PUGA

83

CARLOS ALBERTO DE ALMEIDA

DESENVOLVIMENTO DE UM MATERIAL FOTOELÁSTICO
COM MULTI MÓDULOS DE ELASTICIDADE

TESE DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

Rio, Agosto de 1976

REMOBILIZAÇÃO DE DOCUMENTOS
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Rua Marquês de São Vicente, 494 - 22460
Rio de Janeiro - Brasil

CARLOS ALBERTO DE ALMEIDA

DESENVOLVIMENTO DE UM MATERIAL FOTOELÁSTICO
COM MULTI MÓDULOS DE ELASTICIDADE

Tese apresentada ao Departamento de
Engenharia Mecânica como parte dos
requisitos para obtenção do título
de Mestre em Ciências.

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

Rio, Agosto de 1976

À minha esposa
A meus pais.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Henner Alberto Gomide pelos conhecimentos adquiridos em Fotoelasticidade Experimental e pelo interesse e dedicação na orientação deste trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica na pessoa de todos os seus Professores.

Ao Instituto Tecnológico da Universidade Católica, através dos funcionários da Oficina Mecânica, que tornaram possível a confecção de modelos e aparelhos utilizados.

Ao Conselho Nacional de Pesquisas, ao Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior, pela ajuda financeira e material, possibilitando a realização do curso de Mestrado na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

RESUMO

O desenvolvimento de um modelo fotoelástico com módulo de elasticidade variável, é o objeto deste trabalho. O material utilizado foi obtido a partir da resina epoxi (CY-205-CIBA) com a combinação dos endurecedores anidrido ftálico e anidrido maleico.

Obtidas as curvas de nível do módulo de elasticidade, temperatura crítica e coeficiente de dilatação térmica para materiais com diferentes partes em peso dos endurecedores, pode-se escolher por superposição dessas curvas materiais com mesma temperatura crítica e expansão térmica a essa temperatura. Feita a colagem dos materiais, foi analisado o efeito das tensões térmicas durante o aquecimento até alcançarem a "temperatura de congelamento" (crítica) e discutidos os resultados.

Este trabalho destina-se à fotoelasticidade tri-dimensional para análise e congelamento de tensões em materiais com diferentes módulos de elasticidade, minimizando-se os efeitos causados por diferenças nos coeficientes de dilatação térmica.

Palavras chave: modelo fotoelástico, módulo de elasticidade variável, coeficiente de dilatação térmica, temperatura crítica, tensões térmicas, temperatura de congelamento.

ABSTRACT

The present work deals with the development of the photoelastic model with variable modulus of elasticity. The experiment material was prepared from an epoxi resin (CY-205) with the hardener phtalic anhydride and maleic anhydride.

The nomogrames of the modulus of elasticity, critical temperature and thermal expansion coefficient were obtained for different parts by weight of hardener and by superposition of these curves were selected materials with the same critical temperature and corresponding thermal expansion coefficient. These materials were bound together and the effects of thermal stresses was analised during the heating till they reach the "freezing temperature" and the results are subsequently discussed.

This work is intended for three-dimensional experiments with analyses and "frozen stress" in photoelastic material with different modulus of elasticity to minimize the different thermal expansion effects.

Key words: photoelastic model, variable modulus of elasticity, thermal expansion coefficient, critical temperature, thermal stresses, freezing temperatures.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	vi
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE ABREVIATURAS E NOTAÇÕES	viii
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 - OBTENÇÃO DO MATERIAL	
1.1 - Material utilizado	2
1.2 - Fundição, Tratamento térmico e usinagem	2
CAPÍTULO 2 - PROPRIEDADES FÍSICAS	
2.1 - Módulo de elasticidade	4
2.2 - Temperatura crítica	7
2.3 - Coeficiente de dilatação térmico	10
CAPÍTULO 3 - ESCOLHA DOS MATERIAIS	
3.1 - Critérios para obtenção do modelo com multi módulos de elasticidade	20
3.2 - Colagem dos materiais	21
3.3 - O material composto	22
CAPÍTULO 4 - AVALIAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	23
CONCLUSÕES	31
APÊNDICE A	33
APÊNDICE B	44
APÊNDICE C	53
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Fig.1	Dimensões gerais das placas obtidas da fundição	3
Fig.2	Fases do tratamento térmico dos materiais	3
Fig.3	Dispositivo para flexão de barras	4
Fig.4	Gráfico de $P(\text{kg})$ em função da flexa $y(\text{mm})$ para a composição 20PA-15MA	5
Fig.5	Nomograma do módulo de elasticidade $E(\text{kg/cm}^2)$ em função de PA e MA	6
Fig.6	Variação do valor da franja $K(\text{kg/cm})$ com a temperatura 25PA-30MA	7
Fig.7	Nomograma da temperatura crítica $T_C(^{\circ}\text{C})$, em função de PA e MA	9
Fig.8	Componentes do sistema de medição	10
Fig.9	Corpo do dilatômetro	11
Fig.10	Montagem de conjunto do equipamento	11
Fig.11	Esquema para medição da dilatação térmica	12
Fig.12	Variação da dilatação relativa $(\Delta L/L_0)$ aparente com a temperatura $T(^{\circ}\text{C})$, para a composição 25PA-15MA	15
Fig.13	Variação de $\alpha^*(1/^{\circ}\text{C})$ com PA, para MA constante	17
Fig.14	Variação de $\alpha^*(1/^{\circ}\text{C})$ com MA, para PA constante	18
Fig.15	Nomograma de $\alpha^*(1/^{\circ}\text{C})$, à temperatura de 140°C , em função de PA e MA	19
Fig.16a	Variação da dilatação relativa $(\Delta L/L_0)$ aparente para os materiais 1(25PA-22.4MA) e 2(29.4PA-27.1MA)	23
Fig.16b	Variação do valor da franja $K(\text{kg/cm})$ em função da temperatura $T(^{\circ}\text{C})$ para os materiais 1(25PA-22.4MA) e 2(29.4PA-27.1MA)	24
Fig.16c	Variação de $P(\text{kg})$ com a flexa $y(\text{mm})$ para os materiais 1(25PA-22.4MA) e 2(29.4PA-27.1MA)	24
Fig.17	Discos 1-2 e 2-2 a temperatura ambiente, 25°C	27
Fig.18	Discos 1-2 e 2-2 a 95°C	27
Fig.19	Discos 1-2 e 2-2 a 125°C	28
Fig.20	Discos 1-2 e 2-2 a 138°C	28
Fig.21	Discos 1-2 e 2-2 a 145°C	29
Fig.22	Discos 1-2 e 2-2 a 25°C , após o resfriamento	30

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	Valores do módulo de elasticidade à temperatura crítica	5
TABELA 2	Valores de temperatura crítica $T_c (^{\circ}\text{C})$ para diferentes composições	8
TABELA 3	Valores dos coeficientes de dilatação térmico $\alpha^* (1/^{\circ}\text{C})$ e respectivas temperaturas T_1 e $T_2 (^{\circ}\text{C})$	13
TABELA 4	Coeficiente de dilatação térmico $\alpha^* (1/^{\circ}\text{C})$ a 140°C , para diferentes composições de endurecedores	16
TABELA 5	Módulo de elasticidade dos materiais com temperatura crítica 140°C e coeficiente de dilatação térmico $\alpha^* = 9.0 \times 10^{-5} / ^{\circ}\text{C}$, à temperatura crítica	21
TABELA 6	Comparação entre os valores dos nomogramas e os valores experimentais	25

LISTA DE ABREVIATURAS E NOTAÇÕES

b, ℓ	- comprimento
E	- módulo de elasticidade
I	- momento de inércia
K	- valor da franja
L_0	- comprimento inicial
m	- distancia
M	- carga momento
MA	- anidrido maleico
P	- carga
PA	- anidrido ftálico
pp	- partes em peso
$T, \bar{T}, T_B, T_1, T_2$	- temperatura
T_C	- temperatura crítica
T_0	- temperatura ambiente
x	- variação de posição do raio luminoso
y	- flecha
α_a	- coeficiente de dilatação térmico do aço
α_g	- coeficiente de dilatação térmico aparente
α_m	- coeficiente de dilatação térmico real
$\alpha^*, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	- coeficiente de dilatação térmico
$\beta, \theta, 2\theta$	- angulo
ΔL	- dilatação térmica

INTRODUÇÃO

A investigação de modelos fotoelásticos com módulo de elasticidade variável é de grande importância em Engenharia, tanto na simulação do comportamento mecânico dos elementos estruturais como dos de máquina. O advento da resina epoxi, amplamente aceita como o mais satisfatório material fotoelástico^{5,6,7,9} e, o seu desenvolvimento no Brasil utilizando-se matéria prima nacional⁶, possibilitou o estudo para a construção de modelos fotoelásticos com multi-módulos de elasticidade.

Spooner e Mc Connel⁹ simularam o comportamento da pá de um compressor (aluminio) e do respectivo rotor (aço), através de um protótipo, onde as partes foram fundidas em Bakelite (BT 61-893) e araldite, conseguindo-se uma razão de módulos de elasticidade próxima da real. A análise fotoelástica do modelo foi feita através do carregamento estático à temperatura ambiente.

Dixon¹ utilizando araldite CT-200 com diferentes partes em peso de endurecedores estudou o comportamento mecânico da biela, pistão e pino em um motor de combustão interna, conseguindo razão modular 1:2:1. Para evitar efeitos da temperatura no "congelamento das tensões" obteve as curvas de dilatação térmica, concluindo não serem lineares.

Durelli, Miller e Jones³ utilizando borracha de poliuretano desenvolveram um material com módulo de elasticidade variável, mas com uso restrito a fotoelasticidade plana.

Neste trabalho foram obtidos materiais com mesma temperatura crítica e coeficiente de dilatação térmico a essa temperatura, pela superposição dos respectivos nomogramas. A partir da colagem dos materiais, foi construído um modelo fotoelástico que, aquecido em forno com temperatura controlada foi analisado seu comportamento até a temperatura crítica. Espera-se que as franjas surgidas durante o aquecimento desapareçam - ou assumam valores baixos - quando for alcançada a temperatura de congelamento, garantindo-se assim a não modificação do estado de tensões devido ao carregamento externo.

CAPÍTULO 1 - OBTENÇÃO DO MATERIAL

1.1. - MATERIAL UTILIZADO

A variação das quantidades em peso dos endurecedores anidrido ftálico (PA) e anidrido maleico (MA) junto a resina epoxi modificam as propriedades físicas do material fotoelástico⁶. Assim, foram obtidas trinta e seis composições correspondentes as variações de endurecedores desde 10pp a 35pp, a uma taxa de 5pp, para 100pp de resina. A resina (Araldite CY-205) e o anidrido ftálico (Endurecedor HT-901) foram fornecidos em lotes comerciais pela CIBA-GEIGY S/A e o anidrido maleico pela UCEBEL S/A.

Para que fosse assegurada a homogeneidade nos materiais foram usados componentes de um único lote. Grandes partidas desses componentes, especialmente anidridos, não devem ser mantidos em estoque, já que a sua não utilização por um longo espaço de tempo poderá deteriorá-los pela absorção de água, transformando-se em ácido.

1.2. - FUNDIÇÃO, TRATAMENTO TÉRMICO E USINAGEM

Para a obtenção dos valores das constantes físicas: módulo de elasticidade, temperatura crítica e coeficiente de dilatação térmico foram fundidos materiais em placas utilizando-se moldes conforme procedimento em trabalho recente realizado na PUC⁶, com forma e dimensões mostradas na Figura 1. De uma para outra fundição os moldes devem ser bem limpos com acetona já que uma fina camada de anidridos deposita-se nas paredes de borracha provocando a aderência do novo fundido ao molde. A retirada desta camada é difícil sendo desaconselhável a utilização de um mesmo molde por mais de três fundições.

Fig. 1 - Dimensões gerais das placas obtidas da fundição

O tratamento térmico dos materiais foi feito segundo o gráfico da Figura 2, assegurando-se a cura total do material⁶. Foi observado em materiais com grandes quantidades de endurecedores, especialmente anidrido ftálico, o aparecimento de trincas durante a segunda fase de cura, quando a temperatura atinge 160° . O aparecimento das trincas indica que a proporção que a quantidade de endurecedor é aumentada a velocidade de aquecimento deve ser diminuída para que a temperatura homogenize-se em todo o volume. Durante a obtenção dos valores do coeficiente de dilatação térmico foi também observado esta característica para esses materiais. Reduziu-se então a temperatura máxima durante a cura para um valor 5°C a 10°C acima da temperatura crítica garantindo-se um tratamento térmico normal. As composições 30PA - 30MA, 30PA - 35MA, 35PA - 25MA, 35PA - 30MA e 35PA - 35MA por apresentarem tais inconvenientes devem ter seu uso limitado.

Fig. 2 - Fases do tratamento térmico dos materiais

As barras e o disco, Figura 1, foram usinados com refrigeração intensa. Para as barras foi utilizado serra circular de dimensões 150 x 2,5 x 32mm com velocidade de corte de 480 rpm e avanço 12mm/min. O disco foi usinado em torno mecânico à velocidade de 600 rpm e avanço de 8mm/volta.

CAPÍTULO 2 - PROPRIEDADES FÍSICAS

Módulo de elasticidade, temperatura crítica e coeficiente de dilatação térmico foram as propriedades físicas obtidas neste trabalho onde, a partir desses resultados, escolheram-se materiais para a composição do modelo fotoelástico com multi-módulos de elasticidade.

2.1. - MÓDULO DE ELASTICIDADE

Para a calibração dos valores dos módulos de elasticidade à temperatura crítica das diversas composições foi usado o método de flexão de barras⁶. Foram utilizadas barras obtidas das placas já tratadas termicamente (Fig.1), submetidas à flexão simples e medidas as flexas no centro do vão para diferentes valores de carregamento, conforme Figura 3.

Fig. 3 - Dispositivo para flexão das barras

Da conhecida equação de Resistência dos Materiais para o cálculo da curva elástica no centro do vão tem-se a expressão

$$E = \frac{M \ell^2}{8 I_y}, \text{ onde}$$

$M = P.a$ - momento aplicado em Kg.cm,

ℓ = comprimento do vão em cm,

I - momento de inércia da seção reta em cm^4 ,
 y - valor da flecha no centro do vão - em cm, e

rapidamente chega-se a expressão

$$E = \left(\frac{a l^2}{8 I} \right) \text{tg } \beta$$

onde β é a inclinação da reta no gráfico P(kg) x y(mm) conforme mostra o exemplo da Figura 4.

Fig. 4 - Gráfico de P(kg) em função da flecha y(mm), para a composição 20PA - 15MA.

Tal método permite a obtenção de valores mais confiáveis do módulo de elasticidade. No Apêndice A (pgs. 33-41) encontram-se os gráficos correspondentes as demais composições, e a Tabela 1 apresenta os valores de E, em Kg/cm^2 .

MA \ PA	10	15	20	25	30	35
10	65	115	155	210	265	305
15	120	160	200	260	325	415
20	255	305	365	425	460	380
25	387	450	505	530	415	285
30	490	555	570	475	335	*
35	410	485	445	350	265	205

TABELA - - Valores do Módulo de Elasticidade à temperatura crítica.

A partir desses resultados foram construídos gráficos do módulo de elasticidade em função da quantidade de um dos endurecedores mantida fixa a quantidade do outro. A partir dessas curvas (Figs. A36-7, pgs. 42-3) foram obtidas as curvas de nível para as diferentes composições de PA e MA apresentados na Fig. 5.

Fig. 5 - Nomograma do módulo de elasticidade $E(\text{kg/cm}^2)$, em função de PA e MA.

Comparando-se os resultados com os publicados em recente trabalho⁶ verifica-se que não existem diferenças qualitativas. O valor máximo do módulo de elasticidade ($E = 575 \text{ kg/cm}^2$) e a composição correspondente a esse máximo (20PA - 30MA) estão em concordância. As distorções quantitativas podem ter como principais causas as diferenças na composição da resina e anidridos fornecidos pelos fabricantes e, a precisão nos resultados.

2.2. - TEMPERATURA CRÍTICA

Temperatura crítica é a temperatura mínima necessária para que se garanta o efeito de congelamento das tensões no material¹.

A técnica empregada para a obtenção dos valores de temperatura crítica consiste em carregar diametralmente um disco e, com o valor da ordem de franja obtida no centro do disco, plotar o gráfico da variação do valor da franja com a temperatura⁶. A Figura 6 apresenta um exemplo desta variação. O intervalo entre as temperaturas T_B e T_C , mostrado no gráfico, define uma zona de transição na qual o material apresenta-se em regime viscoelástico com elevado "creep"⁶. No Apêndice B (Tab. B1 - pg.44) encontram-se tabelados os valores experimentais do valor da franja e respectiva temperatura para materiais com diferentes composições de endurecedores.

Fig. 6 - Variação do valor da franja K (kg/cm) com a temperatura T (°C) para a composição 25PA - 30MA.

Os valores da temperatura crítica obtidos para as diversas composições estão apresentados na Tabela 2.

PA MA	10	15	20	25	30	35
10	54	70	85	101	117	128
15	66	77	88	100	111	119
20	70	103	116	130	142	135
25	123	134	147	152	143	120
30	146	155	159	152	127	100
35	133	143	146	137	111	82

TABELA 2 - Valores de temperatura crítica $T_C(^{\circ}\text{C})$ para diferentes composições.

Com os valores da Tabela 2 foram obtidos os gráficos de variação de temperatura crítica em função da quantidade de endurecedores (Apêndice B, Figs.B1-2, pgs. 51 e 52)

Foi construído o nomograma da temperatura crítica para as diversas proporções dos anidridos, mostrado na Fig.7.

Comparativamente com resultados experimentais publicados recentemente⁶ verifica-se que os valores atuais apresentam-se majorados (4% - 7%), porém qualitativamente as curvas de nível apresentam o mesmo comportamento quanto ao valor máximo e respectiva composição. As causas para essa distorção são as mesmas apresentadas em 2.1.

Fig. 7 - Nomograma da temperatura crítica $T_c(^{\circ}\text{C})$, em função de PA e MA.

2.3. - COEFICIENTE DE DILATAÇÃO TÉRMICO

Os valores dos coeficientes de dilatação térmico foram obtidos utilizando-se os princípios do dilatômetro de Edelman. Conforme mostrado na Figura 8, o dilatômetro compõe-se de:

- bomba (LAUDA Thermostat K2-D) com aquecedor e termostato para circulação do líquido (óleo mineral NUJOL) e aquecimento do modelo;
- caixa com o corpo do dilatômetro e termômetro para controle da temperatura do modelo;
- tubo de raios LASER (Spectra Physics-135, 3mw) como fonte de luz;
- anteparo com escala para posicionamento dos raios luminosos e com espelho para fixação da posição inicial.

Fig. 8 - Componentes do sistema de medição.

O corpo do dilatômetro com seus diversos componentes e a foto da montagem do conjunto são mostrados nas Figuras 9 e 10, respectivamente.

Fig. 9 - Corpo do dilatômetro

Fig. 10 - Montagem de conjunto do equipamento

O funcionamento do dilatômetro consiste no posicionamento inicial do conjunto LASER, anteparo e caixa de tal forma que o raio luminoso refletido pelo espelho E_1 coincide com o refletido pelo espelho E_2 . Fica assim assegurada a existência do triângulo retângulo ABC (Fig.11) para uma posição qualquer, tal que

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{x}{m} \quad (2.3.1)$$

onde x é a posição atual do raio luminoso em relação à fixada no início dos experimentos, m a distância do anteparo à haste suporte do espelho e 2θ o ângulo de giro do raio refletido pelo espelho.

Do detalhe A da Figura 9 obtem-se a expressão

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta L}{b} \quad (2.3.2)$$

onde ΔL é a dilatação aparente do material fotoelástico e b a distância do ponto de contato do tope ao eixo de rotação do espelho. A expressão (2.3.2) é aproximada, o valor exato está desenvolvido no Apêndice C (Fig.C1, pg.53). O erro máximo cometido não é superior a 2,5%.

Fig. 11 - Esquema para medição da dilatação térmica

PA-MA	$\alpha_1 \times 10^{-5} (1/^{\circ}\text{C})$	T_1	$\alpha_2 \times 10^{-5} (1/^{\circ}\text{C})$	T_2	$\alpha_3 \times 10^{-5} (1/^{\circ}\text{C})$
10-10	7.65	48 $^{\circ}$	11.8	71 $^{\circ}$	19.6
10-15	7.70	85 $^{\circ}$	18.0	121 $^{\circ}$	22.3
10-20	6.78	79 $^{\circ}$	13.3	111 $^{\circ}$	24.2
10-25	6.86	97 $^{\circ}$	11.1	123 $^{\circ}$	19.7
10-30	6.15	74 $^{\circ}$	7.57	129 $^{\circ}$	10.7
10-35	6.72	75 $^{\circ}$	10.8	140 $^{\circ}$	13.9
15-10	6.26	68 $^{\circ}$	11.5	103 $^{\circ}$	19.1
15-15	7.44	66 $^{\circ}$	11.7	101 $^{\circ}$	23.2
15-20	7.28	91 $^{\circ}$	13.0	118 $^{\circ}$	22.6
15-25	7.00	104 $^{\circ}$	11.2	137 $^{\circ}$	20.9
15-30	6.48	104 $^{\circ}$	9.51	145 $^{\circ}$	18.7
15-35	7.01	104 $^{\circ}$	9.76	158 $^{\circ}$	21.8
20-10	6.04	68 $^{\circ}$	11.2	105 $^{\circ}$	19.6
20-15	6.61	63 $^{\circ}$	9.65	94 $^{\circ}$	19.2
20-20	6.15	85 $^{\circ}$	9.29	118 $^{\circ}$	18.8
20-25	6.15	88 $^{\circ}$	9.29	135 $^{\circ}$	19.5
20-30	6.87	-	6.87	146 $^{\circ}$	15.2
20-35	6.72	115 $^{\circ}$	8.36	142 $^{\circ}$	20.3
25-10	5.93	75 $^{\circ}$	9.15	114 $^{\circ}$	18.9
25-15	6.69	73 $^{\circ}$	10.9	110 $^{\circ}$	19.1
25-20	7.02	90 $^{\circ}$	9.28	128 $^{\circ}$	23.7
25-25	6.04	90 $^{\circ}$	7.59	129 $^{\circ}$	20.0
25-30	8.61	104 $^{\circ}$	11.0	149 $^{\circ}$	21.1
35-35	7.00	63 $^{\circ}$	11.0	124 $^{\circ}$	19.6
30-10	6.15	65 $^{\circ}$	10.4	122 $^{\circ}$	17.8
30-15	7.0	80 $^{\circ}$	12.7	111 $^{\circ}$	19.7
30-20	6.35	87 $^{\circ}$	11.3	123 $^{\circ}$	18.7
30-25	6.48	112 $^{\circ}$	9.08	140 $^{\circ}$	16.1
30-30	6.04	105 $^{\circ}$	13.3	129 $^{\circ}$	23.4
30-35	6.38	85 $^{\circ}$	8.66	116 $^{\circ}$	20.3
35-10	6.02	87 $^{\circ}$	7.50	130 $^{\circ}$	14.2
35-15	6.09	94 $^{\circ}$	7.52	130 $^{\circ}$	18.9
35-20	5.87	67 $^{\circ}$	7.02	116 $^{\circ}$	12.5
35-25	5.49	58 $^{\circ}$	6.70	112 $^{\circ}$	14.2
35-35	5.87	72 $^{\circ}$	8.92	95 $^{\circ}$	19.5

TABELA 3 - Valores dos coeficientes de dilatação térmico α ($1/^{\circ}\text{C}$) e respectivas temperaturas T_1 e T_2 ($^{\circ}\text{C}$)

Relacionando-se as expressões 2.3.1 e 2.3.2 chega-se a

$$\Delta L = \frac{b(\sqrt{x^2 + m^2} - m)}{x} \quad (2.3.3)$$

que foi a equação usada para a obtenção dos gráficos de dilatação térmica, apresentados no Apêndice C, Figs.C2-36, pgs. 54 a 68. Para a escala em que foram construídos os gráficos apresentam-se lineares em três regiões, caracterizando cada uma valores distintos do coeficiente de dilatação térmico. Os valores dos coeficientes obtidos diretamente dos gráficos não são os valores reais. É necessário que se leve em consideração a dilatação da bancada de aço, assim

$$\alpha_m = \alpha_g + \alpha_a, \text{ onde} \quad (2.3.4)$$

α_m é o coeficiente de dilatação térmico real do material, α_g o coeficiente de dilatação aparente obtido diretamente do gráfico e α_a o coeficiente de dilatação térmico do aço ($\alpha_a = 1,15 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$).

Os valores já corrigidos (α_m) para as três regiões e as correspondentes faixas de temperatura são apresentados a Tabela 3.

O coeficiente de dilatação térmico é função da temperatura e, para a obtenção das curvas de nível foi fixado um valor de temperatura e construído o correspondente nomograma. Para cada composição de endurecedores foi calculado o valor do coeficiente de dilatação térmico α^* que representaria o comportamento do material a expansão térmica, se fosse constante. A temperatura inicial (ambiente = T_0) para as medições foi fixada em 25°C . O gráfico da Figura 12 apresenta uma configuração típica da variação uni-dimensional do material com a temperatura. Escolhido um valor da temperatura $\bar{T}$, teremos as seguintes possíveis expressões para α^*

$$\alpha^* = \alpha_1, \quad \text{se } T_0 < \bar{T} < T_1 \quad (2.3.5)$$

$$\alpha^* = \frac{\alpha_1(T_1 - T_0) + \alpha_2(\bar{T} - T_1)}{\bar{T} - T_0} \quad \text{se } T_1 < \bar{T} < T_2 \quad (2.3.6)$$

$$\alpha^* = \frac{\alpha_1(T_1 - T_0) + \alpha_2(T_2 - T_1) + \alpha_3(\bar{T} - T_2)}{\bar{T} - T_0} \quad \text{se } \bar{T} > T_2 \quad (2.3.7)$$

Fig. 12 - Variação da dilatação relativa ($\Delta L/L_0$) aparente com a temperatura $T(^{\circ}\text{C})$, para a composição 25PA - 15MA

Substituindo os valores da Tabela 3 nas expressões 2.3.5, 2.3.5 e 2.3.7 para $\bar{T} = 140^{\circ}\text{C}$, foram obtidos os seguintes valores para α^* .

MA \ PA	10	15	20	25	30	35
10	15.7×10^{-5}	12.0×10^{-5}	11.8×10^{-5}	9.95×10^{-5}	10.1×10^{-5}	7.28×10^{-5}
15	13.3×10^{-5}	14.1×10^{-5}	12.5×10^{-5}	11.3×10^{-5}	11.7×10^{-5}	7.65×10^{-5}
20	13.0×10^{-5}	11.6×10^{-5}	9.47×10^{-5}	9.92×10^{-5}	9.73×10^{-5}	7.74×10^{-5}
25	9.72×10^{-5}	8.57×10^{-5}	8.01×10^{-5}	7.90×10^{-5}	7.11×10^{-5}	8.18×10^{-5}
30	7.26×10^{-5}	7.43×10^{-5}	6.87×10^{-5}	9.36×10^{-5}	9.22×10^{-5}	*
35	9.03×10^{-5}	7.87×10^{-5}	7.08×10^{-5}	10.9×10^{-5}	9.90×10^{-5}	11.8×10^{-5}

TABELA 4 - Coeficiente de dilatação térmico α^* ($1/^{\circ}\text{C}$), a 140°C , para diferentes composições de endurecedores.

Com esses valores foram obtidas as curvas de variação do coeficiente de dilatação térmico em função das partes em peso dos endurecedores nas Figuras 13 e 14 e, a partir delas, o nomograma do coeficiente de dilatação térmico para $\bar{T} = 140^{\circ}\text{C}$, na Figura 15. No Apêndice C (Figs. C37-38-39-40) encontram-se tabelas e nomogramas para valores de $\bar{T}$ iguais a 100°C , 120°C , 130°C e 155°C .

Fig. 13 - Variação de $\alpha^* (1/^{\circ}\text{C})$ com PA, para MA constante

Fig. 14 - Variação de α^* ($1/^{\circ}\text{C}$) com MA, para PA constante

Uma avaliação dos resultados indica que os valores do coeficiente de dilatação térmica variam de $7.0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ a $16 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ e que o valor mínimo ocorre para quantidades de endurecedores na proporção de 50pp (20PA-30MA).

Fig. 15 - Nomograma de α^* ($1/^\circ\text{C}$), à temperatura de 140°C , em função de PA e MA

CAPÍTULO 3 - ESCOLHA DOS MATERIAIS

Este trabalho visa o desenvolvimento de materiais fotoelásticos com módulo de elasticidade variável. A obtenção do material é feita a partir da colagem de dois ou mais materiais, resultando um material composto com módulo de elasticidade variável de forma não contínua.

3.1. - CRITÉRIOS PARA OBTENÇÃO DO MODELO COM MULTI MÓDULOS DE ELASTICIDADE

A técnica de "congelamento de tensões" consiste em aquecer o modelo a uma determinada temperatura (temperatura crítica), carregar o modelo e resfriá-lo lentamente até a temperatura ambiente quando são fixadas as deformações (anisotropia ótica). À temperatura ambiente as cargas podem ser removidas pois as tensões permanecem fixas ou "congeladas" no modelo. No presente trabalho, por tratar-se de um material composto, além das tensões devidas aos esforços externos surgiriam tensões térmicas devido aos diferentes comportamentos dos materiais a dilatação térmica. Assim, com o objetivo de minimizar ou eliminar o efeito das diferenças à expansão térmica e obter o "congelamento das tensões" no material composto devido apenas a solicitações externas, os materiais que deverão formar o modelo composto devem possuir as seguintes características:

- mesma temperatura crítica (T_c), e
- mesmo coeficiente de dilatação térmico α^* , à temperatura crítica

Analisando os pontos comuns ao nomograma de temperatura crítica (Fig.7) e aos nomogramas construídos para diferentes temperaturas (Figs.15, C37, C38, C39, C40, pgs. 69-72) pode-se determinar as composições dos materiais que possuem as características para a formação de um material composto. Na Figura 15 foi traçado sobre o nomograma de α^* a 140°C , o da temperatura crítica 140°C . Observam-se interseções para três valores de α^* ($10 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$, $9.0 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$, $8.0 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$), sendo a curva correspondente a $9.0 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ a que possui mais interseções, ou seja seis pontos. Assim, teoricamente é possível a composição

dos seis materiais para a formação de um só material. No entanto, é necessário que a escolha seja feita de materiais com módulos de elasticidade diferentes. A Tabela 5 apresenta a composição dos materiais e o correspondente módulo de elasticidade.

PONTOS	MATERIAL	E(Kg/cm ²)
1	25.0 PA - 22.4 MA	485
2	29.4 PA - 27.1 MA	400
3	8.8 PA - 32.5 MA	450
4	8.3 PA - 34.3 MA	450
5	33.3 PA - 19.5 MA	418
6	32.0 PA - 23.5 MA	400

TABELA 5 - Módulo de elasticidade dos materiais com temperatura crítica 140°C e coeficiente de dilatação térmico $\alpha^* = 9.0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$, à temperatura crítica.

3.2. - COLAGEM DOS MATERIAIS

A escolha da cola é de grande importância na obtenção do material fotoelástico composto. No modelo, a cola não deve comportar-se como um novo material e sim como parte integrante dos materiais, não permitindo seu deslocamento relativo durante o aquecimento. Além de alta rigidez, a cola para modelos fotoelásticos deve ser capaz de transmitir tensões de forma a não mudar a direção das franjas na passagem de um para outro material. É grande o número de fatores envolvidos na escolha da cola⁷, tais como:

- espessura da cola,
- pressão entre as partes a colar,
- condições de acabamento das superfícies,

- área a colar, e
- geometria das superfícies.

No método de "congelamento das tensões" os modelos fotoelásticos são analisados e cortados em fatias para análise das tensões à temperatura ambiente. Assim, é necessário que a colagem dos materiais seja feita a temperatura ambiente o que torna inviável o uso de uma das composições dos materiais como cola. Uma grande quantidade de cimentos é citada pela literatura^{5,7} para colagem de materiais fotoelásticos. Foi utilizado como cimento o composto de 100pp de resina epoxy CY-205 e de 10pp de trietileno tetramina (HN951)⁷, fornecidos pela CIBA-GEIGY S/A, por apresentar as seguintes características favoráveis a este trabalho:

- endurecimento a temperatura ambiente (25°C),
- endurecimento em espaço de tempo relativamente curto (14 horas), e
- não reage quimicamente com os materiais.

Durante o processo de endurecimento da cola, as superfícies devem ser submetidas a pressões entre $7 \times 10^{-2} \text{ kg/cm}^2$ e $14 \times 10^{-2} \text{ kg/cm}^2$, para evitar o aparecimento de bolhas e assegurar a uniformidade da espessura da cola⁷.

3.3. - O MATERIAL COMPOSTO

Para obter-se um modelo com multi-módulos de elasticidade, foram escolhidos dois materiais correspondentes aos pontos 1 (material 25PA - 22,4 MA) e 2 (29.4PA - 27,1MA) no gráfico da Figura 15, por apresentarem maior diferença nos módulos de elasticidade dentre os seis possíveis, como mostrado na Tabela 5. Os materiais 1 e 2 foram fundidos em blocos de dimensões 250mm x 100mm x 40mm, colados a temperatura de 25°C e mantidos sob pressão de $10,3 \times 10^{-2} \text{ kg/cm}^2$, durante 24 horas. Para que fosse observado o comportamento da cola durante o aquecimento fez-se também a colagem de duas barras do mesmo material 2. A partir dos blocos colados, foram obtidos discos com 40mm de diâmetro e 3mm de espessura. A usinagem dos discos foi feita com freza (150 x 32 x 2,5mm) a rotação de 175 rpm e avanço de 0.08mm/volta evitando-se deformações no modelo causadas pela ferramenta.

CAPÍTULO 4 - AVALIAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Com o objetivo de verificar-se a precisão dos nomogramas de temperatura crítica, módulo de elasticidade e coeficiente de dilatação térmico, foram obtidos os correspondentes gráficos na Figura 16. Verifica-se uma dispersão média dos valores obtidos em relação aos fornecidos pelos nomogramas da ordem de 4% conforme mostrado à Tabela 6.

Fig. 16a - Variação da dilatação relativa $\Delta L/L_0$ aparente para os materiais 1(25PA - 22.4MA) e 2(29.4PA - 27.1MA)

Fig. 16b - Variação do valor da franja $K(\text{kg/cm})$ em função da temperatura $T(^{\circ}\text{C})$ para os materiais 1(25PA - 22.4MA) e 2(29.4PA - 27.1MA)

Fig. 16c - Variação de $P(\text{kg})$ com a flexa $y(\text{mm})$ para os materiais 1(25PA - 22.4MA) e 2(29.4PA - 27.1MA)

MAT.	TEMP. CRÍTICA		MÓDULO DE ELASTICIDADE			COEF. DILAT. TÉRMICO α *		
	NOMOG.	EXPER.	DISPERSÃO	NOMOG.	EXPER.	DISPERSÃO	NOMOG.	EXPER.
1	140°C	142°C	1.5 %	475	487	2.5 %	9.0×10^{-5}	9.22×10^{-5}
2	140°C	137°C	2.5 %	390	404	3.6 %	9.0×10^{-5}	8.65×10^{-5}

TABELA 6 - Comparação entre os valores dos nomogramas e os valores experimentais

Tendo em vista os resultados da Tabela 6 espera-se que os efeitos das tensões térmicas sejam minimizados durante o processo de "congelamento das tensões" do modelo composto. Os dois discos, um formado pelos materiais 1 e 2 (disco 1-2) e o outro formado pelo material 2 (disco 2-2) foram colocados em um forno com temperatura controlada. Durante o aquecimento é esperado o seguinte comportamento dos modelos:

- no disco 1-2, à temperatura ambiente, o nível de tensões nos materiais será baixo com ordem de franja próxima do valor nulo; durante o aquecimento aparecerão franjas nos dois materiais devido aos diferentes comportamentos térmicos e, a 140°C , essas diferenças não deverão mais existir já que $\alpha_1^* = \alpha_2^*$ voltando-se ao mesmo nível de tensões que a 25°C .
- o disco 2-2, durante todo o processo de aquecimento, deverá comportar-se sem alteração na ordem de franja, indicando a não interferência da cola nos níveis de tensão.

As fotos das figuras 17, 18, 19, 20, 21, e 22 mostram o comportamento dos dois discos durante o processo de aquecimento até a temperatura de 145°C e o aspecto dos discos à temperatura ambiente, após o resfriamento. Na figura 17 os dois discos estão à temperatura ambiente (25°C) depois de colados e usinados. No material composto 1-2 (esquerda), o nível de tensões é baixo, o mesmo ocorrendo no material 2-2. As tensões apresentadas decorrem ou da pressão exercida sobre os materiais durante o processo de endurecimento da cola, ou da usinagem dos modelos.

À Figura 18 os materiais apresentam-se a 95°C . É ainda praticamente nulo o nível de tensões no disco 1-2 pois nenhum dos materiais se encontra na zona crítica (Fig. 6, pg. 7) e a diferença de dilatação térmica não é suficiente para provocar o aparecimento significativo de tensões no modelo.

Fig. 17 - Discos 1-2 e 2-2 à temperatura ambiente, 25°

Fig. 18 - Discos 1-2 e 2-2 a 95°C

Nas Figuras 19 e 20 os modelos estão às temperaturas de 125°C e 138°C , respectivamente. Verifica-se que os materiais 1 (disco 1-2, parte superior) e 2 (disco 1-2, parte inferior) já têm sensibilidade para apresentar níveis de tensões, pois a essas temperaturas, já se encontram na zona crítica. Os diferentes níveis de tensões são decorrentes das diferentes propriedades físicas a essas temperaturas.

Fig. 19 - Discos 1-2 e 2-2 a 125°C

Fig. 20 - Discos 1-2 e 2-2 a 138°C

Na Figura 21 os materiais estão a 145°C . O disco 1-2 apresenta na parte superior e inferior valores baixos da ordem de franja, quando o esperado seria um valor nulo. Este fato pode ser justificado pelas diferenças das temperaturas críticas e coeficientes de expansão térmico entre os valores reais e os obtidos do nomograma (Fig.15, pg. 19). O disco 2-2 apresentou-se durante todo o processo de elevação da temperatura níveis baixos de tensões, resultado do excelente comportamento da cola.

Fig. 21 - Discos 1-2 e 2-2 a 145°C

À Figura 22 os materiais encontram-se a temperatura ambiente. Observa-se, no disco 1-2, que ficaram "congeladas" tensões no material 1 enquanto que o nível de tensões no material 2 é baixo. A existência de franjas na temperatura ambiente pode ser justificada pelo fato do "congelamento de tensões" ocorrer para uma faixa de temperaturas (entre T_B e T_C - Fig.6, pg. 7). e não para um único valor de temperatura, onde $\alpha_1^* = \alpha_2^*$. Assim, as condições para escolha dos materiais e formação do material composto visam minimizar as tensões devido à expansão térmica durante o processo de fixação das tensões. Acredita-se que assumindo-se valores para temperatura crítica entre T_B e T_C os níveis de tensões congelados podem ser ainda menores que os encontrados.

Fig. 22 - Discos 1-2 e 2-2 a 25°C , após o resfriamento

CONCLUSÕES

A partir dos nomogramas do módulo de elasticidade, temperatura crítica e coeficiente de dilatação térmico, foram escolhidos os materiais para a composição do material fotoelástico com módulo de elasticidade variável e chegou-se às seguintes conclusões:

- a. a análise das curvas de nível do módulo de elasticidade (Fig.5, pg. 6) e temperatura crítica (Fig.7, pg. 9) apresentou valores máximos para 50pp de endurecedores (20PA - 30MA). Os nomogramas do coeficiente de dilatação térmico (Figs.15, C37, C38, C39, C40) apresentam valor mínimo muito próximo de 50pp (20PA - 30MA).
- b. nas curvas de nível do módulo de elasticidade à temperatura crítica (Fig.5, pg. 6) verifica-se que a relação teórica máxima entre os módulos de elasticidade de dois materiais é de 1:3.5. Desaconselha-se o uso de materiais com grandes quantidades de anidrido ftálico (dificuldades no tratamento térmico) e também material com pequena quantidade (baixa transparência). Assim fica limitada a razão entre módulos de elasticidade em 1:2.
- c. dentre os materiais escolhidos para a formação do material composto para diversas temperaturas críticas fixadas, a relação máxima de módulo de elasticidade foi de 1:1.2. Além disso, o número de interseções das curvas é limitado o que não favorece o uso de materiais compostos com mais de dois materiais diferentes.
- d. os valores da temperatura crítica (Tabela 2, pg. 8) comparados com os valores de T_2 (Tabela 3, pg. 13), para cada material, são muito próximos. A essa temperatura ocorrem grandes variações do coeficiente de dilatação térmico do material (aumento de até 100%). Este fato já era esperado pois à temperatura crítica o material sofre bruscas mudanças nas propriedades físicas como no módulo de elasticidade e valor da franja.
- e. do comportamento do material composto (25PA - 22.4MA e 29.4PA 27.1MA) durante o processo de aquecimento e posterior resfriamento verifica-se que as tensões térmicas

não foram eliminadas. O nível máximo de tensões apresentado após o resfriamento foi da ordem de 0.6 franjas.

APÊNDICE A

Fig. A1 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 10PA - 10MA

Fig. A2 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 10PA - 15MA

Fig. A3 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 10PA - 20MA

Fig. A4 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 10PA - 25MA

Fig. A5 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 10PA - 30MA

Fig. A6 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 10PA - 35MA

Fig. A7 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 15PA - 10MA

Fig. A8 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 15PA - 15MA

Fig. A9 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 15PA - 20MA

Fig. A10 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 15PA - 25MA

Fig. A11 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 15PA - 30MA

Fig. A12 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 15PA - 35MA

Fig. A13 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 20PA - 10MA

Fig. A14 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 20PA - 15MA

Fig. A15 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 20PA - 20MA

Fig. A16 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 20PA - 25MA

Fig. A17 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 20PA - 30MA

Fig. A18 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 20PA - 35MA

Fig. A19 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 25PA - 10MA

Fig. A20 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 25PA - 15MA

Fig. A21 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 25PA - 20MA

Fig. A22 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 25PA - 25MA

Fig. A 23 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 25PA - 30MA

Fig. A24 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 25PA - 35MA

Fig. A25 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 30PA - 10MA

Fig. A26 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 30PA - 15MA

Fig. A27 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 30PA - 20MA

Fig. A28 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 30PA - 25MA

Fig. A29 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 30PA - 30MA

Fig. A30 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 30PA - 35MA

Fig. A31 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 35PA - 10MA

Fig. A32 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 35PA - 15MA

Fig. A33 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 35PA - 20MA

Fig. A34 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 35PA - 25MA

Fig. A35 - $P(g) \times y(mm)$
Composição 35PA - 35MA

Fig. A36 - Variação do módulo de elasticidade com MA, para PA constante

Fig. A37 - Variação do módulo de elasticidade com PA , para MA constante

APÊNDICE B

TABELA B1 - Valores da ordem de franja e correspondente temperatura obtidos experimentalmente.

COMPOSIÇÃO	VALOR DA FRANJA - K(kg/cm)	TEMPERATURA - T(°C)
10PA-10MA	8.00	31°
	4.39	44°
	8.42	48°
	1.08	51°
	.44	62°
	.50	70°
10PA-15MA	7.97	42°
	6.89	50°
	3.26	57°
	1.05	66°
	.48	78°
	.46	88°
10PA-20MA	11.6	64°
	6.07	79°
	1.19	88°
	.62	96°
	.51	105°
	.49	112°
10PA-25MA	8.00	85°
	7.49	93°
	6.70	100°
	5.80	105°
	4.20	112°
	1.59	121°
	.89	125°
	.55	130°
	.50	140°
10PA-30MA	8.21	120°
	7.49	127°
	4.24	136°

COMPOSIÇÃO	VALOR DA FRANJA - K(kg/cm)	TEMPERATURA - T(°C)
10PA-30MA	.65	145°
	.49	152°
	.51	100°
10PA-35MA	7.96	100°
	6.53	117°
	3.50	127°
	.98	134°
	.50	140°
	.48	148°
	.50	160°
15PA-10MA	10.2	52°
	6.37	60°
	3.14	67°
	1.07	74°
	.46	80°
	.40	89°
	.40	96°
15PA-15MA	11.6	54°
	9.10	60°
	5.10	70°
	1.25	77°
	.51	84°
	.47	90°
	.52	99°
15PA-20MA	7.43	85°
	4.90	92°
	1.90	100°
	.61	107°
	.48	118°
	.49	125°
	.49	131°
15PA-25MA	9.43	86°
	6.06	110°

COMPOSIÇÃO	VALOR DA FRANJA - K(kg/cm)	TEMPERATURA - T(°C)
15PA-25MA	3.69	120°
	.67	137°
	.50	144°
	.50	156°
15PA-30MA	7.98	116°
	6.88	128°
	4.55	139°
	.89	151°
	.55	161°
	.55	171°
15PA-35MA	7.96	116°
	4.55	131°
	2.47	137°
	.79	141°
	.40	150°
	.50	161°
20PA-10MA	11.6	60°
	10.7	66°
	4.31	75°
	.73	84°
	.43	92°
	.45	107°
20PA-15MA	11.6	54°
	6.21	69°
	.67	87°
	.44	103°
	.41	111°
20PA-20MA	8.00	94°
	6.37	102°
	4.00	107°
	1.09	115°
	.48	124°
	.47	130°
	.49	140°

COMPOSIÇÃO	VALOR DA FRANJA - K(kg/cm)	TEMPERATURA - T(°C)
20PA-25MA	9.42	97°
	9.10	108°
	7.09	120°
	5.10	130°
	.81	144°
	.56	156°
	.59	176°
20PA-30MA	9.40	125°
	7.48	135°
	5.00	143°
	.83	156°
	.58	161°
	.52	169°
	.54	180°
20PA-35MA	7.30	126°
	5.60	140°
	2.10	145°
	.55	152°
	.56	164°
25PA-10MA	11.6	79°
	10.5	89°
	3.40	99°
	.89	108°
	.47	118°
	.49	130°
25PA-15MA	9.95	63°
	7.55	73°
	5.19	80°
	1.35	92°
	.64	97°
	.45	104°
	.46	113°
25PA-20MA	6.45	95°
	6.38	106°

COMPOSIÇÃO	VALOR DA FRANJA - K(kg/cm)	TEMPERATURA - T(°C)
25PA-20MA	5.94	115°
	4.55	121°
	2.66	125°
	.87	132°
	.55	140°
	.60	149°
25PA-25MA	8.43	116°
	6.70	125°
	4.24	134°
	.61	152°
	.46	157°
	.47	166°
25PA-30MA	8.08	110°
	7.50	129°
	4.55	139°
	2.60	144°
	1.31	148°
	.50	154°
	.52	164°
25PA-35MA	7.95	110°
	5.20	124°
	.55	136°
	.44	142°
	.44	153°
30PA-10MA	11.6	75°
	10.2	92°
	6.50	103°
	3.10	109°
	1.30	116°
	.45	125°
	.49	131°
30PA-15MA	11.6	61°
	9.81	71°
	7.50	83°

COMPOSIÇÃO	VALOR DA FRANJA - K(kg/cm)	TEMPERATURA - T(°C)
30PA-15MA	3.03	97°
	.39	110°
	.39	123°
	.40	135°
30PA-20MA	7.98	119°
	5.53	130°
	1.69	140°
	.53	148°
	.50	157°
30PA-25MA	7.97	98°
	7.48	116°
	3.98	129°
	1.29	138°
	.45	148°
	.45	152°
	.46	162°
30PA-30MA	8.49	73°
	8.00	85°
	4.39	95°
	.69	104°
	.42	111°
	.43	124°
30PA-35MA	7.96	73°
	5.15	84°
	1.62	96°
	.51	100°
	.43	115°
	.44	120°
35PA-10MA	9.79	99°
	8.00	115°
	3.14	123°
	.50	138°
	.49	150°
	.50	165°

COMPOSIÇÃO	VALOR DA FRANJA - K(Kg/cm)	TEMPERATURA - T(°C)
35PA-15MA	7.97	96°
	4.54	117°
	3.31	106°
	.48	125°
	.45	135°
	.47	150°
35PA-20MA	11.5	98°
	11.0	111°
	9.40	118°
	7.05	125°
	2.64	131°
	.44	138°
	.41	144°
35PA-25MA	.44	152°
	7.96	93°
	7.10	103°
	3.98	110°
	.42	120°
35PA-30MA	.44	130°
	7.96	66°
	6.70	79°
	3.12	90°
	.82	96°
	.43	101°
	.40	111°
35PA-35MA	.42	120°
	7.96	57°
	7.49	65°
	5.79	71°
	2.40	80°
	.44	87°
	.46	96°
	.47	105°

Fig. B1 - Variação da temperatura crítica em função de PA, para MA constante.

Fig. B2 - Variação da temperatura crítica em função de MA, para PA constante

APÊNDICE C

Expressão para o cálculo exato da dilatação térmica

Fig. C1 - Braço do dilatómetro na posição inicial A e em uma posição qualquer B.

- θ - ângulo de rotação do espelho E_2
 ΔL_r - dilatação real do material
 ΔL_m - dilatação obtida das medições (expressão 2.3.3),
 e - erro cometido

No Capítulo 2 foi visto que

$$\Delta L_m = \frac{b(\sqrt{x^2 + m^2} - m)}{x} = b \operatorname{tg} \theta, \quad (2.3.3)$$

da Figura C1 tem-se

$$e = b(1 - \cos \theta) \operatorname{tg} \theta = \frac{b(\sqrt{x^2 + m^2} - m)}{x} (1 - \cos \theta) \quad (C.1)$$

$$\text{Se } \cos \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}, \quad (C.2)$$

$$\text{da Figura 11 tem-se que } \cos \theta = \frac{\frac{1}{2} + \frac{m}{2\sqrt{x^2 + m^2}}}{1} \quad (C.3)$$

e a expressão do erro cometido é

$$e = \frac{b(\sqrt{x^2 + m^2} - m)}{x} \left(1 - \frac{\frac{1}{2} + \frac{m}{2\sqrt{x^2 + m^2}}}{1}\right) \quad (C.4)$$

Assim,

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta L_r + e}{b} \quad (C.5)$$

$$\Delta L_r = b \operatorname{tg} \theta - e \quad \text{ou} \quad \Delta L_r = \frac{b(\sqrt{x^2 + m^2} - m)}{x} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{m}{2\sqrt{x^2 + m^2}}} \quad (\text{C.6})$$

Fig. C2 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 10PA - 10MA.

Fig. C3 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 10PA - 15MA.

Fig. C4 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 10PA - 20MA.

Fig C5 - Variação da dilatação relativa aparente em função para a composição 10PA - 25MA.

Fig. C6 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 10PA - 30MA.

Fig. C7 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 10PA - 35MA.

Fig. C8 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 15PA - 10MA.

Fig. C9 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 15PA - 15MA.

Fig. C10 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura para a composição 15PA - 20MA.

Fig. C11 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 15PA - 25MA.

Fig. C12 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 15PA - 30MA.

Fig. C13 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 15PA - 35MA.

Fig. C14 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 20PA - 10MA.

Fig. C15 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 20PA - 15MA.

Fig. C16 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 20PA - 20MA.

Fig. C17 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 20PA - 25MA.

Fig. C18 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 20PA - 30MA.

Fig. C19 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 20PA - 35MA.

Fig. C20 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 25PA - 10MA.

Fig. C21 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 25PA - 15MA.

Fig. C22 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura para a composição 25PA - 20MA.

Fig. C23 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 25PA - 25MA.

Fig. C24 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 25PA - 30MA.

Fig. C25 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 25PA - 35MA.

Fig. C26 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 30PA - 10MA.

Fig. C27 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 30PA - 15MA.

Fig. C28 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 30PA - 20MA.

Fig. C29 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 30PA - 25MA.

Fig. C30 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 30PA - 30MA.

Fig. C31 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 30PA - 35MA.

Fig. C32 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 35PA - 10MA.

Fig. C33 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 35PA - 15MA.

Fig. C34 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 35PA - 20MA.

Fig. C35 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 35PA - 25MA.

Fig. C36 - Variação da dilatação relativa aparente em função da temperatura, para a composição 35PA - 35MA.

Fig. C37 - Nomograma de α^* ($1/^\circ\text{C}$), a temperatura de 100°C , em função de PA e MA

Fig. C39 - Nomograma de α^* ($1/^\circ\text{C}$), a temperatura de 130°C , em função de PA e MA

Fig. C40 - Nomograma de α^* ($1/^\circ\text{C}$), a temperatura de 155°C , em função de PA e MA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. DIXON, J.R. - "Problem of Materials for Composite Models in Photoelastic Frozen-Stress Work", Brit.J.Appl.Phys., 13, 2, 1962.
2. DURELLI, A.J. and MACHIDA, S. - "Stress and Strain in a Disk with Variable Modulus of Elasticity", J.Appl.Mech., Dec. 1973.
3. DURELLI, J. , MILLER, H. and JONES, F. - "A Photoelastic Material with Variable Modulus of Elasticity", Exp.Mech., Aug. 1972.
4. FROCHT, M.M., "Photoelasticity", vol. I e II - John Wiley and Son., Inc. 1965.
5. FU XING-MING, FANG YOUNG-LIN, WANG GUO-BING, MA GIAN, and LI BO-JIN, "An Investigation of Properties of an Epoxy Resin Type of Photoelastic Material", Acta Mechanica vol.9, nº 2, April-June 1966.
6. GOMIDE, H.A., - "Desenvolvimento de um Material para Fotoelasticidade Tridimensional", Tese de Mestrado, PUC, 1972.
7. LEVEN, M.M. - "Epoxy Resin for Photoelastic Use" - Symposium on Photoelasticity, edited by M.M. Frocht, 1961.
8. LEVEN, M.M. - "A New Material for Three-Dimensional Photoelasticity". Proc. SESA, 6, 1, 1948.
9. SPOONER, H. and Mc CONNEL, L.D. - "An Etoxyline Resin for Photoelasticity Work", Brit.J.Appl.Phys., vol.4, pp.181-184, June 1953.