

4 Metodologia de solução e formulação matemática do problema de planejamento

Como dito no capítulo anterior, sabe-se que a rede de integração a ser planejada apresentará uma topologia em árvore. Os geradores serão as folhas da árvore e têm posição definida no plano (X,Y) . A raiz da árvore será uma coletora da Rede Básica, que tem também posição conhecida. A energia produzida pelos geradores deverá ser escoada pela rede, fluindo por suas LTs e subestações até chegar à Rede Básica. O problema consiste então na obtenção da árvore em si, com a definição:

- de sua topologia: subestações subcoletoras construídas e conexões entre estas subestações, geradores, e coletora da Rede Básica;
- da localização geográfica das subestações construídas;
- das capacidades de cada um dos equipamentos empregados: LTs, subestações e transformadores.

4.1 Obtenção da rede candidata

Para um determinado grupo de geradores e levando em conta a posição geográfica dos mesmos, é possível definir um número máximo de subestações subcoletoras candidatas de cada nível de tensão de interesse para uso na rede de integração.

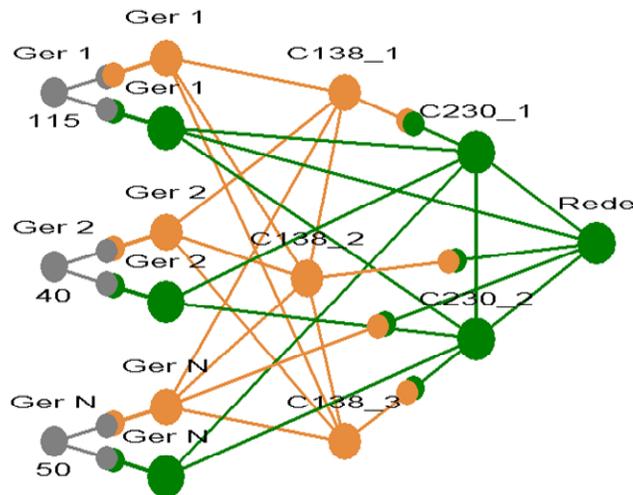


Figura 4-1 – Rede candidata

Definidas as subcoletoras candidatas, surge uma rede malhada candidata proveniente da interligação de todos os seus nós (geradores, subestações subcoletoras candidatas e coletoras da Rede Básica), como apresentado na Figura 4-1. Interligações não permitidas ou não desejadas podem ser eliminadas como, por exemplo, a conexão direta entre geradores que pertençam a grupos empreendedores diferentes muitas vezes é não desejada.

A rede de integração ótima será, portanto, uma sub-árvore desta rede malhada candidata, como ilustrado na Figura 4-2, determinada na sequência:

- (a) Parte-se do posicionamento dos geradores e da coletora da Rede Básica.
- (b) Define-se um número máximo de subcoletoras candidatas a partir da avaliação da configuração (a). Criam-se então todas as conexões candidatas entre geradores, subcoletoras candidatas e coletoras da Rede Básica.
- (c) Obtém-se a rede ótima de integração como uma sub-árvore de (b) eliminando-se um conjunto de conexões e de subcoletoras.
- (d) A rede ótima de integração é aquela de menor custo global que permite transportar toda a energia proveniente dos geradores até a coletora da Rede Básica.

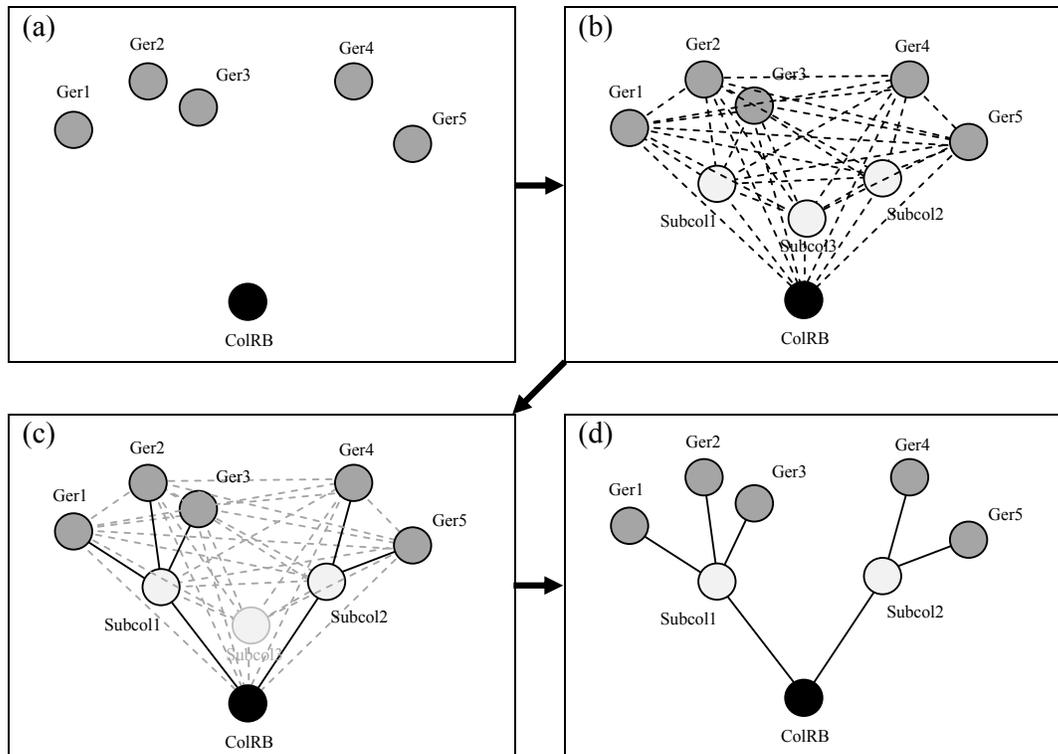


Figura 4-2 – Obtenção da sub-árvore ótima

4.2 A obtenção da topologia

Iniciemos com um problema simplificado, que não requer o uso de subestações e equipamentos de transformação. A localização dos geradores e da coletora da Rede Básica é conhecida. São conhecidas também as potências de injeção de cada um dos geradores, cujo total pode ser integralmente absorvido pela coletora da Rede Básica. Vamos considerar que o número de subestações subcoletoras candidatas é dado, e que as mesmas não possuem nenhum custo (nem fixo – de construção – e nem variável com o número de conexões). Suas localizações são, no entanto, desconhecidas e podem ou não ser utilizadas na rede de integração. Este problema é ilustrado pela Figura 4-2 e a obtenção da rede malhada candidata por meio da interligação de todos os nós (de origem, de destino e intermediários) é trivial. Em nossa abordagem, deve haver apenas um arco conectando dois nós quaisquer.

Em relação às LTs, representadas por estas interligações, consideremos que são formadas por condutores cuja capacidade máxima de fluxo é elevada (grande

o bastante para evitar quaisquer violações de limites de transmissão na rede). A resistência destes condutores será também desprezada (logo não haverá perdas na transmissão). O custo por quilômetro dos condutores é conhecido. Este problema é equivalente ao Problema de Árvore de Gilbert-Steiner.

Partindo então da rede malhada candidata, este problema pode ser formulado matematicamente como:

$$\text{Min} \sum_{k \in \Omega_c} C_k \cdot d_k \cdot w_k \quad (4-1)$$

s. a

$$-\bar{F}_k \cdot w_k \leq f_k \leq \bar{F}_k \cdot w_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-2)$$

$$\text{Pot}_i + \sum_{k \in \Omega_c | \text{dest}(k)=i} f_k - \sum_{k \in \Omega_c | \text{orig}(k)=i} f_k = \text{dem}_i \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-3)$$

$$d_k = \sqrt{(x_{\text{orig}(k)} - x_{\text{dest}(k)})^2 + (y_{\text{orig}(k)} - y_{\text{dest}(k)})^2} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-4)$$

$$0 \leq \text{dem}_i \leq \overline{\text{Dem}}_i \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-5)$$

$$f_k \in \mathbb{R} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-6)$$

$$x_i, y_i \in \mathbb{R} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-7)$$

$$w_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-8)$$

Onde:

Ω_c Conjunto de todos os circuitos

Ω_s Conjunto de todos os nós (geradores, subcoletoras candidatas e coletoras da Rede Básica)

$\text{orig}(k)$ Nó de origem do circuito k

$\text{dest}(k)$ Nó de destino do circuito k

C_k Custo por quilômetro do circuito k

\bar{F}_k Limite de fluxo de circuito k

Pot_i Potência injetada no nó i :

- se i for um gerador, Pot_i é a potência injetada pelo gerador;
- caso contrário $\text{Pot}_i = 0$

- \overline{Dem}_i Potência máxima absorvida pelo nó i:
- se i for uma coletora da Rede Básica, \overline{Dem}_i é a capacidade máxima de injeção na coletora;
 - caso contrário $\overline{Dem}_i = 0$
- d_k Comprimento do circuito k (variável de decisão)
- w_k Indicador de construção do circuito k (variável de decisão):
- $w_k = 0$ indica que o circuito k não foi construído
 - $w_k = 1$ indica que o circuito k foi construído
- f_k Fluxo no circuito k (variável de decisão)
- dem_i Potência absorvida pelo nó i (variável de decisão)
- x_i, y_i Coordenadas no nó i (variável de decisão para nós que representem subcoletoras e dado de entrada para nós que representem geradores e coletoras da Rede Básica)

Note que se um nó não é conectado por nenhum circuito, então a potência máxima absorvida por ele deve ser zero. Isto permite escrevermos (4-5) de maneira mais eficiente como:

$$0 \leq dem_i \leq \overline{Dem}_i \cdot u_i \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-9)$$

$$u_i \leq \sum_{k \in \Omega_c | (\text{orig}(k)=i \text{ ou } \text{dest}(k)=i)} w_k \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-10)$$

$$u_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-11)$$

Para os nós que representam geradores e subcoletoras candidatas (isto é, aqueles para os quais $\overline{Dem}_i = 0$), as restrições (4-9)-(4-10) e as variáveis de decisão u_i não precisam ser criadas⁸. Portanto, o número de variáveis binárias extras no problema provenientes de (4-9)-(4-11) é bem reduzida, compensando seu uso.

As coordenadas (x,y) dos geradores e das coletoras da Rede Básica podem ser facilmente obtidas a partir de uma conversão de suas respectivas latitude e longitude.

⁸ Ainda que sejam criadas, não terão qualquer efeito no problema e serão trivialmente eliminadas pelas rotinas de pré-processamento dos softwares de otimização comerciais.

O problema (4-1)-(4-8) apresenta duas dificuldades: (i) a função objetivo é formada por uma multiplicação de variáveis de decisão (não-linearidade) e (ii) uma destas variáveis (d_k) é, por si só, não-linear (distância euclidiana).

A dificuldade (i) pode ser facilmente resolvida por meio de uma representação disjuntiva [11]. A nova função objetivo fica então escrita como:

$$\text{Min} \sum_{k \in \Omega_c} C_k \cdot z_k \quad (4-12)$$

A representação alternativa se completa adicionando-se ao problema a restrição $|d_k - z_k| \leq M \cdot (1 - w_k)$, onde M (usualmente denominado *Big-M*) é um valor suficientemente alto: pelo menos igual à maior distância possível entre quaisquer dois nós. Se o circuito k é selecionado, então $|d_k - z_k| \leq 0$, o que é satisfeito unicamente fazendo $d_k = z_k$. Por outro lado, se o circuito k não é selecionado, então $|d_k - z_k| \leq M$. Isto faz z_k independente da distância real entre as extremidades do circuito k , dada por d_k . Neste caso, a minimização da função objetivo (4-12) garante que $z_k = 0$. Esta igualdade com módulo pode ser trivialmente escrita por meio de restrições lineares:

$$d_k - z_k \leq M \cdot (1 - w_k) \quad (4-13)$$

$$z_k - d_k \leq M \cdot (1 - w_k) \quad (4-14)$$

$$d_k \in \mathbb{R}^+ \quad (4-15)$$

$$z_k \in \mathbb{R}^+ \quad (4-16)$$

Resta então a não-linearidade decorrente do cálculo das distâncias euclidianas. Esta dificuldade pode ser contornada por meio de uma aproximação linear, descrita na próxima seção.

4.3 Aproximação linear para a distância

Sejam dois pontos no plano (x_1, y_1) e (x_2, y_2) . A distância entre eles é dada por $d = \sqrt{x^2 + y^2}$, onde $x = |x_1 - x_2|$ e $y = |y_1 - y_2|$.

Explorando a relação $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$, temos que, como $2xy \geq 0$, então $(x + y)^2 \geq x^2 + y^2$. Extraindo a raiz quadrada, obtemos $x + y \geq \sqrt[2]{x^2 + y^2} = d$. Desta forma, temos um *limite superior* \bar{d} para d , dado por:

$$\bar{d} = x + y \quad (4-17)$$

Por outro lado, $x^2 + y^2 \geq x^2$ implica que $d = \sqrt[2]{x^2 + y^2} \geq \sqrt[2]{x^2} = x$. Logo x é um *limite inferior* para d . Analogamente, $x^2 + y^2 \geq y^2$ implica que $d = \sqrt[2]{x^2 + y^2} \geq \sqrt[2]{y^2} = y$. Conseqüentemente, y é outro limite inferior para d . Dentre eles, o limite inferior mais próximo de d será então:

$$\underline{d} = \max(x, y) \quad (4-18)$$

Uma aproximação para a distância pode ser obtida pela combinação convexa dos limites inferior e superior:

$$\tilde{d} = \alpha \cdot \bar{d} + (1 - \alpha) \cdot \underline{d}, \quad \alpha \in [0,1] \quad (4-19)$$

Consideremos, sem perda de generalidade, que y é menor ou igual a x . Logo $0 \leq y \leq x$, o que pode ser reescrito como $y = \lambda x$, onde $\lambda \in [0,1]$.

O erro percentual da aproximação é uma função de α (parâmetro de ajuste da combinação convexa para a aproximação) e λ (fator que generaliza a relação entre x e y) e é dado por:

$$\begin{aligned} \text{Erro}(\alpha, \lambda) &= \frac{d}{\tilde{d}} = \frac{\sqrt[2]{x^2 + y^2}}{\alpha \cdot \bar{d} + (1 - \alpha) \cdot \underline{d}} & (4-20) \\ &= \frac{\sqrt[2]{x^2 + y^2}}{\alpha \cdot (x + y) + (1 - \alpha) \cdot \max(x, y)} \\ &= \frac{\sqrt[2]{x^2 + (\lambda x)^2}}{\alpha \cdot (x + \lambda x) + (1 - \alpha) \cdot \max(x, \lambda x)} \\ &= \frac{x \cdot \sqrt[2]{1 + \lambda^2}}{\alpha \cdot (x + \lambda x) + (1 - \alpha) \cdot x} = \frac{x \cdot \sqrt[2]{1 + \lambda^2}}{x \cdot (1 + \alpha\lambda)} \\ &= \frac{\sqrt[2]{1 + \lambda^2}}{1 + \alpha\lambda} \end{aligned}$$

Observe que quando $\text{Erro}(\alpha, \lambda) = 1$ significa que o erro de aproximação da distância é igual a zero. $\text{Erro}(\alpha, \lambda) = 1,03$, por exemplo, significa que d é 3% maior que \tilde{d} (a aproximação está subestimando d). Em outro exemplo, $\text{Erro}(\alpha, \lambda) = 0,96$ significa que d é 4% menor que \tilde{d} (aproximação está superestimando d). Desejamos então otimizar o valor do parâmetro α para que a aproximação linear seja a melhor possível. Como não sabemos *a priori* o valor de x e y ou, visto de outra forma, o valor de λ , vamos investigar então o comportamento do erro médio (média em relação a todos possíveis valores de λ) e do erro máximo (máximo em relação a todos possíveis valores de λ).

O erro percentual médio é uma função de α dada por:

$$\text{Erro}_{\text{med}}(\alpha) = \int_0^1 \text{Erro}(\alpha, \lambda) d\lambda = \int_0^1 \frac{\sqrt[3]{1 + \lambda^2}}{1 + \alpha\lambda} d\lambda \quad (4-21)$$

Essa integral pode ser calculada de forma simbólica no MATLAB através dos comandos:

```
syms lambda alfa;
erro=(sqrt(1+lambda^2))/(1+alfa*lambda);
erro_med=int(erro,lambda,0,1);
```

Como errar para mais é tão ruim quanto errar para menos, a função de erro que estamos de fato interessados é $|\text{Erro}_{\text{med}}(\alpha) - 1|$ que pode ser obtida graficamente pelo MATLAB através do comando:

```
ezplot(abs(erro_med-1),0,1);
```

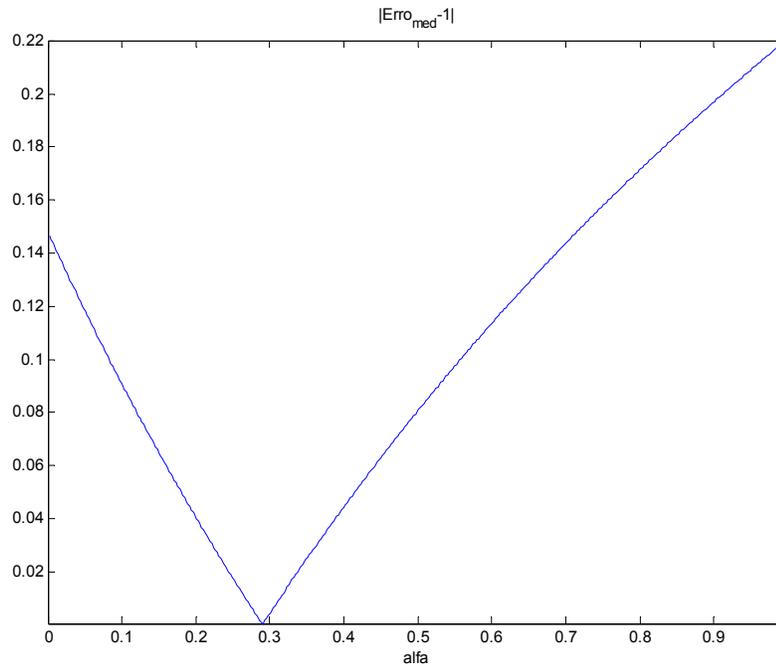


Figura 4-3 – Valor absoluto do erro médio em função de α

Pelo gráfico da Figura 4-3, o valor de α que minimiza o erro médio é $\alpha = 0,29$ (faz o erro *médio* ser nulo).

Podemos analisar também o erro em função de α e λ construindo o gráfico da função $|\text{Erro}(\alpha, \lambda) - 1|$ através do comando:

```
ezsurf(abs(erro-1), [0,1], [0,1])
```

O gráfico resultante é apresentado na Figura 4-4:

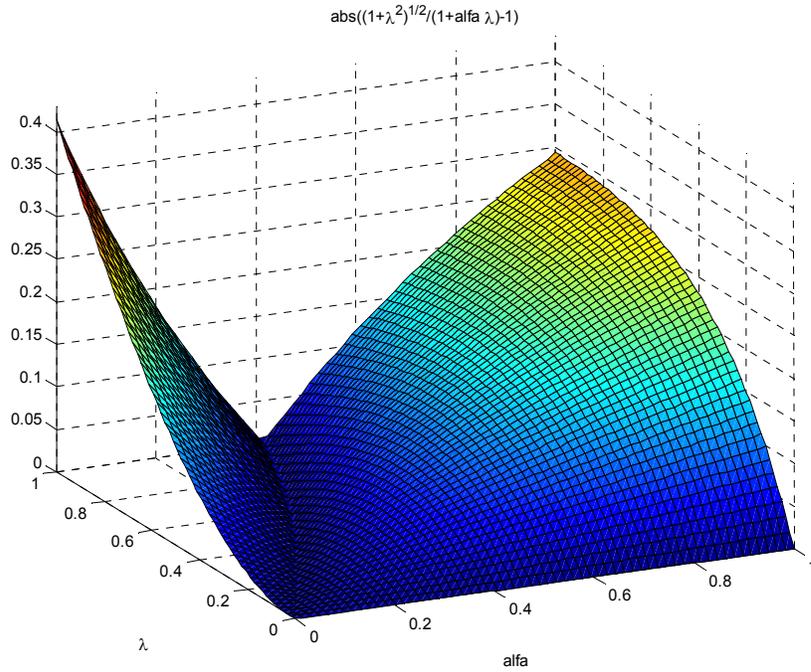


Figura 4-4 – Valor absoluto do erro médio em função de α e λ

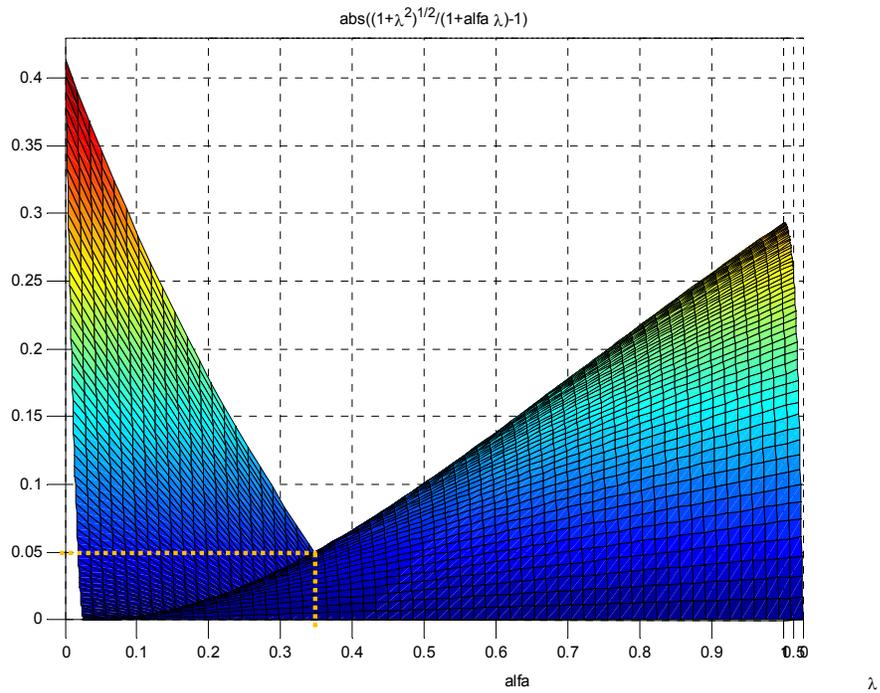


Figura 4-5 – Valor absoluto do erro médio em função de α e λ : projeção no plano $(|\text{Erro}(\alpha, \lambda) - 1|, \alpha)$

Podemos observar o comportamento do erro máximo examinando o gráfico a partir do ângulo que projeta a função no plano ($|\text{Erro}(\alpha, \lambda) - 1|, \alpha$), como ilustrado na Figura 4-5. A partir dela se observa que quando $\alpha = 0,35$ o *maior erro de aproximação*, para quaisquer valores de x e y , será de apenas 5%. Este valor de erro máximo é bastante aceitável, em especial em se tratando de uma estratégia para evitar a não-linearidade proveniente do cálculo da distância euclidiana. Mais ainda, a imprecisão nos dados de entrada do problema, como nos custos dos equipamentos, nos dados dos geradores, o fato óbvio de que as linhas de transmissão não seguem um padrão estritamente retilíneo e que pode haver desvios na construção da rede de integração em relação ao projeto teoricamente ótimo (por questões ambientais, obstáculos naturais etc), torna este erro máximo de aproximação desprezível na prática. Assim, a adoção da aproximação linear com $\alpha = 0,35$ se torna muito atraente.

Com a aproximação linear da distância substitui-se a equação (4-4) do problema de otimização da seção 4.2 pelas restrições:

$$d = \alpha \cdot \bar{d} + (1 - \alpha) \cdot \underline{d} \quad (4-22)$$

$$\bar{d} = dx + dy \quad (4-23)$$

$$\underline{d} = \max (dx, dy) \quad (4-24)$$

$$dx = |x_{\text{orig}(k)} - x_{\text{dest}(k)}| \quad (4-25)$$

$$dy = |x_{\text{orig}(k)} - x_{\text{dest}(k)}| \quad (4-26)$$

A restrição (4-24) pode ser reescrita como:

$$\underline{d} \geq dx \quad (4-27)$$

$$\underline{d} \geq dy \quad (4-28)$$

(4-25) se reescreve como:

$$dx \geq x_{\text{orig}(k)} - x_{\text{dest}(k)} \quad (4-29)$$

$$dx \geq x_{\text{dest}(k)} - x_{\text{orig}(k)} \quad (4-30)$$

E, finalmente, (4-26) se substitui por:

$$dy \geq y_{orig(k)} - y_{dest(k)} \quad (4-31)$$

$$dy \geq y_{dest(k)} - y_{orig(k)} \quad (4-32)$$

O problema simplificado de planejamento da rede de integração apresentado na seção 4.2 é então reescrito como:

$$\text{Min} \sum_{k \in \Omega_c} C_k \cdot z_k \quad (4-33)$$

s. a

$$-\bar{F}_k \cdot w_k \leq f_k \leq \bar{F}_k \cdot w_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-34)$$

$$\text{Pot}_i + \sum_{k \in \Omega_c | \text{dest}(k)=i} f_k - \sum_{k \in \Omega_c | \text{orig}(k)=i} f_k = \text{dem}_i \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-35)$$

$$d_k - z_k \leq M \cdot (1 - w_k) \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-36)$$

$$z_k - d_k \leq M \cdot (1 - w_k) \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-37)$$

$$d_k = \alpha \cdot \bar{d}_k + (1 - \alpha) \cdot \underline{d}_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-38)$$

$$\bar{d}_k = dx_k + dy_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-39)$$

$$\underline{d}_k \geq dx_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-40)$$

$$\underline{d}_k \geq dy_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-41)$$

$$dx_k \geq x_{orig(k)} - x_{dest(k)} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-42)$$

$$dx_k \geq x_{dest(k)} - x_{orig(k)} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-43)$$

$$dy_k \geq y_{orig(k)} - y_{dest(k)} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-44)$$

$$dy_k \geq y_{dest(k)} - y_{orig(k)} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-45)$$

$$0 \leq \text{dem}_i \leq \overline{\text{Dem}}_i \cdot u_i \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-46)$$

$$u_i \leq \sum_{k \in \Omega_c | (\text{orig}(k)=i \text{ ou } \text{dest}(k)=i)} w_k \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-47)$$

$$f_k \in \mathbb{R} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-48)$$

$$z_k, d_k, \bar{d}_k, \underline{d}_k, dx_k, dy_k \in \mathbb{R}^+ \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-49)$$

$$x_i, y_i \in \mathbb{R} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-50)$$

$$w_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-51)$$

$$u_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-52)$$

Este problema pode ser resolvido por técnicas tradicionais de Programação Linear Inteira Mista [10], presentes nos softwares de otimização comerciais [13].

4.4

O problema com custo por quilômetro por fluxo para os condutores

O problema (4-33)-(4-51) formulado na seção anterior apresenta unicamente o custo por quilômetro dos condutores utilizados em cada circuito. Na realidade, o custo por quilômetro de cada condutor depende do fluxo máximo que comporta. Suponha que este custo por quilômetro seja uma função linear do fluxo máximo. A formulação do problema anterior, com apenas um condutor candidato para o circuito que conecta quaisquer dois nós da rede candidata, permanece idêntica, mudando apenas a função objetivo (4-33) para:

$$\text{Min} \sum_{k \in \Omega_c} C_k \cdot z_k \cdot \bar{F}_k \quad (4-53)$$

O coeficiente C_k é agora expresso em reais por quilômetro por MW de capacidade do condutor k .

Na vida real, existe um conjunto de condutores disponíveis para uso nas LTs e não apenas um tipo de condutor para cada conexão. A representação do problema deve ser então estendida para a escolha não somente se haverá uma LT conectando cada par de nós da rede, mas também de qual condutor será utilizado em cada circuito. Esta extensão pode ser obtida de maneira direta considerando a existência de múltiplos circuitos candidatos, cada um deles com uma capacidade máxima de fluxo, conectando cada par de nós, como ilustrado na Figura 4-6.

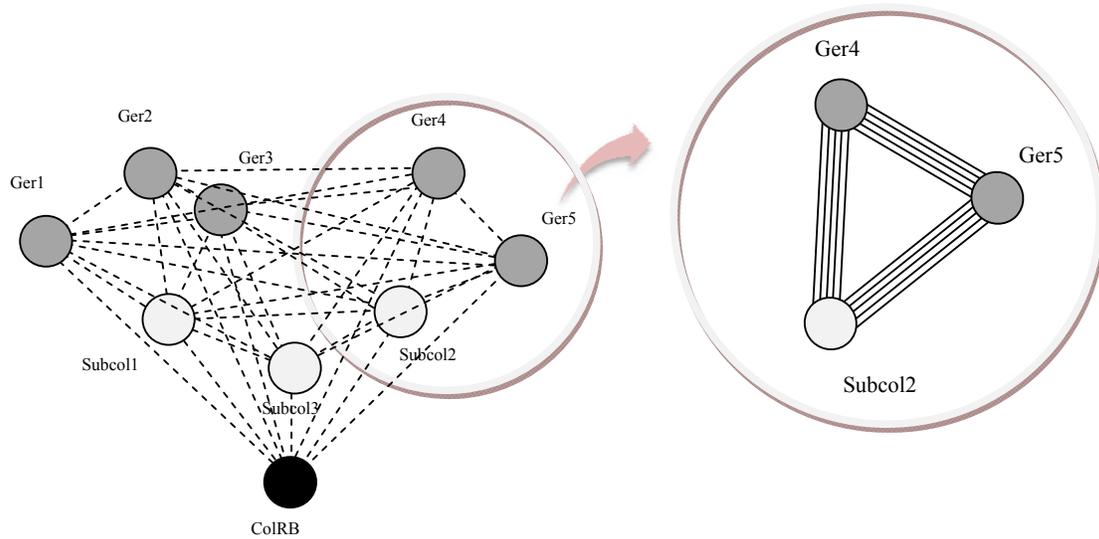


Figura 4-6 – Representação de múltiplos condutores candidatos como circuitos paralelos

A formulação matemática (4-33)-(4-51) segue válida nesta situação. No entanto, na prática, haverá apenas uma LT entre dois nós⁹, a qual usará um dos condutores disponíveis e terá, conseqüentemente, uma dada capacidade máxima de fluxo. Em outras palavras, apenas um dos múltiplos circuitos em paralelo será utilizado e esta restrição pode ser escrita como:

$$(4-54)$$

4.5 A garantia da estrutura em árvore

Note que a introdução no problema de limites de fluxo nos circuitos capazes de restringir o transporte de energia por alguns caminhos da rede já não garante mais que a solução do problema terá uma forma em árvore. Por exemplo, a solução apresentada na Figura 4-7 é uma solução factível de se obter para o

⁹ Não estamos considerando critérios de confiabilidade para os circuitos, os quais poderiam impor a necessidade de existência de circuitos em paralelo.

problema ilustrado inicialmente na Figura 4-2, quando há circuitos candidatos com limite de fluxo.

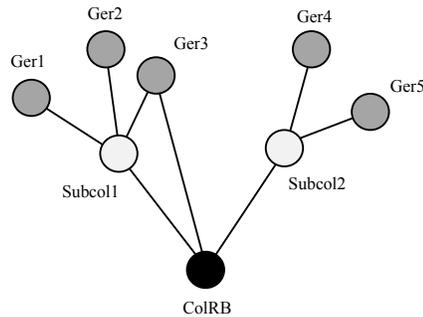


Figura 4-7 – Topologia com *loop*

Desta forma, passa a ser necessária a adição de restrições adicionais ao problema que garantam que a rede ótima terá forma em árvore. Mais que isso, deve garantir explicitamente que as folhas da árvore são geradores e que as raízes são coletoras da Rede Básica. Visto de outra forma, rede ótima deve apresentar uma estrutura de concentração (ou coleta) de fluxos em uma quantidade menor (ou pelo menos igual) de circuitos quando se caminha no sentido geradores → coletoras da Rede Básica.

Para resolver este inconveniente, vamos desmembrar cada variável binária w_k em duas outras variáveis binárias: w_k^{pos} e w_k^{neg} , onde w_k^{pos} estará associada ao fluxo no sentido $orig(k) \rightarrow dest(k)$ enquanto que w_k^{neg} estará associada ao fluxo no sentido $dest(k) \rightarrow orig(k)$. Por exemplo, se $w_k^{pos} = 0$ significa que não haverá fluxo no circuito k no sentido $orig(k) \rightarrow dest(k)$; caso contrário, este fluxo será permitido.

Para cada nó da rede (intermediário ou não), os circuitos candidatos se conectam a ele terão as variáveis binárias apresentadas no exemplo da Figura 4-8:

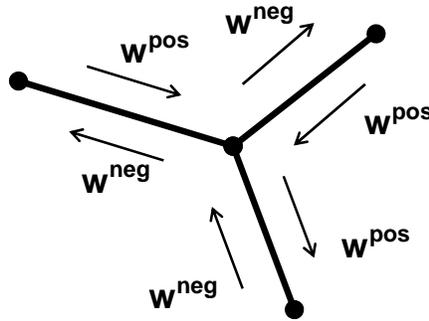


Figura 4-8 – Exemplo de variáveis adicionais para restrição de saída única em cada nó da rede

Agora é possível incluir, para cada nó da rede, um conjunto de restrições garantindo que somente haverá saída de fluxo por um único circuito dentre todos a ele conectados. Estas restrições se escrevem como:

$$\sum_{k \in \Omega_c | \text{orig}(k)=i} w_k^{pos} + \sum_{k \in \Omega_c | \text{dest}(k)=i} w_k^{neg} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-55)$$

$$-\bar{F}_k \cdot w_k^{neg} \leq f_k \leq \bar{F}_k \cdot w_k^{pos} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-56)$$

$$w_k^{pos} + w_k^{neg} = w_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-57)$$

$$w_k^{pos}, w_k^{neg} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-58)$$

A restrição de limite de fluxo (4-56) substitui (4-34) na formulação do problema. Observe que (4-55)-(4-58) limitam que cada nó terá um único circuito de saída de fluxo, mas não impõe qualquer restrição ao número de circuitos que injetam fluxo neste nó.

Como os fluxos devem obrigatoriamente sair dos nós que representam os geradores e entrar nos nós que representam coletoras da Rede Básica – nunca no sentido oposto –, restrições do tipo (4-59) podem ser consideradas com o objetivo de melhorar a formulação.

$$w_k^{neg} = 0 \quad \forall k \in \Omega_c | \text{Pot}(\text{orig}(k)) > 0 \text{ ou } \overline{\text{Dem}}_{\text{dest}(k)} > 0 \quad (4-59)$$

Isto será válido se todos os circuitos $k1$ candidatos conectados ao nó i que representa um gerador tiverem como definição $i = \text{orig}(k1)$. Analogamente,

todos os circuitos k_2 candidatos conectados ao nó j que representa uma coletora da Rede Básica devem ter como definição $j = \text{dest}(k_2)$.

4.6

Formulação alternativa aos circuitos candidatos em paralelo

A formulação do problema com a consideração de múltiplos circuitos em paralelo representando os distintos condutores disponíveis faz crescer significativamente o número de variáveis inteiras no problema (crescimento linear com o número de condutores). Além disto, durante a solução do problema com técnicas de Programação Linear-Inteira Mista envolvendo Branch & Bound [10], esta formulação apresentará relaxações lineares com um número grande de variáveis binárias com valores fracionários, o que resulta em *Lower Bounds* fracos conjuntamente com a necessidade de exploração de um número muito grande de nós da árvore do Branch & Bound. Isto torna a convergência do método de busca pela solução ótima muito lenta em casos realistas.

Uma modelagem alternativa àquela que usa circuitos em paralelo seria considerar que os condutores se ajustam ao fluxo no circuito. Ou seja, para um determinado fluxo f em um circuito qualquer, poderíamos utilizar um condutor cuja capacidade máxima de fluxo é exatamente igual a f . Seria como se houvesse uma quantidade infinita de condutores disponíveis, os quais formariam uma função contínua de capacidades, em contraste aos limites discretos de capacidade existentes na vida real.

Conhecidos os custos por quilômetro e capacidades dos diversos condutores disponíveis, é possível construir a função discreta do custo dos cabos em função do fluxo. A Figura 4-9 ilustra esta função, que tem forma de escada, bem como a regressão linear para ela. Esta regressão linear corresponde a um condutor equivalente que possui um custo fixo (dado pelo intercepto da reta com o eixo do custo, denominado CF_{cir_k}) e um custo por quilômetro variável – linearmente – com o fluxo (dado pelo coeficiente linear da reta, denominado CV_{cir_k}).

Por meio da consideração do condutor equivalente, com custo fixo mais custo por quilômetro por fluxo, é possível abandonar a representação do problema que utiliza diversos circuitos em paralelo e voltar à formulação que utiliza um

único circuito candidato (que será dado pelo condutor equivalente) conectando quaisquer dois nós da rede.

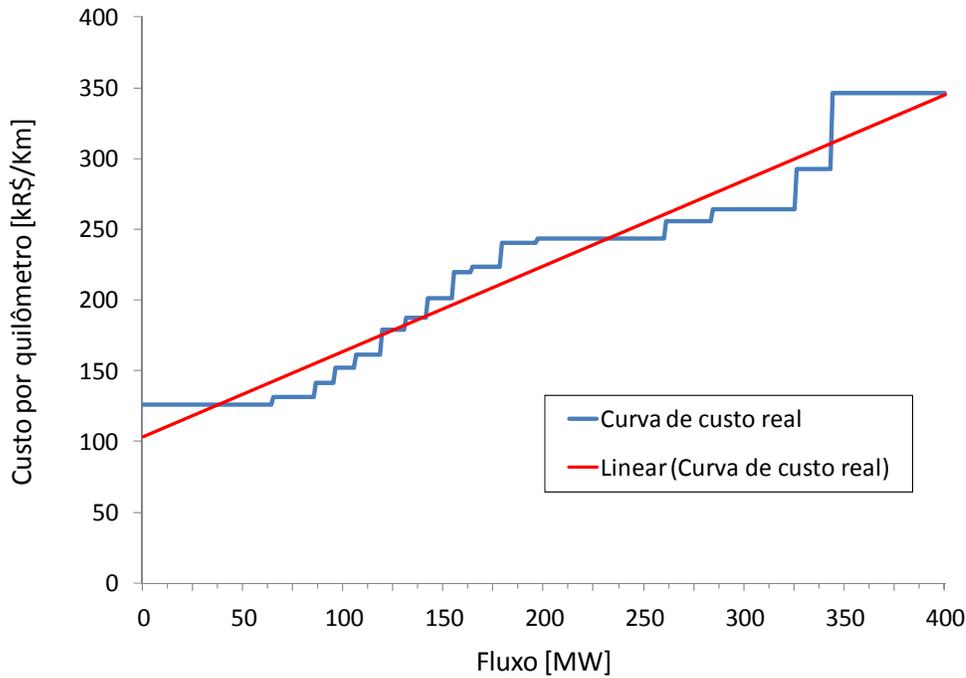


Figura 4-9 – Custo dos condutores em função da capacidade máxima de fluxo e respectiva regressão linear

O uso do condutor equivalente é um artifício de aproximação empregado com o objetivo de evitar as dificuldades de solução provenientes da formulação Linear Inteira com os vários circuitos em paralelo.

Nesta nova formulação usando uma regressão linear para a função discreta de custo em função do fluxo, a função objetivo (4-53) passa a ser escrita como:

$$\text{Min} \sum_{k \in \Omega_c} (CV_{\text{cir}_k} \cdot |f_k| + CF_{\text{cir}_k} \cdot w_k) \cdot z_k \quad (4-60)$$

Como já feito anteriormente, a função módulo do fluxo ($|f_k|$ ou f_{abs_k}) pode ser desmembrada em duas restrições:

$$f_{\text{abs}_k} \geq f_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-61)$$

$$f_{\text{abs}_k} \geq -f_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-62)$$

$$f_{\text{abs}_k} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-63)$$

A nova função objetivo (4-60) apresenta a multiplicação das variáveis de decisão z_k pelas variáveis f_{abs_k} e w_k o que torna o problema não-linear e não convexo. O problema, que era Linear Inteiro Misto, torna-se Não-Linear Inteiro Misto, o que traz dificuldades para a solução do problema, como a não garantia de otimalidade (mínimos locais). Os principais softwares de otimização comerciais, como o Xpress [13], que foi empregado neste trabalho, permitem resolver este tipo de problema, sem a garantia de otimalidade.

Do ponto de vista prático, ao se testar as duas opções de formulação (circuitos em paralelo com PLIM contra condutor único equivalente com PNLIM) para resolver diversas instâncias, observou-se que a representação com condutor equivalente é bastante mais eficiente em termos de busca pela solução ótima. O inconveniente da possibilidade de mínimos locais pode ser contornada de maneira aceitável adotando-se uma estratégia que envolve a interação entre o planejador da rede e a ferramenta (modelo matemático) de planejamento:

1. Resolver o problema;
2. Analisar a solução ótima e seu custo;
3. Proibir a solução encontrada em (2) e voltar a (1).

A repetição destes passos por quantas vezes se julgar conveniente, garante ao planejador da rede um maior conhecimento sobre como a topologia da rede impacta em seu custo total. Com isto ele consegue de maneira fácil ganhar sensibilidade sobre os custos da rede e selecionar a configuração de menor custo ou que atenda algum outro critério ou combinação de critérios.

Nem sempre a rede de menor custo técnico é a mais barata de se construir. Por exemplo, questões ambientais – não contabilizadas – podem facilmente tornar uma configuração matematicamente ótima em uma opção menos atraente. Isto reforça ainda mais o fato de que a interação entre o planejador e o modelo matemático é fundamental para o processo decisório e torna a abordagem proposta atraente. É importante frisar neste ponto que o fato de se adotar uma estratégia que não é apenas a de usar uma ferramenta tipo “caixa preta”, a qual daria diretamente a solução ótima para o problema, de forma alguma fere a alguns princípios fundamentais, como transparência, isenção e reprodutibilidade de resultados, esperados quando se aplica um modelo matemático em um problema de planejamento.

Outro ponto interessante é que, uma vez obtida uma solução para o problema (que consiste na topologia, na decisão de uso de subestações subcoletoras, no posicionamento das mesmas e nos fluxos em cada circuito) utilizando-se a aproximação decorrente da consideração do condutor equivalente (usando no problema os coeficientes obtidos a partir da regressão da função de custo dos condutores), é possível voltar aos condutores originais com limite de capacidade discretos e, por simples inspeção, determinar qual deles deve ser empregado. A metodologia de solução passa ter duas fases:

- (a) Resolve-se o problema com a aproximação linear para a função discreta de custo dos condutores;
- (b) A partir dos valores de fluxo em cada circuito na solução aproximada, determina-se, por inspeção, qual o condutor real candidato deve ser utilizado, obtendo-se a solução real e atualizando-se o custo total da rede.

4.7

A inclusão dos custos das entradas de linha

Como visto na seção 2.2 e exemplificado na Tabela 2-3, além do custo por quilômetro para cada tipo de condutor, a instalação das linhas de transmissão gera um custo adicional correspondente a suas duas entradas de linha, uma em cada extremidade. Este custo é um valor fixo, independente do comprimento do circuito. Assim, a incorporação do custo das entradas de linha de cada circuito faz-se de maneira imediata somando-se este custo ao custo fixo CF_{cir_k} proveniente da regressão linear para obtenção do condutor equivalente.

4.8

O problema com custo fixo das subestações subcoletoras

Consideremos agora que as subestações subcoletoras têm um custo fixo de construção. Isto significa considerar que sempre que um nó que corresponde a uma subcoletora candidata for utilizado haverá um custo fixo extra a ser contabilizado.

Vamos então introduzir no problema a variável sub_i , associada ao subconjunto $\Omega_{sub} \subset \Omega_s$, que indicará se a subestação i é construída ou não (se i

for construída então $sub_i = 1$; caso contrário, $sub_i = 0$). Note que um nó intermediário candidato i , ao qual sub_i está associado, será construído sempre que ao menos um (na verdade, ao menos dois) dos circuitos candidatos que estejam conectados a i forem construídos. Isto é equivalente à restrição:

$$sub_i \geq w_k \quad \forall i \in \Omega_{sub}, \forall k \in \Omega_c | (\text{orig}(k) = i \text{ ou } \text{dest}(k) = i) \quad (4-64)$$

$$sub_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-65)$$

A variável lógica que indica a construção ou não da subcoletora sub_i não precisa necessariamente ser definida como binária no problema. Isto porque, como haverá um custo fixo associado à construção desta subcoletora, a solução do problema de minimização sempre buscará fazer $sub_i = 0$ quando a construção da mesma não for economicamente atraente. Em outras palavras, se nenhum circuito candidato que se conecta à subcoletora candidata i for selecionado, a restrição (4-64) ficará como $sub_i \geq 0$ e o problema de otimização se encarregará prontamente de fazer $sub_i = 0$ para minimizar o custo da rede. Por outro lado, se há um caminho selecionado que passe por i , então haverá pelo menos uma restrição do tipo $sub_i \geq 1$ e o problema de otimização fará $sub_i = 1$ para minimizar o custo.

A nova função objetivo do problema de otimização com custo fixo de construção das subestações subcoletoras ($CFsub_i$) é dada por:

$$\text{Min} \sum_{k \in \Omega_c} (CVcir_k \cdot f_abs_k + CFcir_k \cdot w_k) \cdot z_k + \sum_{i \in \Omega_{sub}} CFsub_i \cdot sub_i \quad (4-66)$$

Com a introdução no problema de variáveis de decisão associadas à construção de subcoletoras, algumas restrições adicionais podem ser adicionadas ao problema para tornar sua formulação mais eficiente:

$$\sum_{k \in \Omega_c | (\text{orig}(k)=i \text{ ou } \text{dest}(k)=i)} w_k \geq 3 \cdot sub_i \quad \forall i \in \Omega_{sub} \quad (4-67)$$

$$\sum_{k \in \Omega_c} w_k \geq Nger + \sum_{i \in \Omega_{sub}} sub_i \quad (4-68)$$

$$sub_i \leq sub_j \quad \forall i, j \in \Omega_{sub} | \quad (4-69)$$

$$(i < j \text{ e } CFsub_i = CFsub_j)$$

A restrição (4-67), aplicada a todas as subcoletoras candidatas, reforça o fato de que estas subestações, quando construídas, devem assumir um papel de coletar injeções e não apenas de passagem. Em outras palavras, se uma subcoletora é construída, então pelos menos três circuitos a ela conectados devem ser construídos, nunca apenas dois (que faria dela uma subestação de passagem).

A restrição (4-68) faz uso da observação de que o número de arcos de uma árvore qualquer é maior ou igual ao número de nós (N_{ger} é o número de geradores no problema).

As desigualdades (4-69) são de precedência para o espaço de busca e se aplicam a todas as subcoletoras candidatas que apresentem o mesmo custo fixo de construção. Isto é, quando duas ou mais subcoletoras candidatas têm o mesmo custo fixo, elas são equivalentes (lembre-se que na montagem do problema define-se um número de subcoletoras candidatas e estabelecem-se todas as conexões entre todos os nós, portanto há muita simetria na rede em relação a estas subestações) e podemos arbitrar uma ordem de escolha: primeiro a de maior índice i , depois a de segundo maior índice i e assim por diante.

4.9

O problema com custo variável das subestações subcoletoras em função do número de conexões

Além do custo fixo de construção, as subestações subcoletoras apresentam ainda um custo variável em função do número de *bays* que possuem. Dito de outra forma, o número de conexões em uma subcoletora determinará o espaço físico ocupado por ela: quanto mais conexões, mais cara será esta subestação. Como exemplificado pela tabela Tabela 2-4, os custos dos diferentes tipos de subestações subcoletoras são dados em função do número de conexões (*bays*).

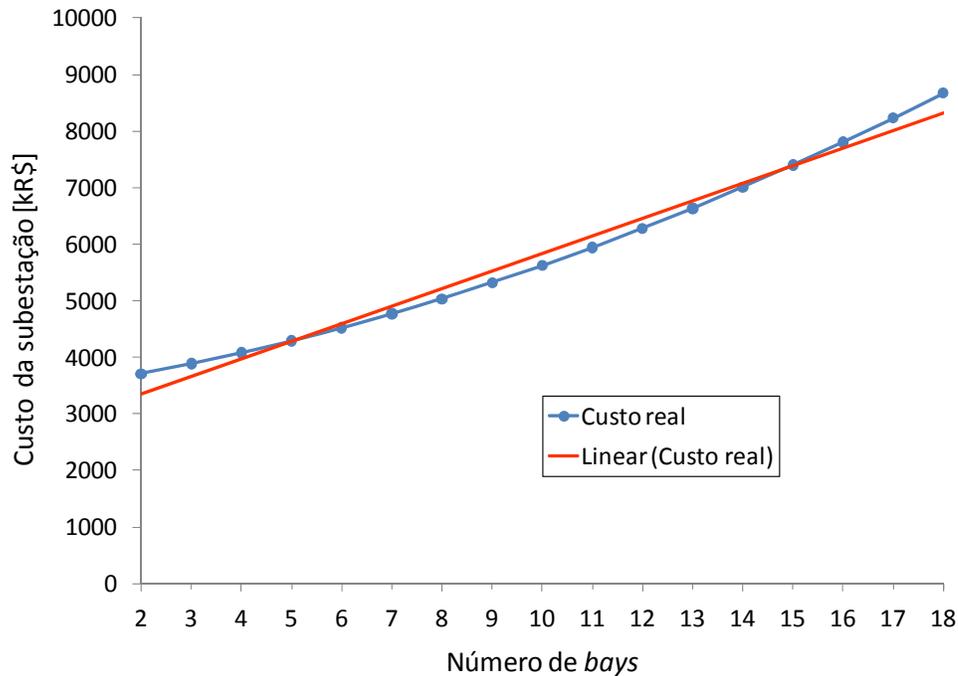


Figura 4-10 – Custo das subestações em função do número de bays e respectiva regressão linear

A partir destes dados, de forma análoga ao que foi feito para se obter as parcelas fixa e variável do custo do condutor equivalente, é possível obter, através de uma regressão linear nos dados, o custo fixo de construção da subcoletora (CF_{sub_i}) e também seu custo variável em função do número de conexões (CV_{sub_i}), como ilustrado na Figura 4-10.

Para a consideração da parcela de custo variável das subcoletoras (CV_{sub_i}) basta incluirmos um termo adicional na função objetivo do problema, passando a mesma de (4-66) para (4-70):

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{k \in \Omega_c} (CV_{cir_k} \cdot f_{abs_k} + CF_{cir_k} \cdot w_k) \cdot z_k + & (4-70) \\ & \sum_{i \in \Omega_{sub}} sub_i \cdot CF_{sub_i} + \\ & \sum_{i \in \Omega_{sub}} CV_{sub_i} \cdot \sum_{k \in \Omega_c | (orig(k)=i \text{ ou } dest(k)=i)} w_k \end{aligned}$$

Para cada subcoletora i , o termo $\sum_{k \in \Omega_c | (\text{orig}(k)=i \text{ ou } \text{dest}(k)=i)} W_k$ indica o número de circuitos que a ela se conectam. Portanto, este termo é exatamente o número de *bays* que cada subcoletora – se construída – terá.

Assim como explicado para o caso da aproximação decorrente da consideração do condutor equivalente, é também possível, uma vez resolvido o problema usando o custo linearizado para as subestações subcoletoras, identificar por inspeção o número de conexões em cada subcoletora e com isto determinar seu custo real considerando a função original de custo por quantidade de *bays*. Esta parte, juntamente com a inspeção dos fluxos para determinar o condutor real em cada circuito, faria também parte da fase (b) da metodologia de solução apresentada na seção 4.6.

4.10

O problema com custo das subestações de transformação

Consideremos agora que cada nó da rede está associado a um nível de tensão. Temos, portanto, uma estrutura $Tens(i)$ que indica o nível de tensão de cada nó i da rede (seja gerador, subcoletora candidata ou coletora da Rede Básica).

Como introduzido na seção 2.5, quando dois nós de níveis de tensão distintos se conectam, significa implicitamente que há elevação de tensão entre eles e, portanto, fisicamente uma subestação de transformação será construída entre estes nós. A subestação de transformação construída entre dois nós deverá ser do mesmo nível de tensão que o nó de baixa tensão. Ou seja, se há uma conexão na rede entre um nó cuja tensão é de 138 kV e outro cuja tensão é de 230 kV, a subestação de transformação que deve ser construída entre eles é de 138 kV.

Como também já dito na seção 2.5, o custo das subestações de transformação varia com o seu nível de tensão e é função do número de *bays*, como ocorre com as subestações subcoletoras.

Para representar a construção das subestações de transformação, assim como feito para as subcoletoras candidatas, vamos introduzir a variável binária $trans_{i,t}$, que indicará se será construída uma subestação de nível de tensão t associada ao nó i . Esta subestação irá acomodar os transformadores que elevarão a tensão de

um nível t para o nível $Tens(i)$ (se $trans_{i,t}$ for construída, então $trans_{i,t} = 1$; caso contrário, $trans_{i,t} = 0$).

Observe que a condição para a construção de uma subestação de transformação associada ao nó i , para acomodar os transformadores que elevarão a tensão de um nível t para o nível $Tens(i)$, é existir ao menos uma conexão entre i e um outro nó qualquer de tensão t (sendo $t < Tens(i)$). Matematicamente, teremos:

$$trans_{i,t} \geq w_k \quad \forall i \in \Omega_s, \forall k \in \Omega_c \{ \text{dest}(k) = i \text{ e } Tens(i) \neq Tens(\text{orig}(k)) = t \} \quad (4-71)$$

Para que a restrição (4-71) seja de fato válida, é obrigatória a adoção da seguinte convenção:

$\forall k \in \Omega_c$, conectando as barras i e j :

- se $Tens(i) < Tens(j) \Rightarrow \text{orig}(k) = i$ e $\text{dest}(k) = j$
- se $Tens(i) > Tens(j) \Rightarrow \text{orig}(k) = j$ e $\text{dest}(k) = i$
- se $Tens(i) = Tens(j) \Rightarrow$ não importa quem é $\text{orig}(k)$ e quem é $\text{dest}(k)$

Esta convenção está baseada no fato de o fluxo na rede de integração seguir necessariamente no sentido de menor nível de tensão para o de maior nível de tensão.

É inclusive possível tirar proveito desta informação para adicionar mais uma restrição válida que restringe o espaço de busca de solução:

$$w_k^{\text{neg}} = 0 \quad \forall k \in \Omega_c \{ Tens(\text{orig}(k)) < Tens(\text{dest}(k)) \} \quad (4-72)$$

Com a restrição (4-72) proíbem-se explicitamente os fluxos no sentido $\text{dest}(k) \rightarrow \text{orig}(k)$ (do nó de maior nível de tensão para o nó de menor tensão) quando estes dois nós tiverem tensões diferentes.

Voltando à questão dos custos das subestações de transformação, uma vez que se conhece a variável lógica que indica a construção ou não de uma subestação de transformação associada ao nó i , para acomodar os transformadores que elevarão a tensão de um nível t para o nível $Tens(i)$, basta modificarmos a função objetivo (4-70) de forma a incluir o custo correspondente, de maneira

análoga ao feito para o custo das subcoletoras candidatas. Associada a cada subestação de transformação haverá um custo fixo de construção (CF_{tran_t}) e um custo variável em função do número de *bays* (CV_{tran_t}), tal qual visto para as subcoletoras.

A parcela da função objetivo associada ao custo variável de construção das subcoletoras em função do número de *bays* que apresentem, escrita em (4-70) como $\sum_{i \in \Omega_{sub}} CV_{sub_i} \cdot \sum_{k \in \Omega_c | (orig(k)=i \text{ ou } dest(k)=i)} W_k$, deverá agora considerar todas as conexões possíveis levando em conta a diferenciação entre circuitos provenientes de nós de mesmo nível de tensão e de nós de níveis de tensão diferentes.

Para cada subcoletora i , a obtenção do número de conexões provenientes de nós de nível de tensão diferente do de i é exatamente igual ao número de subestações de transformação $trans_{i,t}$ construídas. Ou seja, se vários circuitos conectam nós de nível de tensão $t1$ à subcoletora candidata i , eles se concentram na subestação de transformação de i que elevará a tensão do nível $t1$ ao nível $Tens(i)$ e haverá uma conexão associada a $trans_{i,t1}$ (se $trans_{i,t1} = 1$ conta-se uma conexão; caso contrário, esta subestação de transformação não é construída e, portanto, não se contabiliza a conexão de i com nós de nível de tensão $t1$). De forma análoga, se vários circuitos conectam nós de nível de tensão $t2$ à subcoletora candidata i , eles se concentram na subestação de transformação de i que elevará a tensão do nível $t2$ ao nível $Tens(i)$ e haverá uma conexão associada a $trans_{i,t2}$. E assim por diante. O número de conexões deste tipo associadas à subcoletora i será então dado por $\Delta_i = \sum_{t \in \Omega_t} trans_{i,t}$, onde Ω_t é o conjunto de todos os níveis de tensão dos equipamentos considerados na rede de integração (ex: 13,8 kV, 69 kV, 138 kV, 230 kV etc).

Para cada subcoletora i , o número de conexões provenientes de nós de mesmo nível de tensão que aquele apresentado em i é dado por $\sum_{k \in \Omega_c | dest(k)=i \text{ e } Tens(orig(k))=Tens(dest(k))} W_k$. Dentre todas as conexões com o nó i que apresentam o mesmo nível de tensão em suas extremidades, além daquelas que têm como nó de destino o nó i , há ainda as que têm i como nó de origem em sua definição. O número de conexões deste tipo é dado por $\sum_{k \in \Omega_c | ori(k)=i \text{ e } Tens(orig(k))=Tens(dest(k))} W_k$. Portanto, o número de conexões com o nó i que apresentam o mesmo nível de tensão em suas extremidades é obtido por

$\sum_{k \in \Omega_c | [ori(k)=i \text{ ou } dest(k)=i] \text{ e } Tens(orig(k))=Tens(dest(k))} w_k$. Para completar o número total de conexões, devemos contabilizar as conexões que têm origem no nó i e que têm como destino um nó j de nível de tensão diferente (maior) do nível de i , totalizando $\sum_{k \in \Omega_c | ori(k)=i \text{ e } Tens(orig(k)) \neq Tens(dest(k))} w_k$. Assim, escrevemos o número de conexões que chegam no nó i (sem passar por uma subestação de transformação) ou que saem do nó i como:

$$\begin{aligned} \Psi_i &= \sum_{k \in \Omega_c | [ori(k)=i \text{ ou } dest(k)=i] \text{ e } [Tens(orig(k))=Tens(dest(k))]} w_k \\ &+ \sum_{k \in \Omega_c | [ori(k)=i] \text{ e } [Tens(orig(k)) \neq Tens(dest(k))]} w_k \\ &= \sum_{k \in \Omega_c | \left\{ \begin{array}{l} [ori(k)=i \text{ ou } dest(k)=i] \text{ e } [Tens(orig(k))=Tens(dest(k))] \\ \text{ou} \\ [ori(k)=i] \text{ e } [Tens(orig(k)) \neq Tens(dest(k))] \end{array} \right\}} w_k \end{aligned}$$

Finalmente, o número de *bays* da subcoletora i é escrito como $\Delta_i + \Psi_i$ e sobre esta soma se aplica o custo variável de construção da subcoletora (CV_{sub_i}), totalizando a parcela $\sum_{i \in \Omega_{sub}} CV_{sub_i} \cdot (\Delta_i + \Psi_i)$.

A função objetivo (4-70) é modificada por (4-73) de forma a levar em conta a existência de subestações de transformação no cálculo do número de conexões para fins de obtenção do custo variável de construção de cada subcoletora:

$$\begin{aligned} \text{Min} \sum_{k \in \Omega_c} (CV_{cir_k} \cdot f_{abs_k} + CF_{cir_k} \cdot w_k) \cdot z_k & \quad (4-73) \\ + \sum_{i \in \Omega_{sub}} sub_i \cdot CF_{sub_i} \\ + \sum_{i \in \Omega_{sub}} CV_{sub_i} \cdot (\Delta_i + \Psi_i) \end{aligned}$$

Onde:

$$\Delta_i = \sum_{t \in \Omega_t} trans_{i,t} \quad (4-74)$$

$$\Psi_i = \sum_{k \in \Omega_c} w_k \quad (4-75)$$

$$\{[\text{orig}(k)=i \text{ ou } \text{dest}(k)=i] \text{ e } [\text{Tens}(\text{orig}(k))=\text{Tens}(\text{dest}(k))]\}$$

$$\text{ou}$$

$$\{[\text{orig}(k)=i] \text{ e } [\text{Tens}(\text{orig}(k)) \neq \text{Tens}(\text{dest}(k))]\}$$

$$\text{trans}_{i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_s, \forall t \in \Omega_t \quad (4-76)$$

Sendo:

Ω_t Conjunto de todos os níveis de tensão dos equipamentos considerados na rede de integração (ex: 13,8 kV, 69 kV, 138 kV, 230 kV etc).

Falta ainda a incorporação da parcela referente aos custos com a construção das subestações de transformação associadas a cada subcoletora: custo fixo (CFtran_t) e custo variável (CVtran_t).

A parcela de custo fixo se aplica sempre que for construída uma subestação de transformação associada ao nó i e que eleve¹⁰ a tensão do nível t ao nível Tens(i), para todo nível de tensão t presente na rede de integração. A construção desta subestação é dada pela variável $\text{trans}_{i,t}$ e, portanto, a parcela referente ao custo fixo de construção das subestações de transformação associadas à subcoletora i é obtida através de $\sum_{t \in \Omega_t | t < \text{Tens}(i)} \text{trans}_{i,t} \cdot \text{CFtran}_t$.

Já a parcela variável de custo da subestação de transformação se obtém contabilizando o seu número de conexões. Existe uma conexão da subestação de transformação de nível t à subcoletora i a qual está associada, dada pela variável $\text{trans}_{i,t}$ (se $\text{trans}_{i,t} = 1$ então há esta conexão; caso contrário, esta conexão não existe). Além desta conexão, devemos contar todas as conexões que têm como nó de destino a subcoletora i e são provenientes de nós de níveis de tensão inferior a Tens(i), o que significa que, na verdade, se conectam a uma subestação de transformação da subcoletora i , e não a i diretamente. Para cada nível de tensão t existente na rede, este número é dado por $\sum_{k \in \Omega_c | \text{Tens}(\text{orig}(k))=t \text{ e } \text{dest}(k)=i} w_k$. O número de conexões da subestação de transformação associada à variável $\text{trans}_{i,t}$ será, portanto, $\Phi_{i,t} = \text{trans}_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_c | \text{Tens}(\text{orig}(k))=t \text{ e } \text{dest}(k)=i} w_k$. Isto significa que o custo com o número de *bays* da subestação de transformação associada a variável $\text{trans}_{i,t}$ será dado por $\text{CVtran}_t \cdot \Phi_{i,t}$. Somando para todos os diversos

¹⁰ A elevação de tensão significa que $t < \text{Tens}(i)$.

níveis de tensão da rede de integração que são inferiores ao nível $Tens(i)$ da subcoletora i , chegamos ao custo que depende do número de conexões $\sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} CVtran_t \cdot \Phi_{i,t}$.

O custo total das subestações de transformação associadas a cada subcoletora i é definido pela soma da parcela de custo fixo com a parcela de custo variável com o número de conexões. Esta soma é dada por $\sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} trans_{i,t} \cdot CFtran_t + \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} CVtran_t \cdot \Phi_{i,t} = \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} [trans_{i,t} \cdot CFtran_t + CVtran_t \cdot \Phi_{i,t}]$.

A parcela total da rede (isto é, totalizado para todas as subcoletoras) referente aos custos com a construção das subestações de transformação pode ser então escrita como $\sum_{i \in \Omega_s} \{ \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} [trans_{i,t} \cdot CFtran_t + CVtran_t \cdot \Phi_{i,t}] \}$. Acrescentando este novo termo à (4-73), a função objetivo do problema passa a incorporar o custo das subestações de transformação e se escreve como:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{k \in \Omega_c} (CVcir_k \cdot z_k \cdot f_abs_k + CFcir_k \cdot w_k) & (4-77) \\ & + \sum_{i \in \Omega_{sub}} sub_i \cdot CFsub_i \\ & + \sum_{i \in \Omega_{sub}} CVsub_i \cdot (\Delta_i + \Psi_i) \\ & + \sum_{i \in \Omega_s} \left\{ \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} [trans_{i,t} \cdot CFtran_t + CVtran_t \cdot \Phi_{i,t}] \right\} \end{aligned}$$

Onde:

$$\Phi_{i,t} = trans_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_c | Tens(orig(k))=t \text{ e } dest(k)=i} w_k \quad (4-78)$$

4.11

A consideração dos custos dos transformadores

Os transformadores, instalados nas subestações de transformação da rede de integração, têm um perfil de custo semelhante aos condutores: seu custo varia de

acordo com a capacidade máxima de fluxo que comporta, como exemplificado na Tabela 2-6. Além disso, há diferentes transformadores, um para cada conversão de tensão (de 13,8 kV para 138 kV, de 138 kV para 230 kV etc). Cada um deles apresenta também um custo distinto em função da capacidade. A Figura 4-11 apresenta um exemplo destes custos em função do fluxo comportado para transformadores 13,8 kV/138 kV.

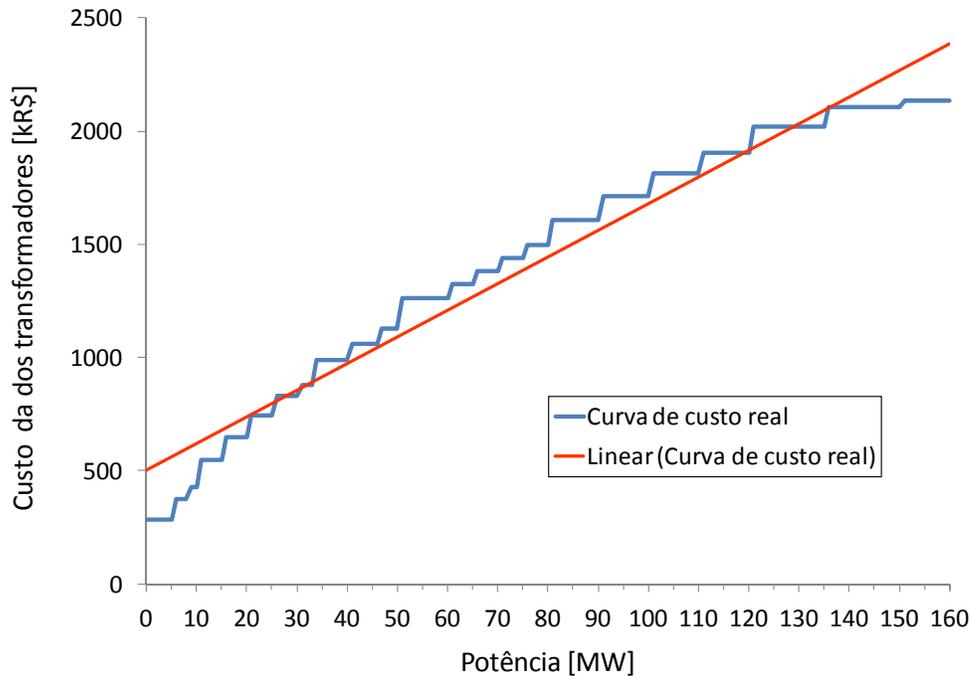


Figura 4-11 – Custo dos transformadores 13,8 kV/138 kV em função da capacidade máxima de fluxo

Novamente é possível ajustar uma regressão linear aos dados de custos dos transformadores obtendo, para cada tipo de transformador (tensão de baixa/tensão de alta), um custo fixo de instalação, $CF_{trafo_{t_1,t_2}}$, e um custo variável em função do fluxo, $CV_{trafo_{t_1,t_2}}$, onde t_1 e t_2 são as tensões de baixa e alta do transformador, respectivamente.

Para incluir estes custos de transformadores à formulação do problema não é necessária a inclusão de nenhuma nova variável de decisão ou restrição, apenas modificar a função objetivo (4-77) para:

$$\begin{aligned}
\text{Min } & \sum_{k \in \Omega_c} (CVcir_k \cdot f_{abs_k} + CFcir_k \cdot w_k) \cdot z_k & (4-79) \\
& + \sum_{i \in \Omega_{sub}} sub_i \cdot CFsub_i \\
& + \sum_{i \in \Omega_{sub}} CVsub_i \cdot (\Delta_i + \Psi_i) \\
& + \sum_{i \in \Omega_s} \left\{ \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} [trans_{i,t} \cdot CFtran_t + CVtran_t \cdot \Phi_{i,t}] \right\} \\
& + \sum_{i \in \Omega_s} \left\{ \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} trans_{i,t} \cdot CFtrafo_{t,Tens(i)} \right\} \\
& + \sum_{\substack{k \in \Omega_c \\ Tens(orig(k)) \neq Tens(dest(k))}} CVtrafo_{Tens(orig(k)),Tens(dest(k))} \cdot f_{abs_k}
\end{aligned}$$

A penúltima parcela de (4-79), $\sum_{i \in \Omega_s} \left\{ \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} trans_{i,t} \cdot CFtrafo_{t,Tens(i)} \right\}$, está associada ao custo fixo dos transformadores: sempre que se conectam nós de diferentes níveis de tensão, é construída uma subestação de transformação (associada à variável $trans_{i,t}$) e nela se instala um transformador. Assim, se $trans_{i,t} = 1$, acrescenta-se o custo fixo do transformador.

Finalmente, o custo variável do transformador em função do fluxo (na formulação, o fluxo efetivo e não o máximo) corresponde à última parcela de (4-79), $\sum_{k \in \Omega_c | Tens(orig(k)) \neq Tens(dest(k))} CVtrafo_{Tens(orig(k)),Tens(dest(k))} \cdot f_{abs_k}$.

Os custos das conexões de baixa e alta tensão de cada tipo de transformador (exemplificados na Tabela 2-7) considerado no planejamento podem ser incorporados ao problema de maneira trivial: somando-os ao valor de custo fixo proveniente da regressão linear dos custos.

Assim como explicado para o caso da aproximação decorrente da consideração do condutor equivalente e da função linear para o custo das subcoletoras com respeito ao número de *bays*, adiciona-se mais uma componente (a aproximação linear dos custos dos transformadores) à metodologia de duas fases apresentada na seção 4.6.

Depois de obtida a solução para o problema com as aproximações lineares, verifica-se o fluxo em cada circuito e obtém-se da tabela original de custo dos transformadores seu custo real.

4.12 Custo das perdas na transmissão

Como mencionado na seção 2.2, a resistência de cada condutor permite calcular as perdas ôhmicas na LT. Para um dado fluxo f em MW em uma LT de comprimento d km e resistência r %/km, a perda p também em MW é dada por:

$$p = r \times d \times \left(\frac{f}{100}\right)^2$$

Portanto, a perda em MW por km é dada por:

$$\frac{p}{d} = r \times \left(\frac{f}{100}\right)^2$$

Assumindo um custo de energia em R\$/MWh igual a C_{energia} e um número equivalente de horas por ano de uso dos equipamentos de transmissão igual a H_{equiv} (por exemplo, associado ao número de horas nos meses da safra das usinas de biomassa, ajustado pelo fator de carga dos equipamentos), o custo das perdas em R\$ por km é dado por:

$$C_{\text{perdas_por_km}} = r \times \left(\frac{f}{100}\right)^2 \times C_{\text{energia}} \times H_{\text{equiv}}$$

Definidos C_{energia} e H_{equiv} , como cada condutor disponível tem um valor de resistência r distinto (e conhecido), para um dado fluxo f , cada condutor terá um custo de perdas em R\$ por km também distinto. Se discretizarmos o fluxo f de zero até o limite do condutor de maior capacidade (por exemplo, em intervalos de 1MW), podemos pré-calcular o custo das perdas em R\$ por km para cada discretização de fluxo e para cada condutor disponível.

Esta observação é extremamente útil quando recordamos que cada condutor apresenta um custo por km conhecido e que, como proposto na seção 4.6, a função de custo dos circuitos por km pode ser aproximada por uma função linear do fluxo. Assim, para cada discretização de fluxo f , somamos o custo do condutor em R\$ por km para cada um dos condutores (que comportam o fluxo f , obviamente) com o custo das perdas também em R\$ por km que fora pré-calculado e selecionamos aquele de menor custo total (custo do condutor + custo de perdas):

este será o condutor econômico para um fluxo f . Para ser mais correto, como o custo das perdas se repete a cada ano e o custo do condutor se dá apenas no momento de construção da rede de integração, a soma deve ser feita como: custo das perdas \times fator de recuperação de capital + custo do condutor, com o fator de recuperação de capital dado por:

$$\text{fator de recuperação} = \Gamma \cdot \left[\frac{(\Gamma)^{\text{Nanos}} - 1}{\Gamma - 1} \right]$$

Sendo:

$$\Gamma = \frac{1}{\left(1 + \frac{\text{tx_desc}}{100}\right)}$$

Onde:

tx_desc Taxa de desconto anual em %

Nanos Número de anos para amortização de custos

A função de custo total em R\$ por km (dada pela soma do custo do condutor + custo de perdas \times fator de recuperação de capital) correspondente a cada condutor econômico para cada discretização de fluxo f é então utilizada para a construção da regressão linear proposta na seção 4.6 para a obtenção do custo fixo por km (CF_{cir_k}) e do custo variável por quilômetro por fluxo (CV_{cir_k}), tal qual apresentado na Figura 4-9. Deste ponto em diante, a metodologia segue a mesma.

É interessante notar que as perdas na transmissão, ainda que decorrentes de uma função quadrática do fluxo, não introduz nenhuma dificuldade adicional ao problema. O custo das perdas é trivialmente tratado na preparação dos dados e passa a ser considerado no planejamento da rede de integração de forma natural.

4.13 Formulação completa

O problema completo de planejamento da rede de integração, considerando todos os seus componentes, características e custos, pode ser formulado a partir da consolidação dos desenvolvimentos apresentados nas seções anteriores deste capítulo. O problema de Programação Não-Linear Inteiro Misto completo é então formulado como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } & \sum_{k \in \Omega_c} (CVcir_k \cdot f_abs_k + CFcir_k \cdot w_k) \cdot z_k & (4-80) \\
 & + \sum_{i \in \Omega_{sub}} sub_i \cdot CFsub_i \\
 & + \sum_{i \in \Omega_{sub}} CVsub_i \cdot (\Delta_i + \Psi_i) \\
 & + \sum_{i \in \Omega_s} \left\{ \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} [trans_{i,t} \cdot CFtran_t + CVtran_t \cdot \Phi_{i,t}] \right\} \\
 & + \sum_{i \in \Omega_s} \left\{ \sum_{t \in \Omega_t | t < Tens(i)} trans_{i,t} \cdot CFtrafo_{t,Tens(i)} \right\} \\
 & + \sum_{\substack{k \in \Omega_c | \\ Tens(orig(k)) \neq Tens(dest(k))}} CVtrafo_{Tens(orig(k)),Tens(dest(k))} \cdot f_abs_k
 \end{aligned}$$

s. a

$$- \bar{F}_k \cdot w_k^{neg} \leq f_k \leq \bar{F}_k \cdot w_k^{pos} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-81)$$

$$w_k^{pos} + w_k^{neg} = w_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-82)$$

$$Pot_i + \sum_{k \in \Omega_c | dest(k)=i} f_k - \sum_{k \in \Omega_c | orig(k)=i} f_k = dem_i \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-83)$$

$$d_k - z_k \leq M \cdot (1 - w_k) \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-84)$$

$$z_k - d_k \leq M \cdot (1 - w_k) \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-85)$$

$$d_k = \alpha \cdot \bar{d}_k + (1 - \alpha) \cdot \underline{d}_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-86)$$

$$\bar{d}_k = dx_k + dy_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-87)$$

$$\underline{d}_k \geq dx_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-88)$$

$$\underline{d}_k \geq dy_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-89)$$

$$dx_k \geq x_{orig(k)} - x_{dest(k)} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-90)$$

$$dx_k \geq x_{dest(k)} - x_{orig(k)} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-91)$$

$$dy_k \geq y_{orig(k)} - y_{dest(k)} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-92)$$

$$dy_k \geq y_{dest(k)} - y_{orig(k)} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-93)$$

$$0 \leq dem_i \leq \overline{Dem}_i \cdot u_i \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-94)$$

$$u_i \leq \sum_{k \in \Omega_c | (orig(k)=i \text{ ou } dest(k)=i)} w_k \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-95)$$

$$\sum_{k \in \Omega_c | orig(k)=i} w_k^{pos} + \sum_{k \in \Omega_c | dest(k)=i} w_k^{neg} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-96)$$

$$f_{abs_k} \geq f_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-97)$$

$$f_{abs_k} \geq -f_k \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-98)$$

$$sub_i \geq w_k \quad \forall i \in \Omega_{sub}, \forall k \in \Omega_c | (orig(k) = i \text{ ou } dest(k) = i) \quad (4-99)$$

$$w_k^{neg} = 0 \quad \forall k \in \Omega_c | Pot(orig(k)) > 0 \text{ ou } \overline{Dem}_{dest(k)} > 0 \quad (4-100)$$

$$\sum_{k \in \Omega_c | (orig(k)=i \text{ ou } dest(k)=i)} w_k \geq 3 \cdot sub_i \quad \forall i \in \Omega_{sub} \quad (4-101)$$

$$\sum_{k \in \Omega_c} w_k \geq Nger + \sum_{i \in \Omega_{sub}} sub_i \quad (4-102)$$

$$sub_i \leq sub_j \quad \forall i, j \in \Omega_{sub} | (i < j \text{ e } CFsub_i = CFsub_j) \quad (4-103)$$

$$trans_{i,t} \geq w_k \quad \forall i \in \Omega_s, \forall k \in \Omega_c | \{dest(k) = i \text{ e } Tens(i) \neq Tens(orig(k)) = t\} \quad (4-104)$$

$$w_k^{neg} = 0 \quad \forall k \in \Omega_c | Tens(orig(k)) < Tens(dest(k)) \quad (4-105)$$

$$\Delta_i = \sum_{t \in \Omega_t} trans_{i,t} \quad (4-106)$$

$$\Psi_i = \sum_{k \in \Omega_c | \{[orig(k)=i \text{ ou } dest(k)=i] \text{ e } [Tens(orig(k))=Tens(dest(k))]\} \text{ ou } [orig(k)=i] \text{ e } [Tens(orig(k)) \neq Tens(dest(k))]\}} w_k \quad (4-107)$$

$$\Phi_{i,t} = trans_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_c | Tens(orig(k))=t \text{ e } dest(k)=i} w_k \quad (4-108)$$

$$f_k \in \mathbb{R} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-109)$$

$$f_{\text{abs}_k} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-110)$$

$$z_k, d_k, \bar{d}_k, \underline{d}_k, dx_k, dy_k \in \mathbb{R}^+ \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-111)$$

$$x_i, y_i \in \mathbb{R} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-112)$$

$$w_k, w_k^{\text{pos}}, w_k^{\text{neg}} \in \{0,1\} \quad \forall k \in \Omega_c \quad (4-113)$$

$$u_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-114)$$

$$\text{sub}_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_s \quad (4-115)$$

$$\text{trans}_{i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_s, \quad (4-116)$$

$$\forall t \in \Omega_t$$

A implementação desta formulação matemática no software de otimização comercial Xpress, que conta com técnicas para a resolução de problemas Não-Lineares Inteiros Mistos como este (ainda que sem a garantia de otimalidade), permitiu resolver problemas reais de planejamento da rede de integração para usinas de biomassa e PCHs no Brasil, como será apresentado no próximo capítulo.