3
Descrição do problema de planejamento da rede

3.1
A topologia da rede e sua relação com a abordagem de solução

Apresentando a rede de integração como um grafo, os geradores são seus nós de origem. Como a geração das usinas parte dos nós de origem e deve percorrer um caminho até chegar à Rede Básica, trata-se de um grafo orientado. As coletoras da Rede Básica são, portanto, os nós de destino deste grafo orientado. O grafo pode apresentar ainda nós intermediários, representados pelas subestações subcoletoras. As linhas de transmissão são os arcos do grafo.

As subestações de transformação (sejam elas localizadas junto às usinas, junto às subcoletoras ou junto às coletoras da Rede Básica) não precisam ser representadas explicitamente como nós do grafo, o que simplifica a sua modelagem. Basta apenas considerar que cada nó tem um nível de tensão definido (igual à tensão da subestação que representa) e que sempre que um arco conectar dois nós de tensões diferentes há implicitamente uma subestação de transformação junto ao nó de tensão mais alta. A Figura 3-1 ilustra esta equivalência.

Nesta representação simplificada deve-se levar em conta os custos das subestações de transformação (em função de seu nível de tensão e número de conexões) e de seus transformadores (em função de sua capacidade e de suas conexões).

Do ponto de vista apenas da transmissão de energia elétrica, o problema pode ser formulado como de Fluxo de Potência Linearizado. Desta forma, para uma dada topologia definida da rede e definidas as localizações geográficas de todas as suas subestações (nós do grafo), o problema se converte num modelo simples de fluxo em rede. Este problema simplificado de determinação apenas do caminho dos fluxos pode ser formulado e resolvido facilmente como um problema de Programação Linear [10].

Observe que a estrutura da rede de integração ilustrada na Figura 3-1 é mais particular do que tão somente a de um grafo orientado; ela apresenta uma topologia em forma de árvore. As folhas desta árvore são geradores, enquanto que a sua raiz é a coletora da Rede Básica. Isto é válido para o caso de haver ou não subcoletoras intermediárias. É válido ainda quando se permite conectar um gerador a outro (neste caso, um ou mais geradores deixam de ser folhas). Na situação em que há duas coletoras da Rede Básica disponíveis para a conexão de um grupo de geradores, ou se formará uma única árvore com uma das coletoras como raiz ou se formarão duas árvores disjuntas, cada uma delas tendo uma das coletoras como raiz. Uma observação análoga é válida para o caso em que um número maior de coletoras da Rede Básica está disponível: existe a possibilidade de formação de várias árvores.

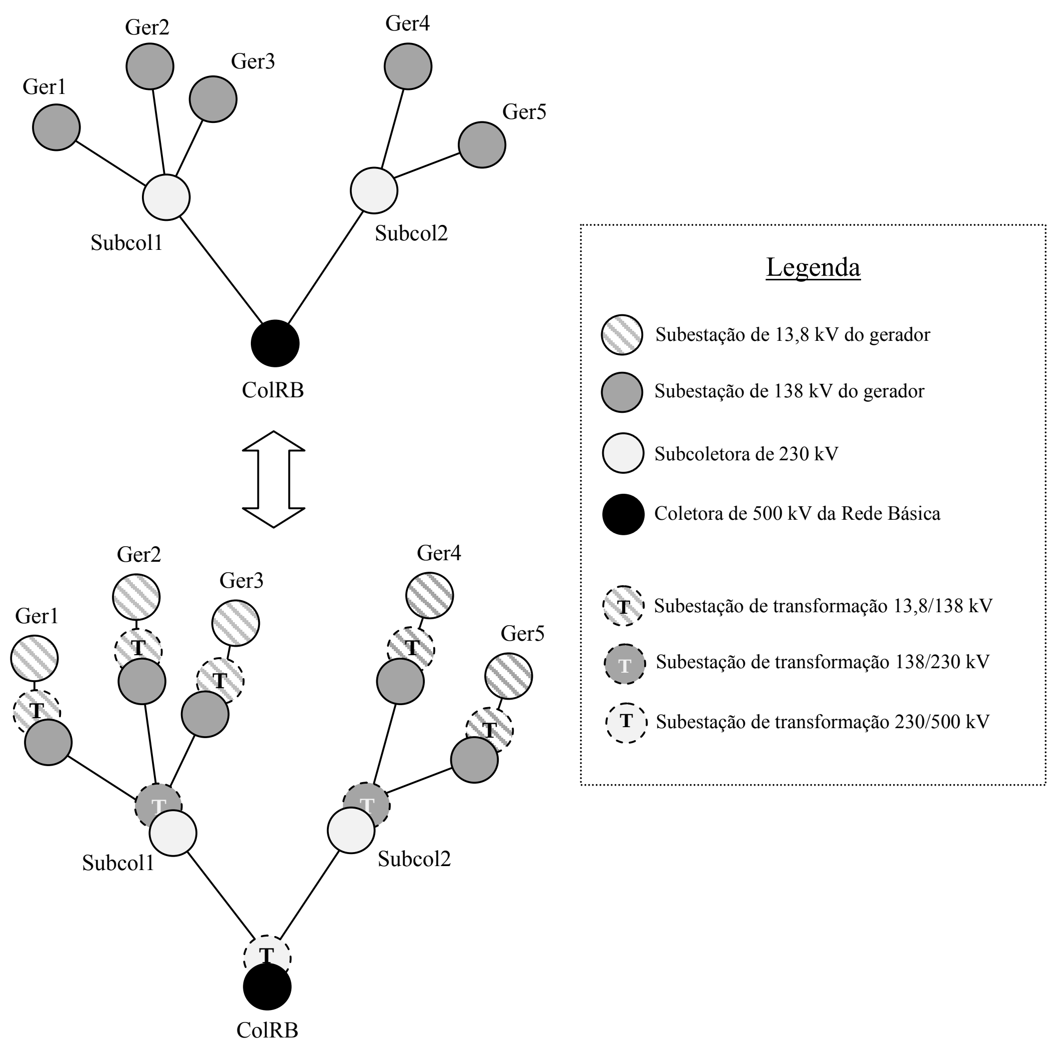

Figura 3-1 – Representação implícita das subestações de transformação

Esta topologia em árvore, também dita “radial”, não apresenta laços (*loops*), o que é de grande relevância na formulação do problema. Isto porque permite uma modelagem que considere apenas a 1ª Lei de Kirchoff (também conhecida como Lei dos Nós), que já faz parte dos problemas tradicionais de fluxo em rede, e evita a representação da 2ª Lei de Kirchoff (também conhecida como Lei das Malhas), que traria dificuldades adicionais ao problema. Outro aspecto interessante é que dada uma topologia em forma de árvore, a determinação dos fluxos em cada circuito pode ser feita de maneira imediata por inspeção, sem a necessidade de resolver qualquer problema de otimização. Sendo assim, as perdas ôhmicas na transmissão (função quadrática do fluxo em cada circuito) correspondentes aos fluxos definidos em cada circuito são também calculadas trivialmente.

Uma dificuldade do problema abordado nesta tese é que não se trata apenas de determinar os fluxos em uma rede já existente, mas sim determinar a topologia da rede em si, que envolve a decisão sobre a criação de nós de passagem intermediários (subcoletoras) e a determinação das ligações de todos os nós da rede (circuitos, representados como arcos do grafo), em conjunto com a localização livre no plano dos nós intermediários criados e com a determinação dos fluxos em cada circuito.

3.2 Problemas relacionados na literatura

Este tipo de problema, conhecido como Problema de Árvore de Steiner Euclidiano (pois utiliza a distância euclidiana como norma), tem sido extensivamente tratado na literatura desde o século 17, quando foi originalmente proposto por Pierre de Fermat, até a atualidade. O Problema de Árvore de Steiner Euclidiano traz muitas semelhanças com o problema proposto nesta tese, mas se limita a encontrar a topologia da árvore que conecte entre si alguns dados nós de localização conhecida, com a possibilidade de criação de nós intermediários (nós de Steiner), de forma a minimizar o comprimento total dos arcos.

Os problemas de Álvore de Steiner se enquadram na classe de problemas de Otimização Combinatória NP-completo e são, portanto, de difícil solução (quando o número de nós considerados cresce o número de topologias possíveis cresce muito rapidamente).

Observe que o Problema de Árvore de Steiner Euclidiano não trata de fluxo em rede, apenas da determinação da topologia e localização dos nós (intermediários) de Steiner que conecte todos os nós com distância mínima. No problema original de Árvore de Steiner não são considerados quaisquer custos para os nós intermediários nem custos diferenciados para os arcos (o problema pode ser visto tendo um custo por quilômetro de cada arco, mas este custo é igual e constante para todos eles).

Dentre as muitas generalizações do Problema de Árvore de Steiner Euclidiano propostas na literatura, uma em particular se assemelha bastante ao problema desta tese. Em 1967, E. N. Gilbert propôs um modelo de Rede de Steiner Euclidiano como um problema de fluxo em rede onde cada arco está associado a uma capacidade máxima de fluxo e a um custo por unidade de distância que é função desta capacidade. O objetivo deste problema é, dado uma topologia e um conjunto de capacidades para cada arco, definir a rede que minimize o seu custo, formado pelos produtos entre a distância de cada arco e seu custo por distância, que é função da capacidade do arco.

Nos casos em que a topologia da rede tem forma de árvore, a generalização ficou conhecida como Problema de Árvore de Gilbert-Steiner. As referências a este problema tratam do caso particular em que cada nó de Steiner tem cardinalidade igual a três, isto é, possui exatamente três arcos conectados a ele. Apesar das semelhanças, o Problema de Árvore de Gilbert-Steiner é bastante mais simplificado que o problema desta tese, não representando todas as dificuldades da formulação real.

Outras generalizações do Problema de Árvore de Steiner representam características presentes no problema de interesse desta tese, mas nenhum deles engloba todas ao mesmo tempo. É o caso, por exemplo, dos problemas de Árvore de Steiner com Custo nos Nós (*Node-Weighted Steiner Tree Problem*) e de Árvore de Steiner com Dependência no Grau (*Degree-Dependent Steiner Tree Problem*). O primeiro representa os custos fixos dos nós, que se ajusta ao fato de que as subestações de transmissão do nosso problema têm um custo fixo de construção. O segundo considera que há uma parcela dos custos da rede que é função do número de circuitos incidentes a cada nó, que representa o fato de que cada subestação de transmissão do nosso problema tem um custo variável associado ao número de linhas que chegam nela (custos dos *bays*). Cada caso particular do problema de Steiner apresenta por si só dificuldades relevantes para a solução.

3.3 A contribuição da tese

A representação conjunta de todas as características do problema real proposto nesta tese, onde algumas delas estão presentes na literatura e outras não, é o desafio e também a contribuição deste trabalho. A motivação deste trabalho é resolver problemas reais de determinação de redes de transmissão com as características supracitadas, visando minimizar o custo total do investimento de construção da rede.

A abordagem empregada neste trabalho consiste na formulação de um problema de Programação Não-Linear Inteira Mista, onde todas as restrições são lineares. Como se trata de um problema complexo, a inclusão na formulação de restrições válidas que reduzam a região viável do problema é de especial importância para que seja possível obter soluções em tempo aceitável e tem, portanto, papel relevante nesta tese. Outro aspecto importante deste trabalho, e que será apresentado em detalhe a seguir, está na proposta de uma aproximação linear para o cálculo das distâncias, que reduz significativamente a dificuldade do problema. Além disto, foi possível demonstrar analiticamente que a aproximação linear da distância apresenta um erro que pode ser controlado e ser limitado a no máximo 5% no pior caso, o que é totalmente aceitável, dadas todas as incertezas envolvidas no planejamento. Com uma formulação robusta, foi então possível resolver diversas instâncias reais do problema utilizando um software de otimização comercial de Programação Não-Linear Inteira Mista. Do ponto de vista da otimização, como a função objetivo do problema apresenta multiplicação de variáveis e não é possível garantir que ela seja convexa, existe a possibilidade de que a solução resultante seja um ótimo local. Entretanto, para os casos analisados, as soluções obtidas mostraram-se adequadas sob o ponto de vista de planejamento das redes de integração. A formulação proposta permitiu incorporar ao problema os custos das perdas ôhmicas nos circuitos sem a necessidade de adição de novos termos não-lineares.