5.
Modelagem do Preço de Liquidação das Diferenças

Conforme exposto anteriormente, o projeto em questão possui a flexibilidade de comercializar parte de sua capacidade de geração no mercado de curto prazo, ou o equivalente em biomassa no formato de briquetes. Logo, a modelagem do preço da energia elétrica no mercado de curto prazo, ou seja, do PLD, torna-se de suma importância para a valoração do projeto, pois as incertezas quanto ao seu valor futuro podem impactar positivamente ou negativamente em seu resultado.

Usualmente, o comportamento do preço de uma *commoditie* tende a reverter a uma média de longo prazo, pois quando o preço está alto, a oferta tende a crescer impondo um viés de baixa no preço e vice-versa. Porém, a eletricidade possui algumas características que a distinguem das demais *commodities* como a impossibilidade de armazenamento efetivo (não está sendo considerada a possibilidade de armazenamento em forma de reservatório de água para hidrelétricas e combustíveis para termelétricas) e a baixa elasticidade da demanda, pois esta está muito associada às necessidades intrínsecas dos consumidores, tendo pouca sensibilidade ao preço. Isso faz com que o mercado tenha que ser mantido balanceado constantemente, de forma a evitar que a oferta seja insuficiente para a carga demandada e ocorram interrupções no fornecimento de eletricidade (Deng, 2000; Cartea e Figueroa, 2005; Jong, 2006; Hambly et al., 2009; Birge et al., 2010).

Tais características fazem com que a modelagem do preço da eletricidade seja uma das mais complexas dentre todas as *commodities* energéticas. A impossibilidade de mitigar choques de oferta e demanda por meio de estoques torna o preço do mercado de curto prazo extremamente volátil, sendo esta conclusão corroborada pelos preços limites estabelecidos pela ANEEL no Brasil (mínimo de 12,08 R$/MWh e máximo de 689,18 R$/MWh). Percebe-se então, que modelos de reversão à média simples apesar de captarem a natureza de reversão à média do mercado de curto prazo e serem a base sua modelagem, precisam ser complementados de forma a capturar os picos de preço observados neste mercado (Cartea e Figueroa, 2005).

Apesar de ser comum na bibliografia existente a modelagem do preço da energia elétrica no mercado de curto prazo por um processo de reversão à média, Dias (2005) apresenta o teste da raiz unitária de Dickey-Fuller como forma de reforçar essa escolha, em detrimento de um possível processo de movimento geométrico browniano.

Segundo (Bastian-Pinto et al., 2010), o teste de raiz unitária consiste em realizar uma regressão linear por mínimos quadrados e aplicar um teste de Dickey-Fuller de forma a verificar se a hipótese nula $b = 1$ não pode ser rejeitada, o que indicaria que a série possui uma raiz unitária e segue um caminho aleatório (MGB).

Ao realizar a regressão descrita na eq. (1) na série de valores deflacionados do PLD para o período de março de 2002 a março de 2011, obtêm-se os resultados descritos na **tabela 10**.

$$ln[S_t] - ln[S_{t-1}] = a + (b-1)ln[S_{t-1}] + \varepsilon_t \quad (1)$$

Tabela 10 – Resultados da regressão da série do PLD

Parâmetro	Valor
a	0,1568
$(b-1)$	-0,0481
b	0,9553
Estatística t para $(b-1)$	-3,3321
Valor-P	0,0009
Erro Padrão	0,2917
Valor crítico de teste t (Nível de Significância 2,5%)[1]	-3,12

Fonte: Elaborado pelo autor desta dissertação; (1) (Wooldridge, 2000 p. 580).

O coeficiente $(b-1)$ obtido na regressão é -0,0481 e a estatística t é -3,3321. Obtêm-se de Wollridge (2000) que o valor crítico definido para o nível de significância de 2,5% para um número de observações infinitas é igual a -3,12. Como -3,3321 < -3,12, a hipótese nula pode ser rejeitada. Logo, há indícios que a série não segue um MGB, o que indica a existência de um movimento auto-regressivo. Demonstra-se assim que a escolha de um movimento de reversão a média para modelagem do PLD é coerente com a série histórica obtida na CCEE.

5.1.
Modelos de reversão à média

Segundo Bastian-Pinto (2009), a forma mais simples de MRM é o processo aritmético de fator único denominado processo de Ornstein-Uhlenbeck detalhado na eq. (2):

$$dx = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz \tag{2}$$

Onde:

x é a variável estocástica;

$\bar{x}$ é a média de longo prazo da variável estocástica;

η é a velocidade de reversão a média (velocidade com a qual a variável estocástica reverte ao valor da média de longo prazo);

σ é a volatilidade do processo;

dz é o processo padrão de *Weiner* com distribuição normal ($dz = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ e $\varepsilon \sim N(0,1)$);

dt é o incremento de tempo do processo.

O valor esperado e a variância deste processo estocástico são conhecidos, tendo sido demonstradas por Dixit e Pindyck (1994).

$$E(x_t) = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})e^{-\eta(t-t_0)} \tag{3}$$

$$var(x_t) = \frac{\sigma^2}{2\eta}\left(1 - e^{-2\eta(t-t_0)}\right) \tag{4}$$

Conforme exposto anteriormente, a determinação dos parâmetros acima não é trivial, porém a metodologia a ser utilizada foi consideravelmente detalhada em Bastian-Pinto (2009) e seus passos encontram-se listados a seguir:

- Escrever o processo em termos do intervalo temporal discreto Δt*:*

$$x_t - x_{t-1} = \bar{x}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + (e^{-\eta\Delta t} - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t \tag{5}$$

Onde:

$a = \bar{x}(1 - e^{-\eta\Delta t})$

$(b - 1) = (e^{-\eta\Delta t} - 1)$

ε_t é o erro da série

- Realizar uma regressão linear sobre as séries x_t considerando a eq. (6);

$$x_t - x_{t-1} = a + (b-1)x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (6)$$

- Calcular os parâmetros a partir dos estimadores obtidos da regressão utilizando as eq. (7), (8) e (9):

$$\eta = {-ln(b)}/{\Delta t} \qquad (7)$$

$$\bar{x} = -\frac{a}{(b-1)} \qquad (8)$$

$$\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2lnb}{(b^2-1)\Delta t}} \qquad (9)$$

onde σ_ε é o erro padrão da regressão

Por fim, para se utilizar o modelo de forma a efetuar a simulação da variável estocástica, resta utilizar a equação do modelo em tempo discreto obtida por meio da soma da parcela determinística da média com a estocástica, que, por sua vez, é multiplicada pela distribuição normal com média 0 e desvio padrão 1. Esta equação se encontra detalhada a seguir:

$$x_t = x_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \bar{x}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1-e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \qquad (10)$$

Entretanto, os modelos aritméticos como o de Ornstein-Uhlenbeck possuem uma limitação que é a possibilidade de x_t assumir valores negativos, o que pode fazer sentido para alguns tipos de variável estocástica, mas não é aderente, por exemplo, aos preços de *commodities* como petróleo e energia. Nesses casos, uma possibilidade é utilizar um modelo de reversão à média geométrico, como o modelo 1 proposto por Schwartz (1997) apresentado na eq. (11).

$$dS = \eta(\alpha - lnS)Sdt + \sigma dz \qquad (11)$$

Segundo Dias (2004), usualmente considera-se $\alpha = ln(\bar{S})$ de forma a tornar o modelo mais intuitivo. Se considerarmos essa equivalência, a equação do modelo fica:

$$dS = \eta(ln\bar{S} - lnS)Sdt + \sigma dz \qquad (12)$$

Onde:

$x = lnS;$

$\bar{x} = ln\bar{S} - \frac{\sigma^2}{2\eta}.$

Quanto à determinação dos parâmetros, se adotarmos o mesmo procedimento utilizado acima, percebe-se que as expressões para cálculo de η e σ são similares às do modelo de Ornstein-Uhlenbeck, entretanto há diferenças quanto às equações do processo em termos do intervalo temporal discreto Δt (eq. (13)), do cálculo da média de longo prazo (eq. (14)) e do modelo em tempo discreto (eq. (15)) (Bastian-Pinto, 2009).

$$ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = a + (b-1)lnS_{t-1} \tag{13}$$

Onde:

$$a = (1 - e^{-\eta\Delta t})\left(ln\bar{S} - \frac{\sigma^2}{2\eta}\right)$$

$$(b-1) = (e^{-\eta\Delta t} - 1)$$

e

$$\bar{S} = exp\left[\frac{\left(a + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(1+b)}\right)}{(1-b)}\right] \tag{14}$$

$$S_t = exp\left\{\begin{matrix} ln[S_{t-1}]e^{-\eta\Delta t} + \left[ln(\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta}\right](1 - e^{-\eta\Delta t}) + \\ \sigma\sqrt{\frac{1-e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \end{matrix}\right\} \tag{15}$$

5.2.
Modelos de reversão à média com saltos

Os modelos de precificação descritos nas eq. (2) e (11) capturam a natureza de reversão à média do PLD, entretanto falham em capturar os picos de preço observados na série em análise. Além disso, é importante notar que o preço não permanece no patamar estabelecido após o salto, e sim, reverte ao valor correspondente à média de longo prazo. Esse tipo de comportamento pode ser modelado por meio da combinação dos processos de reversão à média e de difusão por saltos. Deste modo, esforços foram feitos para desenvolver modelos que incorporassem estes dois processos (Ethier e Dorris, 1999; Goldberg e Read, 2000; Clewlow et al., 2001; Baron et al., 2002).

O modelo escolhido por este estudo foi o proposto por Clewlow, Strickland e Kaminski (2000) e posteriormente mais detalhado e discretizado em Clewlow, Strickland e Kaminski (2001).

5.3. O modelo de reversão à média com saltos de Clewlow, Strickland e Kaminski (2000)

Clewlow, Strickland e Kaminski (2000) proporam um modelo simples, realista e de fácil aplicação para a modelagem do preço da eletricidade no mercado de curto prazo por meio de um processo de reversão a média com saltos. Ele será utilizado por este estudo para modelagem do PLD e sua utilização pode ser dividida em três passos: a definição do modelo em si, sua discretização e a estimação dos parâmetros.

5.3.1. Definição do modelo

O modelo proposto por Clewlow, Strickland e Kaminski (2000) (eq. (16)) pode ser descrito como a combinação de um modelo 1 de Schwartz (1997) descrito no item 18 com um processo de difusão por saltos (Poisson).

$$dS = \eta(ln\bar{S} - lnS)Sdt + \sigma dz + kSdq \qquad (16)$$

Onde:

$dS = \eta(ln\bar{S} - lnS)Sdt + \sigma dz$ é o modelo 1 de Schwartz (1997) e;

$kSdq$ é o processo de difusão por saltos, sendo k o tamanho proporcional do salto que é randômico e determinado pelo logaritmo natural dos saltos proporcionais sendo normalmente distribuídos:

$$ln(1-k) \sim N\left(ln\left(1+\bar{k}\right) - \frac{1}{2}\gamma^2, \gamma^2\right) \qquad (17)$$

Onde:

$\bar{k}$ é o tamanho médio do salto;

γ é o desvio padrão do tamanho proporcional do salto.

O processo de difusão por saltos é um processo de tempo discreto, onde os saltos não ocorrem de forma contínua, e sim, em instantes específicos. Logo, para freqüências de saltos típicas, $dq = 0$ na maior parte do tempo e somente assume valor 1 quando o momento randômico de um salto ocorre. Ou seja, quando nenhum salto está ocorrendo, o comportamento do PLD é idêntico ao de um simples movimento de reversão à média.

5.3.2. Discretização do modelo

Para se utilizar um modelo de forma a efetuar a simulação da variável estocástica, é preciso primeiramente obter a equação deste modelo em tempo discreto. Em Clewlow, Strickland e Kaminski (2001), os autores definem $x = lnS$ e propõem a seguinte eq. (18) para simulação do PLD:

$$\Delta x_i = \left\{\left[\eta(ln\bar{S} - x_i) - \frac{\sigma^2}{2}\right]\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon_{1i} + \left(\bar{k} + \gamma\varepsilon_{2i}\right)(u_i < \phi\Delta t)\right\} \qquad (18)$$

Onde:

η, $ln\bar{S}$, σ, $\bar{k}$, γ e Δt já foram definidos anteriormente;

ε_1 e ε_2 são variáveis independentes randômicas com distribuição normal padrão;

ϕ é a freqüência de saltos em base semanal, ou seja, o número médio de saltos por semana e;

u_i é um número randômico (0,1) com distribuição de probabilidade uniforme.

Entretanto, apesar deste estudo utilizar o modelo proposto por Clewlow, Strickland e Kaminski (2000), serão realizadas algumas modificações na discretização do modelo. Comparando a eq. (18) com a eq. (15), percebe-se que a proposta por Bastian-Pinto (2009) é mais completa no que tange a discretização da componente de reversão à média. Além disso, a utilização de uma distribuição normal para a variável ε_2 pode resultar em valores negativos para o PLD. Para solução deste problema, optou-se por substituir a componente $\left(\bar{k} + \gamma\varepsilon_{2i}\right)$, por uma distribuição lognormal com média $\bar{k}$ e desvio padrão γ.

Logo, a equação modificada é dada por:

$$S_t = exp\left\{ln[S_{t-1}]e^{-\eta\Delta t} + \left[ln(\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta}\right](1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1-e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1)\right\} + \left[logN(\bar{k},\gamma) \therefore (u_i < \phi\Delta t)\right] \quad (19)$$

Como foi dito anteriormente, o processo de saltos é um processo de tempo discreto, onde os saltos não ocorrem de forma contínua, e sim, em instantes específicos. De forma a se estabelecer quais são esses momentos, utiliza-se o termo $(u_i < \phi\Delta t)$ definindo que seu valor é igual a 1 caso a condição seja verdadeira e 0 se falsa. Isso gera os saltos de forma randômica, na freqüência média correta no limite onde Δt tende a zero.

Esta é uma forma bastante interessante de gerar os saltos, visto que se consideramos a distribuição probabilística uniforme dos valores de u e que $\phi\Delta t$ é a probabilidade de ocorrência de um salto, a probabilidade do valor de u_i ser menor do que $\phi\Delta t$ é exatamente a probabilidade de ocorrência de um salto.

5.3.3.
Processos neutros ao risco

A transformação de um processo estocástico real em um processo estocástico neutro ao risco é um artifício muito utilizado para valorar contratos futuros. Sua extensa utilização decorre da dificuldade encontrada na determinação de uma taxa de desconto adequada ao risco. Pode-se dizer que um processo é neutro ao risco quando este pode ser descontado no tempo pela taxa de desconto livre de risco sendo seus fluxos de caixa equivalentes aos fluxos de caixa reais diminuídos por um prêmio de risco.

É possível obter o processo estocástico do modelo de Clewlow, Strickland e Kaminski (2000) transformado em processo neutro ao risco pela subtração do prêmio de risco normalizado $\left[\frac{(\mu-r)}{\eta}\ ou\ \frac{\pi}{\eta}\right]$ da média de longo prazo ($\bar{x}$), sendo μ a taxa de desconto ajustada ao risco, r a taxa de juros livre de risco e π o prêmio de risco.

Logo, a equação modificada e neutra ao risco que será utilizada neste estudo é dada por:

$$S_t = exp\left\{\begin{matrix} ln[S_{t-1}]e^{-\eta\Delta t} + \left[ln(\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\pi}{\eta}\right](1 - e^{-\eta\Delta t}) + \\ \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \end{matrix}\right\} +$$

$$\left[logN(\bar{k},\gamma) \therefore (u_i < \phi\Delta t)\right] \qquad (20)$$

5.3.4.
Estimação dos parâmetros

A estimação dos parâmetros do processo de reversão à média (η, σ e $\bar{S}$) já foi estabelecida nas eq. (7), (9) e (14) respectivamente. Resta definir com serão estimados os parâmetros do processo de saltos ($\bar{k}$, γ e ϕ).

A estimação dos parâmetros do processo de difusão por saltos para preços de energia elétrica possui um fator complicador decorrente do fato dos saltos só poderem ser observados como parte de uma série temporal que inclui o comportamento normal de reversão à média. De forma filtrar os saltos antes da estimação dos parâmetros do movimento de reversão a média, Clewlow, Strickland e Kaminski (2000) adotam o que chamaram de filtro recursivo que será mais bem detalhado a seguir.

O primeiro passo para a aplicação do filtro recursivo é obter a série de retornos do PLD. Depois, são calculadas a média e o desvio padrão desta série para então buscarem-se retornos superiores a três desvios padrões (*outliers*). Os valores encontrados são considerados saltos e são retirados da série. Após retirá-los, recalculamos a média e o desvio padrão da série obtendo uma estimativa menor da volatilidade da difusão. Usando esta nova estimativa, busca-se por mais retornos com valores superiores a três desvios padrões retirando-os da série. Este procedimento deve ser repetido até que mais nenhum salto seja encontrado.

Apesar de interessante, o filtro recursivo possui algumas limitações severas que prejudicam sua utilização. As séries internacionais usualmente utilizadas (EUA, Europa, Austrália, etc.), onde o valor do PLD é determinado pelo mercado, são caracterizadas por longos períodos de baixos valores e picos instantâneos (muitas vezes com durações de uma hora), logo altas diferenças percentuais estão usualmente associadas a altos valores de PLD. Isso não ocorre necessariamente no Brasil, onde o valor do PLD é determinado pelo governo. Apesar da série do PLD brasileira também possuir longos períodos com baixos valores, ela apresenta diferenças percentuais intermediárias com valores intermediários e longos períodos com altos valores de PLD (podem chegar a semanas). Essas características dificultam a utilização do filtro recursivo, pois ao considerarmos os valores intermediários podemos sobredimensionar o número de saltos e ao desconsiderarmos os longos períodos de PLD alto (não serão considerados múltiplos saltos, pois a variação percentual entre eles será pequena) podemos subavaliar o valor da receita obtida com a venda de energia elétrica no mercado de curto prazo.

Visando fundamentar a observação acima, o filtro recursivo foi aplicado na série de valores do PLD obtida na CCEE para o período de março de 2002 a março de 2011. Foram encontrados 19 saltos expostos na tabela 11. Percebe-se então a inaplicabilidade deste filtro no mercado brasileiro.

Tabela 11 – Saltos identificados com filtro recursivo

Valor Absoluto (R$/MWh)	Retorno
24,36	90%
30,01	134%
31,58	72%
34,17	121%
36,59	68%
36,64	117%
37,28	120%
39,76	135%
57,40	62%
57,63	68%
62,53	122%
62,96	258%
63,61	290%
68,10	71%
120,96	142%
128,46	123%
139,08	67%
139,59	123%
473,68	92%

Fonte: Elaborado pelo autor desta dissertação.

Apesar do filtro proposto por Clewlow, Strickland e Kaminski (2000) não ser aplicável, ainda há a necessidade de identificar os saltos na série histórica do PLD. Este estudo optou por definir um valor acima do qual o PLD será considerado um salto, buscando assim obter uma maior adequação as particularidades do mercado brasileiro. Entretanto a definição do valor limite não é trivial. Não foi encontrada na literatura uma metodologia para definição do valor limite que fosse completamente justificável, portanto este estudo adotará algumas premissas, mesmo que estas envolvam simplificações.

Se adotarmos como premissa que a distribuição dos valores absolutos do PLD é normal, pode-se concluir que 99% dos valores estão dentro do limite de três desvios padrões. Portanto, se obtermos a média e o desvio padrão desta série, pode-se considerar que valores acima deste limite são saltos. Uma vez definido o limite, identificam-se os valores acima deste e os substitui pelo valor limite de forma a completar a série, para então se obter os parâmetros η, σ, $\bar{S}$ e ϕ do processo. A lógica proposta encontra-se detalhada na eq. (21)

$$PLD = MIN(Valor\ Real, Valor\ Limite) \tag{21}$$

Para estimação de $\bar{k}$, γ será utilizado o seguinte raciocínio. O valor do salto será somado ao processo de reversão à média, logo, se for utilizado o valor integral do PLD, a componente do MRM será somada duas vezes. Como valores até o valor limite são considerados parte do MRM, a série de saltos será obtida por meio da subtração do valor do salto pelo valor limite, sendo $\bar{k}$ e γ a média e o desvio padrão desta série (eq. (22)).

$$Valor\ salto = Valor\ Real\ PLD - Valor\ limite \tag{22}$$

Por fim, com a estimação de todos os parâmetros do modelo definida, resta simular o preço do PLD.