

## 2 Matriz de Sensibilidade dos Controles de Tensão

### 2.1 Introdução

A matriz de sensibilidade dos controles de tensão, aqui definida e denominada [VCS], relaciona as tensões controladas e as grandezas controladoras em um sistema multinó. Neste capítulo, apresentam-se os resultados da aplicação da matriz [VCS] a sistemas-teste considerando dois modelos de gerador. As características da matriz são apresentadas e discutidas. A análise, feita através de autovalores e autovetores da matriz [VCS], é aplicada na determinação de áreas de controle de tensão.

### 2.2 Matriz de Sensibilidade dos Controles de Tensão Incluindo Modelo Clássico de Gerador

#### 2.2.1 Modelo do Gerador

O gerador é modelado por uma tensão variável  $E$  na barra interna  $g$  atrás da reatância síncrona  $X_s$  controlando a tensão  $V$  na barra terminal  $i$ , conforme a Figura 2.1.

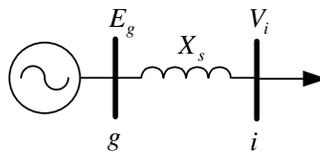


Figura 2.1 - Diagrama Unifilar do Modelo de Regime Permanente do Gerador

Quando a tensão ou corrente de excitação atinge o limite, a tensão de excitação  $E_g$  fica fixa e a tensão terminal  $V_i$  deixa de ser controlada.

Como a tensão que se deseja manter constante é da barra  $i$ , pode-se dizer que, de acordo com a nomenclatura de barras usada na literatura de fluxo de carga, a barra  $g$  é do tipo P e a barra  $i$  é do tipo PQV. Isto se a barra onde o gerador em questão estiver conectado não for definida como sendo de referência, quando então a barra  $g$  passaria a ser denominada como sendo do tipo  $\theta$ , como ilustrado na Figura 2.2.

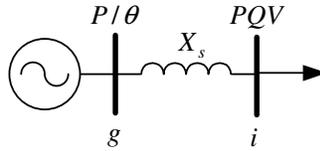


Figura 2.2 - Nomenclatura das Barras de Geração

## 2.2.2 Sistema de Equações Linearizadas

Para um sistema multi-nó, a forma geral do sistema linearizado das equações de fluxo de carga montado de forma a evidenciar a relação entre a tensão interna  $E_g$  e sua respectiva tensão terminal  $V_i$ , pode ser representado por (2.1):

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta E_g \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde os vetores  $\Delta P$ ,  $\Delta Q$ ,  $\Delta \theta$  e  $\Delta V$  incluem todas as barras do sistema. Logo, a matriz  $[A]$  tem dimensão  $2n \times 2n$ , onde  $n$  é o número de barras da rede. A matriz  $[C]$  tem elementos não-nulos  $\partial \Delta V_i / \partial \Delta V_i = 1$  e a matriz  $[B]$  tem elementos não-nulos  $\partial \Delta P_i / \partial \Delta E_g$  e  $\partial \Delta Q_i / \partial \Delta E_g$ . Se  $P_g$  e  $Q_g$  são variáveis, como ocorre para barras de referência, conseqüentemente não haverá linhas para estas grandezas em (2.1). Todos os elementos da matriz  $[D]$  são nulos. Os erros das equações de controle são dados por (2.2):

$$\Delta V_i = V_i^{esp} - V_i^{calc} \quad (2.2)$$

Como o interesse é a análise das variações de tensão entre a barra interna do gerador  $g$  e a barra terminal  $i$ , não são consideradas variações de carga. Assim, considera-se  $\Delta P = \Delta Q = 0$  em (2.1), obtendo-se:

$$\Delta V_i = [VCS] \cdot \Delta E_g \quad (2.3)$$

onde a matriz  $[VCS]$  é calculada por:

$$[VCS]=[D]-[C].[A]^{-1}.[B] \quad (2.4)$$

Os elementos da diagonal da matriz [VCS] são os índices de adequação das ações de controle de tensão, enquanto que os termos fora da diagonal traduzem a interação entre as diversas ações de controle do sistema e as tensões controladas [de Souza, L.J., 2007].

A matriz [VCS] também possibilita obter os valores dos parâmetros de controle  $\Delta E_g$ , a partir dos valores das novas tensões  $\Delta V_i$ . Isto é possível resolvendo (2.3) como um sistema do tipo  $b=[A].x$ .

A dimensão da matriz [VCS] é  $(nc \times nc)$ , onde  $nc$  é o número de barras de tensão controlada na área do sistema em análise, e também o número de equipamentos controladores de tensão existentes, pois se considera o caso de um equipamento controlando a tensão em uma barra.

## 2.2.3 Aplicação em Sistemas-Teste

### 2.2.3.1 Introdução

Nesta seção, apresenta-se a matriz [VCS] obtida para o sistema-teste de 5 barras que inclui o modelo clássico de gerador. Para efetuar os testes foi desenvolvido um programa em ambiente MATLAB. O método utilizado foi avaliado através de testes numéricos, envolvendo variações nos valores das tensões especificadas.

### 2.2.3.2 Sistema-Teste de 5 Barras

A primeira etapa realizada para o desenvolvimento deste trabalho consistiu em elaborar um programa de fluxo de carga e utilizá-lo com o sistema-teste de 5 barras mostrado na Figura 2.3.

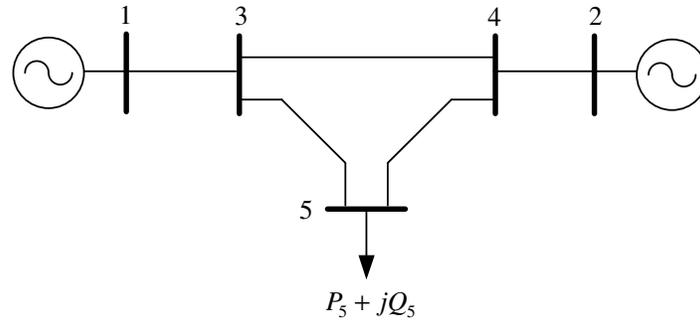


Figura 2.3 – Diagrama Unifilar do Sistema-Teste de 5 Barras

O ponto de operação obtido pelo algoritmo de fluxo de carga está dado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Dados do Sistema-Teste de 5 Barras

Barras		Tensão		Geração		Carga	
Nº	Tipo	V (pu)	Ang (°)	Pg (Mw)	Qg (Mvar)	Pd (Mw)	Qd (Mvar)
1	Vθ	1,050	0,0	200,0	344,4	-	-
2	PV	1,010	8,3	600,0	267,3	-	-
3	PQ	0,985	-2,2	-	-	-	-
4	PQ	0,964	1,2	-	-	-	-
5	PQ	0,890	-11,2	-	-	800,0	300,0

De	Para	Resistência (%)	Reatância (%)	Susceptância(%)
1	3	0,00	2,00	0,00
2	4	0,00	2,00	0,00
3	4	0,00	4,00	0,00
3	5	0,00	4,00	0,00
4	5	0,00	4,00	0,00

Uma vez conhecido o ponto de operação, calcula-se o valor da tensão interna do gerador  $E_g$  com (2.5), (2.6), (2.7) e o circuito elétrico apresentado na Figura 2.4.

$$I = \left( \frac{S_i}{V_i} \right)^* \quad (2.5)$$

$$V_x = X_s \cdot I \quad (2.6)$$

$$E_g = V_x + V_i \quad (2.7)$$

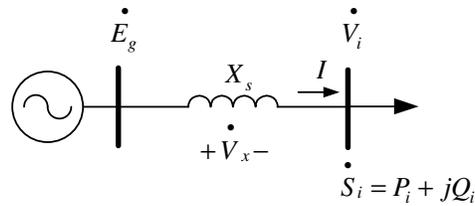


Figura 2.4 – Circuito Elétrico do Modelo Clássico de Gerador

Na Tabela 2.2, mostram-se os valores das tensões internas para as barras 1 e 2.

Tabela 2.2 – Valores de  $E_g$  Calculados com (2.5), (2.6) e (2.7)

i	$S_i$ (pu)	$V_i$ (pu)	$I$ (pu)	$X_s$ (%)	$V_x$ (pu)	$E_g$
1	$(2,00+j3,44)$	1,05	$3,79 \angle -59,8^\circ$	4,00	$0,15 \angle 30,2^\circ$	$1,184 \angle 3,7^\circ$
2	$(6,00+j2,67)$	$1,01 \angle 8,3^\circ$	$6,50 \angle -15,7^\circ$	4,00	$0,26 \angle 74,3^\circ$	$1,141 \angle 20,3^\circ$

A segunda etapa consistiu em incluir o modelo clássico de regime permanente do gerador, tensão atrás da reatância síncrona, no sistema-teste de 5 barras da Figura 2.3.

Na Figura 2.5, mostra-se o sistema-teste de 5 barras, após a inclusão das barras internas dos geradores conectadas às barras 1 e 2. Observa-se que foram adicionadas duas barras ao sistema, as barras 6 (barra  $g_1$ ) e 7 (barra  $g_2$ ) que controlam remotamente a tensão nas barras 1 e 2 respectivamente. Segundo a nomenclatura usada na literatura de fluxo de carga, as barras incluídas 6 e 7, são barras do tipo  $\theta$  e P respectivamente. Por outro lado, as barras 1 e 2 passam a ser do tipo PQV.

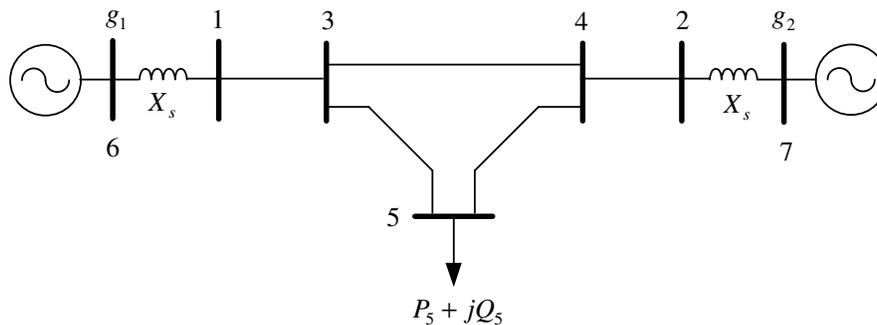


Figura 2.5 – Diagrama Unifilar do Sistema-Teste de 5 Barras incluindo o Modelo dos Geradores

O sistema de equações lineares, construído para representar o sistema-teste de 7 barras mostrado na Figura 2.5, considerando o controle de tensão realizado pelos geradores conectados às barras 1 e 2, é dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_{g2} \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & \frac{\partial P_1}{\partial E_{g1}} & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial P_2}{\partial V_1} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial E_{g2}} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial P_3}{\partial V_1} & \frac{\partial P_3}{\partial V_2} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial P_4}{\partial V_1} & \frac{\partial P_4}{\partial V_2} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial P_5}{\partial V_1} & \frac{\partial P_5}{\partial V_2} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_{g2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial V_2} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial V_3} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial V_4} & \frac{\partial P_{g2}}{\partial V_5} & 0 & \frac{\partial P_{g2}}{\partial E_{g2}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_1}{\partial E_{g1}} & 0 \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_5} & 0 & \frac{\partial Q_2}{\partial E_{g2}} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_{g2}} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_{g2} \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

onde:

$$\Delta V_1 = \Delta V_1^{esp} - \Delta V_1^{calc} \quad (2.9)$$

$$\Delta V_2 = \Delta V_2^{esp} - \Delta V_2^{calc} \quad (2.10)$$

A matriz [VCS] é obtida considerando os valores de  $\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \Delta P_4 = \Delta P_5 = \Delta P_{g2} = \Delta Q_1 = \Delta Q_2 = \Delta Q_3 = \Delta Q_4 = \Delta Q_5 = 0$  em (2.8) e, através do procedimento de redução descrito em (2.4), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = [VCS] \cdot \begin{bmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

O ponto de operação obtido com o uso do programa desenvolvido em MATLAB, para o sistema-teste de 7 barras, é apresentado na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Dados do Sistema-Teste de 7 Barras

Barras		Tensão		Geração		Carga	
Nº	Tipo	V (pu)	Ang (°)	Pg (Mw)	Qg (Mvar)	Pd (Mw)	Qd (Mvar)
1	PQV	1,050	-3,7	-	-	-	-
2	PQV	1,010	4,6	-	-	-	-
3	PQ	0,985	-5,9	-	-	-	-
4	PQ	0,964	-2,5	-	-	-	-
5	PQ	0,890	-14,9	-	-	800,0	300,0
6	θ	1,184	0,0	200,0	402,0	-	-
7	P	1,141	16,6	600,0	436,5	-	-

De	Para	Resistência (%)	Reatância (%)	Susceptância(%)
1	3	0,00	2,00	0,00
2	4	0,00	2,00	0,00
3	4	0,00	4,00	0,00
3	5	0,00	4,00	0,00
4	5	0,00	4,00	0,00
6	1	0,00	4,00	0,00
7	2	0,00	4,00	0,00

Nota-se que, os módulos das tensões das barras internas 6 e 7 são exatamente iguais aos módulos das tensões  $E_{g1}$  e  $E_{g2}$  mostrados na Tabela 2.2. A diferença nos ângulos é devido à mudança da barra de referência. Na Tabela 2.2, a referência é a barra 1 e na Tabela 2.3, a barra de referência é a barra interna 6.

A matriz [VCS] calculada para o ponto de operação dado na Tabela 2.3, é dada em (2.13):

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9288 & 0,5120 \\ 0,5018 & 1,0322 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$[VCS] = \begin{bmatrix} 0,9288 & 0,5120 \\ 0,5018 & 1,0322 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Os valores positivos dos elementos da matriz [VCS] indicam que o sistema está operando na região definida como sendo normal. Portanto, as ações de controle de tensão terão o efeito usual, isto é, conforme ao esperado.

O segundo ponto de operação analisado para o sistema-teste de 7 barras mostrado na Figura 2.5, é dado pela Tabela 2.4. Nota-se que, o valor das reatâncias para as linhas 6-1 e 7-2 foram alterados de 4% para 42%. [Van Cutsem, T., 1998]

Tabela 2.4 – Dados do Sistema-Teste de 7 Barras / Região B

Barras		Tensão		Geração		Carga	
N°	Tipo	V (pu)	Ang (°)	Pg (Mw)	Qg (Mvar)	Pd (Mw)	Qd (Mvar)
1	PQV	1,050	-18,2	-	-	-	-
2	PQV	1,010	-10,0	-	-	-	-
3	PQ	0,985	-20,5	-	-	-	-
4	PQ	0,964	-17,1	-	-	-	-
5	PQ	0,890	-29,4	-	-	800,0	300,0
6	θ	2,556	0,0	200,0	948,7	-	-
7	P	3,275	39,6	600,0	2043,8	-	-

De	Para	Resistência (%)	Reatância (%)	Susceptância(%)
1	3	0,00	2,00	0,00
2	4	0,00	2,00	0,00
3	4	0,00	4,00	0,00
3	5	0,00	4,00	0,00
4	5	0,00	4,00	0,00
6	1	0,00	42,00	0,00
7	2	0,00	42,00	0,00

A matriz [VCS] calculada com o uso do programa desenvolvido em MATLAB, para o ponto de operação dado na Tabela 2.4, é dada em (2.15):

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0539 & -0,2606 \\ -0,1777 & -0,1960 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$[VCS] = \begin{bmatrix} -0,0539 & -0,2606 \\ -0,1777 & -0,1960 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Os sinais negativos surgiram porque os valores grandes das reatâncias síncronas aumentaram as distâncias elétricas. Quando os elementos da diagonal e fora da diagonal têm valor negativo fica mais complexa a análise: a relação entre grandezas

controladora e controlada na própria barra é inversa, e a relação entre grandezas controladora e controlada em barras diferentes também é inversa.

A terceira etapa consistiu em avaliar a matriz [VCS] através de testes numéricos. O sistema avaliado foi o sistema-teste de 7 barras já mostrado na Figura 2.5. O ponto de operação considerado foi apresentado na Tabela 2.3. A matriz de sensibilidade dos controles de tensão para este ponto de operação foi dada em (2.13).

O primeiro teste consistiu em aumentar o valor da tensão de referência das barras 1 e 2 em 0,01 pu. Na Tabela 2.5, mostra-se o vetor  $\Delta E$  calculado da diferença entre os valores do ponto de operação antes e após a ação de controle através do programa de fluxo de carga e com o uso da matriz [VCS] de (2.13).

Tabela 2.5 –  $\Delta E$  Após Aumento de 0,01 pu nas Barras 1 e 2

Barras	E (pu)		$\Delta E$ (pu)	
	$V_1=1,05$ $V_2=1,01$	$V_1=1,06$ $V_2=1,02$	Fluxo de Carga	Equação (2.12)
$g_1$	1,184	1,191	0,007	0,007
$g_2$	1,141	1,147	0,006	0,006

A comparação entre os resultados apresentados na Tabela 2.5 mostra que os valores dos parâmetros de controle de tensão do sistema podem ser estimados com o uso da matriz [VCS]. Observa-se também que, para se obter o aumento de tensão nas barras 1 e 2, as tensões internas das máquinas foram aumentadas, confirmando que as barras estão operando na região de operação definida como sendo normal, região A, onde as ações de controle ocorrem de forma usual.

O segundo teste numérico consistiu em reduzir o valor da tensão de referência das barras 1 e 2 em 0,01 pu. Os resultados são mostrados na Tabela 2.6.

Tabela 2.6 –  $\Delta E$  Após Redução de 0,01 pu nas Barras 1 e 2

Barras	E (pu)		$\Delta E$ (pu)	
	$V_1=1,05$ $V_2=1,01$	$V_1=1,04$ $V_2=1,00$	Fluxo de Carga	Equação (2.12)
$g_1$	1,184	1,176	-0,008	-0,007
$g_2$	1,141	1,135	-0,006	-0,006

Os valores dos módulos das tensões internas das máquinas foram reduzidos, acompanhando o decréscimo da tensão nas barras 1 e 2, confirmando que as barras estão operando na região de operação definida como sendo normal, região A.

A análise numérica realizada anteriormente é repetida para o ponto de operação onde o sistema avaliado se encontra na região de operação definida como sendo anormal, Tabela 2.4. O objetivo é verificar se o método de avaliação também é válido quando o sistema apresenta uma ou mais barras com controle de tensão localizado na região de operação classificada como sendo anormal.

Os valores apresentados na Tabela 2.7 são referentes ao sistema mostrado na Figura 2.5, antes e após o aumento de tensão nas barras 1 e 2 em 0,01 pu. A matriz [VCS] usada para o cálculo do vetor  $\Delta E$  já foi dada em (2.15).

Tabela 2.7 –  $\Delta E$  Após Aumento de 0,01 pu nas Barras 1 e 2 / Região B

Barras	E (pu)		$\Delta E$ (pu)	
	$V_1=1,05$ $V_2=1,01$	$V_1=1,06$ $V_2=1,02$	Fluxo de Carga	Equação (2.14)
$g_1$	2,556	2,539	-0,017	-0,018
$g_2$	3,275	3,241	-0,034	-0,035

A comparação dos resultados apresentados na Tabela 2.7 indica que os valores dos parâmetros de controle de tensão do sistema podem ser estimados com o uso da matriz [VCS]. Observa-se também que, para se obter o aumento de tensão nas barras 1 e 2, as tensões internas das máquinas foram diminuídas, confirmando que as barras estão operando na região de operação definida como sendo anormal, região B, onde os resultados das ações de controle não ocorrem de forma usual.

O segundo teste numérico consistiu em reduzir o valor da tensão de referência das barras 1 e 2 em 0,01 pu. Os resultados são mostrados na Tabela 2.8.

Tabela 2.8 – ΔE Após Redução de 0,01 pu nas Barras 1 e 2 / Região B

Barras	E (pu)		ΔE (pu)	
	V <sub>1</sub> =1,05 V <sub>2</sub> =1,01	V <sub>1</sub> =1,04 V <sub>2</sub> =1,00	Fluxo de Carga	Equação (2.14)
g <sub>1</sub>	2,556	2,575	0,019	0,018
g <sub>2</sub>	3,275	3,311	0,036	0,035

Observa-se que as tensões internas das máquinas G1 e G2 foram aumentadas para se obter a redução nas barras 1 e 2 respectivamente, confirmando que as barras estão operando na região de operação definida como sendo anormal.

A partir da comparação entre os valores obtidos pelo programa de fluxo de carga e os calculados com o uso da matriz de [VCS], conclui-se que os valores dos parâmetros de controle de tensão do sistema podem ser estimados com o uso da matriz de [VCS].

## 2.3 Matriz de Sensibilidade dos Controles de Tensão Incluindo Novo Modelo de Gerador

### 2.3.1 Introdução

A seguir se apresenta a mesma análise realizada na seção anterior, mas incluindo um novo modelo de gerador. Para isto, utilizam-se as equações de equilíbrio, mostradas em [Sauer, P. W., Pai, M. A., 1998], para modelar o sistema: a rede e o gerador.

### 2.3.2 Modelo da Rede

As equações da rede para as barras de geração são separadas nas partes: real e imaginária, para  $i = 1, \dots, ng$ , onde  $ng$  é o número de geradores:

$$\frac{Eq_i V_i}{X_{d_i}} \sin(\delta_i - \theta_i) + \frac{V_i^2 \sin 2(\delta_i - \theta_i)}{2} \left( \frac{1}{X_{q_i}} - \frac{1}{X_{d_i}} \right) - P_{D_i} - \sum_{k=1}^{nb} V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{Eq_i V_i}{X_{d_i}} \cos(\delta_i - \theta_i) - V_i^2 \left( \frac{\sin^2(\delta_i - \theta_i)}{X_{q_i}} + \frac{\cos^2(\delta_i - \theta_i)}{X_{d_i}} \right) - Q_{D_i} - \sum_{k=1}^{nb} V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) = 0 \quad (2.17)$$

Similarmente, as equações da rede para as barras de carga são separadas nas partes: real e imaginária, para  $i = ng + 1, \dots, nb$ , onde  $nb$  é o número de barras do sistema:

$$-P_{Di} - \sum_{k=1}^{nb} V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \text{sen} \theta_{ik}) = 0 \quad (2.18)$$

$$-Q_{Di} - \sum_{k=1}^{nb} V_i V_k (G_{ik} \text{sen} \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) = 0 \quad (2.19)$$

Nota-se que,  $P_{Di}$  e  $Q_{Di}$  podem estar presentes tanto nas barras de geração como nas barras de carga.

### 2.3.3 Modelo do Gerador

A primeira equação de equilíbrio que modela o gerador é dada pela potência (ativa e reativa) produzida pela máquina síncrona como função da tensão terminal e duas variáveis internas  $E_q$  e  $(\delta - \theta)$ , para  $i = 1, \dots, ng$  onde  $ng$  é o número de geradores:

$$P_{Gi} = \frac{E_q V_i}{X d_i} \text{sen}(\delta_i - \theta_i) + \frac{V_i^2 \text{sen} 2(\delta_i - \theta_i)}{2} \left( \frac{1}{X q_i} - \frac{1}{X d_i} \right) \quad (2.20)$$

$$Q_{Gi} = \frac{E_q V_i}{X d_i} \cos(\delta_i - \theta_i) - V_i^2 \left( \frac{\text{sen}^2(\delta_i - \theta_i)}{X q_i} + \frac{\cos^2(\delta_i - \theta_i)}{X d_i} \right) \quad (2.21)$$

A segunda equação de equilíbrio é a equação do AVR ou RAT (*Automatic Voltage Regulator* ou Regulador Automático de Tensão), para  $i = 1, \dots, ng$  onde  $ng$  é o número de geradores e  $G$  é o ganho do AVR:

$$E_{q_i} - G_i (V_{ref,i} - V_i) = 0 \quad (2.22)$$

### 2.3.4 Sistema de Equações Linearizadas

O processo iterativo do método *Newton Raphson* de solução de equações não-lineares tem a forma:

$$\begin{cases} \Delta X^{(v)} = [J(X^{(v)})]^{-1} \cdot [Y - f(X^{(v)})] \\ X^{(v+1)} = X^{(v)} + \Delta X^{(v)} \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\text{onde: } [Y - f(X^{(v)})] = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Os vetores  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F_4$  correspondem às equações de equilíbrio da rede e do gerador apresentadas anteriormente:

$$F_{1,i} = \frac{Eq_i V_i}{Xd_i} \text{sen}(\delta_i - \theta_i) + \frac{V_i^2 \text{sen}2(\delta_i - \theta_i)}{2} \left( \frac{1}{Xq_i} - \frac{1}{Xd_i} \right) - P_{Di} - \sum_{k=1}^{nb} V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \text{sen} \theta_{ik}) \quad (2.25)$$

$$F_{2,i} = \frac{Eq_i V_i}{Xd_i} \cos(\delta_i - \theta_i) - V_i^2 \left( \frac{\text{sen}^2(\delta_i - \theta_i)}{Xq_i} + \frac{\cos^2(\delta_i - \theta_i)}{Xd_i} \right) - Q_{Di} - \sum_{k=1}^{nb} V_i V_k (G_{ik} \text{sen} \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2.26)$$

$$F_{3,i} = \frac{Eq_i V_i}{Xd_i} \text{sen}(\delta_i - \theta_i) + \frac{V_i^2 \text{sen}2(\delta_i - \theta_i)}{2} \left( \frac{1}{Xq_i} - \frac{1}{Xd_i} \right) - P_{Gi} \quad (2.27)$$

$$F_{4,i} = Eq_i - G_i (V_{ref,i} - V_i) \quad (2.28)$$

Os vetores  $F_1$  e  $F_2$  incluem todas as barras do sistema, o vetor  $F_3$  inclui somente as barras PV, e o vetor  $F_4$  inclui as barras de tensão controlada (PV e V $\theta$ ).

Nota-se que, da equação de equilíbrio relacionada à potência (ativa e reativa) produzida pelo gerador, somente foi considerada a equação pertencente à potência ativa, já que garante o valor de  $P_{Gi}$  em  $F_1$  (potência especificada para as barras PV).

Para um sistema multi-nó, a forma geral do sistema linearizado das equações montado de forma a evidenciar a relação entre  $Eq$  e  $V$  (onde  $V$  é uma variável implícita de  $F_4$ ), pode ser representada por (2.29):

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta \delta \\ \Delta Eq \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Como o interesse é a análise das variações de tensão entre  $E_q$  e  $V$ , considera-se  $F_1 = F_2 = F_3 = 0$  em (2.29), obtendo-se:

$$[F_4] = [VCS'] \cdot [\Delta E_q] \quad (2.30)$$

onde a matriz  $[VCS']$  é calculada por:

$$[VCS'] = [D] - [C] \cdot [A]^{-1} \cdot [B] \quad (2.31)$$

Para obter a relação direta entre  $E_q$  e  $V$ , substitui-se (2.28) em (2.30):

$$[E_q - G(V_{ref} - V)] = [VCS'] \cdot [\Delta E_q] \quad (2.32)$$

Dividindo (2.32) pelo ganho  $G$  do AVR, tem-se:

$$\left[ \frac{E_q}{G} - (V_{ref} - V) \right] = \frac{1}{G} \cdot [VCS'] \cdot [\Delta E_q] \quad (2.33)$$

$$\left[ \frac{E_q}{G} - (V_{ref} - V) \right] = [VCS] \cdot [\Delta E_q] \quad (2.34)$$

onde a matriz  $[VCS]$  é dada por:

$$[VCS] = \frac{1}{G} \cdot [VCS'] \quad (2.35)$$

Os índices de adequação das ações de controle de tensão são os elementos da diagonal da matriz de (2.35), enquanto que os termos fora da diagonal traduzem a interação entre as diversas grandezas de controle do sistema e as tensões controladas.

A matriz de  $[VCS]$  também possibilita obter os valores dos parâmetros de controle  $\Delta E_q$ , a partir dos valores de novas tensões  $\Delta V$ . Isto é possível resolvendo (2.34) como um sistema do tipo  $c - b = [A] \cdot x$ .

A dimensão de  $[VCS]$  é  $(nc \times nc)$ , onde  $nc$  é o número de barras de tensão controlada na área do sistema em análise. Assim,  $nc$  é também o número de equipamentos controladores de tensão existentes, pois se considera o caso de um equipamento controlando a tensão em uma barra.

## 2.3.5 Aplicação em Sistemas-Teste

### 2.3.5.1 Introdução

Nesta seção, apresenta-se a matriz  $[VCS]$  obtida para o sistema-teste de 5 barras que inclui o novo modelo de gerador. Para efetuar os testes foi desenvolvido um programa no ambiente MATLAB. O método utilizado foi avaliado através de testes numéricos, envolvendo variações nos valores das tensões especificadas.

### 2.3.5.2 Sistema-Teste de 5 Barras

A primeira etapa do teste consistiu em desenvolver um programa de fluxo de carga em MATLAB, baseado nos modelos da rede e do gerador apresentados na seção anterior. O sistema a ser avaliado foi o sistema-teste de 5 barras mostrado na Figura 2.6.

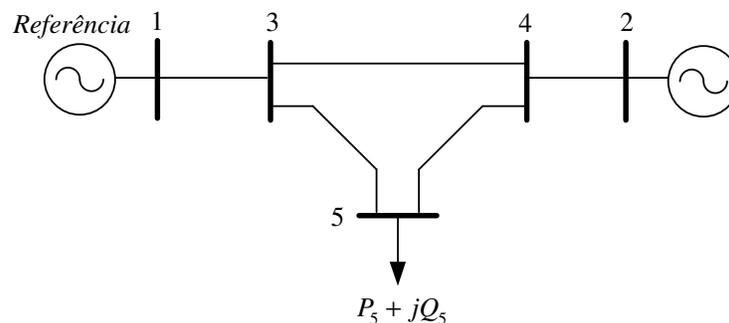


Figura 2.6 – Diagrama Unifilar do Sistema-Teste de 5 Barras

O sistema de equações lineares, construído para representar o sistema-teste de 5 barras, considerando o controle de tensão realizado pelos geradores conectados às barras 1 e 2, é dado por:



Tabela 2.9 – Dados do Sistema-Teste de 5 Barras

Barras		Tensão		Geração		Carga	
N°	Tipo	V (pu)	Ang (°)	Pg (Mw)	Qg (Mvar)	Pd (Mw)	Qd (Mvar)
1	Vθ	1,050	-3,7	200,0	344,4	-	-
2	PV	1,010	4,6	600,0	267,3	-	-
3	PQ	0,985	-5,9	-	-	-	-
4	PQ	0,964	-2,5	-	-	-	-
5	PQ	0,890	-14,9	-	-	800,0	300,0

Barras		Gerador			AVR	
N°	Eq (pu)	δ (°)	Xd (%)	Xq (%)	G (pu/pu)	V <sub>ref</sub> (pu)
1	1,184	0,0	4,00	4,00	50	1,074
2	1,141	16,6	4,00	4,00	50	1,033

De	Para	Resistência (%)	Reatância (%)	Susceptância (%)
1	3	0,00	2,00	0,00
2	4	0,00	2,00	0,00
3	4	0,00	4,00	0,00
3	5	0,00	4,00	0,00
4	5	0,00	4,00	0,00

A matriz [VCS] calculada para o ponto de operação dado na Tabela 2.9, é dada em (2.41):

$$\begin{bmatrix} F_{4,1} \\ F_{4,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 47,4381 & 25,5994 \\ 25,0900 & 52,6080 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E q_1 \\ \Delta E q_2 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

onde a matriz [VCS] está dada por:

$$[VCS] = \begin{bmatrix} 0,9488 & 0,5120 \\ 0,5018 & 1,0522 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Os valores positivos dos elementos da matriz [VCS], dados em (2.41), indicam que o sistema está operando na região definida como sendo normal. Portanto, as ações de controle de tensão terão o efeito usual, isto é, conforme ao esperado.

O segundo ponto de operação analisado para o sistema-teste de 5 barras mostrado na Figura 2.6, é dado pela Tabela 2.10. Nota-se que, os valores das reatâncias do eixo direto  $X_d$  e de quadratura  $X_q$  foram alterados de 4% a 42%. [Van Cutsem, T., 1998]

Tabela 2.10 – Dados do Sistema-Teste de 5 Barras / Região B

Barras		Tensão		Geração		Carga	
N°	Tipo	V (pu)	Ang (°)	Pg (Mw)	Qg (Mvar)	Pd (Mw)	Qd (Mvar)
1	Vθ	1,050	-18,2	200,0	344,4	-	-
2	PV	1,010	-10,0	600,0	267,3	-	-
3	PQ	0,985	-20,5	-	-	-	-
4	PQ	0,964	-17,1	-	-	-	-
5	PQ	0,890	-29,4	-	-	800,0	300,0

Barras		Gerador			AVR	
N°	Eq (pu)	δ (°)	Xd (%)	Xq (%)	G (pu/pu)	V <sub>ref</sub> (pu)
1	2,556	0,0	42	42	50	1,101
2	3,275	39,6	42	42	50	1,076

De	Para	Resistência (%)	Reatância (%)	Susceptância (%)
1	3	0,00	2,00	0,00
2	4	0,00	2,00	0,00
3	4	0,00	4,00	0,00
3	5	0,00	4,00	0,00
4	5	0,00	4,00	0,00

A matriz [VCS] calculada para o ponto de operação dado na Tabela 2.10, é dada em (2.43):

$$\begin{bmatrix} F_{4,1} \\ F_{4,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,6970 & -13,0282 \\ -8,8863 & -8,8000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{q1} \\ \Delta E_{q2} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

onde a matriz [VCS] está dada por:

$$[VCS] = \begin{bmatrix} -0,0339 & -0,2606 \\ -0,1777 & -0,1760 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

A matriz [VCS] foi avaliada através de testes numéricos. O sistema avaliado foi o sistema-teste de 5 barras mostrado na Figura 2.6. O ponto de operação considerado foi o apresentado na Tabela 2.9. A matriz [VCS] para este ponto de operação foi dada em (2.41).

O primeiro teste consistiu em aumentar o valor da tensão de referência das barras 1 e 2 em 0,01 pu. Na Tabela 2.11, mostra-se o vetor  $\Delta E_q$  calculado da diferença entre os valores do ponto de operação antes e após a ação de controle através do programa de fluxo de carga e com o uso da matriz [VCS] de (2.41).

Tabela 2.11 –  $\Delta E_q$  Após Aumento de 0,01 pu na Tensão de Referência das Barras 1 e 2

Barras	Eq (pu)		$\Delta E_q$ (pu)	
	$V_{ref,1}=1,074$	$V_{ref,1}=1,084$	Fluxo de Carga	Equação (2.40)
	$V_{ref,2}=1,033$	$V_{ref,2}=1,043$		
1	1,184	1,191	0,007	0,007
2	1,141	1,147	0,006	0,006

A comparação entre os resultados apresentados na Tabela 2.11 indica que os valores dos parâmetros de controle de tensão do sistema podem ser estimados com o uso da matriz [VCS]. Observa-se também que, para se obter o aumento de tensão nas barras 1 e 2, as tensões internas das máquinas foram aumentadas, confirmando que as barras estão operando na região de operação definida como sendo normal, região A, onde as ações de controle ocorrem de forma usual.

O segundo teste numérico consistiu em reduzir o valor da tensão de referência das barras 1 e 2 em 0,01 pu. Os resultados são mostrados na Tabela 2.12.

Tabela 2.12 –  $\Delta E_q$  Após Redução de 0,01 pu na Tensão de Referência das Barras 1 e 2

Barras	Eq (pu)		$\Delta E_q$ (pu)	
	$V_{ref,1}=1,074$	$V_{ref,1}=1,064$	Fluxo de Carga	Equação (2.40)
	$V_{ref,2}=1,033$	$V_{ref,2}=1,023$		
1	1,184	1,176	-0,008	-0,007
2	1,141	1,135	-0,006	-0,006

Os valores dos módulos das tensões internas das máquinas foram reduzidos, acompanhando o decréscimo da tensão nas barras 1 e 2, confirmando que as barras estão operando na região de operação definida como sendo normal, região A.

A análise numérica realizada anteriormente é repetida para o ponto de operação onde o sistema avaliado se encontra na região de operação definida como sendo anormal, Tabela 2.10. O objetivo é verificar se o método de avaliação também é válido quando o sistema apresenta uma ou mais barras com controle de tensão localizado na região de operação classificada como sendo anormal.

Os valores apresentados na Tabela 2.13 são referentes ao sistema mostrado na Figura 2.7, antes e após o aumento de tensão nas barras 1 e 2 em 0,01 pu. A matriz [VCS] usada para o cálculo do vetor  $\Delta E_q$  foi dada em (2.43).

Tabela 2.13 –  $\Delta E_q$  Após Aumento de 0,01 pu na Tensão de Referência das Barras 1 e 2 / Região B

Barras	Eq (pu)		$\Delta E_q$ (pu)	
	$V_{ref,1}=1,101$ $V_{ref,2}=1,076$	$V_{ref,1}=1,111$ $V_{ref,2}=1,086$	Fluxo de Carga	Equação (2.42)
1	2,556	2,536	-0,020	-0,021
2	3,275	3,241	-0,034	-0,036

A comparação entre os resultados apresentados na Tabela 2.13 mostra que os valores dos parâmetros de controle de tensão do sistema podem ser estimados com o uso da matriz [VCS]. Observa-se também, que para se obter o aumento de tensão nas barras 1 e 2, as tensões internas das máquinas foram diminuídas, confirmando que as barras estão operando na região de operação definida como sendo anormal, região B, onde as ações de controle não ocorrem de forma usual.

O segundo teste numérico consistiu em reduzir o valor da tensão de referência das barras 1 e 2 em 0,01 pu. Os resultados são mostrados na Tabela 2.14.

Tabela 2.14 –  $\Delta E_q$  Após Redução de 0,01 pu na Tensão de Referência das Barras 1 e 2 / Região B

Barras	Eq (pu)		$\Delta E_q$ (pu)	
	$V_{ref,1}=1,101$ $V_{ref,2}=1,076$	$V_{ref,1}=1,091$ $V_{ref,2}=1,066$	Fluxo de Carga	Equação (2.42)
1	2,556	2,578	0,022	0,023
2	3,275	3,312	0,037	0,038

Observa-se que, as tensões internas das máquinas G1 e G2 foram aumentadas para se obter a redução nas barras 1 e 2 respectivamente, confirmando que as barras estão operando na região de operação definida como sendo anormal.

A partir da comparação entre os valores obtidos pelo programa de fluxo de carga e os calculados com o uso da matriz de [VCS], conclui-se que os valores dos parâmetros de controle de tensão do sistema podem ser estimados com o uso da matriz [VCS].

## 2.4 Comparação entre as Matrizes de Sensibilidade dos Controles de Tensão obtidas com os Dois Modelos de Gerador

Primeiro, comparam-se as matrizes [VCS] obtidas para os pontos de operação situados na região normal (Tabelas 2.3 e 2.9). A matriz [VCS] mostrada em (2.13) foi obtida com o modelo clássico de gerador e a matriz [VCS] apresentada em (2.41) foi obtida com o outro modelo de gerador.

$$\text{Modelo Clássico de Gerador: } [VCS] = \begin{bmatrix} 0,9288 & 0,5120 \\ 0,5018 & 1,0322 \end{bmatrix}$$

$$\text{Outro Modelo de Gerador : } [VCS] = \begin{bmatrix} 0,9488 & 0,5120 \\ 0,5018 & 1,0522 \end{bmatrix}$$

Observa-se que, os elementos fora da diagonal são os mesmos para ambos os casos, enquanto os elementos da diagonal aumentam em 0,02. Este valor é igual a  $1/G$ , onde  $G$  é o ganho do AVR. Por exemplo, se  $G = 25$ , os elementos da diagonal aumentarão em 0,04. Este comportamento somente é válido quando os geradores 1 e 2 apresentam os mesmos valores de  $X_d$ ,  $X_q$  e  $G$ .

A mesma comparação se realiza para as matrizes [VCS] obtidas para os pontos de operação situados na região anormal (Tabelas 2.4 e 2.10). A matriz (2.15) foi obtida com o modelo clássico de gerador e a matriz (2.43) foi obtida com o outro modelo de gerador.

$$\text{Modelo Clássico de Gerador: } [VCS] = \begin{bmatrix} -0,0539 & -0,2606 \\ -0,1777 & -0,1960 \end{bmatrix}$$

$$\text{Outro Modelo de Gerador : } [VCS] = \begin{bmatrix} -0,0339 & -0,2606 \\ -0,1777 & -0,1760 \end{bmatrix}$$

Igual ao caso anterior, os elementos fora da diagonal são os mesmos, enquanto os módulos dos elementos da diagonal diminuem em um valor igual a  $1/G = 0,02$  (dado que  $G = 50$ ), como já foi explicado.

## 2.5 Determinação de Áreas de Controle de Tensão com Base na Matriz de Sensibilidade dos Controles de Tensão

### 2.5.1 Análise Modal de uma Matriz

A essência da análise modal reside na determinação da estrutura modal de uma determinada matriz A, isto é, no cálculo dos seus autovalores e autovetores associados, os quais caracterizam a estabilidade de um determinado ponto de operação do sistema.

#### 2.5.1.1 Autovalores

Os autovalores de uma matriz A são dados pelos valores do parâmetro escalar  $\lambda$  para o qual existem soluções não triviais para (2.44):

$$A \cdot \varphi = \lambda \cdot \varphi \tag{2.44}$$

onde A é uma matriz ( $n \times n$ ), e  $\varphi$  é um vetor de dimensão ( $n \times 1$ ).

Para encontrar os autovalores, (2.44) pode ser reescrita da forma:

$$(A - \lambda I) \cdot \varphi = 0 \quad (2.45)$$

de solução não trivial:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.46)$$

O desenvolvimento de (2.46) fornece a equação característica, da qual as  $n$  soluções  $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  são os autovalores da matriz  $A$ .

### 2.5.1.2 Autovetores

Para qualquer autovalor  $\lambda_i$ , o vetor coluna  $\varphi_i$  que satisfaz  $A \cdot \varphi = \lambda \cdot \varphi$  é definido como sendo o autovetor à direita da matriz  $A$ , associado ao autovalor  $\lambda_i$ . Desta forma, tem-se:

$$A \cdot \varphi_i = \lambda_i \cdot \varphi_i, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.47)$$

onde,

$$\varphi_i = \begin{bmatrix} \varphi_{1i} \\ \varphi_{2i} \\ \vdots \\ \varphi_{ni} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Define-se a matriz  $\varphi$  constituída a partir dos autovetores à direita da matriz  $A$ :

$$\varphi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \dots \quad \varphi_n] \quad (2.49)$$

O mesmo procedimento é aplicado para definir o vetor linha, de dimensão  $(1 \times n)$ , que satisfaz (2.50), como sendo o autovetor à esquerda da matriz  $A$  associado ao autovalor  $\lambda_i$ . Desta forma, tem-se:

$$\psi_i \cdot A = \psi_i \cdot \lambda_i \quad (2.50)$$

onde,

$$\psi_i = [\psi_{i1} \quad \psi_{i2} \quad \dots \quad \psi_{in}] \quad (2.51)$$

e,

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Os autovetores à esquerda e à direita associados a diferentes autovalores são ortogonais, conforme está em (2.53):

$$\psi_j \cdot \varphi_i = 0 \quad (2.53)$$

Para autovetores associados a um mesmo autovalor  $\lambda_i$ , tem-se em (2.54) que:

$$\psi_i \cdot \varphi_i = C_i \quad (2.54)$$

onde  $C_i$  é uma constante diferente de zero.

É sempre possível normalizar convenientemente os autovetores à esquerda e à direita de forma a se obter (2.55):

$$\psi_i \cdot \varphi_i = 1 \quad (2.55)$$

### 2.5.1.3 Fatores de Participação

A partir do cálculo dos autovalores da matriz  $A$  e dos autovetores à direita e à esquerda associados, é também possível determinar os fatores de participação das variáveis de estado para os modos críticos do sistema. O fator de participação é definido como sendo o produto, elemento por elemento, dos autovetores à direita e à esquerda da matriz  $A$ . Se  $\lambda_i$  é o  $i$ -ésimo autovalor de  $A$  e,  $\varphi_i$  e  $\psi_i$  são, respectivamente, os autovetores à direita e à esquerda associados a  $\lambda_i$ , o fator de participação ( $FP$ ) da variável de estado  $n$  no modo  $i$  é definido por:

$$FP_{ni} = \varphi_{ni} \cdot \psi_{in} \quad (2.56)$$

O vetor fator de participação para o modo  $i$  está dado por (2.57):

$$FP_i = \begin{bmatrix} FP_{1i} \\ FP_{2i} \\ \vdots \\ FP_{ni} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

e a matriz  $[FP]$  é constituída por:

$$FP = [FP_1 \quad FP_2 \quad \dots \quad FP_n] \quad (2.58)$$

Os fatores de participação são quantidades adimensionais que representam a quantificação da participação relativa de cada estado dentro de um certo modo crítico em análise.

### 2.5.2 Método de Determinação de Áreas de Controle de Tensão

O método proposto para a determinação de áreas de controle de tensão consiste na decomposição em autovalores e autovetores da matriz  $[VCS]$ . A análise de seus autovalores de maior módulo permitirá extrair dados sobre as áreas de controle.

Expressando a matriz de sensibilidade  $[VCS]$  de dimensões  $(nc \times nc)$  – onde  $nc$  é o número de equipamentos controladores de tensão e também de barras de tensão controlada – através das matrizes dos autovetores à direita ( $\varphi$ ), autovetores à esquerda ( $\psi$ ) e diagonal ( $\Lambda$ ), obtém-se que:

$$[VCS] = \varphi \cdot \Lambda \cdot \psi \quad (2.59)$$

onde a matriz diagonal  $\Lambda$  é dada por (2.60):

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{nc} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

O sistema linearizado de equações para a matriz  $[VCS]$  de forma a evidenciar a relação entre as tensões nas barras terminais  $V$  (tensões controladas) e as tensões

nas barras internas  $E$  (parâmetros de controle) está dado por (2.61) e tem a forma  $x = [A].b$ :

$$\Delta V = [VCS].\Delta E \quad (2.61)$$

Substituindo (2.59) em (2.61), chega-se a (2.62) e (2.63):

$$\Delta V = (\varphi.\Lambda.\psi).\Delta E \quad (2.62)$$

$$\Delta V = \left( \sum_{i=1}^{nc} \varphi_i \cdot \lambda_i \cdot \psi_i \right) \cdot \Delta E \quad (2.63)$$

Observa-se em (2.63) que cada autovalor  $\lambda_i$ , em conjunto com os respectivos autovetores à direita e à esquerda, define o  $i$ -ésimo modo da matriz de sensibilidade [VCS].

Pode-se perceber que, para a  $k$ -ésima barra do sistema, tem-se a seguinte relação de sensibilidade entre a variável de estado associada à tensão na barra e seu respectivo parâmetro de controle de tensão:

$$\frac{\partial V_k}{\partial E_k} = \left( \sum_{i=1}^{nc} \varphi_{ki} \cdot \lambda_i \cdot \psi_{ik} \right) \quad (2.64)$$

Na equação (2.64), a sensibilidade da variável de estado tensão  $V_k$  em relação ao parâmetro de controle  $E_k$  é obtida via combinação de todos os autovalores e autovetores da matriz de sensibilidade [VCS].

Em linhas gerais, o método proposto para identificação de áreas de controle com base na matriz [VCS] consiste em construir a sensibilidade do sistema a partir da análise dos mode-shape (autovetor à direita) dos autovalores de maior módulo, observando de que forma as barras se relacionam.

### 2.5.3 Algoritmo de Busca de Áreas de Controle de Tensão

Na Figura 2.7 é apresentado o fluxograma simplificado do processo de busca de áreas a partir da consideração dos autovalores de maior módulo da matriz [VCS]. A variável

$i$  representa o número de autovalores da matriz de sensibilidade,  $\sigma$  é o módulo mínimo considerado no mode-shape,  $nc_{em\_grupos}$  é o percentual total de barras já inseridas em alguma área,  $\varepsilon_1$  é o percentual mínimo de barras que se quer agrupar, e  $\varepsilon_2$  é o número de autovalores que deve ser utilizado na busca.

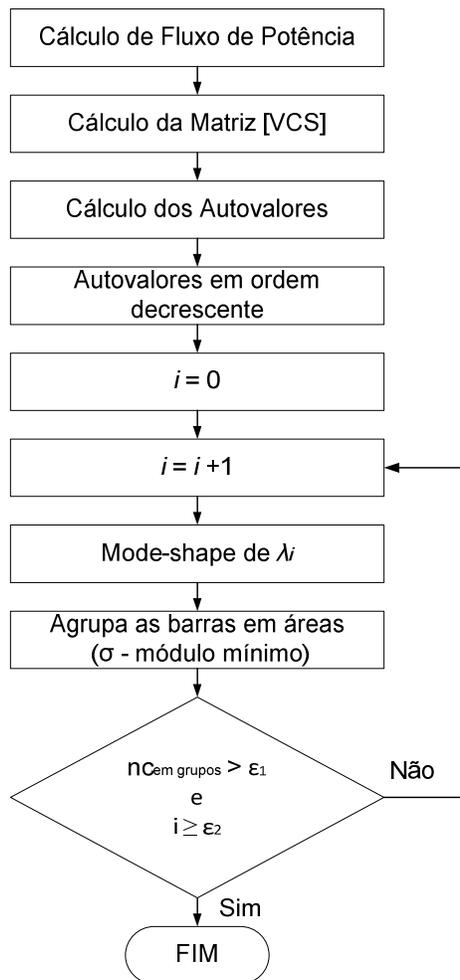


Figura 2.7 – Fluxograma Simplificado da Busca de Áreas de Controle pelos Maiores Autovalores da Matriz [VCS]

## 2.6 Resultados da Definição de Áreas de Controle de Tensão

Com o objetivo de avaliar o método proposto para a definição de áreas de controle de tensão a partir dos maiores autovalores da matriz [VCS] serão usados os seguintes sistemas-teste:

- Sistema 10 Barras;
- Sistema 18 Barras;
- Sistema *New England* 39 Barras;
- Sistema IEEE 118 Barras;
- Sistema S/SE Brasileiro 730 Barras.

Os dados destes sistemas-teste estão no Apêndice B. Os resultados da definição de áreas de controle de tensão serão apresentados a seguir.

### 2.6.1 Sistema 10 Barras

O primeiro sistema a ser analisado é mostrado na Figura 2.8. Este sistema inclui o modelo clássico de gerador. Consta de 14 barras, 13 circuitos e 4 geradores (4 barras e 4 circuitos são próprios do modelo do gerador). O sistema é dividido em duas partes: uma parte à direita da barra 30 e a outra parte à esquerda da barra 130. Entre as duas, há uma reatância  $jX$  variável.

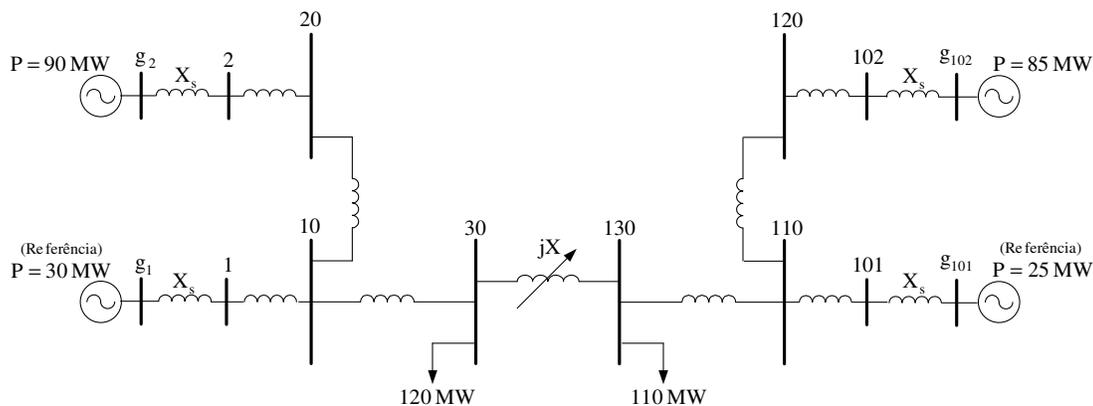


Figura 2.8 – Diagrama Unifilar do Sistema 10 Barras incluindo Modelo Clássico de Gerador

As barras internas  $g_1$  e  $g_{101}$  dos geradores G1 e G101, foram consideradas como barras de referência para evitar que parte do sistema fique sem referência angular quando a impedância  $jX$  for elevada. Para a determinação das áreas, foram considerados dois valores distintos para a reatância  $jX$ : 0,01% e 10000%.

### 2.6.1.1 Baixa Impedância de Interligação

A matriz de sensibilidade dos controles de tensão [VCS] determinada para o ponto de operação em análise apresentado no Apêndice B, obtido com o uso do programa desenvolvido em MATLAB, considerando  $jX = 0,01\%$  é dada em (2.65):

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,58 & 0,32 & 0,19 & 0,22 \\ 0,30 & 0,65 & 0,21 & 0,26 \\ 0,19 & 0,22 & 0,58 & 0,31 \\ 0,21 & 0,26 & 0,30 & 0,64 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \\ \Delta E_{g101} \\ \Delta E_{g102} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Os autovalores da matriz [VCS] são ordenados em forma decrescente e dados pela Tabela 2.15.

Tabela 2.15 – Autovalores da Matriz [VCS] do Sistema 10 Barras ( $jX=0,01\%$ )

i	Autovalor ( $\lambda_i$ )
1	1,3657
2	0,4850
3	0,3052
4	0,3004

Como o objetivo deste trabalho é determinar áreas de controle de tensão a partir da análise dos maiores autovalores da matriz [VCS], utiliza-se o algoritmo apresentado na Figura 2.7. Os valores das variáveis utilizadas no algoritmo são:  $\sigma = 0,8$ ;  $\varepsilon_1 = 70\%$  e  $\varepsilon_2 = 2$ . A visualização gráfica do primeiro autovetor à direita normalizado que corresponde ao mode-shape do primeiro maior autovalor, é dada pela Figura 2.9.

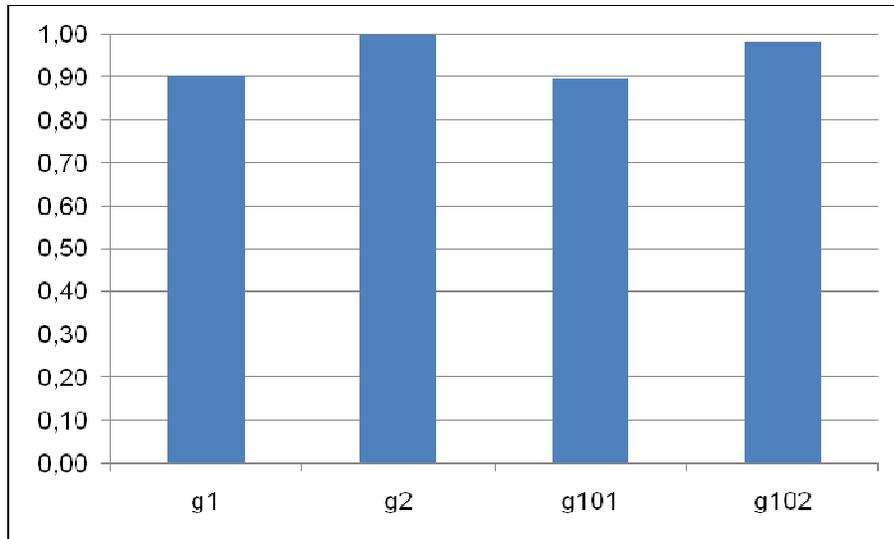


Figura 2.9 – Mode-Shape de  $\lambda_1$  da Matriz [VCS] para o Sistema 10 Barras ( $jX=0,01\%$ )

Neste mode-shape todas as barras apresentam módulo superior a 0,8 e sinal positivo, confirmando que o sistema fica único quando se trabalha com uma impedância de interligação pequena.

O mode-shape referente ao segundo maior autovalor  $\lambda_2 = 0,4850$  é apresentado na Figura 2.10.

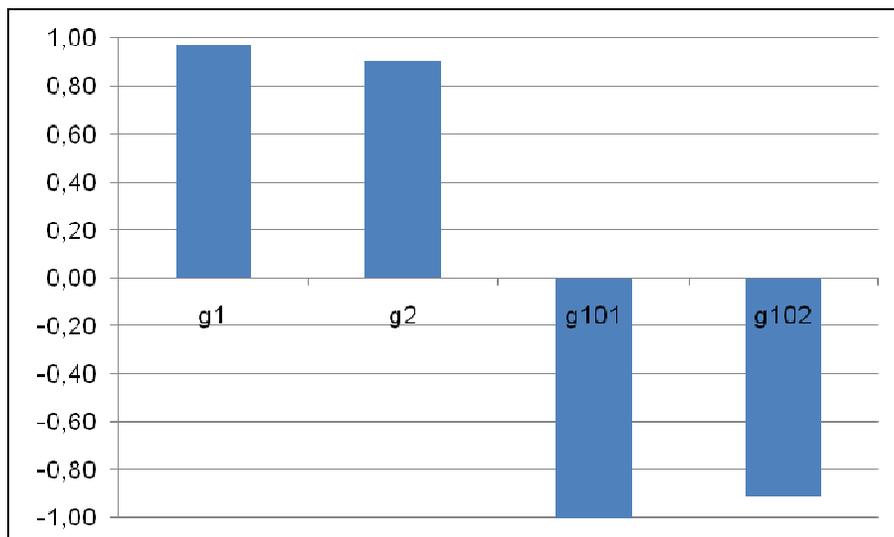


Figura 2.10 – Mode-Shape de  $\lambda_2$  da Matriz [VCS] para o Sistema 10 Barras ( $jX=0,01\%$ )

Neste mode-shape percebe-se a divisão do sistema em dois grupos, sendo um composto pelas barras  $g_1$  e  $g_2$  que apresentam módulo superior a 0,8 (valor de  $\sigma$ ) e sinal positivo, e outro grupo composto pelas barras  $g_{101}$  e  $g_{102}$  que apresentam módulo superior a 0,8 e sinal negativo.

Como após a avaliação do mode-shape de  $\lambda_2$ , os critérios  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  foram atendidos, a busca de áreas de controle é concluída.

Na Figura 2.11, apresenta-se a divisão do sistema de 10 barras nas duas áreas de controle obtidas. De cor vermelho estão as barras internas  $g_1$  e  $g_2$  e suas respectivas barras terminais 1 e 2, que compõem a primeira área, e de cor azul estão as barras internas  $g_{101}$  e  $g_{102}$  e suas respectivas barras terminais 101 e 102, que compõem a segunda área.

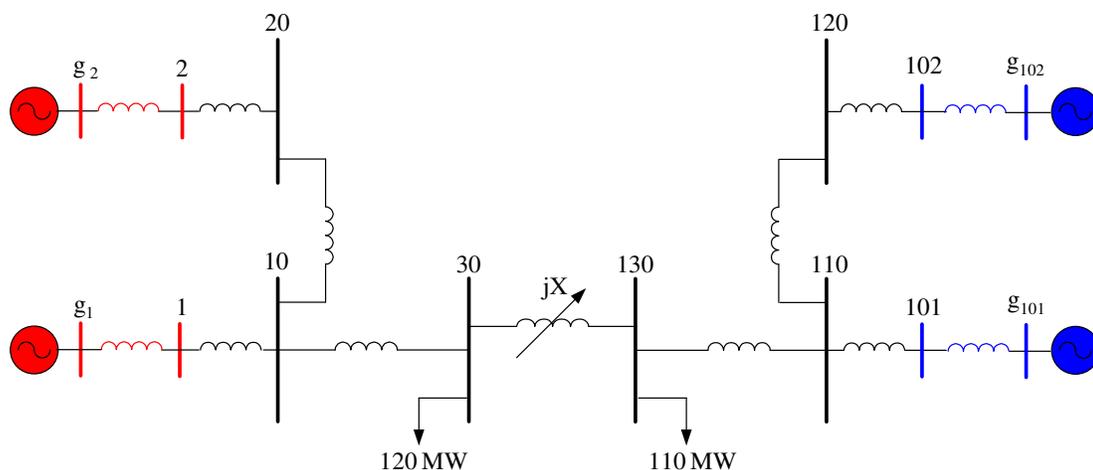


Figura 2.11 – Áreas de Controle de Tensão a partir da Matriz [VCS] para o Sistema 10 Barras que inclui Modelo Clássico de Gerador com  $jX=0,01\%$

### 2.6.1.2 Alta Impedância de Interligação

A mesma análise feita para o sistema da Figura 2.8 com  $jX = 0,01\%$  será agora realizada considerando  $jX = 10000\%$ . Logo, esta condição cria um desacoplamento entre as barras à esquerda da barra 30 e à direita da barra 130.

A matriz de sensibilidade dos controles de tensão determinada para o ponto de operação apresentado no Apêndice B, obtido com o uso do programa desenvolvido em MATLAB, considerando  $jX = 10000\%$ , é dada em (2.66):

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,78 & 0,56 & 0,00 & 0,00 \\ 0,53 & 0,92 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,75 & 0,52 \\ 0,00 & 0,00 & 0,49 & 0,87 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \\ \Delta E_{g101} \\ \Delta E_{g102} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Os autovalores da matriz [VCS] são ordenados em forma decrescente e dados pela Tabela 2.16.

Tabela 2.16 – Autovalores da Matriz [VCS] do Sistema 10 Barras ( $jX=10000\%$ )

i	Autovalor ( $\lambda_i$ )
1	1,4005
2	1,3237
3	0,3062
4	0,3040

Nota-se que os autovalores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  possuem os maiores módulos. Estes autovalores indicam que o sistema de 10 barras é, na realidade, composto de dois sistemas de 5 barras, devido à existência da alta impedância de interligação entre as barras 30 e 130. Este sistema poderia ser representado como dois sistemas distintos que possuem suas próprias matrizes [VCS], cada uma com um autovalor de maior módulo.

Para determinar as áreas de controle de tensão a partir da análise dos maiores autovalores da matriz [VCS], utiliza-se o algoritmo apresentado na Figura 2.7. Os valores das variáveis utilizadas no algoritmo são:  $\sigma = 0,8$ ;  $\varepsilon_1 = 70\%$  e  $\varepsilon_2 = 2$ .

O mode-shape para o primeiro maior autovalor  $\lambda_1 = 1,4005$  é dado pela Figura 2.12. Neste mode-shape a primeira área é definida pelas barras  $g_1$  e  $g_2$  que apresentam módulos superiores a 0,8.

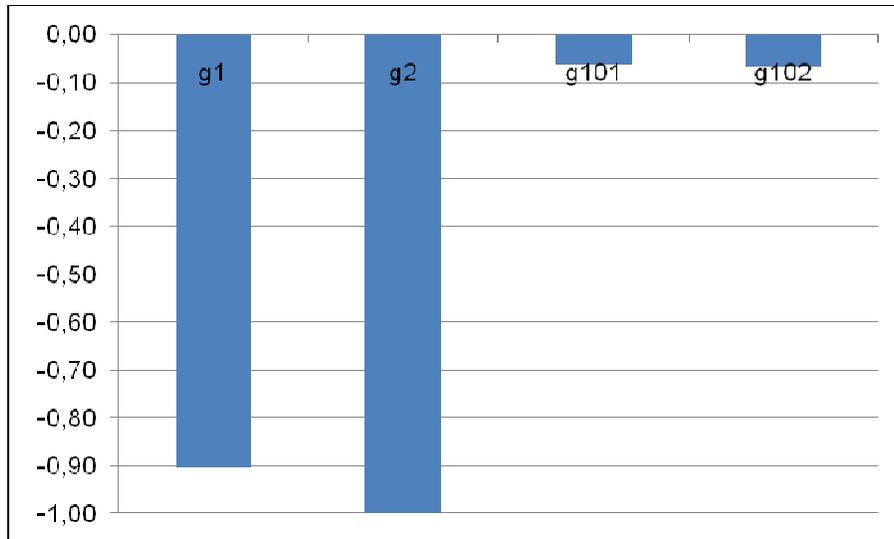


Figura 2.12 – Mode-Shape de  $\lambda_1$  da Matriz [VCS] para o Sistema 10 Barras ( $jX=10000\%$ )

O mode-shape para o segundo maior autovalor  $\lambda_2 = 1,3237$  é apresentado na Figura 2.13. Neste mode-shape a segunda área é definida pelas barras cujo módulo é superior a 0,8 que são as barras  $g_{101}$  e  $g_{102}$ .

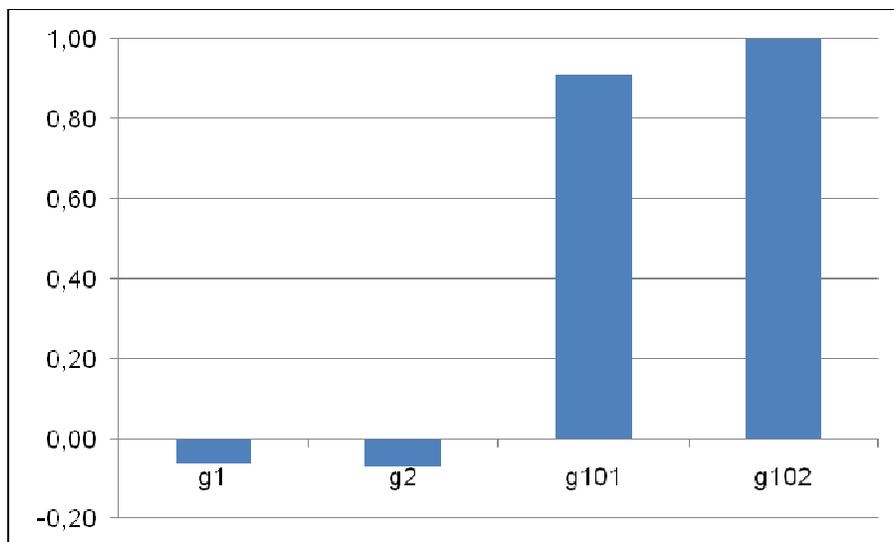


Figura 2.13 – Mode-Shape de  $\lambda_2$  da Matriz [VCS] para o Sistema 10 Barras ( $jX=10000\%$ )

Como após a avaliação do mode-shape de  $\lambda_2$ , os critérios  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  foram atendidos, a busca de áreas de controle é concluída.

Nota-se que os mode-shape dos autovalores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  confirmam a existência de dois sistemas satisfatoriamente desacoplados.

Na Figura 2.14, mostra-se a divisão do sistema de 10 barras através dos maiores autovalores. Na primeira área, de vermelho, estão as barras internas  $g_1$  e  $g_2$  e suas respectivas barras terminais 1 e 2; na segunda área, de cor azul, estão as barras internas  $g_{101}$  e  $g_{102}$  e suas respectivas barras terminais 101 e 102. A linha preta descontinua indica o desacoplamento entre as barras à esquerda da barra 30 e à direita da barra 130, devido à alta impedância de interligação.

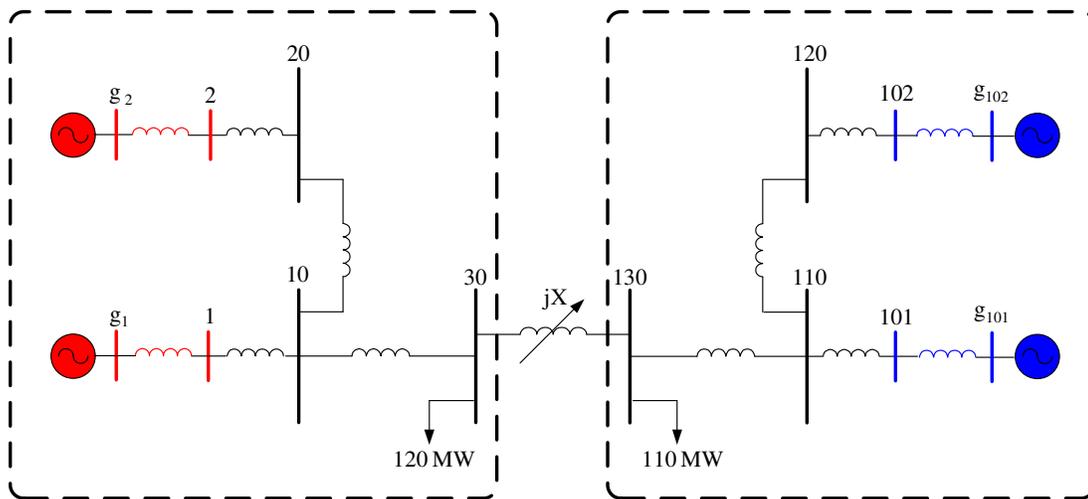


Figura 2.14 – Áreas de Controle de Tensão a partir da Matriz [VCS] para o Sistema 10 Barras com  $jX=10000\%$ , incluindo Modelo Clássico de Gerador

## 2.6.2 Sistema 18 Barras

O segundo sistema a ser analisado é o sistema de 18 barras mostrado na Figura 2.15. Este sistema é apresentado em [Henriques, R. M., 2009]. Foi gerado com o intuito de mostrar que os autovalores identificam subáreas dentro de uma área de controle. O sistema de 18 barras é uma duplicação do sistema de 10 barras da Figura 2.8, replicando abaixo do sistema original a mesma topologia à esquerda da barra 30 e à direita da barra 130, mantendo-se a interligação variável  $jX$  entre estas barras.

O sistema inclui o modelo clássico de gerador. Consta de 26 barras, 25 circuitos, 8 geradores (8 barras e 8 circuitos são próprios do modelo do gerador) e uma reatância variável  $jX$  entre as barras 30 e 130.

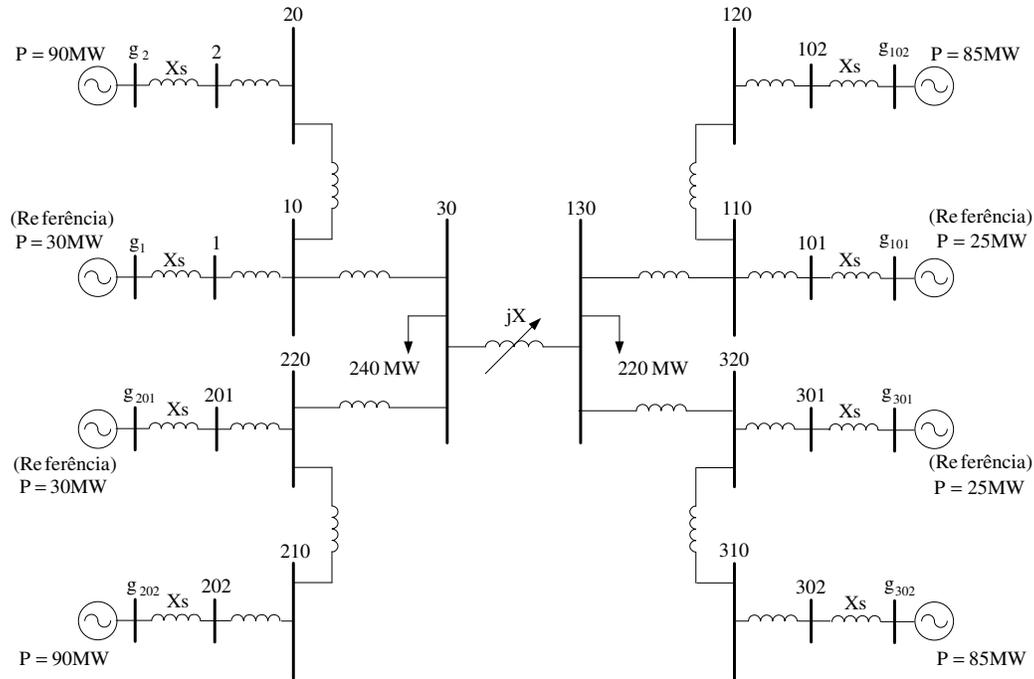


Figura 2.15 – Diagrama Unifilar do Sistema 18 Barras incluindo Modelo Clássico de Gerador

Para a determinação das áreas, foram considerados dois valores distintos para a reatância  $jX$ : 0,01% e 10000%.

### 2.6.2.1 Baixa Impedância de Interligação

A matriz de sensibilidade dos controles de tensão [VCS] determinada para o ponto de operação apresentado no Apêndice B, obtido com o uso do programa desenvolvido em MATLAB, considerando  $jX = 0,01\%$ , é dada em (2.67):

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{201} \\ \Delta V_{202} \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \\ \Delta V_{301} \\ \Delta V_{302} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,49 & 0,21 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 \\ 0,20 & 0,52 & 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 \\ 0,09 & 0,11 & 0,49 & 0,21 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 \\ 0,11 & 0,13 & 0,20 & 0,52 & 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 \\ 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & 0,49 & 0,20 & 0,09 & 0,11 \\ 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & 0,19 & 0,51 & 0,11 & 0,13 \\ 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & 0,49 & 0,20 \\ 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & 0,19 & 0,51 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \\ \Delta E_{g201} \\ \Delta E_{g202} \\ \Delta E_{g101} \\ \Delta E_{g102} \\ \Delta E_{g301} \\ \Delta E_{g302} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Os autovalores da matriz [VCS] são ordenados em forma decrescente e dados na Tabela 2.17.

Tabela 2.17 – Autovalores da Matriz [VCS] do Sistema 18 Barras ( $jX=0,01\%$ )

i	Autovalor ( $\lambda_i$ )	i	Autovalor ( $\lambda_i$ )
1	1,3657	5	0,3052
2	0,4869	6	0,3014
3	0,4851	7	0,3004
4	0,4829	8	0,2996

Como o objetivo deste trabalho é determinar áreas de controle de tensão a partir da análise dos maiores autovalores da matriz [VCS], utiliza-se o algoritmo apresentado na Figura 2.7. Os valores das variáveis utilizadas no algoritmo são:  $\sigma = 0,8$ ;  $\varepsilon_1 = 70\%$  e  $\varepsilon_2 = 4$ . A visualização gráfica do primeiro autovetor à direita normalizado, que corresponde ao mode-shape do maior autovalor, é dada na Figura 2.16.

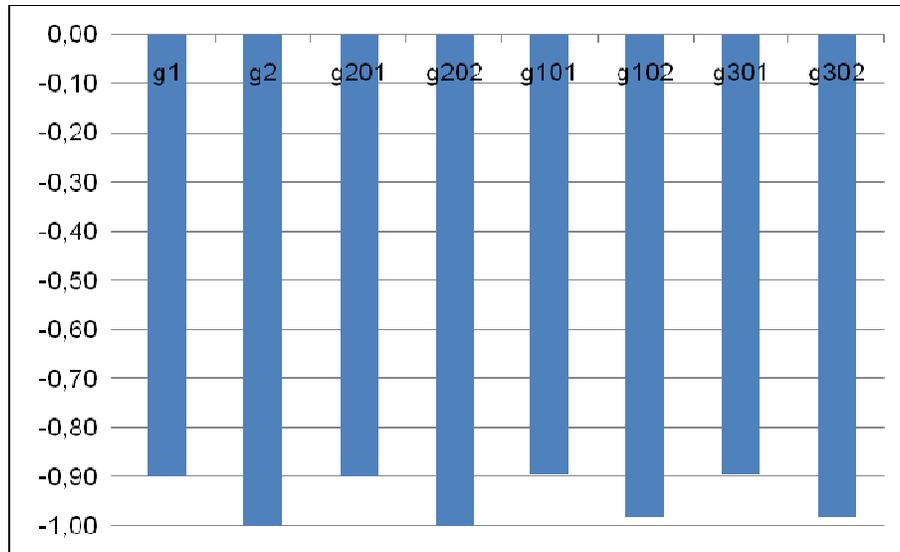


Figura 2.16 – Mode-Shape de  $\lambda_1$  da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras ( $jX=0,01\%$ )

Neste mode-shape onde todas as barras apresentam módulo superior a 0,8 e sinal negativo, confirma-se que o sistema fica único quando se trabalha com uma impedância de interligação pequena.

O mode-shape referente ao autovalor  $\lambda_2 = 0,4869$  é apresentado na Figura 2.17.

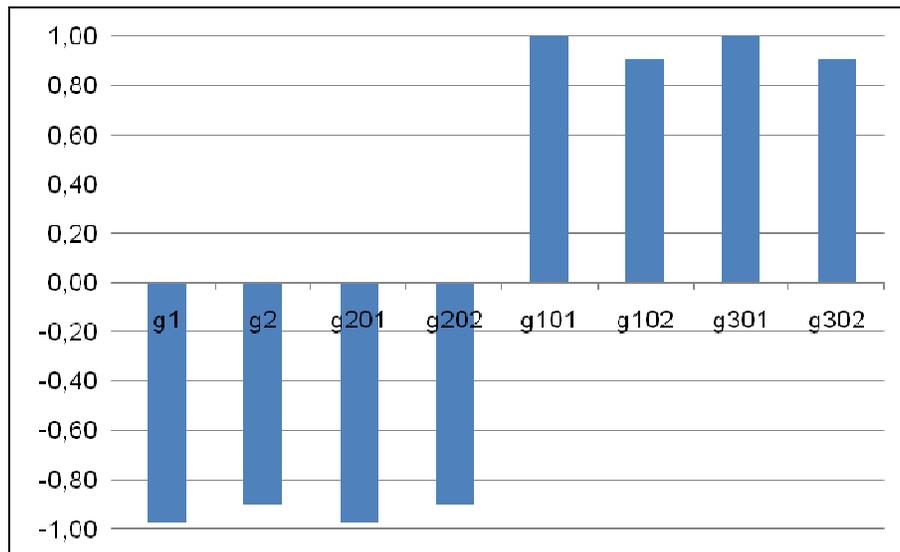


Figura 2.17 – Mode-Shape de  $\lambda_2$  da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras ( $jX=0,01\%$ )

Neste mode-shape percebe-se a divisão do sistema em dois grupos, sendo um composto pelas barras  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_{201}$  e  $g_{202}$  que apresentam módulo superior a 0,8 (valor

de  $\sigma$ ) e sinal negativo, e outro grupo composto pelas barras  $g_{101}$ ,  $g_{102}$ ,  $g_{301}$  e  $g_{302}$  que apresentam módulo superior a 0,8 e sinal positivo.

O mode-shape para o autovalor  $\lambda_3 = 0,4851$  é dado pela Figura 2.18 e o mode-shape para o autovalor  $\lambda_4 = 0,4829$  é dado pela Figura 2.19.

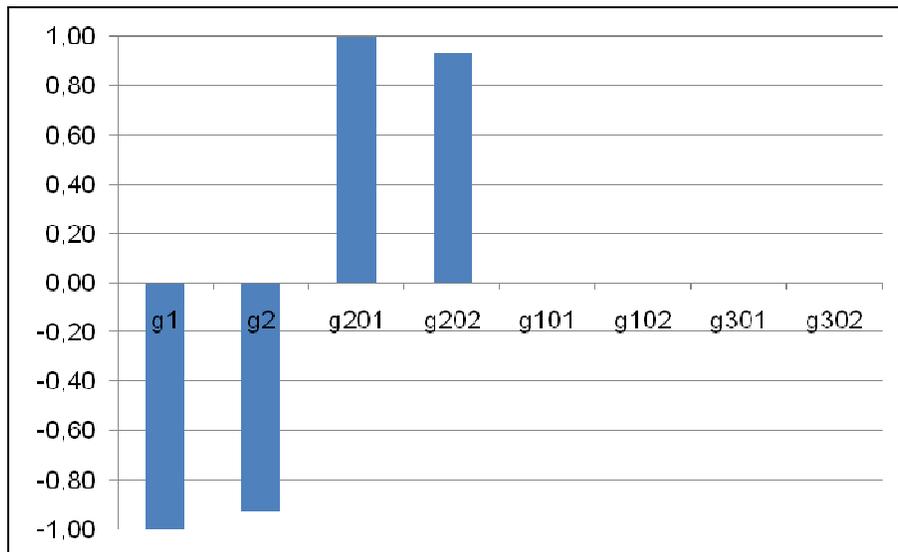


Figura 2.18 – Mode-Shape de  $\lambda_3$  da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras ( $jX=0,01\%$ )

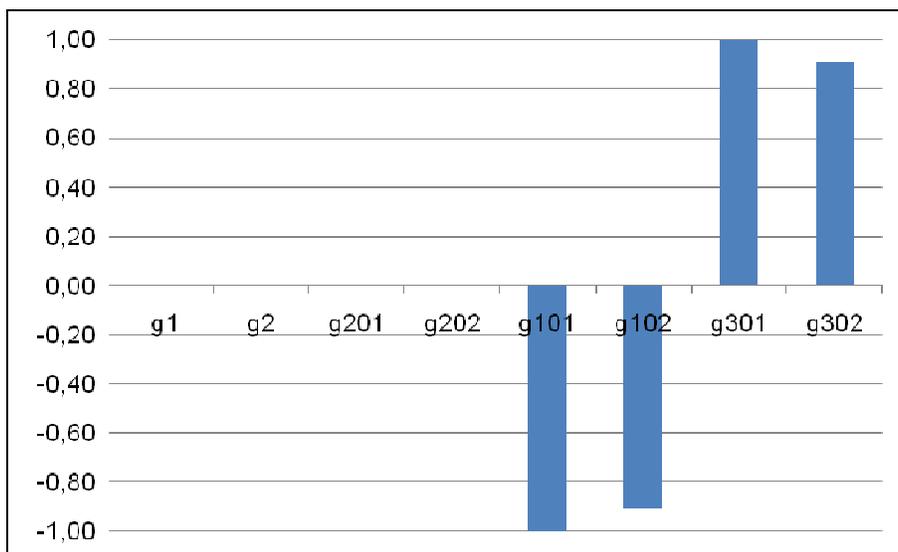


Figura 2.19 – Mode-Shape de  $\lambda_4$  da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras ( $jX=0,01\%$ )

Nestes mode-shape, mostra-se que os autovalores  $\lambda_3$  e  $\lambda_4$  subdividem as duas áreas que foram determinadas através do autovalor  $\lambda_2$ .

Como após a avaliação do mode-shape de  $\lambda_4$ , os critérios  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  foram atendidos, a busca de áreas de controle é concluída, dividindo o sistema de 18 barras em duas áreas de controle, cada uma com duas subáreas como é mostrado na Figura 2.20.

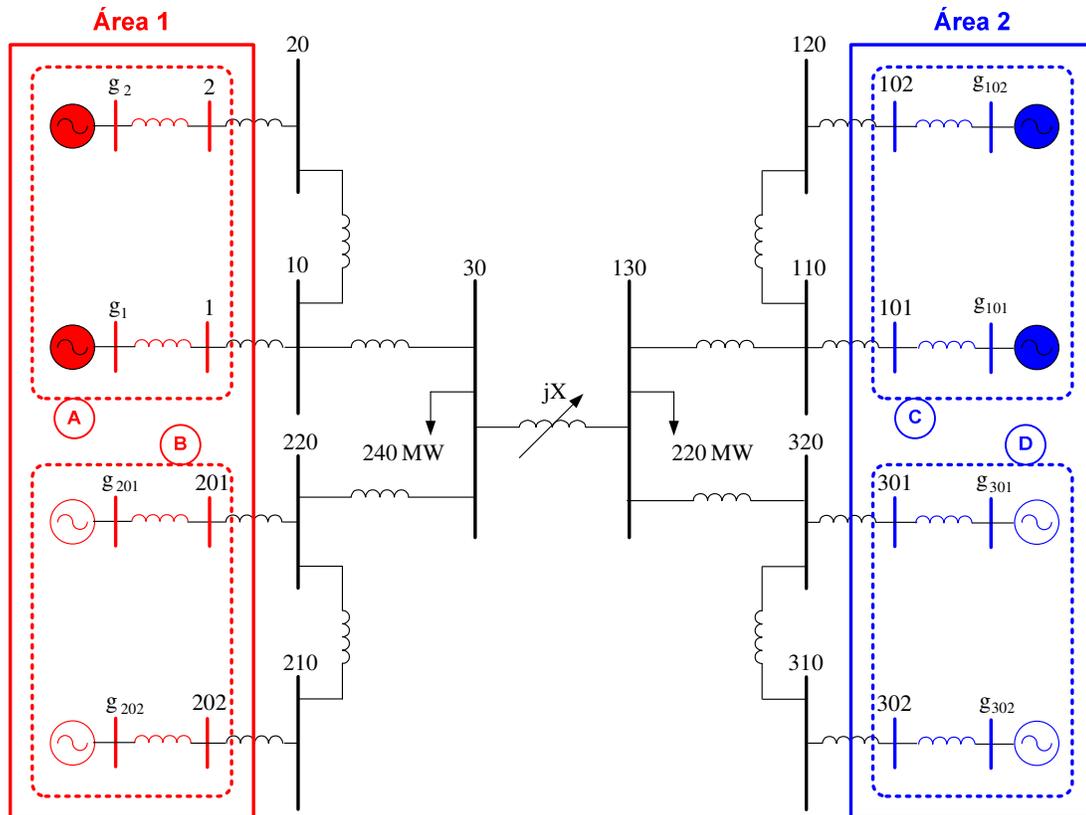


Figura 2.20 – Áreas de Controle de Tensão a partir da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras que inclui Modelo Clássico de Gerador com  $jX=0,01\%$

### 2.6.2.2 Alta Impedância de Interligação

A mesma análise feita para o sistema da Figura 2.15 com  $jX = 0,01\%$  será agora realizada considerando  $jX = 10000\%$ . Logo, esta condição cria um desacoplamento entre as barras à esquerda da barra 30 e à direita da barra 130.

A matriz de sensibilidade dos controles de tensão determinada para o ponto de operação apresentado no Apêndice B, obtido com o uso do programa desenvolvido em MATLAB, considerando  $jX = 10000\%$ , é dada em (2.68):

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{201} \\ \Delta V_{202} \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \\ \Delta V_{301} \\ \Delta V_{302} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,59 & 0,33 & 0,19 & 0,23 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,31 & 0,66 & 0,22 & 0,27 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,19 & 0,23 & 0,59 & 0,63 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,22 & 0,27 & 0,31 & 0,66 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,58 & 0,31 & 0,18 & 0,21 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,29 & 0,63 & 0,20 & 0,24 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,18 & 0,21 & 0,58 & 0,31 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,20 & 0,24 & 0,29 & 0,63 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \\ \Delta E_{g201} \\ \Delta E_{g202} \\ \Delta E_{g101} \\ \Delta E_{g102} \\ \Delta E_{g301} \\ \Delta E_{g302} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Os autovalores da matriz [VCS] são ordenados em forma decrescente e dados na Tabela 2.18.

Tabela 2.18 – Autovalores da Matriz [VCS] do Sistema 18 Barras ( $jX=10000\%$ )

i	Autovalor ( $\lambda_i$ )	i	Autovalor ( $\lambda_i$ )
1	1,4031	5	0,3062
2	1,3263	6	0,3040
3	0,4863	7	0,3013
4	0,4836	8	0,2997

Nota-se que os autovalores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  possuem os maiores módulos. Estes autovalores indicam que o sistema de 18 barras é, na realidade, composto por dois sistemas, devido à existência da alta impedância de interligação entre as barras 30 e 130. Este sistema poderia ser representado como dois sistemas distintos que possuem suas próprias matrizes [VCS], cada uma com um autovalor de maior módulo.

Como se deseja determinar áreas de controle de tensão a partir da análise dos maiores autovalores da matriz [VCS] utiliza-se o algoritmo apresentado na Figura 2.7. Os valores das variáveis utilizadas no algoritmo são:  $\sigma = 0,8$ ;  $\varepsilon_1 = 70\%$  e  $\varepsilon_2 = 4$ .

O mode-shape para o primeiro maior autovalor  $\lambda_1 = 1,4031$  é dado pela Figura 2.21. Neste mode-shape a primeira área é definida pelas barras cujo módulo é superior a 0,8 que são as barras  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_{201}$  e  $g_{202}$ .

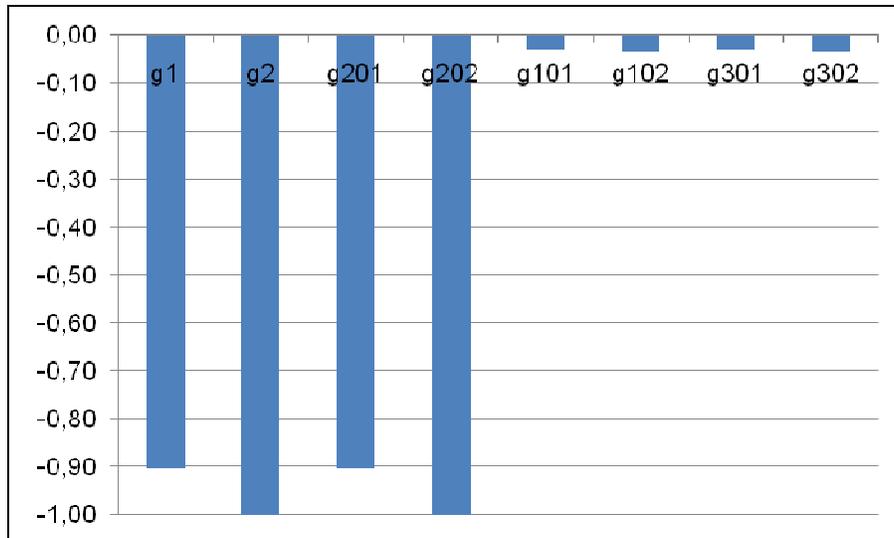


Figura 2.21 – Mode-Shape de  $\lambda_1$  da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras ( $jX=10000\%$ )

O mode-shape para o segundo maior autovalor  $\lambda_2 = 1,3263$  é apresentado na Figura 2.22. Neste mode-shape a segunda área é definida pelas barras cujo módulo é superior a 0,8 que são as barras  $g_{101}$ ,  $g_{102}$ ,  $g_{301}$  e  $g_{302}$ .

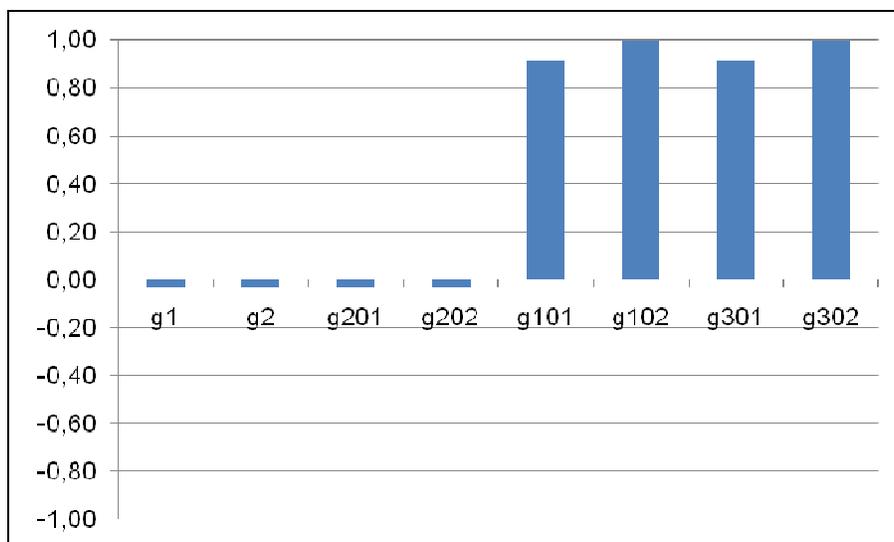


Figura 2.22 – Mode-Shape de  $\lambda_2$  da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras ( $jX=10000\%$ )

Pode-se observar que os mode-shape dos autovalores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  representam o desacoplamento entre as barras à esquerda da barra 30 e à direita da barra 130, devido à utilização de uma impedância de interligação elevada. Percebe-se também que as áreas 1 e 2 determinadas pelos autovalores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  não influenciam uma a outra.

Os mode-shape para os autovalores  $\lambda_3 = 0,4863$  e  $\lambda_4 = 0,4836$  são dados pelas Figuras 2.23 e 2.24.

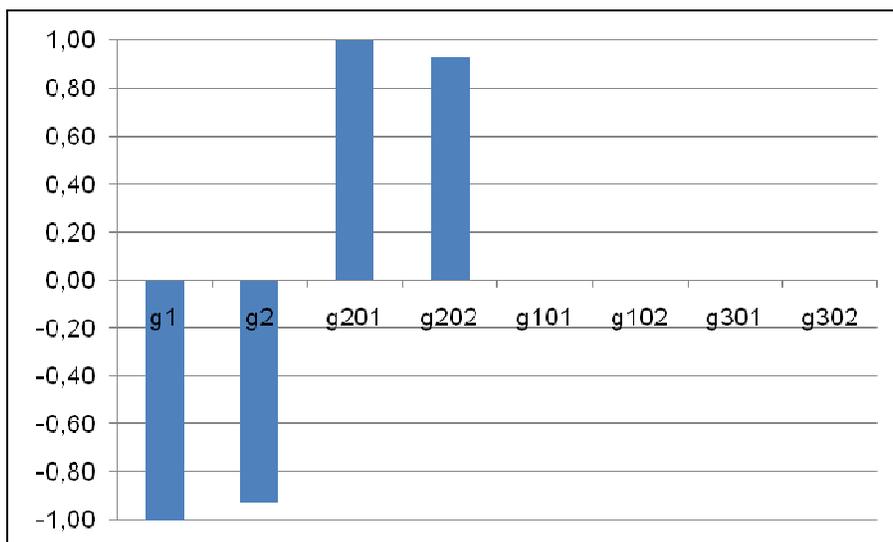


Figura 2.23 – Mode-Shape de  $\lambda_3$  da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras ( $jX=10000\%$ )

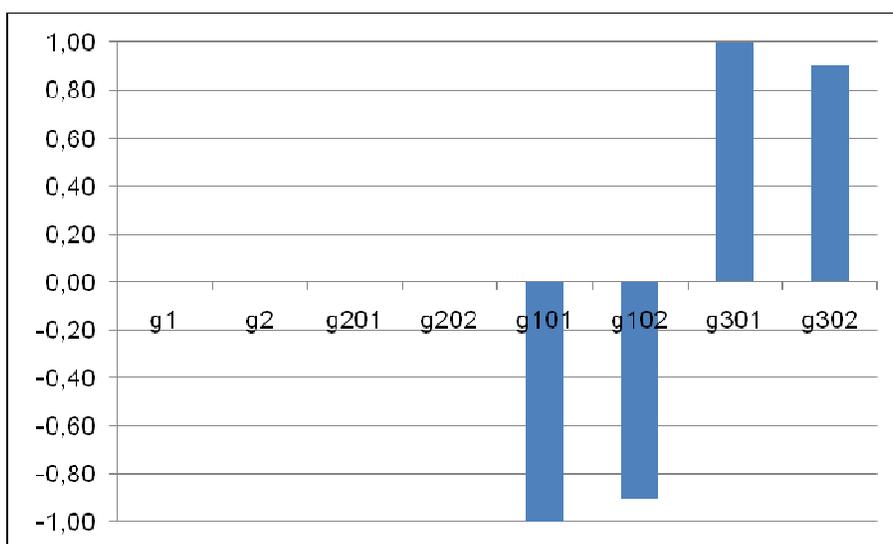


Figura 2.24 – Mode-Shape de  $\lambda_4$  da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras ( $jX=10000\%$ )

Nota-se que os mode-shape dos autovalores  $\lambda_3$  e  $\lambda_4$  representam subdivisões das áreas que foram determinadas através dos autovalores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ .

Como após a avaliação do mode-shape de  $\lambda_4$ , os critérios  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  foram atendidos, a busca de áreas de controle é concluída, dividindo o sistema de 18 barras em duas áreas de controle, cada uma com suas respectivas subáreas, como mostrado na Figura 2.25. A linha preta descontínua indica o desacoplamento entre as barras à esquerda da barra 30 e à direita da barra 130, devido à alta impedância de interligação.

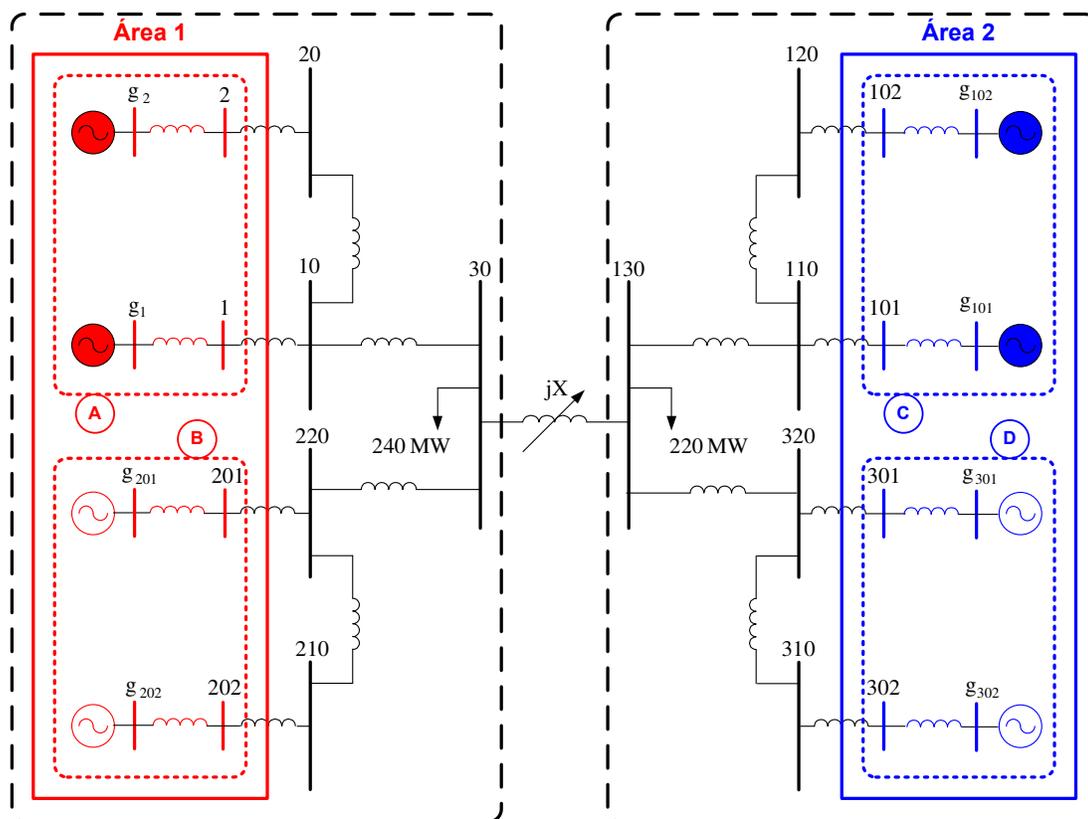


Figura 2.25 – Áreas de Controle de Tensão a partir da Matriz [VCS] para o Sistema 18 Barras que inclui Modelo Clássico de Gerador com  $jX=10000\%$

### 2.6.3 Sistema *New England* 39 Barras

Neste item, apresenta-se a determinação de áreas de controle para o sistema *New England*. O diagrama unifilar deste sistema é exibido na Figura 2.26. As características principais do sistema estão na Tabela 2.19. Os dados do sistema são mostrados no Apêndice B.

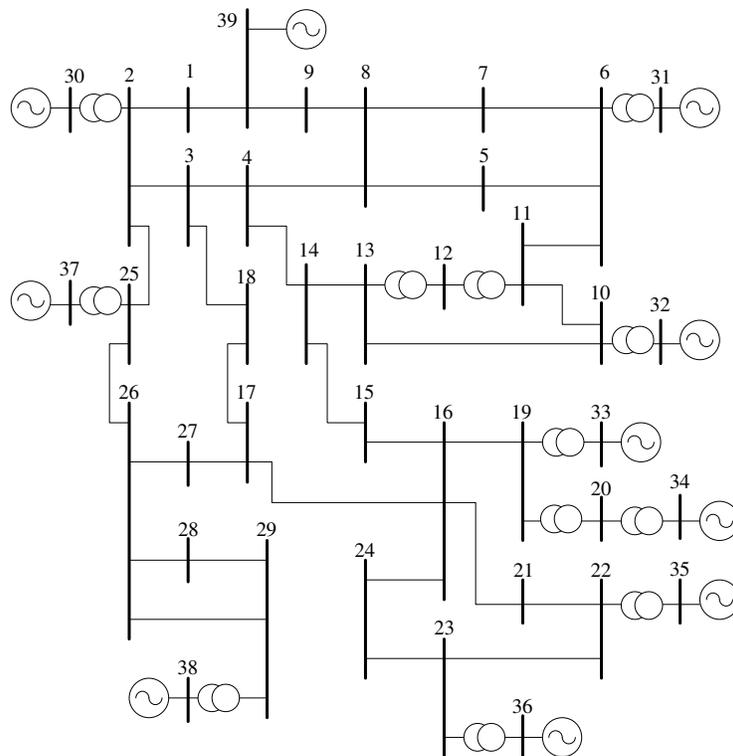


Figura 2.26 – Diagrama Unifilar do Sistema *New England* 39 Barras

Tabela 2.19 – Características Principais do Sistema *New England* 39 Barras

Parâmetros Principais do Sistema	Quantidade
Barras (Barras Internas dos Geradores)	49 (10)
Circuitos (Circuitos com a Reatância Síncrona do Gerador)	56 (10)
Geradores	10
Transformadores	12
Carga Ativa	6150,5 MW
Carga Reativa	1408,9 MVar

Novamente o algoritmo da Figura 2.7 é utilizado para determinar as áreas de controle de tensão a partir da análise dos maiores autovalores da matriz [VCS]. Os valores das variáveis do algoritmo de busca de áreas são:  $\sigma = 0,25$ ;  $\varepsilon_1 = 70\%$  e  $\varepsilon_2 = 3$ . Os autovalores da matriz [VCS] são dados na Tabela 2.20.

Tabela 2.20 – Autovalores da Matriz [VCS] do Sistema 39 Barras

i	Módulo do Autovalor $\lambda_i$	i	Módulo do Autovalor $\lambda_i$
1	1,4514	6	0,5085
2	0,7786	7	0,3971
3	0,7467	8	0,3870
4	0,6356	9	0,3686
5	0,5656	10	0,3451

O mode-shape para o primeiro maior autovalor  $\lambda_1 = 1,4514$  é dado pela Figura 2.27.

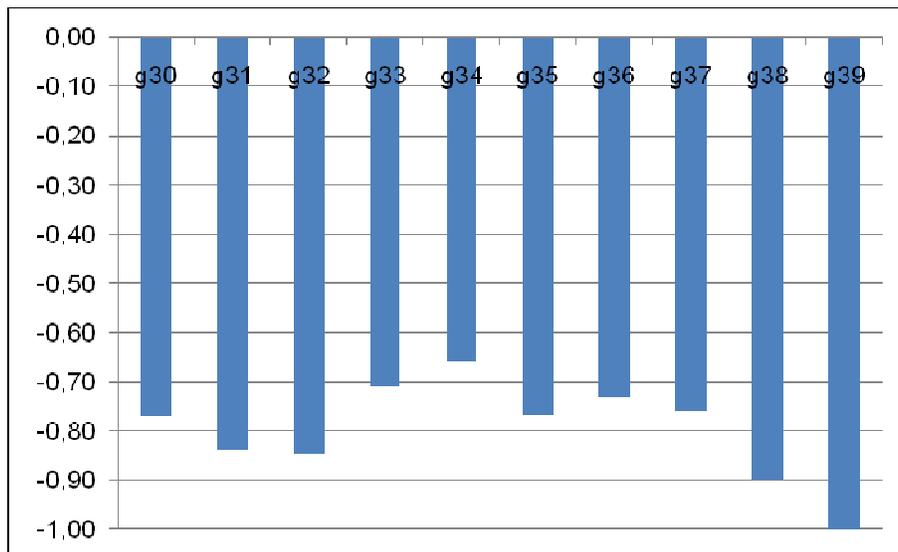


Figura 2.27 – Mode-Shape de  $\lambda_1$  da Matriz [VCS] para o Sistema *New England* 39 Barras

O mode-shape para o autovalor  $\lambda_2 = 0,7786$  é mostrado na Figura 2.28.

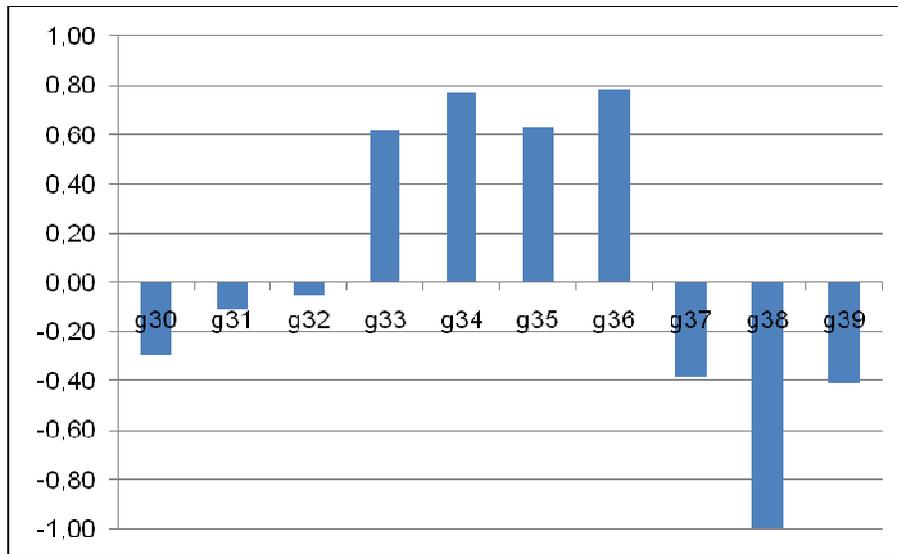


Figura 2.28 – Mode-Shape de  $\lambda_2$  da Matriz [VCS] para o Sistema *New England* 39 Barras

Neste mode-shape, observa-se a divisão do sistema em duas áreas, a primeira está composta pelas barras  $g_{33}$ ,  $g_{34}$ ,  $g_{35}$  e  $g_{36}$  que apresentam módulos positivos e superiores a 0,25 e a segunda área está composta pelas barras  $g_{30}$ ,  $g_{37}$ ,  $g_{38}$  e  $g_{39}$  que apresentam módulos negativos e superiores a 0,25.

O mode-shape para o autovalor  $\lambda_3 = 0,7467$  é mostrado na Figura 2.29.

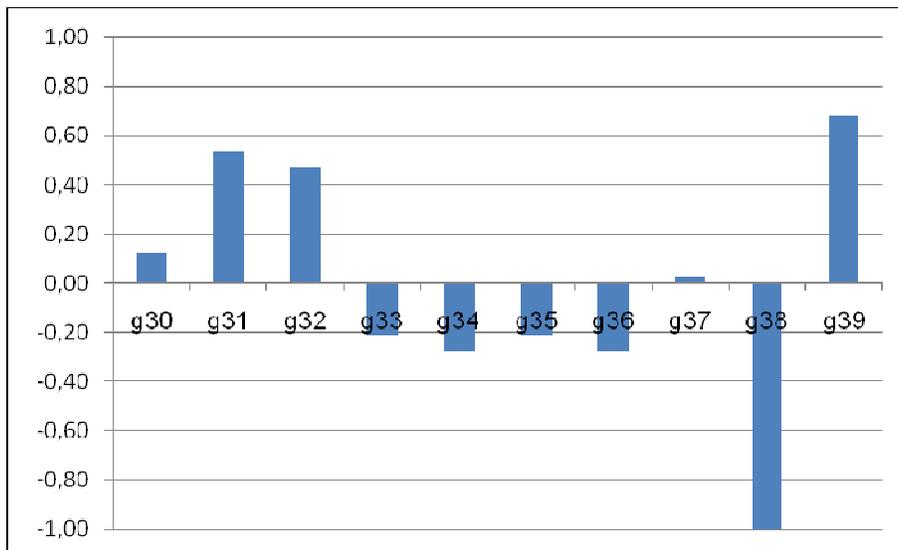


Figura 2.29 – Mode-Shape de  $\lambda_3$  da Matriz [VCS] para o Sistema *New England* 39 Barras

Neste mode-shape, mostra-se que a terceira área está dada pelas barras  $g_{31}$  e  $g_{32}$  que apresentam módulos positivos e superiores a 0,25. As barras  $g_{34}$ ,  $g_{36}$ ,  $g_{38}$  e  $g_{39}$  já pertencem à primeira e à segunda área de controle respectivamente.

Como após a avaliação do mode-shape de  $\lambda_3$ , os critérios  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  foram atendidos, a busca de áreas de controle é concluída, dividindo o sistema de 39 barras em três áreas de controle, tal como mostrado na Figura 2.30.

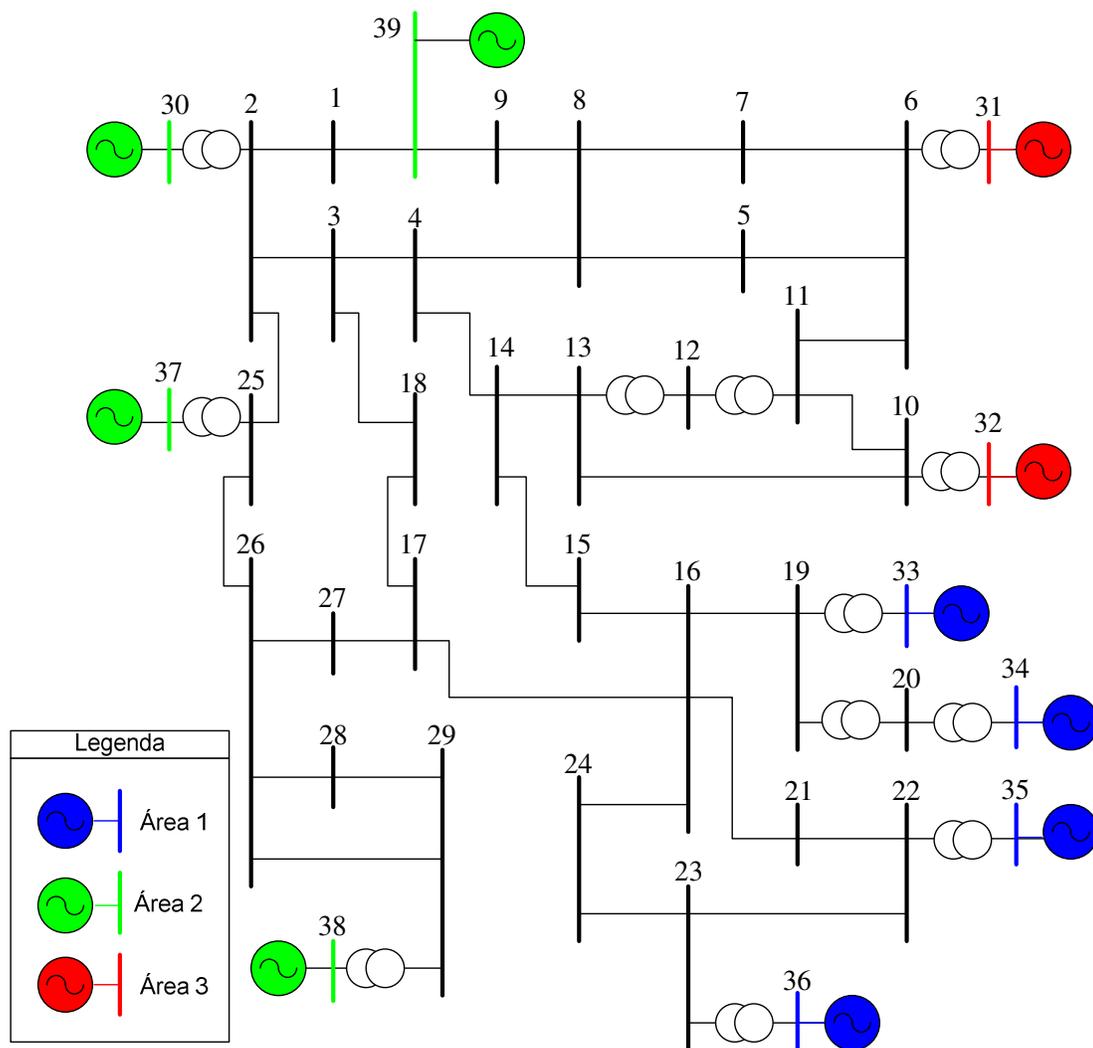


Figura 2.30 – Áreas de Controle de Tensão a partir da Matriz [VCS] para o Sistema *New England* 39 Barras

## 2.6.4 Sistema IEEE 118 Barras

As áreas de controle para o sistema de 118 barras foram determinadas utilizando o algoritmo da Figura 2.7. O diagrama unifilar do sistema é mostrado na Figura 2.31. Suas características principais estão na Tabela 2.21. Os dados do sistema são apresentados no Apêndice B.

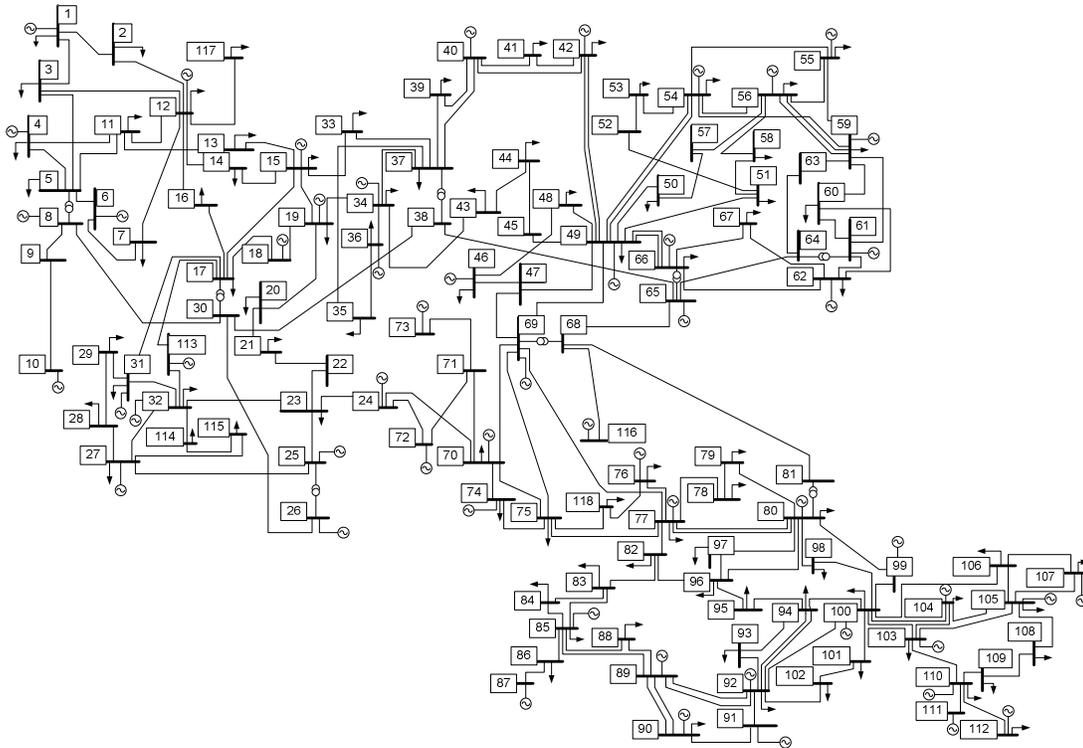


Figura 2.31 – Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 118 Barras

Tabela 2.21 – Características Principais do Sistema IEEE 118 Barras

Parâmetros Principais do Sistema	Quantidade
Barras (Barras Internas dos Geradores)	172 (54)
Circuitos (Circuitos com a Reatância Síncrona do Gerador)	240 (54)
Geradores	54
Transformadores	9
Carga Ativa	4242 MW
Carga Reativa	1438 MVar

Os valores das variáveis do algoritmo de busca de áreas são:  $\sigma = 0,4$ ;  $\varepsilon_1 = 70\%$  e  $\varepsilon_2 = 3$ . Os 10 maiores autovalores da matriz [VCS] são dados pela Tabela 2.22.

Tabela 2.22 – Autovalores da Matriz [VCS] do Sistema IEEE 118 Barras

i	Módulo do Autovalor $\lambda_i$	i	Módulo do Autovalor $\lambda_i$
1	3,3192	6	0,5609
2	1,9164	7	0,5113
3	0,8836	8	0,4003
4	0,7575	9	0,3600
5	0,6621	10	0,3069

O mode-shape para o primeiro maior autovalor  $\lambda_1 = 3,3192$  é mostrado na Figura 2.32.

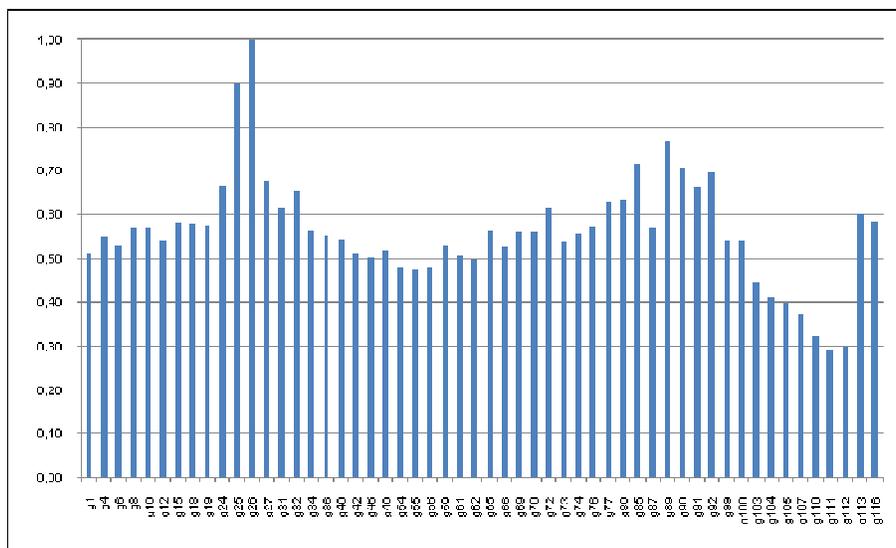


Figura 2.32 – Mode-Shape de  $\lambda_1$  da Matriz [VCS] para o Sistema IEEE 118 Barras

O mode-shape referente ao autovalor  $\lambda_2 = 1,9164$  é apresentado na Figura 2.33.

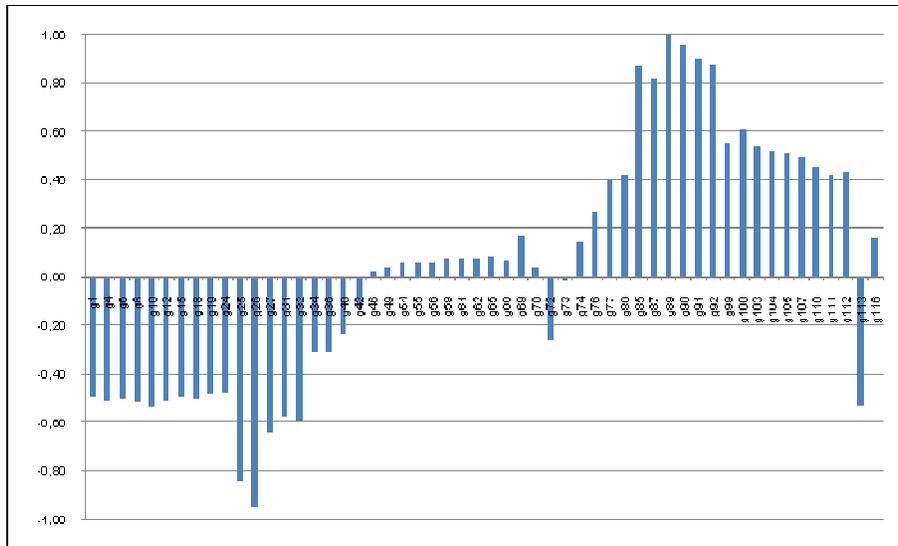


Figura 2.33 – Mode-Shape de  $\lambda_2$  da Matriz [VCS] para o Sistema IEEE 118 Barras

Neste mode-shape percebe-se a divisão do sistema em duas áreas, sendo a primeira definida pelas barras  $g_1, g_4, g_6, g_8, g_{10}, g_{12}, g_{15}, g_{18}, g_{19}, g_{24}, g_{25}, g_{26}, g_{27}, g_{31}, g_{32}$  e  $g_{113}$  que apresentam módulos negativos e superiores a 0,4 (valor estabelecido para  $\sigma$ ), e a outra área definida pelas barras  $g_{77}, g_{80}, g_{85}, g_{87}, g_{89}, g_{90}, g_{91}, g_{92}, g_{99}, g_{100}, g_{103}, g_{104}, g_{105}, g_{107}, g_{110}, g_{111}$  e  $g_{112}$  que apresentam módulos positivos e superiores a 0,4.

A visualização gráfica para o terceiro maior autovalor  $\lambda_3 = 0,8836$  é mostrada na Figura 2.34.

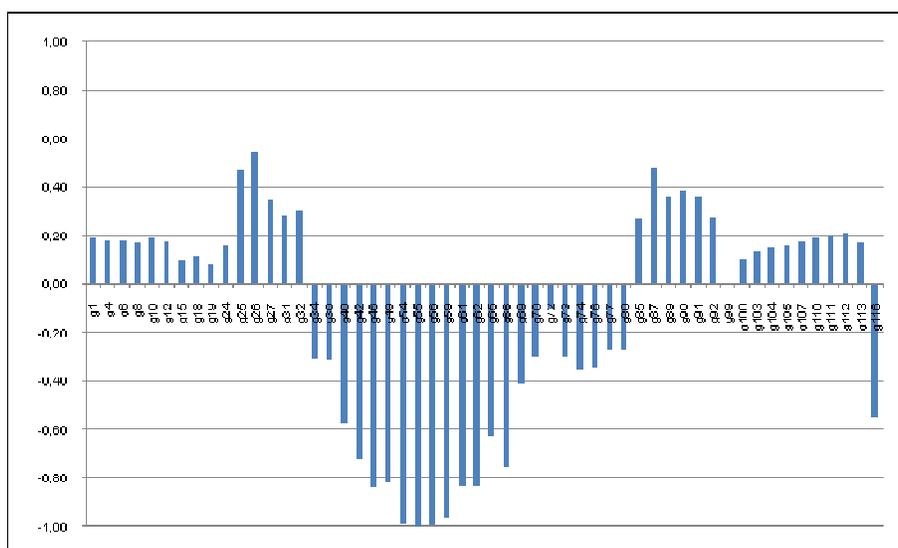


Figura 2.34 – Mode-Shape de  $\lambda_3$  da Matriz [VCS] para o Sistema IEEE 118 Barras

Neste mode-shape, mostra-se a divisão do sistema em uma terceira área de controle, definida pelas barras  $g_{40}$ ,  $g_{42}$ ,  $g_{46}$ ,  $g_{49}$ ,  $g_{54}$ ,  $g_{55}$ ,  $g_{56}$ ,  $g_{59}$ ,  $g_{61}$ ,  $g_{62}$ ,  $g_{65}$ ,  $g_{66}$ ,  $g_{69}$  e  $g_{116}$  que apresentam módulos negativos e superiores a 0,4. As barras que apresentam módulos positivos e superiores a 0,4 já pertencem às duas primeiras áreas de controle.

Como após a avaliação do mode-shape de  $\lambda_3$ , os critérios  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  foram atendidos, a busca de áreas de controle é concluída, dividindo o sistema de 118 barras em três áreas de controle, tal como é mostrado na Figura 2.35.

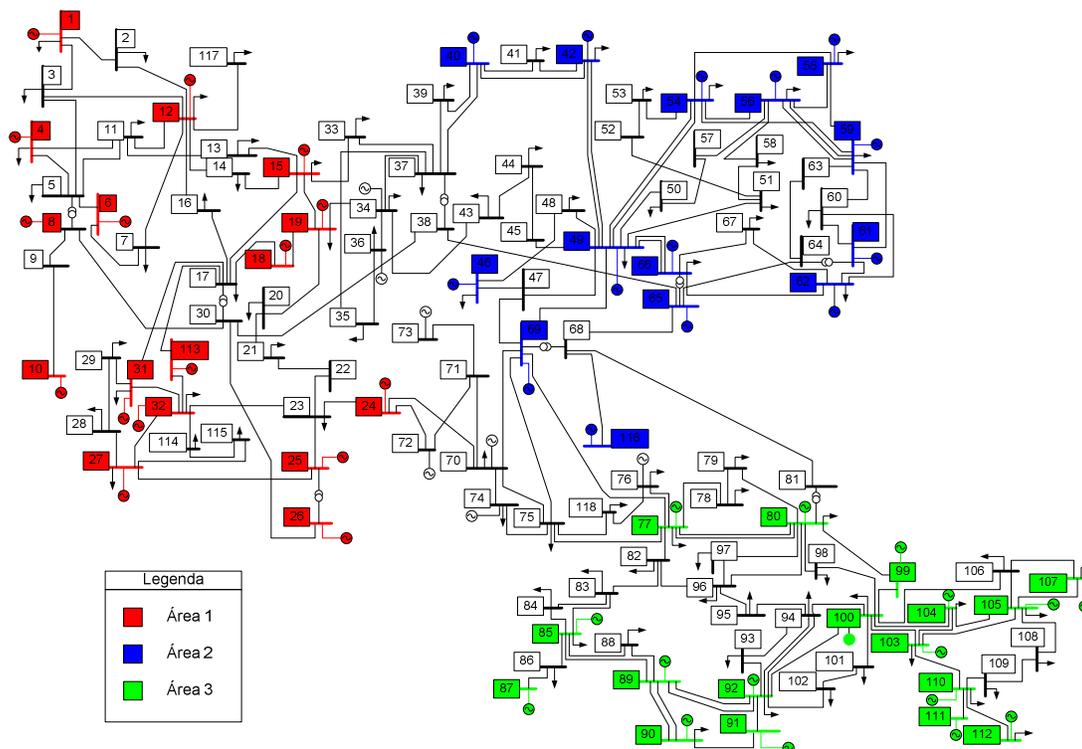


Figura 2.35 – Áreas de Controle de Tensão a partir da Matriz [VCS] para o Sistema IEEE 118 Barras

### 2.6.5 Sistema S/SE Brasileiro 730 Barras

As áreas de controle para o sistema de 730 barras foram determinadas utilizando o algoritmo da Figura 2.7. Suas características principais estão na Tabela 2.23.

Tabela 2.23 – Características Principais do Sistema S/SE Brasileiro 730 Barras

Parâmetros Principais do Sistema	Quantidade
Barras (Barras Internas dos Geradores)	834 (104)
Circuitos (Circuitos com a Reatância Síncrona do Gerador)	1076 (104)
Geradores	104
Transformadores	300
Carga Ativa	28565,3 MW
Carga Reativa	6573,9 MVar

Os valores das variáveis do algoritmo de busca de áreas são:  $\sigma = 0,1$ ;  $\varepsilon_1 = 50\%$  e  $\varepsilon_2 = 10$ . Os 10 maiores autovalores da matriz [VCS] são dados pela Tabela 2.24.

Tabela 2.24 – Autovalores da Matriz [VCS] do Sistema S/SE Brasileiro 730 Barras

i	Autovalor $\lambda_i$	i	Autovalor $\lambda_i$
1	0,9850	6	0,6004
2	0,9228	7	0,5859
3	0,7366	8	0,5859
4	0,7255	9	0,5758
5	0,6735	10	0,5740

Após a avaliação do mode-shape de  $\lambda_3$ , os critérios  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  foram atendidos, a busca de áreas é concluída, dividindo o sistema de 730 barras em seis áreas de controle. As barras pertencentes a cada uma das áreas identificadas são apresentadas na Tabela 2.25.

Tabela 2.25 – Áreas de Controle do Sistema S/SE Brasileiro 730 Barras

Área 1: Goiás / Brasília e Mato Grosso		Área 2: Minas Gerais, Paranaíba e Rio Grande		Área 3: Rio de Janeiro / Espírito Santo	
751	CDOURADA---13	301	JAGUARA--03MQ	250	N.PECANH-GER
752	CDOURADA13-A	303	SSIMAO----05MQ	253	FONTES-----GER
753	CDOURADA13-N	305	VGRANDE-04MQ	255	P.PASSOS-GER
-	-	315	BARREIRO---SIN	257	I.POMBOS--GER
-	-	346	MESQUITA---SIN	259	SCECILIA BOM
-	-	354	NEVES-----SIN	261	VIGARIO BOMB
-	-	389	OPRETO2--CEST	-	-
-	-	1500	IGARAPE--01MQ	-	-

Área 4: São Paulo e Mato Grosso do Sul		Área 5: Paraná e Região Sul		Área 6: Rio Grande do Sul e Santa Catarina	
401	HBO---E----5G+2P	801	GBMUNHOZ2-16	917	PFUNDO1----13
403	PIRATIN-----13.8	802	GBMUNHOZ3-16	989	ILHOTA1-----13
404	PIRATIN-----14.4	803	GBMUNHOZ4-16	990	ILHOTA2-----13
458	APARECID---230	804	GPARIGOT1---13	1162	JACUI-6MQ---13
506	JURUMIR--1MAQ	805	GPARIGOT2---13	1171	PMED-A1MQ-13
507	CAPIVAR--4MAQ	806	GPARIGOT3---13	1172	PMED-B1MQ-13
511	ROSANA--2MAQ	807	GPARIGOT4---13	1175	PREAL-2MQ--13
512	SGRANDE-4MAQ	926	SSANTIAG2---19	1179	PALEGRE-6--13
513	TAQUARU-1MAQ	927	SSANTIAG3---19	1180	PALEGRE-9--13
514	XAVANTE--3MAQ	928	SSANTIAG4---19	1181	VAIRES-----13
515	BARIRI-----3MAQ	-	-	1295	URUGUAIA5-69
516	BBONITA---4MAQ	-	-	-	-
517	IBITING-----3MAQ	-	-	-	-
518	NAVANHA-3MAQ	-	-	-	-
519	PROMISS--2MAQ	-	-	-	-
520	3IRMAOS--1MAQ	-	-	-	-
522	E.CUNHA--4MAQ	-	-	-	-
523	LIMOEIR---2MAQ	-	-	-	-
525	JAGUARI---2MAQ	-	-	-	-
526	PARAIBU--1MAQ	-	-	-	-
532	EMBU-SINC----16	-	-	-	-
808	JMESQUIT1----13	-	-	-	-
909	JLACERDA--0MQ	-	-	-	-
911	JLACERDB--1MQ	-	-	-	-

A divisão do sistema de 730 barras é mostrada na Figura 2.36.

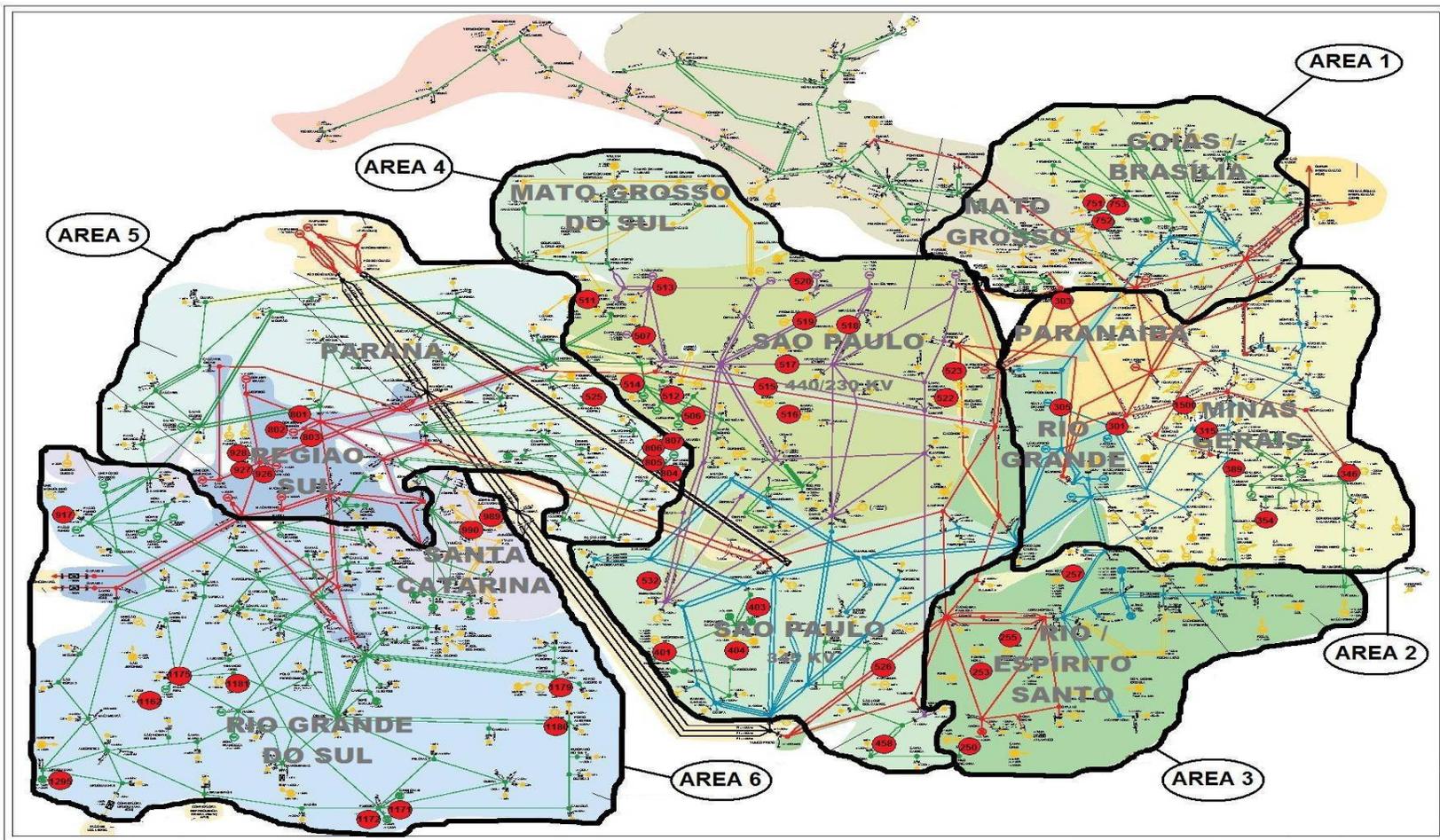


Figura 2.36 – Áreas de Controle de Tensão a partir da Matriz [VCS] para o Sistema S/SE Brasileiro 730 Barras

## 2.7 Identificação de Áreas de Controle Diretamente da Matriz de Sensibilidade dos Controles de Tensão

O objetivo desta seção é identificar áreas de controle de tensão diretamente da matriz de sensibilidade [VCS] aplicando o conceito de coerência de tensão definido em [Schlueter, R. A., 1989; Ilic, M., Stankovic, A., 1989] e compará-las com as áreas obtidas através dos autovalores e autovetores.

Este conceito de coerência de tensão está relacionado ao agrupamento de porções da rede elétrica, a partir do que foi chamado de fraqueza estrutural, que está relacionado à questão da controlabilidade de tensão. Nesta definição, é mostrado que um sistema pode ser decomposto em várias áreas de controle de tensão que se relacionam com outras áreas através de fronteiras fracas. Estas fronteiras são ramos de circuito com reatâncias relativamente altas (por exemplo, linhas de transmissão longas) que limitam a capacidade de transferência de potência reativa. Assim, o controle de tensão de qualquer área para áreas adjacentes será limitado.

Baseado neste conceito, o método utilizado consiste em agrupar porções da rede elétrica a partir da eliminação dos ramos ditos fracos no sistema. Estes ramos são retirados através da observação dos elementos da matriz [VCS] que tenham um valor menor que uma dada tolerância  $\alpha$ . Logo, a matriz reduzida é dividida em submatrizes bloco-diagonal onde cada uma delas identifica um grupo de barras que delimitam uma área de controle de tensão.

### 2.7.1 Sistema 10 Barras

#### 2.7.1.1 Baixa Impedância de Interligação

A matriz [VCS] para o sistema de 10 barras com baixa impedância de interligação ( $jX = 0,01\%$ ) é dada a seguir:

$$\begin{pmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,58 & 0,32 & 0,19 & 0,22 \\ 0,30 & 0,65 & 0,21 & 0,26 \\ 0,19 & 0,22 & 0,58 & 0,31 \\ 0,21 & 0,26 & 0,30 & 0,64 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \\ \Delta E_{g101} \\ \Delta E_{g102} \end{pmatrix}$$

Eliminam-se da matriz todos os elementos menores à tolerância  $\alpha = 0,3$ . Deve-se notar que o valor da tolerância é arbitrário e depende da experiência do especialista. Assim, a matriz [VCS] reduzida é:

$$\begin{vmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,58 & 0,32 \\ 0,30 & 0,65 \\ & & 0,58 & 0,31 \\ & & 0,30 & 0,64 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \\ \Delta E_{g101} \\ \Delta E_{g102} \end{vmatrix}$$

Observa-se que a matriz [VCS] reduzida está dividida em duas submatrizes blocodiagonal onde cada uma delas identifica uma área de controle de tensão. A primeira área é dada pelas barras 1 e 2, e a segunda área é dada pelas barras 101 e 102.

Na Tabela 2.26 apresenta-se a comparação entre as áreas obtidas através dos mode-shape dos autovalores da matriz [VCS] e as áreas obtidas diretamente da matriz.

Tabela 2.26 – Comparação entre as Áreas de Controle de Tensão obtidas para o Sistema 10 Barras ( $jX=0,01\%$ )

Área	Pelos Mode-shape	Pela Matriz [VCS]
1	1 e 2	1 e 2
2	101 e 102	101 e 102

### 2.7.1.2 Alta Impedância de Interligação

A matriz [VCS] para o sistema de 10 barras com alta impedância de interligação ( $jX = 10000\%$ ) é dada a seguir:

$$\begin{vmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,78 & 0,56 & 0,00 & 0,00 \\ 0,53 & 0,92 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,75 & 0,52 \\ 0,00 & 0,00 & 0,49 & 0,87 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta E_{g1} \\ \Delta E_{g2} \\ \Delta E_{g101} \\ \Delta E_{g102} \end{vmatrix}$$

Da seção anterior, sabe-se que neste sistema existem dois sistemas satisfatoriamente desacoplados, o que é evidenciado com a presença dos elementos zero. Neste caso não é preciso arbitrar um valor à tolerância  $\alpha$ , pois os elementos zero facilitam a identificação

das duas áreas de controle de tensão. Para uma melhor visualização das áreas, estes elementos são apagados, onde a matriz [VCS] fica da forma:

$$\begin{array}{l} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,78 & 0,56 & & \\ \hline 0,53 & 0,92 & & \\ \hline & & 0,75 & 0,52 \\ \hline & & 0,49 & 0,87 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{l} \Delta Eg_1 \\ \Delta Eg_2 \\ \Delta Eg_{101} \\ \Delta Eg_{102} \end{array}$$

Observa-se que a primeira área é dada pelas barras 1 e 2, e a segunda área é dada pelas barras 101 e 102.

A comparação entre as áreas obtidas através dos mode-shape dos autovalores da matriz [VCS] e as áreas obtidas diretamente da matriz é apresentada na Tabela 2.27.

Tabela 2.27 – Comparação entre as Áreas de Controle de Tensão obtidas para o Sistema 10 Barras ( $jX=10000\%$ )

Área	Pelos Mode-shape	Pela Matriz [VCS]
1	1 e 2	1 e 2
2	101 e 102	101 e 102

## 2.7.2 Sistema 18 Barras

### 2.7.2.1 Baixa Impedância de Interligação

A matriz [VCS] para o sistema de 18 barras com baixa impedância de interligação ( $jX = 0,01\%$ ) é dada a seguir:

$$\begin{array}{l} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_{101} \\ \Delta V_{102} \\ \Delta V_{201} \\ \Delta V_{202} \\ \Delta V_{301} \\ \Delta V_{302} \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,49 & 0,21 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & \\ \hline 0,20 & 0,52 & 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & \\ \hline 0,09 & 0,11 & 0,49 & 0,20 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & \\ \hline 0,11 & 0,13 & 0,19 & 0,51 & 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & \\ \hline 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & 0,49 & 0,21 & 0,09 & 0,11 & \\ \hline 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & 0,20 & 0,52 & 0,11 & 0,13 & \\ \hline 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,11 & 0,49 & 0,20 & \\ \hline 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & 0,11 & 0,13 & 0,19 & 0,51 & \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{l} \Delta Eg_1 \\ \Delta Eg_2 \\ \Delta Eg_{101} \\ \Delta Eg_{102} \\ \Delta Eg_{201} \\ \Delta Eg_{202} \\ \Delta Eg_{301} \\ \Delta Eg_{302} \end{array}$$

Eliminam-se da matriz todos os elementos menores que a tolerância  $\alpha = 0,15$ . Assim, a matriz [VCS] reduzida é:

$$\begin{array}{l}
 \Delta V_1 \\
 \Delta V_2 \\
 \Delta V_{101} \\
 \Delta V_{102} \\
 \Delta V_{201} \\
 \Delta V_{202} \\
 \Delta V_{301} \\
 \Delta V_{302}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \boxed{\begin{array}{cc} 0,49 & 0,21 \\ 0,20 & 0,52 \end{array}} \\
 \\
 \boxed{\begin{array}{cc} 0,49 & 0,20 \\ 0,19 & 0,51 \end{array}} \\
 \\
 \boxed{\begin{array}{cc} 0,49 & 0,21 \\ 0,20 & 0,52 \end{array}} \\
 \\
 \boxed{\begin{array}{cc} 0,49 & 0,20 \\ 0,19 & 0,51 \end{array}}
 \end{array}
 \cdot
 \begin{array}{l}
 \Delta E_{g1} \\
 \Delta E_{g2} \\
 \Delta E_{g101} \\
 \Delta E_{g102} \\
 \Delta E_{g201} \\
 \Delta E_{g202} \\
 \Delta E_{g301} \\
 \Delta E_{g302}
 \end{array}$$

Observa-se que a matriz [VCS] reduzida está dividida em quatro submatrizes bloco-diagonal onde cada uma delas identifica uma área de controle de tensão. A primeira área é dada pelas barras 1 e 2, a segunda pelas barras 101 e 102, a terceira pelas barras 201 e 301, e a quarta pelas barras 301 e 302.

Na Tabela 2.28 apresenta-se a comparação entre as áreas obtidas através dos mode-shape dos autovalores da matriz [VCS] e as áreas obtidas diretamente da matriz.

Tabela 2.28 – Comparação entre as Áreas de Controle de Tensão obtidas para o Sistema 18 Barras ( $jX=0,01\%$ )

Área	Pelos Mode-shape	Área	Pela Matriz [VCS]
A	1 e 2	1	1 e 2
B	101 e 102	2	101 e 102
C	201 e 202	3	201 e 202
D	301 e 302	4	301 e 302

### 2.7.2.2 Alta Impedância de Interligação

A matriz [VCS] para o sistema de 18 barras com alta impedância de interligação ( $jX=10000\%$ ) é dada por:



Tabela 2.29 – Comparação entre as Áreas de Controle de Tensão obtidas para o Sistema 18 Barras ( $jX=10000\%$ )

Área	Pelos Mode-shape	Área	Pela Matriz [VCS]
A	1 e 2	1	1 e 2
B	101 e 102	2	101 e 102
C	201 e 202	3	201 e 202
D	301 e 302	4	301 e 302

### 2.7.3 Sistema *New England* 39 Barras

A matriz [VCS] para o sistema *New England* é dada por:

$$\begin{array}{l}
 \Delta V_{30} \\
 \Delta V_{31} \\
 \Delta V_{32} \\
 \Delta V_{33} \\
 \Delta V_{34} \\
 \Delta V_{35} \\
 \Delta V_{36} \\
 \Delta V_{37} \\
 \Delta V_{38} \\
 \Delta V_{39}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccccccccc}
 0,51 & 0,09 & 0,10 & 0,07 & 0,05 & 0,07 & 0,06 & 0,17 & 0,11 & 0,15 \\
 0,09 & 0,60 & 0,20 & 0,07 & 0,06 & 0,08 & 0,06 & 0,08 & 0,07 & 0,16 \\
 0,09 & 0,19 & 0,59 & 0,08 & 0,06 & 0,09 & 0,07 & 0,08 & 0,08 & 0,15 \\
 0,07 & 0,07 & 0,08 & 0,53 & 0,22 & 0,11 & 0,09 & 0,06 & 0,07 & 0,07 \\
 0,05 & 0,05 & 0,06 & 0,22 & 0,61 & 0,09 & 0,07 & 0,05 & 0,06 & 0,05 \\
 0,07 & 0,08 & 0,09 & 0,11 & 0,09 & 0,57 & 0,21 & 0,07 & 0,08 & 0,08 \\
 0,06 & 0,06 & 0,07 & 0,09 & 0,07 & 0,21 & 0,64 & 0,06 & 0,06 & 0,06 \\
 0,16 & 0,08 & 0,08 & 0,06 & 0,05 & 0,07 & 0,05 & 0,58 & 0,12 & 0,12 \\
 0,10 & 0,07 & 0,07 & 0,07 & 0,05 & 0,07 & 0,06 & 0,12 & 0,83 & 0,09 \\
 0,15 & 0,16 & 0,15 & 0,07 & 0,05 & 0,08 & 0,06 & 0,12 & 0,09 & 0,72
 \end{array}
 \cdot
 \begin{array}{l}
 \Delta E_{g_{30}} \\
 \Delta E_{g_{31}} \\
 \Delta E_{g_{32}} \\
 \Delta E_{g_{33}} \\
 \Delta E_{g_{34}} \\
 \Delta E_{g_{35}} \\
 \Delta E_{g_{36}} \\
 \Delta E_{g_{37}} \\
 \Delta E_{g_{38}} \\
 \Delta E_{g_{39}}
 \end{array}$$

Primeiramente, eliminam-se da matriz todos os elementos menores que a tolerância  $\alpha = 0,1$ . Deve-se notar que o valor da tolerância é arbitrário e depende da experiência do especialista. Logo, a matriz [VCS] reduzida é reordenada com o objetivo de formar submatrizes bloco-diagonal para identificar as áreas de controle existentes. Assim, a matriz [VCS] reduzida reordenada é:

$$\begin{array}{l}
 \Delta V_{31} \\
 \Delta V_{32} \\
 \Delta V_{33} \\
 \Delta V_{34} \\
 \Delta V_{35} \\
 \Delta V_{36} \\
 \Delta V_{30} \\
 \Delta V_{37} \\
 \Delta V_{38} \\
 \Delta V_{39}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 \boxed{\begin{array}{cc} 0,60 & 0,20 \\ 0,19 & 0,59 \end{array}} & & & \\
 & \boxed{\begin{array}{ccc} 0,53 & 0,22 & 0,11 \\ 0,22 & 0,61 & \\ 0,11 & & 0,57 & 0,21 \\ & & 0,21 & 0,64 \end{array}} & & \\
 & & & \boxed{\begin{array}{cccc} 0,51 & 0,17 & 0,11 & 0,15 \\ 0,16 & 0,58 & 0,12 & 0,12 \\ 0,10 & 0,12 & 0,83 & \\ 0,15 & 0,12 & & 0,72 \end{array}}
 \end{array}
 \cdot
 \begin{array}{l}
 \Delta E_{g_{31}} \\
 \Delta E_{g_{32}} \\
 \Delta E_{g_{33}} \\
 \Delta E_{g_{34}} \\
 \Delta E_{g_{35}} \\
 \Delta E_{g_{36}} \\
 \Delta E_{g_{30}} \\
 \Delta E_{g_{37}} \\
 \Delta E_{g_{38}} \\
 \Delta E_{g_{39}}
 \end{array}$$

Observa-se que com uma tolerância superior a  $\alpha = 0,11$  a segunda área composta pelas barras 33, 34, 35 e 36 ficaria subdividida em dois subgrupos. Nota-se também que a barra 39 pertence à terceira área, mas tem ramos fortes com as barras 31 e 32.

Na Tabela 2.30 apresenta-se a comparação entre as áreas obtidas através dos mode-shape dos autovalores da matriz [VCS] e as áreas obtidas diretamente da matriz.

Tabela 2.30 – Comparação entre as Áreas de Controle de Tensão obtidas para o Sistema 39 Barras

Área	Pelos Mode-shape	Pela Matriz [VCS]
1	31 e 32	31 e 32
2	33, 34, 35 e 36	33, 34, 35 e 36
3	30, 37, 38 e 39	30, 37, 38 e 39

#### 2.7.4 Sistema IEEE 118 Barras

Para o sistema de 118 barras, a matriz [VCS] apresenta três submatrizes bloco-diagonal com uma tolerância  $\alpha = 0,1$ . Na Tabela 2.31 apresenta-se a comparação entre as áreas obtidas através dos mode-shape dos autovalores da matriz [VCS] e as áreas obtidas diretamente da matriz.

Tabela 2.31 – Comparação entre as Áreas de Controle de Tensão para o Sistema 118 Barras

Área	Pelos Mode-shape	Pela Matriz [VCS]
1	1, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 18, 19, 24, 25, 26, 27, 31, 32 e 113	1, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 18, 19, 24, 25, 26, 27, 31, 32 e 113
2	40, 42, 46, 49, 54, 55, 56, 59, 61, 62, 65, 66, 69 e 116	<b>34, 36</b> , 40, 42, 46, 49, 54, 55, 56, 59, 61, 62, 65, 66, 69 e 116
3	77, 80, 85, 87, 89, 90, 91, 92, 99, 100, 103, 104, 105, 107, 110, 111 e 112	<b>70, 72, 73, 74, 76</b> , 77, 80, 85, 87, 89, 90, 91, 92, 99, 100, 103, 104, 105, 107, 110, 111 e 112

A diferença entre as áreas obtidas através dos mode-shape dos autovalores da matriz [VCS] e as áreas obtidas diretamente da matriz, pode-se dever aos valores especificados para  $\sigma$  no caso dos mode-shape e  $\alpha$  no caso da matriz. Destaca-se novamente que estes valores são dados pela experiência do especialista.

## 2.8 Conclusões do Capítulo

A matriz [VCS] relaciona as tensões controladas e as grandezas controladoras em um sistema multi-nó. Neste trabalho, considerou-se o controle de tensão por gerador, onde a grandeza controladora é a tensão interna da máquina.

Determinou-se a matriz [VCS] utilizando dois modelos de gerador, um clássico dado pela já conhecida reatância síncrona  $X_s$ , e outro modelo caracterizado pelo uso de equações de equilíbrio. Ao comparar a matriz [VCS] que utiliza este modelo de gerador com a matriz [VCS] que utiliza o modelo clássico, encontrou-se uma diferença somente nos elementos da diagonal: estes aumentaram em um valor igual a  $1/G$ , onde  $G$  é o ganho do AVR. Mas, comprovou-se que este comportamento somente é válido quando os geradores apresentam os mesmos valores de  $X_d$ ,  $X_q$  e  $G$ .

Para determinar áreas de controle de tensão em sistemas elétricos de potência, propõe-se um método baseado na análise dos maiores autovalores em módulo da matriz [VCS] e seus respectivos mode-shape associados. A matriz [VCS] utilizada nesta análise corresponde à obtida com o modelo clássico de gerador.

Este método de determinação de áreas a partir da matriz [VCS] utiliza um algoritmo de busca baseado em três critérios:  $\sigma$  que é o módulo mínimo considerado no mode-shape,  $\varepsilon_1$  é o percentual mínimo de barras que se quer agrupar, e  $\varepsilon_2$  é o número de autovalores que deve ser utilizado na busca. Estes valores são arbitrários e dependem da experiência do especialista.

As características mais importantes do algoritmo de busca de áreas de controle a partir da matriz [VCS] serão detalhadas no Capítulo 4.

Ao comparar as áreas de controle obtidas diretamente da matriz [VCS] com as áreas identificadas pelos mode-shape, encontraram-se resultados coerentes.