

## 4

### ANÁLISE DE DESEMPENHO

A análise de desempenho dos métodos EWMA, CUSUM e TS foi feita por simulação. Para a simulação, utilizou-se, na parte sistemática, a fórmula 2.1 para o modelo constante e a fórmula 2.5 para modelo crescente. Os erros aleatórios foram gerados segundo uma distribuição normal (0, 1), sem perda de generalidade. As 36 primeiras observações de cada série foram usadas como ‘série histórica’, para obter, por regressão (usando as fórmulas do apêndice 1),  $\hat{a}_0$  e  $EQM_0$ , no caso de modelo constante, e  $\hat{a}_0$ ,  $\hat{b}_0$  e  $EQM_0$ , no caso de modelo crescente. A partir da 37ª observação, simulou-se a aplicação das previsões e dos métodos propostos de CUSUM e de EWMA e comparou-se tais métodos com o de TS. Para o TS, o DAM foi calculado a partir dos resíduos da regressão e essa estrutura constante foi mantida ao longo do processo de previsão.

As Seções seguintes apresentam as medidas de desempenho que foram adotadas, a metodologia para sua obtenção e, por último, os resultados e análise dos mesmos.

#### 4.1

##### Medidas de Desempenho

Os métodos analisados (CUSUM e EWMA) foram comparados com o método do TS e a medida de desempenho utilizada foi o número de períodos desde o início da alteração no mecanismo gerador da série, isto é, desde o primeiro período em que houve alteração na tendência, até o período em que o método sinalizou a presença de viés. Chamando este número de períodos de  $R$ , obtivemos, por simulação, a média de  $R$ , para cada um dos métodos (gráficos CUSUM, EWMA e TS).

Chamamos de  $R_0$  o número de períodos até um alarme falso, isto é, uma sinalização de viés quando a tendência da série, na verdade, não sofreu alteração. Assim,  $R_0$  é uma variável aleatória. Sua média — valor esperado, estimado por

simulação pelo  $R_0$  médio de dez mil corridas (repetições da simulação) — é um parâmetro de desempenho do método de detecção de viés, conhecido como  $NMA_0$  no contexto de controle estatístico de processos (Costa *et al.*, 2005).

Outra variável aleatória associada ao desempenho dos métodos é o  $R_1$ , número de períodos até um alarme verdadeiro, contados a partir da alteração na série (mudança de inclinação). Da mesma maneira que com o  $R_0$ , sua média — valor esperado, estimado por simulação como o  $R_1$  médio de dez mil corridas (repetições da simulação) para um mesmo valor da alteração na inclinação da série — é outro parâmetro de desempenho conhecido como  $NMA_1$  (Costa *et al.*, 2005).

Idealmente  $NMA_0$  deve ser grande e  $NMA_1$  deve ser pequeno. Infelizmente os objetivos de maximizar  $NMA_0$  e minimizar  $NMA_1$  são conflitantes, pois, fixados os demais parâmetros do método, a maiores  $NMA_0$ 's correspondem maiores  $NMA_1$ 's. Uma maneira clássica de resolver esse problema de otimização é fixar (especificar) um valor tolerado para  $NMA_0$  (por exemplo, 100 períodos) e minimizar  $NMA_1$  sujeito a essa restrição (de que  $NMA_0$  seja igual ao valor especificado).

Logicamente a restrição deveria ser de que  $NMA_0$  fosse maior ou igual ao valor especificado, mas trabalha-se com a restrição de igualdade por duas razões:

- 1) Porque neste tipo de problema o  $NMA_1$  mínimo sempre ocorrerá com  $NMA_0$  sobre a restrição, isto é, igual ao valor especificado); e
- 2) Porque isso permite comparar diferentes métodos em condições de igualdade (se todos tiverem o mesmo  $NMA_0$ , o melhor método será o que tiver o menor  $NMA_1$ ).

Como, para qualquer um dos dois métodos aqui propostos (CUSUM e EWMA) e para cada par de valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , o  $NMA_0$  é função de um conjunto de parâmetros ( $\omega$ ,  $d$  e  $K_C$ , no caso do CUSUM;  $\omega$ ,  $\lambda$  e  $K_E$ , no caso do EWMA), então, há infinitas combinações de valores desses parâmetros (variáveis de decisão) que resultam num mesmo valor de  $NMA_0$ . Porém, dessas infinitas combinações, há uma que minimiza o  $NMA_1$  para uma alteração especificada na tendência (inclinação) da série. Esta é a solução ótima. Está claro que, para a otimização, é necessário um método de busca. O método de TS não admite otimização, pois não depende de nenhum parâmetro.

Uma análise abrangente do desempenho dos esquemas de detecção de viés requereria, além dos métodos de busca, o exame de um grande número de casos (diversas combinações de valores de  $a$ ,  $b$  e  $\sigma^2$  — parâmetros da série temporal —, de  $\alpha$  e  $\beta$  do método de *Holt* para previsão — ou apenas  $\alpha$ , no caso de amortecimento exponencial simples —, e isso para diversos valores de  $NMA_0$  especificados e para diversas magnitudes de alteração na inclinação — coeficiente  $b$  — da série temporal). Para cada um desses casos, caberia obter a solução ótima, ou seja, para cada método (CUSUM e EWMA) os valores dos parâmetros ( $\omega$ ,  $d$  e  $K_C$ , no caso do método CUSUM;  $\omega$ ,  $\lambda$  e  $K_E$ , no caso do método EWMA) que minimizam o  $NMA_1$  para a alteração considerada na inclinação. Para o método TS, como já comentado, não há otimização possível.

A limitação de tempo de uma pesquisa de mestrado impede uma análise tão exaustiva que fica como indicação para o futuro. Consideramos, então, o valor zero para o parâmetro  $a$  e o valor um para a variância do ‘ruído’ aleatório ( $\sigma^2$ ), sem perda de generalidade. Para o parâmetro  $b$ , considerou-se apenas 0,05, no caso do modelo crescente.

As alterações de inclinação consideradas ( $\Delta b$ ) foram: 0,05; 0,10; 0,25 e 0,50, o que corresponde a um valor de  $b_1 = b + \Delta b$ , após a alteração, igual, respectivamente, a: 0,10; 0,15; 0,30 e 0,55, para o caso do modelo crescente; e os mesmos valores de  $\Delta b$ , para o caso do modelo constante (pois  $b=0$ ). Para o caso do modelo originalmente com tendência, considerou-se também, a alteração de  $-0,05$ , representando a estabilização do nível em um patamar constante ( $b + \Delta b = 0,05 - 0,05 = 0$ ).

Para os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , consideramos apenas alguns valores típicos, a saber: para o modelo constante,  $\alpha = 0,1$  e  $0,3$ ; para o modelo de crescimento linear (método de *Holt*), usamos os seguintes pares ( $\alpha$ ,  $\beta$ ): (0,1; 0,03), (0,3; 0,1) e (0,3; 0,03).

Os  $NMA_0$ 's considerados foram 50 e 100, raciocinando que, 50 corresponde aproximadamente a um alarme, em média, a cada 4 anos, em séries de dados mensais ou, a 1 ano, em séries de dados semanais. No caso de dados diários, 100 corresponde a um alarme a cada 100 dias, em média. É preciso ter em mente que, para séries com periodicidade baixa (exemplo, dados mensais), quer-se  $NMA_1$ 's bastante pequenos; valores mesmo moderados de  $NMA_1$  podem corresponder a longos períodos. Por

exemplo,  $NMA_1=6$  significaria, numa série mensal, um semestre de atraso para detectar um viés.

Quanto aos parâmetros dos métodos (variáveis de decisão:  $\omega$ ,  $d$  e  $K_C$  para o CUSUM ou  $\omega$ ,  $\lambda$  e  $K_E$  para o EWMA), em vez de se fazer uma otimização ao longo de intervalos contínuos para eles, utilizou-se apenas um pequeno conjunto discreto de valores considerados razoáveis com base na experiência ou em algum raciocínio lógico. Isso permitiu identificar os melhores conjuntos de parâmetros dentro dessas opções. Dessa forma, para a constante de amortecimento do EQM,  $\omega$ , um valor alto levaria a muita oscilação da estimativa, então, foram experimentados dois valores pequenos: 0,1 e 0,04. Como em todos os casos o valor de 0,04 forneceu melhores resultados, o valor de 0,1 foi desconsiderado e seus resultados nem foram apresentados aqui, para não sobrecarregar a apresentação.

Os demais parâmetros ( $\lambda$  e  $K_E$ , ou  $d$  e  $K_C$ , conforme o método) foram variados da seguinte maneira: usaram-se para  $\lambda$  dois valores ‘típicos’ no contexto dos gráficos de controle de EWMA: 0,1 e 0,3; usaram-se para  $d$  quatro valores: 0,10; 0,25; 0,50; 1,00 (na verdade iniciou-se com o valor 0,50 típico no contexto de CEP; como os resultados não foram bons, experimentaram-se os outros valores: 0,10; 0,25; 1,00). Para cada valor de  $\lambda$ , buscou-se o valor de  $K_E$  que produzisse o  $NMA_0$  desejado; analogamente, para cada valor de  $d$ , buscou-se o valor de  $K_C$  que resultasse no  $NMA_0$  desejado (portanto, o valor de  $\lambda$  ‘amarra’ o valor de  $K_E$  e o valor de  $d$  ‘amarra’ o valor de  $K_C$ ). Isso foi feito para cada um dos valores de  $NMA_0$ : 50 e 100.

Assim, para cada tipo de modelo (constante ou com crescimento linear), para cada  $NMA_0$  (50 ou 100), para cada par  $(\alpha, \beta)$  considerado (ou valor de  $\alpha$  considerado, no caso do modelo constante) e para  $\omega=0,04$ , obtiveram-se dois esquemas EWMA (correspondendo aos dois valores de  $\lambda$  utilizados) e quatro esquemas CUSUM (correspondendo aos quatro valores de  $d$  considerados).

Em seguida, para cada um dos esquemas obtidos (e para o esquema TS), obtiveram-se os  $NMA_1$ 's para as diversas alterações na tendência da série ( $\Delta b = 0,05$ ; 0,10; 0,25; 0,50 e em alguns casos,  $-0,05$ ). O exame dos  $NMA_1$ 's obtidos permitiu identificar qual o melhor dos três esquemas e qual o melhor conjunto de parâmetros para o mesmo (dentre os valores considerados), em cada situação.

A Seção seguinte descreve como foram obtidas as medidas de desempenho  $NMA_0$  e  $NMA_1$ , e como foram buscados os valores de  $K_C$  e  $K_E$  que, fixados os demais dados e parâmetros, forneceram o  $NMA_0$  desejado.

## 4.2

### Metodologia de Obtenção das Medidas de Desempenho

O  $NMA_0$  foi estimado pela média de dez mil (10.000) corridas de simulação (com comprimento 400, no caso de  $NMA_0$  desejado igual a 50, e com comprimento 800, no caso de  $NMA_0$  desejado igual a 100).

Para cada valor de  $d$  e de  $\lambda$  apresentados na simulação, foram buscados valores para  $K_C$  e para  $K_E$  de maneira a obter o valor desejado para  $NMA_0$ . Para isso, atribuiu-se um valor inicial a  $K_E$  e a  $K_C$  para a busca, obteve-se a estimativa de  $NMA_0$  correspondente (pelo procedimento acima descrito, utilizando dez mil repetições da simulação); reajustou-se o valor de  $K_C$  e  $K_E$  em função dos valores obtidos para  $NMA_0$  e repetiu-se o procedimento; e assim sucessivamente, até chegar aos valores adequados para  $K_C$  e  $K_E$ . O procedimento é facilitado pelo fato de  $NMA_0$  ser função monotonicamente crescente tanto de  $K_C$  como de  $K_E$ .

Cada uma das simulações, programada em linguagem C, foi feita da seguinte maneira:

1. Geração do 'ruído' aleatório através de 400 ou 800 (conforme  $NMA_0 = 50$  ou  $100$ , respectivamente) números aleatórios com distribuição Normal de média zero ( $\mu=0$ ) e desvio-padrão um ( $\sigma=1$ );
2. Geração da série histórica com 36 valores através da fórmula 2.1, no caso do modelo constante e da fórmula 2.5, no caso do modelo crescente;
3. Aplicação de regressão linear aos dados históricos gerados para: previsão de demanda ( $\hat{X}_0$ ) e erro quadrático médio ( $EQM_0$ ), no caso do Modelo Constante; e previsão de demanda ( $\hat{X}_1$ ), nível da demanda ( $\hat{a}_0$ ), taxa de aumento ( $\hat{b}_0$ ) e erro quadrático médio ( $EQM_0$ ), no caso

do Modelo Crescente (para detalhamento das fórmulas, ver o Apêndice 1);

4. Geração da série para simular a previsão de demanda, a partir da 37ª observação, utilizando-se, tanto para o modelo constante quanto para o crescente, tamanho de amostra 400, para  $NMA_0$  desejado igual a 50; e 800, para  $NMA_0$  desejado igual a 100. Foram feitas dez mil repetições de cada caso. Os valores da série foram obtidos somando-se, para cada instante  $t$ , a parte sistemática (calculada pela equação 2.1 ou 2.5) e o  $(t+36)$ -ésimo número aleatório gerado. Em cada período de tempo  $t$ :

- Simulou-se a aplicação do método e modelo de previsão, calculando a previsão para o período seguinte;
- Calculou-se o erro de previsão um passo à frente, a partir da observação no período atual e da previsão feita no período anterior;
- Atualizou-se a estimativa de EQM;
- Padronizou-se o erro de previsão para os métodos de CUSUM e EWMA;
- Calcularam-se as estatísticas de controle do viés e os limites de controle, pelos diversos métodos a serem comparados (CUSUM, EWMA e TS);
- Ajustaram-se as variáveis  $K_C$  e  $K_E$  para os Modelos Constante e Crescente nos dois tamanhos de amostra estabelecidos, 400 e 800, de modo a obter  $NMA_0=50$  e  $NMA_0=100$ , respectivamente;
- Verificou-se, mediante os limites de controle, se houve sinal de viés;
- Quando houve sinal de viés (estatística de controle fora dos limites de controle), verificou-se em que período este ocorreu,

e registrou-se este valor para  $R_0$ , parando os cálculos para o método que sinalizou.

5. Após ajustados os parâmetros e encontrados os valores que fornecem  $NMA_0$ , igual a 50 ou 100, conforme o caso, o procedimento de simulação é repetido agora a partir do Passo 4, introduzindo uma alteração no modelo gerador das séries, alterando o seu componente de tendência (coeficiente  $b$ ). Foram considerados os seguintes aumentos na tendência:  $\Delta b = \{0,05; 0,10; 0,25 \text{ e } 0,50\}$ . Para a geração da série, isto leva a valores de  $b$ , no modelo constante, iguais a: 0,05; 0,10; 0,25 e 0,50, respectivamente, e, no modelo crescente a valores de  $b$  iguais a: 0,10; 0,15; 0,30 e 0,55, respectivamente. Para o modelo crescente também foi considerado  $\Delta b = -0,05$ , o que corresponde à estabilização da série em um patamar constante. Todas estas alterações na tendência foram aplicadas a partir da primeira observação após os dados históricos. Apenas, neste caso, a média do valor de  $R$  observado, para as dez mil corridas, foi registrada para a variável  $NMA_1$ ;
6. Após encontrados os valores de  $NMA_1$  para os três métodos (CUSUM, EWMA e TS) em cada um dos casos analisados, compararam-se os valores de  $NMA_1$  e identificaram-se os métodos mais eficientes em cada um dos casos, ou seja, os que apresentaram menor  $NMA_1$ .

### 4.3

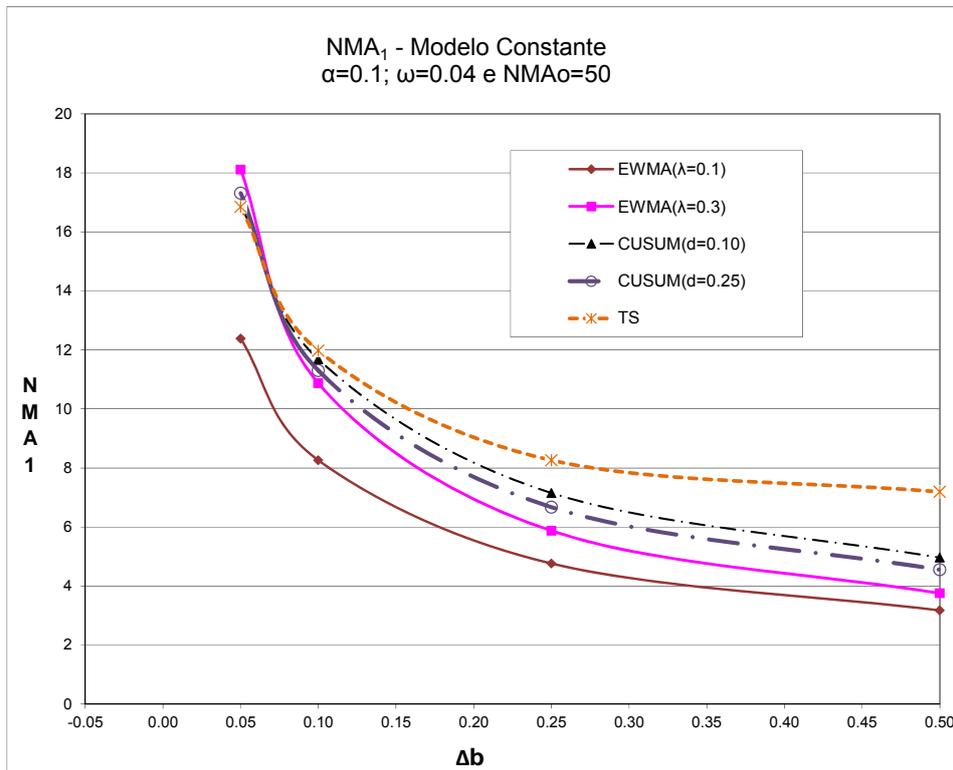
#### Resultados e Análise

Os resultados obtidos (parâmetros que levaram ao  $NMA_0$  especificado) e os  $NMA_1$ 's obtidos, para os três métodos, estão apresentados nas Tabelas: 3 (modelo constante) e 4 (modelo crescente). Valores de  $NMA$  *versus*  $\Delta b$  foram inseridos em gráficos — Figuras 1 a 4 (para o modelo constante) e Figuras 5 a 10 (para o modelo crescente) — para se observar, com maior clareza, o comportamento de cada um dos métodos para os diferentes casos. No caso do modelo constante, as curvas (Figuras 1 a 4) apresentam apenas o  $NMA_1$ . No caso do modelo crescente, as curvas (Figuras 5 a

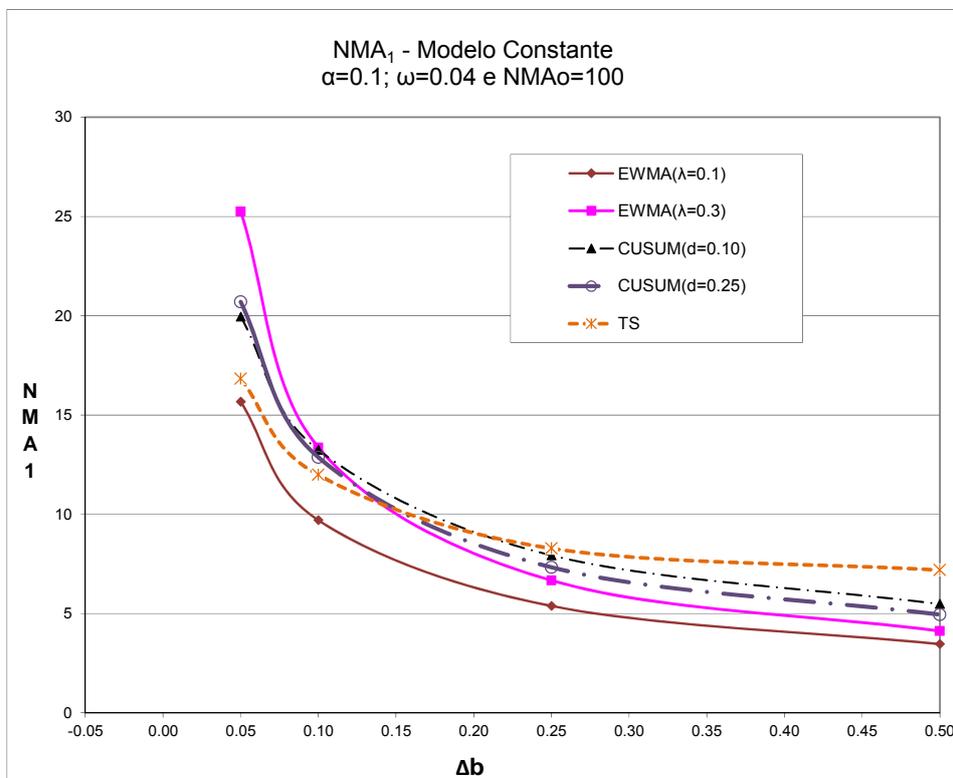
10) apresentam tanto o  $NMA_1$  como o  $NMA_0$ . É importante ratificar que foram testados dois valores para  $\omega$ : 0,1 e 0,04, mas como a diferença de desempenho foi pequena, sendo sempre melhor para  $\omega = 0,04$  ( $NMA_1$  sempre menor para este valor de  $\omega$ ), considerou-se, apenas, este valor de  $\omega$  (0,04) para todos os casos apresentados, de modo a não sobrecarregar desnecessariamente as tabelas.

**Tabela 3:** Resultados para Modelo Constante.

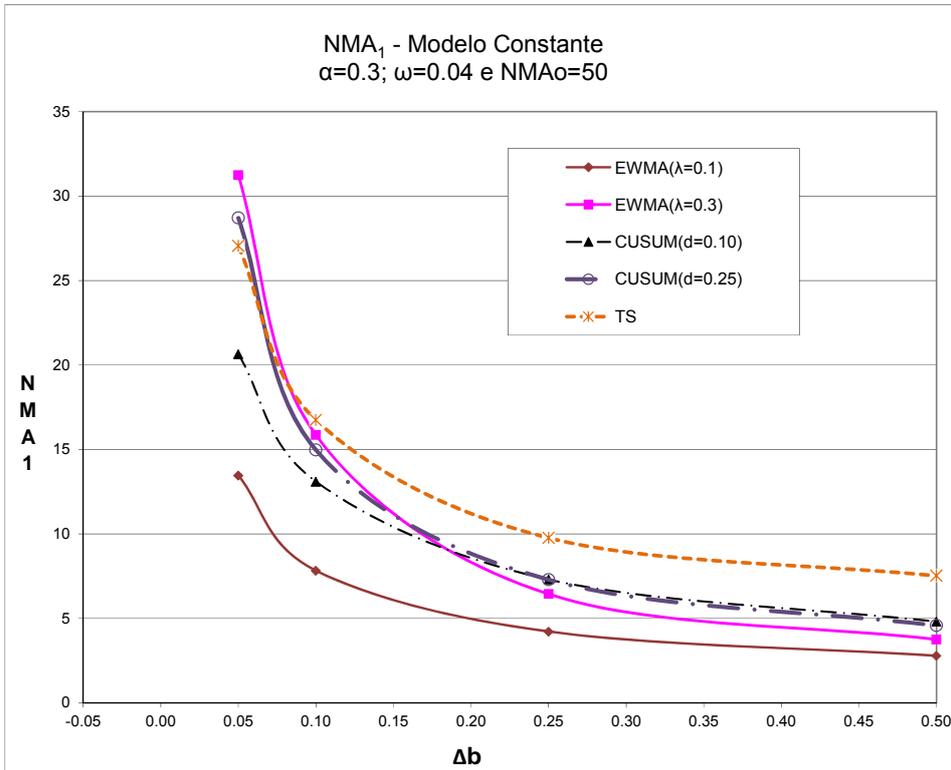
$\alpha$	$\omega$	$\Delta b$	NMA					TS	
			EWMA		CUSUM				
			$\lambda=0.1$	$\lambda=0.3$	$d=0.10$	$d=0.25$	$d=0.50$		$d=1.00$
0.1	0.04		$K_E=1.66$	$K_E=2.12$	$K_C=5.18$	$K_C=3.93$	$K_C=2.78$	$K_C=1.66$	
		0	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	69.58
		0.05	12.38	18.11	<u>16.91</u>	<u>17.31</u>	20.02	30.51	<u>16.84</u>
		0.10	8.26	<u>10.87</u>	11.68	<u>11.30</u>	11.99	16.09	11.97
		0.25	4.76	<u>5.87</u>	7.15	6.67	6.55	7.26	8.26
		0.50	3.17	<u>3.75</u>	4.96	4.55	<u>4.26</u>	<u>4.33</u>	7.19
			$K_E=1.85$	$K_E=2.36$	$K_C=6.15$	$K_C=4.60$	$K_C=3.25$	$K_C=1.97$	
		0	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	69.45
		0.05	15.67	25.25	19.95	20.70	26.36	50.60	<u>16.82</u>
		0.10	9.70	13.37	13.24	12.87	13.79	22.93	<u>11.98</u>
		0.25	5.38	<u>6.67</u>	7.93	<u>7.33</u>	<u>7.16</u>	8.09	8.28
		0.50	3.46	<u>4.12</u>	5.48	4.95	4.63	4.72	7.19
			$K_E=1.35$	$K_E=1.91$	$K_C=4.04$	$K_C=3.27$	$K_C=2.50$	$K_C=1.63$	
		0.3	0.04	0	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00
0.05	13.46			31.24	<u>20.64</u>	28.71	37.79	45.11	27.05
0.10	7.83			15.86	<u>13.10</u>	14.97	22.47	35.78	16.74
0.25	4.22			<u>6.44</u>	7.30	7.29	8.03	14.33	9.76
0.50	2.79			<u>3.75</u>	4.81	4.58	4.57	5.31	7.52
	$K_E=1.46$			$K_E=2.09$	$K_C=4.53$	$K_C=3.68$	$K_C=2.83$	$K_C=1.89$	
0	100.00			100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	1831.39
0.05	18.41			55.74	<u>25.92</u>	47.23	69.75	88.13	27.03
0.10	9.32			24.38	<u>15.06</u>	18.22	35.05	67.52	16.77
0.25	4.72			<u>7.59</u>	<u>8.07</u>	<u>8.07</u>	9.01	24.63	9.76
0.50	3.00	<u>4.17</u>	5.23	4.95	4.98	5.98	7.52		



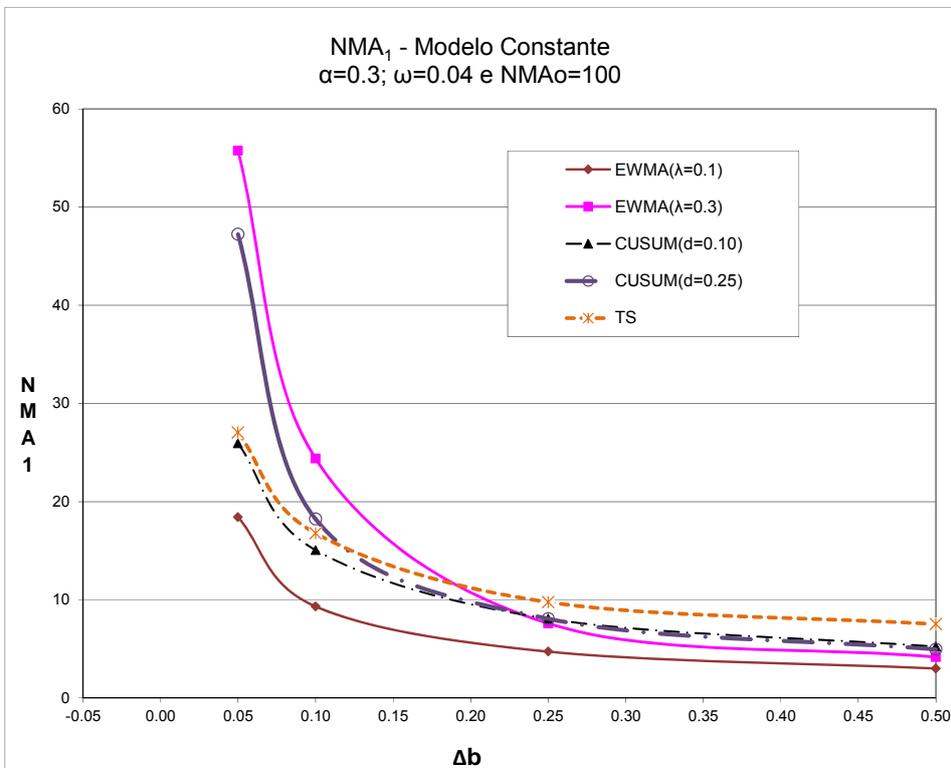
**Figura 1:** Gráfico  $NMA_1$  versus  $\Delta b$  para  $\alpha=0,1$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=50$ .



**Figura 2:** Gráfico  $NMA_1$  versus  $\Delta b$  para  $\alpha=0,1$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=100$ .



**Figura 3:** Gráfico  $NMA_1$  versus  $\Delta b$  para  $\alpha=0,3$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=50$ .



**Figura 4:** Gráfico  $NMA_1$  versus  $\Delta b$  para  $\alpha=0,3$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=100$ .

Para o modelo constante, O EWMA apresentou o melhor resultado, com  $\lambda=0,1$ , em todos os casos. O CUSUM apresentou um desempenho mais variável: com valores menores para  $d$  (0,10 e 0,25), em alguns casos, seus  $NMA_1$ 's chegaram próximos aos do EWMA. No geral, com valores maiores para  $d$  (mostrados na tabela, mas não nas figuras), o desempenho do CUSUM foi muito pior (somente em um caso, seus  $NMA_1$ 's chegaram a uma diferença de aproximadamente uma unidade aos do EWMA). Nas aplicações clássicas de CEP, o método CUSUM tem desempenho próximo ao do EWMA, para alterações bruscas e mantidas (mudança brusca de nível, em 'degrau') na média da variável monitorada. Pode ser, porém, que neste tipo de aplicação o CUSUM seja muito sensível ao valor de  $d$ , não se conseguindo um valor que seja bom para diversas magnitudes de  $\Delta b$ , enquanto que o método de EWMA seria mais 'robusto' no sentido de que o valor de  $\lambda=0,1$  fornece bons resultados para uma grande faixa de valores de  $\Delta b$ .

Uma análise mais exaustiva e abrangente dos valores ótimos para os parâmetros dos métodos vale a pena e fica como indicação para pesquisa futura.

O método TS foi pior que os demais (exceto em alguns casos do CUSUM com  $d=0,50$  e  $d=1,00$ ) na quase totalidade dos casos, embora com  $NMA_0=100$  e  $\alpha=0,1$  tenha sido melhor que o CUSUM com  $d=0,10$  e  $0,25$  e o EWMA com  $\lambda=0,3$ .

Tabela 4: Resultados para Modelo Crescente.

$(\alpha, \beta)$	$\omega$	$\Delta b$	NMA						TS
			EWMA		CUSUM				
			$\lambda=0.1$	$\lambda=0.3$	$d=0.10$	$d=0.25$	$d=0.50$	$d=1.00$	
(0.1;0.03)	0.04		$K_E=2.05$	$K_E=2.41$	$K_C=6.11$	$K_C=4.52$	$K_C=3.16$	$K_C=1.83$	
		0	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	43.29
		-0.05	13.61	29.65	19.59	22.00	29.38	41.28	14.80
		0.05	13.58	24.97	18.48	18.56	24.65	37.33	19.06
		0.10	8.17	10.98	12.72	11.86	12.15	20.17	13.96
		0.25	5.17	5.96	7.87	7.21	6.75	6.79	9.61
		0.50	3.79	4.15	5.57	5.01	4.59	4.24	7.92
			$K_E=2.24$	$K_E=2.63$	$K_C=7.61$	$K_C=5.44$	$K_C=3.71$	$K_C=2.14$	
		0	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	43.30
		-0.05	29.31	68.85	29.74	39.94	62.29	84.23	14.82
		0.05	20.50	51.92	23.60	26.80	43.65	74.66	19.12
		0.10	9.75	16.77	14.91	13.79	14.34	40.30	13.92
		0.25	5.87	6.84	9.02	8.04	7.48	7.67	9.60
		0.50	4.17	4.57	6.30	5.51	4.97	4.69	7.93
(0.3;0.1)	0.04		$K_E=1.81$	$K_E=2.35$	$K_C=5.19$	$K_C=4.16$	$K_C=3.16$	$K_C=1.93$	
		0	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	81.82
		-0.05	38.10	46.85	50.59	47.80	49.39	49.37	32.66
		0.05	31.71	45.20	30.54	39.55	45.93	48.77	38.53
		0.10	14.62	34.44	17.18	23.98	36.00	43.93	22.76
		0.25	5.19	9.76	8.47	8.18	9.36	23.26	11.64
		0.50	3.53	4.53	5.54	5.15	4.97	5.15	8.43
			$K_E=1.93$	$K_E=2.54$	$K_C=5.88$	$K_C=4.73$	$K_C=3.59$	$K_C=2.25$	
		0	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	82.04
		-0.05	84.60	93.36	112.57	100.66	98.67	101.09	32.50
		0.05	54.65	85.02	46.97	73.35	87.26	99.07	38.46
		0.10	23.43	66.84	21.88	41.45	66.81	88.33	22.77
		0.25	5.86	17.30	9.49	9.26	12.38	48.81	11.66
		0.50	3.83	5.00	5.99	5.58	5.38	6.19	8.42

Continuação da Tabela 4: Resultados para Modelo Crescente.

$(\alpha, \beta)$	$\omega$	$\Delta b$	NMA						TS
			EWMA		CUSUM				
			$\lambda=0.1$	$\lambda=0.3$	$d=0.10$	$d=0.25$	$d=0.50$	$d=1.00$	
(0.3;0.03)	0.04		$K_E=1.79$	$K_E=2.30$	$K_C=5.10$	$K_C=4.04$	$K_C=3.06$	$K_C=1.89$	
		0	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	80.60
		-0.05	28.17	43.49	37.43	42.40	46.41	49.22	21.58
		0.05	20.10	38.40	22.84	31.21	41.05	47.95	29.85
		0.10	8.91	22.27	14.15	15.44	24.73	38.97	18.77
		0.25	4.80	6.96	8.02	7.60	7.76	14.43	10.97
		0.50	3.44	4.30	5.38	5.00	4.77	4.84	8.28
			$K_E=1.92$	$K_E=2.49$	$K_C=5.80$	$K_C=4.58$	$K_C=3.48$	$K_C=2.19$	
		0	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	80.71
		-0.05	74.41	88.70	86.63	88.32	98.04	100.80	21.52
		0.05	36.38	77.61	30.66	55.59	80.86	94.03	29.91
		0.10	11.41	43.72	16.49	20.00	46.46	77.86	18.75
		0.25	5.44	8.54	8.87	8.40	8.85	28.05	10.97
		0.50	3.76	4.74	5.85	5.38	5.18	5.31	8.29

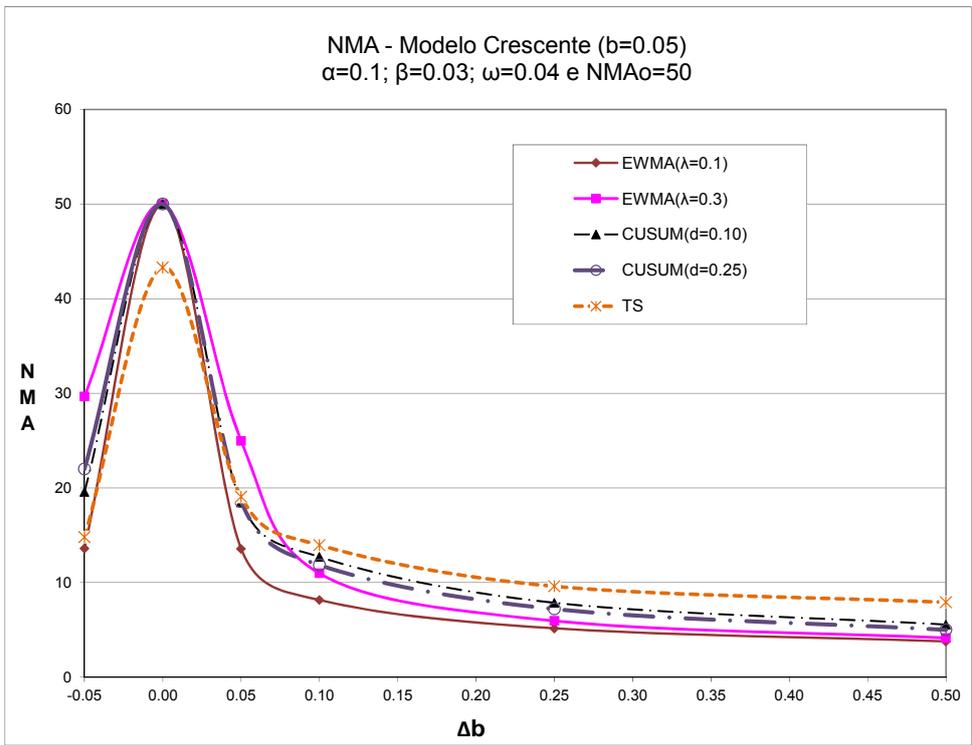


Figura 5: Gráfico NMA versus  $\Delta b$  para  $\alpha=0,1$ ;  $\beta=0,03$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=50$ .

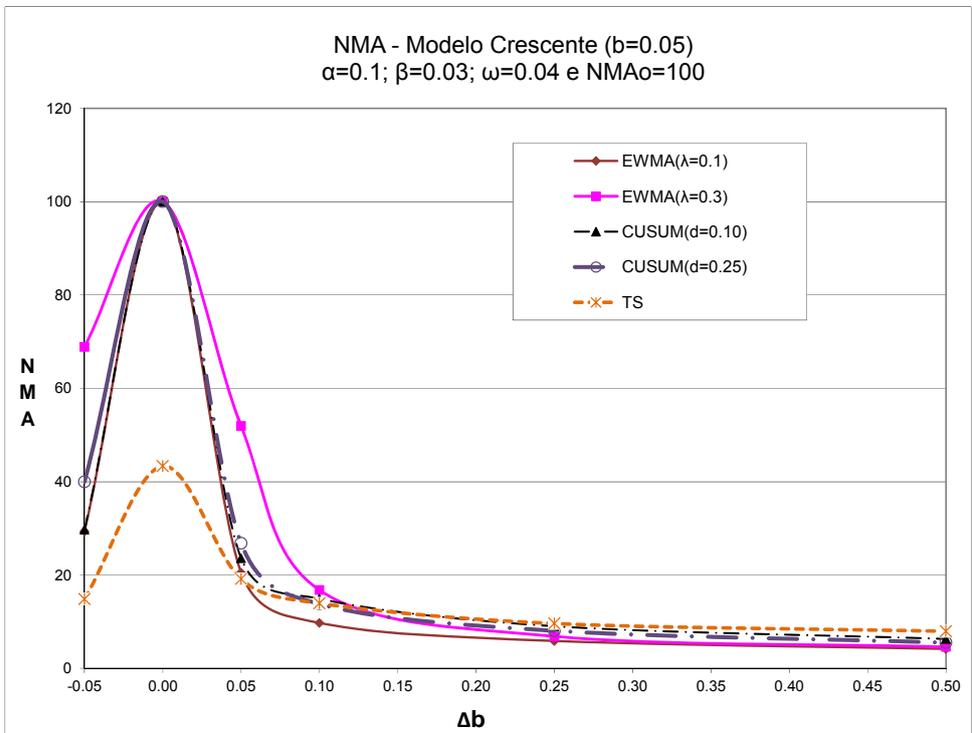
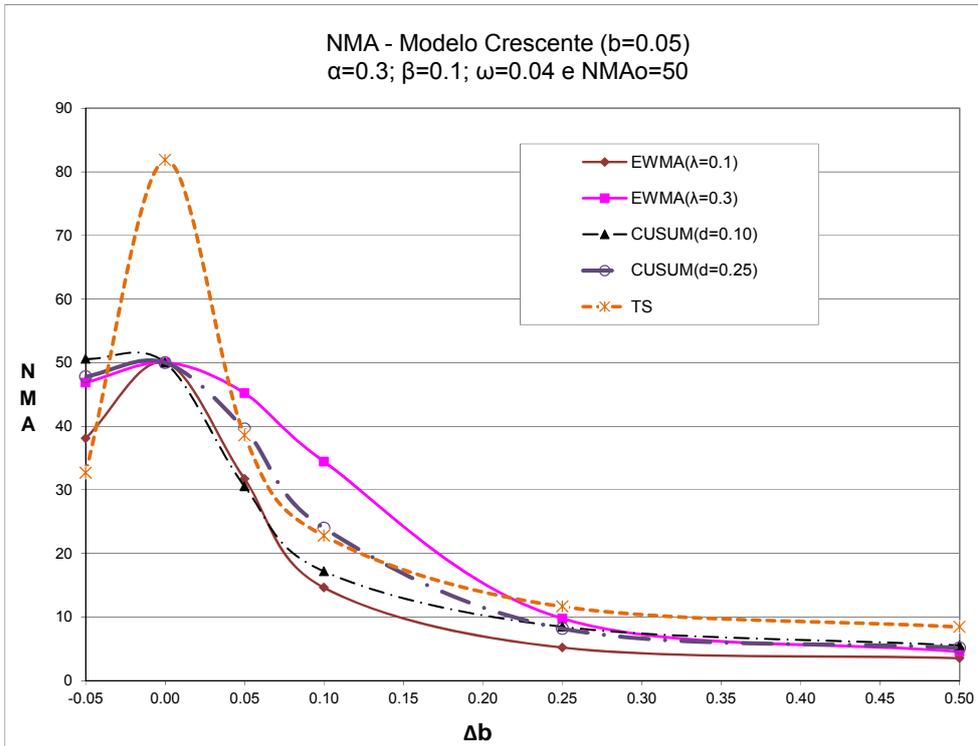
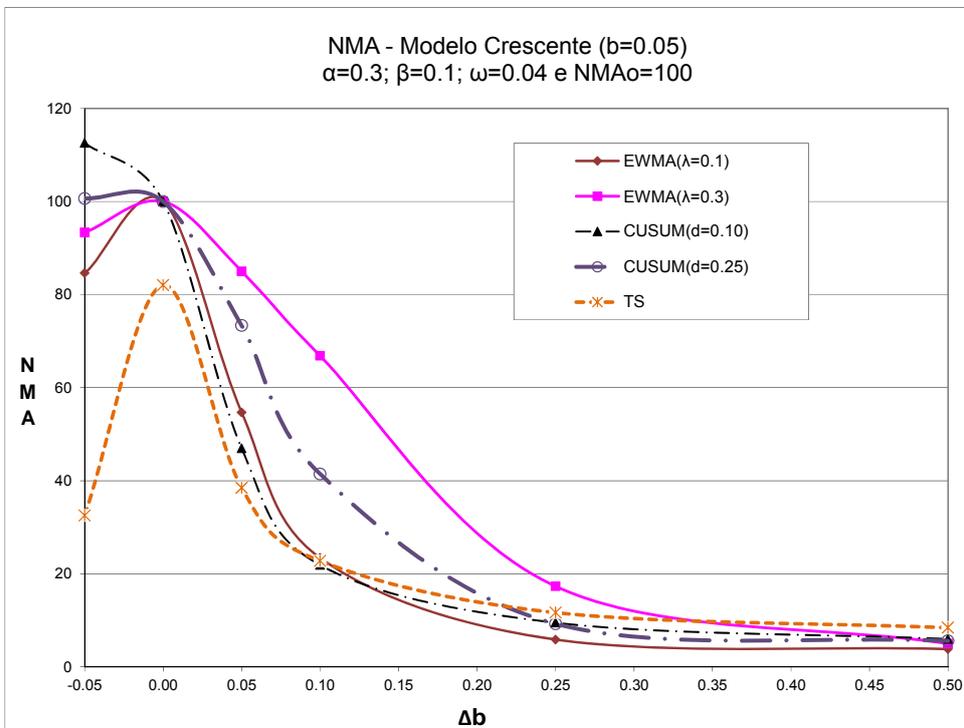


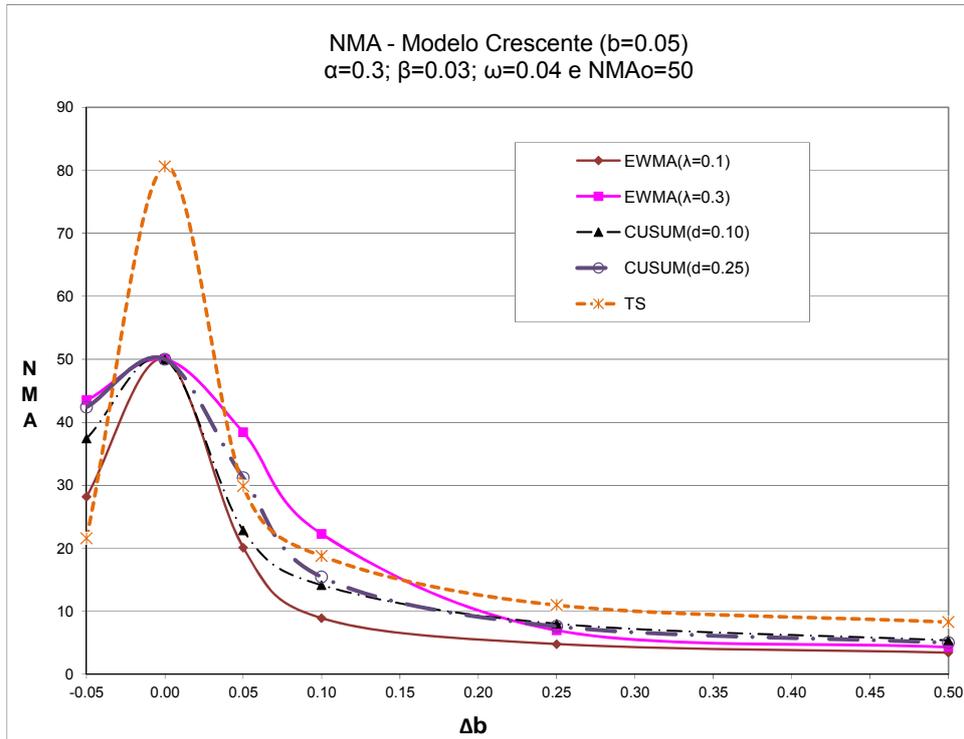
Figura 6: Gráfico NMA versus  $\Delta b$  para  $\alpha=0,1$ ;  $\beta=0,03$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=100$ .



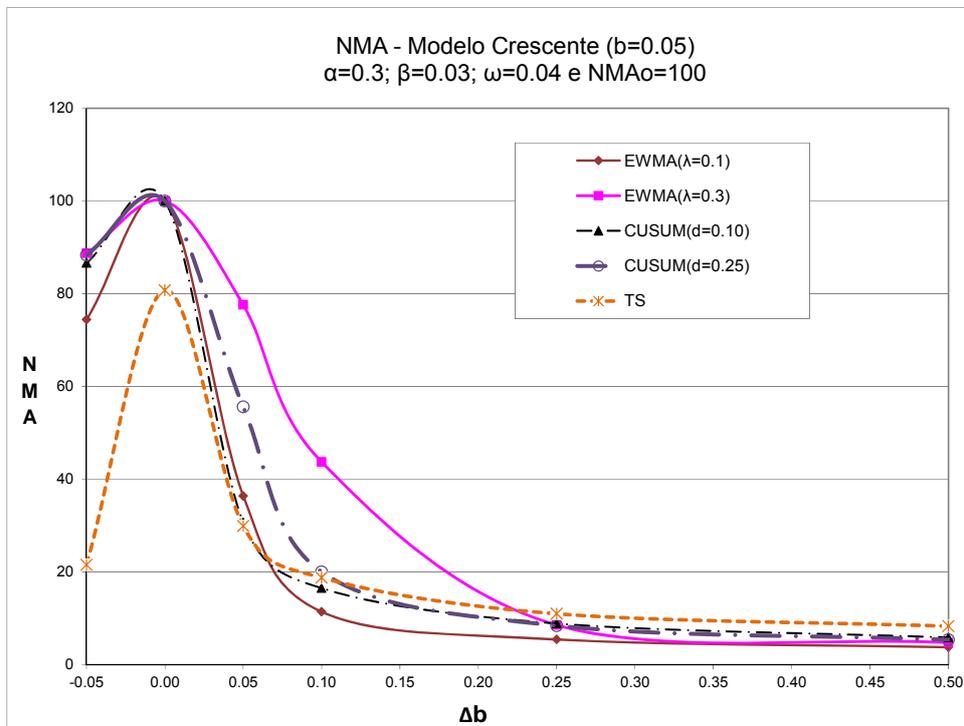
**Figura 7:** Gráfico NMA versus  $\Delta b$  para  $\alpha=0,3$ ;  $\beta=0,1$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=50$ .



**Figura 8:** Gráfico NMA versus  $\Delta b$  para  $\alpha=0,3$ ;  $\beta=0,1$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=100$ .



**Figura 9:** Gráfico NMA *versus*  $\Delta b$  para  $\alpha=0,3$ ;  $\beta=0,03$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=50$ .



**Figura 10:** Gráfico NMA *versus*  $\Delta b$  para  $\alpha=0,3$ ;  $\beta=0,03$ ;  $\omega=0,04$  e  $NMA_0=100$ .

No modelo crescente, quando houve aumento na inclinação, o EWMA com  $\lambda=0,1$ , no geral, apresentou melhores resultados (com  $\lambda=0,3$  seus resultados foram muito ruins, frequentemente os piores de todos). O CUSUM apresentou um desempenho mais variável, como no modelo constante; nos dois casos que os valores do CUSUM foram melhores do que o do EWMA, a diferença foi muito pequena (30,54 contra 31,71; 21,88 contra 23,43). O TS continuou sendo pior que EWMA com  $\lambda=0,1$  e CUSUM com  $d$  pequeno (0,10 e 0,25). Nos casos em que o TS tem valores de  $NMA_1$  não muito maiores do que os demais, tem, em contrapartida, valores de  $NMA_0$  muito menor (ver, por exemplo, Figura 8).

Quando a inclinação se reduziu, estabilizando-se num patamar constante, estranhamente o TS foi, em geral, o melhor método (o segundo melhor foi o EWMA com  $\lambda=0,1$ ). Esse fato é curioso, pois se poderia esperar  $NMA_1$ 's iguais (para cada método) com  $\Delta b=0,05$  e  $\Delta b=-0,05$ . A não simetria dos  $NMA_1$ 's merece maior investigação no futuro.