relativamente grandes, além do que a interação entre facilidades seria mais a norma que uma exceção.

No ambiente prático, o estudo de localização parte de uma necessidade que se tem de responder à seguinte pergunta: Aonde instalar, por exemplo, uma fábrica ou uma unidade industrial com o objetivo de melhor definir o lugar que atenda a determinadas necessidades de maneira otimizada, minimizando-se o custo?

DUBKE (2006) descreve como principais fatores qualitativos que influenciam na localização de instalações únicas: (i) Proximidade dos fornecedores e consumidores; (ii) Disponibilidade de mão de obra, serviços de comunicação, saúde, energia e segurança; (iii) Taxa de câmbio e barreiras comerciais; (iv) Regulamentação ambiental; (v) Grau de organização sindical; (vi) Disponibilidade de serviços públicos; (vii) Facilidades para o sistema de

transporte; (viii) Localização de concorrentes; (ix) Clima e temperatura da região; (x) Aspectos culturais, como escolas, hospitais e bancos e (xi) Incentivos governamentais.

Os seis parágrafos psoteriores são referenciados ao trabalho de DUCATI (2003). É necessário modelar a alocação de demandas às facilidades em problemas de localização. Para alguns modelos a demanda não deve ser dividida entre as facilidades. Em outros modelos esta divisão é necessária. Como exemplo, um poço de petróleo deve ter sua demanda por transporte de produção de óleo atendida por uma única plataforma. Não é possível que um poço produza para mais de uma plataforma. Em outros casos, como nos serviços de ambulâncias, a demanda pode ser atendida por qualquer facilidade disponível.

Uma das características que diferenciam os problemas de localização entre si é a determinação da quantidade de facilidades a serem localizadas, podendo tornar o problema combinatorial e extremamente mais complexo. Em alguns problemas, tais como p -medianas, p -centros e máximo recobrimento, o número de facilidades p a serem alocadas é um dado de entrada para o modelo considerado. Em outros casos, como os problemas de recobrimento e localização de facilidades com custos fixos, o número de facilidades é um dado de saída. Na maioria dos problemas deseja-se que as facilidades tenham proximidade com os clientes, enquanto em outros problemas, ao contrário, a proximidade é indesejada. As facilidades com proximidade desejada são aquelas que trazem diretamente alguma vantagem ao cliente pela sua proximidade, as indesejadas, resultam em desvantagens. Alguns exemplos de facilidades tipicamente indesejadas são: penitenciárias, depósitos de lixo, atividades barulhentas e poluidoras etc. Há ainda um terceiro grupo formado pela mescla de facilidades que trazem vantagens e desvantagens, nestas podem-se incluir, por exemplo, as delegacias. Toda a população quer que na proximidade de sua residência haja um posto policial para que a segurança seja mais constante, porém ninguém quer ser vizinho deste posto.

As facilidades são usualmente caracterizadas por suas capacidades, áreas, tipo de projeto, eficiência na produção, custos dos produtos, como funções das quantidades produzidas e das tecnologias empregadas etc. No entanto, tais

características são freqüentemente desconsideradas em muitos modelos de localização. Em diversos modelos propostos na literatura a noção de capacidade de uma facilidade é essencialmente ignorada e as facilidades são implicitamente assumidas como pontos no espaço onde são localizadas.

No problema de localização, os clientes são representados por pontos discretos no espaço, caracterizados por uma demanda, muitas vezes variável no tempo. Pode-se considerar poços de petróleo como clientes das plataformas, com demanda de transporte de fluidos variável ao longo do tempo.

A alocação das demandas a facilidades é a questão crítica em modelos de localização. Diversos modelos tratam a demanda como inelástica, ou seja, é constante e não depende do nível de serviço aos clientes. Se a demanda é função do nível de serviço, a demanda é elástica, como por exemplo, a escolha pelo cliente de um local para fazer as compras considerando a localização do centro comercial, número de lojas existentes neste centro, variedade das lojas etc. A demanda de transporte de fluidos produzidos por poços de petróleo é elástica, pois a localização de uma plataforma influencia a vazão dos poços.

Nos problemas de localização onde não há restrições de máxima capacidade nas facilidades ou da rede de transporte, as demandas são designadas à facilidade mais próxima. Para problemas onde há restrições de máxima capacidade, o cliente não é necessariamente alocado à facilidade mais próxima, podendo ser designado a uma segunda facilidade ou a outra disponível, quando a facilidade mais próxima já está sobrecarregada em sua máxima capacidade.

De acordo com REVELLE *et al.* (1970), o processo de localizar oferece distintos objetivos quando se compara o setor público e o privado: (i) No setor privado o objetivo é, normalmente, a minimização dos custos ou a maximização dos lucros. Para esse setor, caso hajam exigências legais, os efeitos externos são negligenciados, como por exemplo, o meio ambiente e a ecologia; (ii) No setor público, procura-se maximizar o benefício oferecido à sociedade, ou minimizar os custos dos serviços oferecidos. Para se resolver este problema usam-se métricas que visam avaliar a distância média ou tempo médio gasto pelos beneficiários, a

demanda criada por novos serviços e novas benfeitorias e a distância máxima entre a instalação que oferece serviços e a população que demanda tais serviços.

O setor público oferece diretamente, ou gerencia, a oferta de inúmeros serviços considerados essenciais à sociedade. Tais serviços podem ser classificados em ordinários ou extraordinários: (i) Serviços ordinários são aqueles em que a preocupação maior dá-se com a distância média usuário-instalação. O ideal é minimizar a média das distâncias, pois estas devem ser percorridas seguidamente. Alguns exemplos de serviços ordinários são as escolas, correios e parques; (ii) Serviços extraordinários são aqueles em que a preocupação básica relaciona-se com a maior distância eventualmente percorrida, pois o fator tempo pode ser crucial para a qualidade do atendimento. Costuma-se estabelecer que, nas circunstâncias mais desfavoráveis, o tempo para oferecer o serviço não deve ultrapassar um determinado máximo. São exemplos de serviços extraordinários, bombeiros, polícia e ambulâncias.

Na linguagem de programação, diz-se que os problemas de serviços ordinários correspondem a problemas de minimização, ou seja, os problemas são modelados como um problema de minimizar um somatório de distâncias. Os problemas extraordinários correspondem a um problema de minimax, ou seja, minimizar a maior distância.

Ao se buscar a melhor solução para problemas de localização de serviços públicos, surge um complexo problema de identificar os beneficiários do serviço e suas exigências diferenciadas, pois a população encontra-se normalmente dispersa e é heterogênea em suas necessidades e preferências. Além disso, há uma dificuldade suplementar importante para avaliar benefícios oferecidos, que é a dinâmica de realocação das populações. Essa dinâmica gera, com o passar do tempo, áreas subatendidas e áreas superatendidas pelos serviços públicos.

Segundo CURRENT *et al.* (2002) os seguintes fatores tem colaborado para o destaque dado aos problemas de localização, que são: (i) decisões de localização são frequentemente feitas em todos os níveis de organizações humanas; (ii) essas decisões são em geral estratégicas em sua natureza, com efeitos a longo prazo; (iii) externalidades como poluição, congestionamentos e

desenvolvimento econômico devem ser consideradas; (iv) modelos de localização são extremamente difíceis de serem resolvidos, pelo menos de forma ótima e (v) esses modelos são específicos a cada aplicação, não havendo um modelo genérico apropriado a todo tipo de problema.

4.5.1. Tipologia dos Problemas de Localização

A análise de um problema de localização está fortemente relacionada à mensuração de distâncias. Neste contexto deve-se considerar os ambientes em que não existem obstáculos, referidos como ambientes euclidianos, daqueles em que existem obstáculos de variados tipos, nos quais a distância mais curta, que seria ao longo do segmento de linha reta, não é possível ser trilhada. Considerando este cenário, tem-se duas vertentes fundamentais no processo de localização: a localização em um plano ou numa rede.

4.5.1.1. Localização em um Plano

Nesse método de localizar, supõe-se a inexistência de restrições de percurso, de modo que se pode usar a distância mais curta e supor-se o ambiente euclidiano. Exemplos típicos dessa situação seriam os casos de localizar instalações em locais que não oferecem barreiras, como o caso de localizar instalações petrolíferas no mar ou localizar instalações em terra, porém em locais desprovidas de benfeitorias e barreiras topográficas ou geográficas.

Para a localização em um plano deve-se adotar uma métrica, sendo a euclidiana e a metropolitana as mais adotadas.

Métrica euclideana: $d_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$

Métrica metropolitana: $d_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|$

A métrica euclidiana deriva-se da geometria básica desenvolvida por Euclides e está associada ao teorema de Pitágoras. A ele costuma-se atribuir a propriedade lógica para o senso comum, de que a distância mais curta entre dois pontos é a linha reta.

A métrica metropolitana é frequentemente mais simples de ser medida e está coerente com a representação de pontos no plano segundo o método cartesiano. Assim, a distância entre dois pontos i e j exigiria a soma das diferenças de ordenadas.

Alguns autores sugerem uma métrica mais geral, envolvendo a raiz de ordem p da soma das diferenças de abcissas e ordenadas, ambas elevadas ao expoente p . Conforme a expressão abaixo, a métrica metropolitana equivaleria a $p=1$ enquanto que a métrica euclidiana corresponderia a $p=2$.

$$d_{ij} = \sqrt[p]{|x_i - x_j|^p + |y_i - y_j|^p}$$

A análise de localização aplicada à atividades industriais, usando medidas de utilidade como tempo ou custo, começa com Alfred Weber [*Über den Standort der Industrien, Tübingen, 1909*], que estudou a localização em um plano de uma fábrica entre dois recursos e um único mercado. Weber observou que certos processos, como a fabricação de aço, são perdedores de peso, isto é, a soma dos pesos das matérias-primas é maior que o peso dos produtos acabados. O peso é perdido no processo de produção, devido a subprodutos e rejeitos não utilizáveis. Conseqüentemente, para evitar o transporte de produtos inúteis, tais processos são melhor realizados próximos às fontes de matérias-primas.

Por outro lado, há processos ganhadores de peso. Weber destacou que isso ocorre quando matérias-primas disponíveis por toda parte, como o ar ou a água, são incorporados ao processo. Portanto, para reduzir custos de transporte, o melhor seria localizar tais processos o mais próximo possível dos mercados consumidores. Um exemplo característico deste processo é o engarrafamento de

refrigerantes, onde o xarope é embarcado para as plantas de envasamento e misturados com água. Essas plantas devem estar localizadas próximas ao mercado consumidor.

Chama-se de problema de Weber generalizado aquele em que, dados vários pontos ponderados, deseja-se localizar um ponto central, $P(x_p, y_p)$. A seguir encontra-se o equacionamento e solução do modelo. Sejam:

w_i = peso correspondente do ponto i (bens demandados, recursos enviados, população, etc);

(x_i, y_i) = coordenadas do ponto i ;

(x_p, y_p) = coordenadas desconhecidas do ponto central P , a determinar;

d_{ip} = distância euclideana do ponto i ao ponto central P ;

N = número de pontos servidos.

O problema de Weber consiste em localizar o ponto central P que minimize a soma das distâncias ponderadas do conjunto de pontos $i \in N$ ao ponto P . Portanto:

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in I} w_i d_{ip} = \sum_{i \in I} w_i \sqrt{(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2}$$

Solução:

$$\frac{\partial z}{\partial x_p} = \sum_i \frac{w_i (x_i - x_p)}{d_{ip}} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_p = \frac{\sum_i \frac{w_i x_i}{d_{ip}}}{\sum_i \frac{w_i}{d_{ip}}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y_p} = \sum_i \frac{w_i (y_i - y_p)}{d_{ip}} = 0 \quad \Rightarrow \quad y_p = \frac{\sum_i \frac{w_i y_i}{d_{ip}}}{\sum_i \frac{w_i}{d_{ip}}}$$

A solução é iterativa, mas a experiência mostra que, após poucas iterações, o método converge para o ponto P desejado. O passo a passo do método é o seguinte:

- (i) Arbitrar a posição (x_p, y_p) do ponto P e calcular todas as distâncias d_{ip} .
- (ii) Calcular x_p e y_p usando as expressões acima (o que significa achar um novo ponto P);
- (iii) Com o novo ponto P, recalculer as distâncias d_{ip} , ou seja, repetir os passos anteriores até que o ponto P permaneça estacionário.

Caso se esteja em um ambiente euclidiano, pode-se simplificar o cálculo anterior do centro de gravidade. Seja $w = \sum w_i$ o peso total de todos os pontos, as coordenadas (x_p, y_p) do ponto P podem ser calculadas pelas expressões:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_p = \sum \frac{w_i}{w} x_i \\ y_p = \sum \frac{w_i}{w} y_i \end{array} \right.$$

4.5.1.2. Localização em uma Rede

Os sistemas de transporte operam ao longo de vias ou rotas específicas que, interligadas, formam uma rede. Assim, o transporte rodoviário pressupõe a existência de uma rede rodoviária; o transporte urbano de uma rede de artérias urbanas; as linhas de trem exigem a rede ferroviária; o transporte fluvial requer as aquavias; o transporte de dutos, as dutovias; linhas aéreas envolvem os corredores aéreos, também chamados de aerovias e assim por diante.

O problema de medir distâncias ao longo de redes oferece algumas dificuldades e impõe desafios. No caso, por exemplo, da distância entre duas cidades, esta será dada pela distância ao longo das estradas percorridas que, em princípio, são conhecidas. Entretanto, se o percurso envolve diversos segmentos de estradas, tem-se o desafio de medi-los corretamente.

Pesquisas realizadas por HAKIMI (1964) tiveram o efeito de despertar o interesse pelos estudos de localização de postos de serviços em redes. O referido estudo apresenta dois teoremas: o primeiro estabelece que, ao se escolher um ponto central em uma rede, os candidatos a ponto central são os vértices da rede e o segundo estabelece que, no caso de se escolher p pontos centrais, conhecido como o problema da p -mediana, a seleção pode ficar restrita aos N vértices. Assim, para a p -mediana, o número de possíveis alternativas é $\binom{N}{p}$, tornando o problema de natureza combinatorial.

Segundo o primeiro Teorema, existe um ponto em uma rede que minimiza a soma ponderada das distâncias mais curtas de todos os vértices a este ponto, que vem a ser um dos vértices da rede. Sejam:

w_i = peso associado ao vértice i ;

d_{ij} = distância mais curta entre os vértices i e j ;

N = conjunto de vértices da rede;

r = um ponto qualquer da rede.

Deseja-se mostrar que existe um vértice $h \in N$ tal que a distância ponderada de todos os demais vértices a ele é inferior ou igual àquela dirigida a um ponto qualquer r , ou seja:

$$\sum_{i \in N} w_i d_{ih} \leq \sum_{i \in N} w_i d_{ir}.$$

Se r é um dos vértices, o teorema está provado. Se r está no arco que conecta dois vértices p e q , então a menor distância desde o vértice i até o ponto r deverá passar pelo vértice p ou pelo vértice q , de acordo com a expressão:

$$d_{ir} = \min (d_{ip} + d_{pr}, d_{iq} + d_{qr}).$$

Sejam K o conjunto de vértices que chegam ao ponto r da forma mais curta pelo vértice p e J o conjunto de vértices que chegam ao ponto r pelo vértice q . Então, $d_{kr} = d_{kp} + d_{pr}$; $k \in K$, e $d_{jr} = d_{jq} + d_{qr}$; $j \in J$.

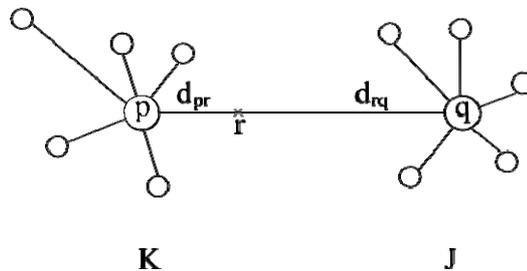


Ilustração dos conjuntos K e J .

Com apoio da representação acima, a verbalização da demonstração pode ser feita nos seguintes termos: suponha, por absurdo, que o ponto ideal para localização seja o ponto r , situado no segmento entre os vértices p e q . Para atingir o ponto r , suponha que a maior parte dos clientes passe pelo vértice p . Ao transferir a localização do ponto r para o ponto p , esta massa de clientes se beneficiará com a redução do percurso em d_{pr} , enquanto que os demais clientes, que chegam via o vértice q , antes de atingir r , deverão ampliar seu trajeto no mesmo valor d_{pr} . Como o primeiro grupo é superior ao segundo, há um ganho no sistema em transferir a localização para o vértice p , em contradição à hipótese, e demonstrado o teorema.

No segundo Teorema existe um conjunto P de pontos, exclusivamente vértices da rede, que minimiza a soma das distâncias ponderadas de todos os vértices aos máximos de p pontos da rede.

4.5.1.2.1. O Problema da p -Mediana

Para a resolução do problema da p -mediana, assim como de muitos outros problemas em redes, existem métodos heurísticos e métodos exatos.

O problema da p -mediana é formalizado como o seguinte modelo de programação linear binária:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i d_{ij} x_{ij}$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; \quad i \in N; \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}; \quad i, j \in N; \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}; \quad i, j \in N \quad (4)$$

onde:

$[d_{ij}]_{n \times n}$ é a matriz simétrica de distâncias, com $d_{ii} = 0, \forall i$;

$[x_{ij}]_{n \times n}$ é a matriz de alocação, com $x_{ij} = 1$ se o vértice i está alocado ao vértice j , e $x_{ij} = 0$, no caso contrário; $x_{jj} = 1$ se o vértice j é uma mediana e $x_{jj} = 0$, caso contrário;

p é o número de postos de serviço, ou medianas, a serem localizadas;

n é o número de vértices da rede, e $N = \{1, \dots, n\}$;

w_i representa o peso do vértice i ;

As restrições (1) e (3) impõem que cada vértice i seja alocado a um único vértice j , o qual deve ser uma mediana. A restrição (2) determina o exato número p de medianas a serem localizadas e (4) indica as condições de integralidade.

Métodos heurísticos são métodos baseados em relações simples e lógicas capazes de produzir, com recursos elementares, uma solução provavelmente satisfatória e de boa qualidade, enquanto que os métodos exatos envolvem programação matemática e produzem soluções matematicamente ótimas.

Cabe ressaltar que em todo problema de localização há informações não incorporadas aos modelos, como preferências, subjetividade e vários outros intangíveis. Assim, os métodos heurísticos passam a ser muito apreciados pela simplicidade de se obter ou de se impor soluções alternativas e incorporar

preferências, o que nem sempre é viável nos métodos exatos, que só oferecem uma única solução, embora seja a ótima.

4.5.1.2.2. Os Métodos Heurísticos

Os principais algoritmos aplicados na solução do problema da p -mediana são, em ordem histórica: o método de Hakimi, os métodos “gulosos”, o algoritmo de Maranzana e o método de Teitz e Bart. O problema consiste em encontrar, para uma dada rede $R = (X, A)$ com $|X| = N$ vértices, um subconjunto $X_p, X_p \subset X$, com p vértices, que minimiza a expressão Z . Os p vértices encontrados representam os locais onde serão colocados os postos de serviço, de modo que a soma da demanda de todos os vértices da rede a estes p pontos seja a menor possível.

$$\text{Min } Z = \sum_{x_i \in X} w_i d(x_i, x_p)$$

Onde $d(x_i, x_p) = \min_{y \in X_p} d(x_i, y)$ representa a menor distância entre cada vértice x_i da rede e um dos p vértices do conjunto X_p , e w_i é o peso do vértice x_i .

Seja ainda $D = [d_{ij}]$ uma matriz simétrica ($n \times n$) que dá a distância mínima entre os vértices x_i e x_j . O centro de gravidade, ou a 1-mediana, da rede R é o vértice $r^1 \in X$ tal que, para qualquer outro vértice, $x_j \in X$:

$$\sum_{x_i \in X} w_i d(x_i, r^1) \leq \sum_{x_i \in X} w_i d(x_i, x_j)$$

4.5.1.2.3. Os Métodos Exatos

Todo conjunto de problemas de localização tem um grau de complexidade do tipo *Np-hard*, tornando-se complexa sua solução para valores mesmo moderados de N e p . Com isso, o uso dos métodos heurísticos passa a ser atrativo.

Em todo caso, a aplicação de métodos exatos depende de vários fatores, como a importância de se conhecer a solução ótima, a disponibilidade de recursos computacionais, o tamanho do problema e a eventual preferência pelo emprego de heurísticas que, como notado, podem ser desejáveis quando da existência de restrições não explícitas ou preferências subjetivas. De qualquer forma, as metodologias para o uso dos métodos exatos tendem a ser bem mais complexas, mas cujas metodologias podem ser ignoradas pelo usuário, pois se baseiam no uso de *softwares* comerciais.

4.6. Outros Problemas Fundamentais de Localização

4.6.1. O Problema da Localização com Cobertura Completa

Esse modelo é conhecido em inglês como: *the set covering location model*, SCLM. O objetivo é localizar o número mínimo de instalações necessárias para atender a todos os pontos de demanda. Sejam:

S = afastamento máximo entre o ponto demanda e o de oferta do serviço;

$N_i = \{j \mid d_{ij} \leq S\}$ = conjunto de todas as localizações potenciais que podem atender o ponto de demanda $i \in I$;

$x_j = 1$ se o vértice $j \in J$ for selecionado para o serviço e $x_j = 0$, caso contrário;

$$\begin{aligned} & \text{Min } \sum_{j \in J} x_j \\ \text{Sujeito a: } & \sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad \forall i \in I \end{aligned}$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J$$

4.6.2. O Problema da Localização com Cobertura Máxima

Esse modelo é conhecido em inglês como: *the maximal covering location problem*, MCLP. Ao contrário do modelo SCLM, que pretende minimizar o número de instalações de modo a atender a toda a demanda, neste modelo é dado um número pré-fixado, p , de instalações e deseja-se localizá-las de modo a maximizar a demanda atendida. Deve-se ressaltar que, em ambos os modelos, atender a demanda significa que o afastamento máximo S , entre os pontos de demanda e de oferta seja respeitado. Além das variáveis definidas no modelo anterior, sejam:

w_i = demanda no vértice $i \in I$

p = número de instalações a serem ativadas

$x_j = 1$ se o vértice $j \in J$ for selecionado e $x_j = 0$, caso contrário;

$z_i = 1$ se o vértice $i \in I$ encontra-se atendido por alguma instalação e $z_i = 0$, caso contrário;

$$\text{Max } \sum_{i \in I} w_i z_i$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j \in N_i} x_j - z_i \geq 0 \quad \forall i \in I$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J$$

$$z_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I$$

Para os propósitos a que se destinam este trabalho, será aplicado um método de localização no plano e os detalhes acima descritos sobre métodos heurísticos e exatos ficam apenas para referência e comparação.