4 Estudo de caso e resultados

4.1 Definição do problema utilizado como estudo de caso

Será considerado um poço de comprimento L = 5000m, com raio interno a = 0,05m e raio externo b = 0,1m.

O dielétrico do interior do poço é formado por um fluido a base de óleo, composto por água, óleo e sais (tipicamente $CaCl_2$) [1]. Este fluido é o centro de toda a propagação eletromagnética e, por isso, suas características elétricas constituintes devem ser estudadas em detalhes. Um estudo na faixa de 1MHz a 100MHz foi feito [1], revelando um comportamento bem variável com a composição química do fluido. Embora o estudo tenha sido feito com um fluido de perfuração, será assumido neste trabalho que suas características são aceitáveis o suficiente para um primeiro estudo da propagação dentro do poço, estudo este que é o cerne desta pesquisa.

Variações significativas estão presentes na permissividade elétrica e na condutividade do fluido. Além disso, o fluido apresenta características dispersivas bem fortes, sobretudo em sua condutividade. A figura 4.1 demonstra a variação com a frequência $f \stackrel{\text{def}}{=} \omega/(2\pi)$ da resistividade, para 19 amostras distintas de fluido.

Utilizando o conceito de permissividade complexa, $\epsilon \stackrel{\text{def}}{=} \epsilon' + j\epsilon''$, pode-se definir o conceito de condutividade efetiva [13, cap. 3], onde $\sigma_e \stackrel{\text{def}}{=} \sigma_s + \omega \epsilon''$. Note que, neste modelo de dispersão, se a parte imaginária ϵ'' de ϵ for constante na frequência, a condutividade efetiva varia linearmente com a frequência de propagação.

Por outro lado, pode-se notar pela figura 4.1 que a resistividade do meio não varia linearmente com a frequência. Entretanto, fica claro que, quanto menor a frequência de propagação, maior é o valor da resistividade do material ou, alternativamente, menor é o valor de sua condutividade efetiva. Portanto, quanto menor a frequência de propagação, menor é a perda por efeito Joule. Para todos os efeitos, será assumido que ϵ'' é uma constante, ou seja, σ_e varia linearmente com ω .



Figura 4.1: Variação da resistividade com a frequência, para 19 composições químicas de fluido [1].

$\sigma_s ({\rm S/m})$	$\epsilon'' (F/m)$
$3,367 \cdot 10^{-5}$	$2,599 \cdot 10^{-12}$
$2,356 \cdot 10^{-6}$	$1,554 \cdot 10^{-13}$
$1,010\cdot 10^{-5}$	$1,607\cdot 10^{-13}$
$2,013 \cdot 10^{-5}$	$4,161 \cdot 10^{-13}$
$4,515 \cdot 10^{-6}$	$8,622 \cdot 10^{-13}$
$9,444 \cdot 10^{-6}$	$1,005 \cdot 10^{-12}$

Tabela 4.1: Valores típicos extraídos para as amostras da figura 4.1.

A tabela 4.1 ilustra valores típicos para os parâmetros $\sigma_s \in \epsilon''$, retirados do gráfico 4.1. Pode-se perceber variações de mais de 100% em ambos os parâmetros, o que mostra a primeira grande dificuldade de modelar o meio: a condutividade efetiva varia significantemente entre amostras do fluido no interior.

A próxima figura (figura 4.2) mostra a variação na frequência da permissividade elétrica relativa. Embora esta variação seja menos gritante que no caso da condutividade efetiva, ela existe e deve ser considerada. Um exame mais minucioso revela que a permissividade cai em até 20% na faixa de frequências mostrada no gráfico para uma mesma amostra, o que enfatiza a necessidade de considerar esta variação no modelo. Mais ainda, pode-se inferir da figura 4.2 que a aproximação de linearidade com a frequência é aceitável.



Figura 4.2: Variação da permissividade elétrica relativa com a frequência de propagação.

Definindo $\epsilon' \stackrel{\text{def}}{=} \epsilon_s + k\omega$ e usando as curvas do gráfico, pode-se chegar aos valores relatados na tabela 4.2.

$\epsilon_s (\mathrm{F/m})$	k (F / Hz m)
11,015	$-2,41110^{-9}$
3,604	-6.430510^{-10}
9,2202	-3.2152510^{-9}
5,604	-6.430510^{-10}
7,114	-7.343510^{-10}
6,016	-6.610910^{-10}
4,066	-4.750410^{-10}

Tabela 4.2: Valores típicos extraídos para as amostras da figura 4.2.

Além da variação na frequência, pode-se observar, também, uma variação dos parâmetros constituintes do meio na temperatura. Tal variação não pode ser desprezada, pois, dentro de um poço longo de 5000m, é impossível garantir que a temperatura seja uniforme ao longo de toda a sua extensão. Este fato, todavia, caracteriza uma não homogeneidade ao longo da direção z. Por isso, será adotado um modelo que assume uma temperatura média no meio, de modo a não invalidar toda a discussão do capítulo 2, cujo âmago é assumidamente um meio homogêneo. Esta é, contudo, uma boa aproximação ao caso real.

A tabela 4.3 mostra como varia a condutividade efetiva com a tempe-

20 °C	$30 \ ^{o}C$	$40 \ ^{o}C$	$50 \ ^{o}C$	$60 \ ^{o}C$
$3,71 \cdot 10^{-5}$	$4,21 \cdot 10^{-5}$	$5,58 \cdot 10^{-5}$	$7,87 \cdot 10^{-5}$	$1,06 \cdot 10^{-4}$
$1, 19 \cdot 10^{-5}$	$1,71 \cdot 10^{-5}$	$2,88 \cdot 10^{-5}$	$4, 14 \cdot 10^{-5}$	$6,17 \cdot 10^{-5}$
$2, 5 \cdot 10^{-5}$	$3,41 \cdot 10^{-5}$	$4,90 \cdot 10^{-5}$	$7,09 \cdot 10^{-5}$	$1,118 \cdot 10^{-4}$

Tabela 4.3: Exemplo de variação de condutividade efetiva em S/m com a temperatura, dada aqui em graus Celsius, para três distintas amostras de fluido.

ratura, para a frequência de 10MHz. Será assumido, a partir daqui, que o comportamento ou estilo de variação da condutividade na temperatura é igual para todas as frequências de interesse, de modo que o modelo quadrático proposto na equação 4-2 é válido.

Formalmente, pode-se definir um coeficiente de correção na temperatura como a razão entre o valor na temperatura em questão e o valor em uma temperatura de referência, aqui definida como $25^{\circ}C$. Assim sendo:

$$\Theta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sigma_e(\theta)}{\sigma_e(25^o C)} \tag{4-1}$$

$$\Theta \approx a_1 \theta^2 + a_2 \theta + a_3 \tag{4-2}$$

$$\sigma_e = \sigma_e(25^{\circ}C) \times \Theta \tag{4-3}$$

De forma similar, observa-se variação na permissividade relativa com a temperatura, de forma crescente, como mostra [1]. A tabela 4.4 ilustra algumas dessas variações. O gráfico da figura 4.3 ilustra como é esta variação e mostra que esta tem aspecto quadrático, da mesma forma que a variação da condutividade efetiva na temperatura.

$20 \ ^{o}C$	$30 \ ^{o}C$	$40 \ ^{o}C$	$50 \ ^{o}C$	$60 \ ^{o}C$
5,69	5,69	5,7	5,73	5,77
4,16	4,17	4,18	4, 19	4,22
8,34	8,39	8,54	8,66	8,81
10,1	10,0	9,95	9,91	9,87

Tabela 4.4: Exemplo de variação de permissividade relativa, com a temperatura. Todos os dados foram extraídos a 10MHz.

Note, entretanto, que existem amostras de fluido que apresentam, na realidade, decréscimo do valor de permissividade com o aumento de temperatura (figura 4.4).

Mais uma vez, será adotado um modelo de variação quadrática com a temperatura:

$$\Theta_{\epsilon} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\epsilon'(\theta)}{\epsilon'(25^{\circ}C)} \tag{4-4}$$



Figura 4.3: Variação da permissividade relativa com a temperatura. [1]



Figura 4.4: Variação da permissividade relativa com a temperatura. [1]

$$\Theta_{\epsilon} \approx a_1 \theta^2 + a_2 \theta + a_3 \tag{4-5}$$

$$\epsilon' = \epsilon'(25^{\circ}C) \times \Theta_{\epsilon} \tag{4-6}$$

Por fim, vale a pena analisar os coeficientes a_1 , a_2 , a_3 de cada um dos modelos de variação de temperatura, para as amostras de fluido presentes em [1]. A tabela 4.5 demonstra os modelos para condutividade e para permissividade, em função de amostras distintas de fluidos.

Resumidamente, considera-se, então, os parâmetros constituintes σ e ϵ , ambos variantes na frequência e na temperatura. Para que seja possível a modelagem do meio como homogêneo, assume-se uma temperatura média, tomada ao longo de todo o volume do meio. Com isso, tem-se posse de um modelo de variação dos parâmetros constituintes, com frequência e temperatura, cuja

fluido	Θ	Θ_{ϵ}
1	$1,06 \cdot 10^{-3}\theta^2 - 3,75 \cdot 10^{-2}\theta + 1,32$	$1 \cdot 10^{-5} \theta^2 - 0,0007\theta + 1,0081$
2	$1,86 \cdot 10^{-3}\theta^2 - 4,49 \cdot 10^{-2}\theta + 1,15$	$7 \cdot 10^{-6} \theta^2 - 0,0002\theta + 1,0019$
3	$2,23 \cdot 10^{-4}\theta^2 - 8,37 \cdot 10^{-3}\theta + 1,07$	$1 \cdot 10^{-5}\theta^2 + 0,0003\theta + 0,9873$
4	$2,51 \cdot 10^{-6}\theta^2 - 9,55 \cdot 10^{-5}\theta + 1,00$	$9 \cdot 10^{-6}\theta^2 + 0,0013\theta + 1,0214$

Tabela 4.5: Modelos típicos da variação com a temperatura.

análise determinará o comportamento da propagação eletromagnética dentro do poço de petróleo.

4.2

Análise Monte-Carlo da propagação eletromagnética em função do fluido compositor do meio.

Para análise efetiva das variações dos parâmetros do modelo adotado, será utilizada modelagem estatística, com o fim de determinar a forma com que variam características como impedância de entrada, posições dos máximos de energia, frequências de corte dos modos superiores, entre outras. Sendo assim, os coeficientes dos modelos $\Theta \in \Theta_{\epsilon}$ serão considerados variáveis aleatórias, bem como σ_s , ϵ_s , ϵ'' , k e a própria temperatura média do meio, θ_{med} . Em vista disso, totaliza-se 11 variáveis aleatórias, mostrando, assim, a dificuldade do problema em questão.

Devido à existência de apenas 19 dados ou amostras distintas de fluido, torna-se muito difícil fazer qualquer tipo de estimação de média e desvio padrão para cada uma das 11 variáveis aleatórias. Por isso, as distribuições de probabilidade adotadas serão originadas de puro feeling, o que, contudo, não invalida o método de análise aqui adotado. Vale lembrar que o trabalho baseia-se em um modelo fictício de poço, devido a ausência de especificações de um problema real. Por isso, é importante salientar que o foco do trabalho é na técnica de apoio a decisão adotada, o que, mais uma vez, não invalida o uso de intuição para a criação dos modelos estatísticos para as 11 variáveis aleatórias em questão.

Por simplicidade, serão adotadas as distribuições normal e uniforme. Quando valores apresentam restrições óbvias de domínio, emprega-se a distribuição uniforme; caso contrário, lança-se mão da distribuição normal. Além disso, assume-se independência estatística entre as variáveis, o que leva a $cov(x_1, x_2) = 0$ para quaisquer variáveis aleatórias x_1 e x_2 normais distintas. A tabela 4.6 resume como é a distribuição adotada em função de cada variável.

Simulação Monte-Carlo básica foi aplicada para analisar as distribuições de σ_e e ϵ' . Foram utilizadas 1 bilhão $(1 \cdot 10^9)$ de amostras. A figura 4.5

Variável	média / a	Desvio Padrão / b	Normal / Uniforme
$\sigma_s (S/m)$	0	$4, 0 \cdot 10^{-5}$	Uniforme
$\epsilon_s (F/m)$	3	12	Uniforme
$\epsilon'' (F/m)$	$1, 0 \cdot 10^{-13}$	$3, 0 \cdot 10^{-12}$	Uniforme
k (F/Hz m)	$2, 5 \cdot 10^{-9}$	$5,0\cdot 10^{-10}$	Normal
$\theta_{med} (^{o}C)$	40	5	Normal
a_1 (condutividade)	$9,0\cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	Normal
a_2 (condutividade)	$-3,0\cdot 10^{-2}$	$6, 0 \cdot 10^{-3}$	Normal
a_3 (condutividade)	1, 2	0, 1	Normal
a_1 (permissividade)	$1, 0 \cdot 10^{-5}$	$2, 0 \cdot 10^{-6}$	Normal
a_2 (permissividade)	0,0	$5, 0 \cdot 10^{-4}$	Normal
a_3 (permissividade)	1,0	$1, 0 \cdot 10^{-2}$	Normal

Tabela 4.6: Distribuições de probabilidade adotadas para cada um dos parâmetros relevantes.

demonstra, em 1 MHz, a faixa de valores da condutividade efetiva. Note que, para 95% das amostras, a condutividade é inferior a $0, 8 \cdot 10^{-4}$ S/m. Além disso, o histograma 4.6 ilustra uma comparação entre a distribuição de probabilidade da condutividade e a distribuição de probabilidade normal com mesma média e variância.



Figura 4.5: Gráfico da probabilidade acumulada da condutividade efetiva na frequência de 1MHz, comparando com uma distribuição normal. Nota-se que, para 95% dos casos, a condutividade é inferior a $0, 8 \cdot 10^{-4}$ S/m a 1MHz. Valores negativos devem ser ignorados.



Figura 4.6: Histograma da condutividade efetiva na frequência de 1MHz, comparando com uma distribuição normal.

A figura 4.7, por outro lado, compara para diferentes frequências as distribuições da condutividade efetiva. Note que o aumento de frequência implica em "caixas" maiores no gráfico, o que mostra que o desvio padrão aumenta com o aumento da frequência. Além disso, note que a média da condutividade efetiva aumenta com o aumento de frequência, o que já era esperado.

A permissividade relativa real foi analisada nos mesmos moldes da condutividade efetiva. Observando figura 4.8, nota-se que a distribuição de ϵ'_R é muito semelhante à distribuição normal na faixa de 5 a 10. Nota-se, também, que 95% dos valores de permissividade relativa são menores que, aproximadamente, 11, 5 e maiores do que 3 em 1 MHz.

Novamente, foi gerado o histograma comparativo entre a distribuição normal e a distribuição empírica obtida pelo método Monte Carlo (figura 4.9). Notam-se características fortes de distribuição uniforme entre 3 e 12 a 1 MHz. Neste caso, também foi produzido um histograma a 100 MHz, mostrando que a característica de distribuição uniforme se mantém, mas, dessa vez, a distribuição se fecha entre 5 e 13, como revela a figura 4.10.



Figura 4.7: Box plot mostrando como a frequência de propagação influencia na condutividade. Note que o aumento da frequência aumenta o desvio padrão da condutividade, bem como seu valor médio.

Dando sequência a exploração da permissividade relativa, foi feito, mais uma vez, um box plot, variando a frequência entre 1 MHz e 100 MHz. De acordo com a figura 4.11, o aumento da frequência não aumenta o desvio padrão da permissividade, mas desloca seu valor médio positivamente.

Munido dos modelos estatísticos para a condutividade efetiva e a permissividade relativa, torna-se possível fazer a análise Monte Carlo para a constante de propagação γ_1 do meio, definida como $\gamma_1^2 \stackrel{\text{def}}{=} \jmath \omega \mu (\sigma_e + \jmath \omega \epsilon')$.

O boxplot 4.12 revela que a constante de atenuação, $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \Re \gamma_1$, apresenta aumento de valor com o aumento da frequência, como já era esperado. Além disso, perceba que aumenta o desvio padrão do coeficiente com a elevação da frequência de propagação, o que torna mais difícil o projeto do sistema. Sendo assim, fica claro que frequências mais baixas são desejáveis do ponto de vista de atenuação de sinal.

Posteriormente, o boxplot 4.13 mostrou que a constante de fase, $\beta \stackrel{\text{def}}{=} \Im \gamma_1$,



Figura 4.8: Gráfico da probabilidade acumulada da permissividade relativa na frequência de 1MHz, comparando com uma distribuição normal. Nota-se que, para 95% dos casos, a permissividade é inferior a 11,5 S/m a 1MHz.

apresenta aumento de valor com o aumento da frequência, como também já era esperado. Além disso, perceba que também aumenta o desvio padrão de β com a elevação da frequência de propagação, o que torna, novamente, mais difícil o projeto do sistema. Mais uma vez, fica claro que frequências mais baixas são desejáveis.

4.3

Análise estatística da atenuação e sua influência na potência de transmissão mínima.

O diagrama 4.14 aponta como varia a probabilidade acumulada, na frequência de 1 MHz, da constante de atenuação α_1 : 95% das amostras apresentam constante de atenuação inferior a 0,003 Np/m. No modo TEM derivado no capítulo 2, a atenuação de potência seria dada por $(\mathbf{e}^{-0,003\cdot5000})^2 = 9,3\cdot10^{-14} = -130$ dB, ou seja, 130dB de atenuação. Tal perda é muito grande e é oriunda apenas de propagação: não inclui perdas de casamento, nem a perda de sinal entre o gerador e a antena transmissora. A tabela 4.7 resume como se comporta o limite superior da atenuação de propagação para 95% dos casos, em 1MHz.



Figura 4.9: Histograma da permissividade relativa real na frequência de 1MHz, comparando com uma distribuição normal. Note que a permissividade relativa apresenta características de distribuição uniforme fortes na faixa de 3 a 12.

L (m)	Atenuação do campo elétrico (dB)	Atenuação de potência (dB)
1000	13,0	26,1
2000	26,1	52,1
3000	39,1	78,2
4000	52,1	104,2
5000	65,1	130,3
6000	78,2	156,3
7000	91,2	182,4

Tabela 4.7: Atenuação experimentada em 1MHz. Os valores representam o limite superior da atenuação para 95% dos casos.



Figura 4.10: Histograma da permissividade relativa real na frequência de 100MHz, comparando com uma distribuição normal. Note que a permissividade relativa apresenta características de distribuição uniforme fortes na faixa de 5 a 13.

Os resultados mostrados na tabela 4.7 depoem contra a propagação em L = 5000m de profundidade, devido à alta atenuação de energia (130, 3dB). Contudo, é fundamental lembrar que a tabela representa um limite superior a atenuação, tomando 95% das combinações possíveis de meio de propagação e temperatura média. Além disso, vale lembrar que, como revela a tabela, propagações em até 2000m de profundidade são fortemente aceitáveis, já que uma atenuação de até 52, 1dB não é nenhum exagero para a tecnologia de comunicação atual. Mesmo em profundidades maiores, não se deve excluir a possibilidade de comunicação.

De fato, o que limita a existência de comunicação é somente a sensibilidade do equipamento de recepção. Esta, por sua vez, depende da tecnologia de fabricação do receptor, da relação sinal ruído, da taxa de erro de bits e da taxa de transmissão utilizada [2], como demonstra a tabela 4.8. Valores emblemáticos estabelecidos pelo obsoleto padrão de comunicação 802.11a do IEEE, supondo taxa de erro de bits igual a 10^{-5} , confirmam que a diminuição da taxa de transmissão melhora a sensibilidade do equipamento.

Para encerrar essa discussão, será feito um cálculo de enlace simples,



Figura 4.11: Box plot mostrando como a frequência de propagação influencia na permissividade relativa. Note que o aumento da frequência não aumenta o desvio padrão da permissividade, mas desloca seu valor médio.

Padrão	Taxa de transmissão (Mbits/s)	Limiar de recepção (dBm)
802.11a	48	-70
802.11a	36	-75
802.11a	24	-80
802.11a	18	-83
802.11a	12	-86
802.11a	9	-88
802.11a	6	-89

Tabela 4.8: Exemplo de sensibilidade típica de equipamentos de recepção em função da taxa de transmissão, supondo uma probabilidade de erro de bits (TEB) igual a 10^{-5} ou 0,001%. [2]



Figura 4.12: Box plot mostrando como a frequência de propagação influencia na constante de atenuação. Valores que aparecem no gráfico como outliers são oriundos de combinações fortemente improváveis das variáveis aleatórias do problema, provavelmente fisicamente não realizáveis e, sendo assim, devem ser desprezadas.

de modo a estimar a potência necessária em um dos lados do enlace para atingir a outra extremidade com potência suficiente para haver comunicação apenas (o problema da alimentação será tratado posteriormente). Será feito um cálculo aproximado, que desprezará os ganhos das antenas, bem como as perdas de casamento. Também será desprezado o fato de que nem toda a potência disponível consegue ser captada pelas antenas de recepção. Sendo assim, mais uma vez é fundamental ressaltar que esta conta é uma aproximação, resultando, assim, em um limite inferior para a potência de transmissão.

O ruído térmico no receptor é uma quantidade importante e, para ser calculada, depende da banda do sistema. Para aplicações típicas de sensoriamento, uma taxa de transmissão de alguns kilobits por segundo (kBit/s) é algo aceitável. Por isso, será assumido uma banda de $\Delta f = 1$ kHz. Neste caso, o ruído térmico, em dBm a 25°C, é dado por [2]:

$$P_r = -174 + 10\log_{10}(\Delta f) = -144 \text{dBm}$$
(4-7)

Juntamente com o ruído térmico, será assumida uma sensibilidade no receptor de -89dBm, retirada da tabela 4.8 para uma taxa de transmissão de



Figura 4.13: Box plot mostrando como a frequência de propagação influencia na constante de fase.

2MBit/s. Embora a taxa real de transmissão seja igual a 1kBit/s e embora, para esta taxa, a sensibilidade real possa ser bem menor do que os -89dBm assumidos, a análise não fica invalidada, mas apenas demasiado rigorosa.

Será suposto uma margem de 10dB, isto é, a potência a chegar no receptor deve ser 10dB maior do que o seu limiar de recepção, logo: -79dBm. Então, para o ruído térmico 4-7, a relação sinal ruído seria de -79 - (-144) = 65dB. Este valor será assumido como a relação sinal-ruído do sistema.

A tabela 4.9 simula a potência mínima no transmissor, para diferentes profundidades. Vale lembrar que esta conta representa um limite inferior para a potência de transmissão, já que exclui outras fontes de perda, tais como perdas por casamento da fonte e no receptor. Entretanto, os resultados são bem promissores: até 4000m de profundidade, é possível obter comunicação transmitindo menos de 1Watt de potência. O leitor pode argumentar que este número pode ser muito inferior do que a potência mínima real de transmissão, devido à negligência de outras fontes de perda. Contudo, vale lembrar que o limiar de recepção utilizado é certamente maior do que o limiar real, já que fora utilizado aquele de um sistema operando em 6Mbit/s, enquanto o sistema real operaria em taxas muito menores, da ordem de kilobits por segundo. Sendo assim, as estimativas da tabela são bem realistas.



Figura 4.14: Gráfico da probabilidade acumulada da constante de atenuação na frequência de 1MHz, comparando com uma distribuição normal. Nota-se que, para 95% dos casos, a constante de atenuação é inferior a $3, 0 \cdot 10^{-3}$ Np/m a 1MHz.

L (m)	Atenuação (dB)	Potência mínima (dBm)	Potência mínima (Watt)
1000	26,06	-52,94	5,08E-09
2000	52,12	-26,88	2,05E-06
3000	78,17	-0,83	8,27E-04
4000	104,23	25,23	3,33E-01
5000	130,29	51,29	1,35E+02
6000	156,35	77,35	5,43E+04
7000	182,40	103,40	2,19E+07

Tabela 4.9: Potência mínima necessária no transmissor, assumindo margem de 10dB, limiar de recepção de -89dBm, relação sinal ruído maior do que 65dB, taxa de transmissão inferior a 1kBit/s e banda igual a 1kHz.

Adicionalmente, deve-se recordar que o valor de atenuação utilizado é um limite superior obtido através de simulação Monte Carlo, com uma probabilidade de acerto de 95%. Para casos reais, a atenuação experimentada seria certamente inferior, o que reafirma a qualidade da estimativa da tabela 4.9.

4.4 Análise da impedância de entrada do sistema coaxial.

A próxima análise é de suma importância para o projeto do sistema de alimentação: a impedância de entrada do meio. Para ela, será utilizado o modelo de linha de transmissão, definido no capítulo 2.

Utilizando 2-84 na página 25 e fazendo uso também de 2-85, pode-se computar a impedância de entrada a um quarto de comprimento de onda de distância do refletor posicionado topo do poço. Por sua vez, o comprimento de onda é dado por $\lambda \stackrel{\text{def}}{=} 2\pi/\beta_1$, donde se chega ao gráfico da figura 4.15.



Figura 4.15: Gráfico da probabilidade acumulada do comprimento de onda na frequência de 1MHz, comparando com uma distribuição normal. Nota-se que, para 95% dos casos, o comprimento de onda é inferior a 170m a 1MHz.

A partir da figura 4.15, deve-se notar que o comprimento de onda varia, principalmente, de 90m a 170m, para mais de 90% dos casos. Por isso, será posicionado a fonte em uma posição intermediária e será feita a análie de variação de impedância de entrada nesta posição. Resumidamente, será colocada a fonte na posição: $z_f = -(90 + 170)/(2 \cdot 4) = -32,5m$. Para esta posição, utilizando 2-84, encontra-se:

$$Z_{in} = Z(z_f) = Z_0 \mathbf{tgh}(\gamma_1 z_f)$$

$$Z_0 = -\mu \frac{j\omega}{\gamma_1}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = 1 \text{MHz}$$

$$z_f = 32,5 \text{m}$$
(4-8)

Aplicando mais uma vez a análise Monte-Carlo, pode-se perceber, através do diagrama 4.16 que a resistência de entrada do sistema apresenta grande variação, mais especificamente entre $10\Omega \ e \ 1,0k\Omega$ para 90% dos casos. Esta variação ocorre devido à variação da permissividade relativa do meio. Por isso, torna-se necessário o projeto de um circuito de geração que apresente bom casamento para uma ampla faixa de impedâncias de entrada, isto é, o circuito do gerador / receptor deve perder um mínimo possível de potência por reflexão.

Fica claro, então, que a faixa de valores possíveis para a resistência de entrada deve ser a menor admissível. Adicionalmente, espera-se que a variação da posição do gerador afete sensivelmente essa faixa de valores o que motiva, portanto, a otimização da posição z_f . Antes de formular este problema de otimização, contudo, é necessário analisar a parte imaginária da impedância de entrada.

A reatância de entrada mostrada no gráfico 4.17 traduz o comportamento de armazenamento de energia do sistema. Valores negativos indicam tendência capacitiva, ou seja, de armazenamento de energia elétrica. Alternativamente, valores positivos indicam comportamento indutivo, ou ainda, de armazenamento de energia magnética. Note, entretanto, que este comportamento se faz na posição de entrada $z_f = -32, 5m$. Como queremos propagar energia eletromagnética, deve-se garantir que a quantidade de energia armazenada nesta posição seja a menor possível, isto é, $\Im Z_{in} = 0$.

É possível, agora, formular um primeiro problema de otimização com os dados recolhidos até então. Fixando a frequência de propagação em 1MHz e variando, somente, a posição z_f , deve-se minimizar a variância da parte real da impedância de entrada, a variância da parte imaginária da impedância de entrada e o módulo da média da parte imaginária da impedância de entrada. O valor médio da parte real da impedância de entrada não será otimizado.

Trata-se, então, de uma otimização com 3 objetivos, os quais procurase minimizar, e uma variável de entrada – z_f – que será admitida variar entre



Figura 4.16: Gráfico da probabilidade acumulada da resistência de entrada na frequência de 1MHz, a uma distância de 32,5m do topo do poço, comparando com uma distribuição log-normal. Nota-se que a resistência de entrada varia entre $10\Omega \ e \ 1,0 k\Omega$ para 90% dos casos.

10m e 50m. Para o problema multiobjetivo, será adotado um critério de Pareto, isto é, uma solução A é melhor que outra solução B se, e somente se, todos os objetivos alcançados por A são melhores do que os respectivos objetivos alcançados por B [27].

É preciso notar que, devido a presença de um curto em z = 0, a impedância de entrada fica menor com a proximidade da origem, o que leva, claramente, à variâncias nulas e valores médios nulos. Sendo assim, minimizar variâncias e valores médios é ruim: levaria à solução z_f mais próxima de z = 0 possível. Por isso, é oportuno reescrever as funções objetivo a serem minimizadas como:

$$\varsigma_1 = \frac{1+|M(\Im(Z_{in}))|}{|M(\Re(Z_{in}))|}$$
(4-9)

$$\varsigma_2 = \frac{1 + D(\Re(Z_{in}))}{|M(\Re(Z_{in}))|} \tag{4-10}$$



Figura 4.17: Gráfico da probabilidade acumulada da reatância de entrada na frequência de 1MHz, a uma distância de 32,5m do topo do poço, comparando com uma distribuição normal. Nota-se que a resistência de entrada varia entre $-1,5k\Omega \in 1,5k\Omega$ para 90% dos casos.

$$\varsigma_3 = \frac{1 + D(\Im(Z_{in}))}{|M(\Im(Z_{in}))|}$$

$$(4-11)$$

Onde $D(\cdot)$ indica desvio padrão e $M(\cdot)$ indica a média. $|\cdot|$ é o módulo ou valor absoluto tradicional do conjunto dos números reais.

De modo a buscar uma solução global, um algoritmo genético clássico foi utilizado [12]. De modo a dar mais liberdade ao algoritmo de otimização, a frequência de propagação foi deixada livre entre 100kHz e 1000kHz, tendo, portanto, 2 variáveis a serem otimizadas. A tabela 4.4 resume os parâmetros utilizados pelo GA.

Para reduzir o espaço de busca e evitar a busca por valores desnecessários que não podem ser fisicamente implementados, a variável distância ao topo z_f foi escolhida para ter modelagem por números inteiros e será medida em decímetros (dm). Com isso, apenas valores com precisão de 10cm são aceitáveis. Por fim, perceba que os limites das variáveis estão escritos na tabela 4.4. Vale lembrar que, como z < 0, na realidade a tabela mostra o valor absoluto de z_f .

Parâmetro	Valor
Steady State	20%
Gerações	50
População	40
Taxa de crossover	0,8
Taxa de mutação	0,1
Genes	2
Distância $ z_f $	Número inteiro (100dm $< z_f < 500$ dm)
Frequência	Número real (100kHz $< f < 1$ MHz)

Tabela 4.10: Parâmetros utilizados pelo GA. Note que a distância está sendo medida em decímetros e com o uso de números interios.

Númoro	γ_{a} (m)	$f(H_{z})$	C.	Ca	Ca
Trumero	$\sim f$ (III)	J (112)	\$1	\$2	\$3
1	42,0	374.617	23,1027	1,00122	0,16418
2	29,7	962.933	1,00242	2,61742	2,70263
3	22,2	240.654	221,324	5,74588	0,03451
4	38,6	540.532	4,79289	2,28935	0,74625
5	29,7	962.933	1,00243	2,60819	2,71243
6	23,6	258.902	178,927	4,27401	0,0352
7	24,1	924.381	1,3275	2,84297	1,99596
8	29,5	341.185	74,5133	1,59748	$0,\!05766$
9	24,7	806.755	12,199	1,5392	0,48538
10	34,5	306.117	60,0753	1,40634	0,0628
11	22,7	244.564	207,469	5,2579	0,03456
12	27,6	294.180	107,187	2,30276	0,04291
13	26,6	794.568	4,24015	3,34038	0,94609
14	27,5	785.006	2,0529	3,39649	1,38518

Tabela 4.11: Resultado da otimização: conjunto de pareto ótimo para o problema.

A tabela 4.11 demonstra como é o conjunto pareto ótimo após a execução do algoritmo genético. Cada uma das soluções apresentadas é igualmente ótima segundo o critério adotado. Entretanto, soluções cuja reatância é muito maior que a resistência de entrada são ruins, pois implicam em muita energia acumulada e pouca energia propagada. Considera-se as soluções 2, 5, 7 e 14 como as soluções principais. Através destas soluções, é interessante notar que, quanto mais alta a frequência de propagação, menor é a reatância comparada com a resistência de entrada. Por outro lado, já foi visto que, quanto maior a frequência de propagação, maior é o coeficiente de atenuação, sendo, portanto, menor a energia que chega ao sensor.

Demonstrou-se, então que o problema de otimização é muito maior e mais complexo: deve-se levar em conta a atenuação do percurso, bem como o posicionamento do sensor. Sendo assim, dada uma profundidade máxima, existe uma combinação de frequência e posicionamento ideal ou ótima de modo a minimzar as perdas por propagação e a variação do parâmetro impedância de entrada com as características do fluido compositor do meio. Mostrou-se ser possível, contudo, escolher o posicionamento ideal do sensor e sua frequência de propagação de modo a garantir que a variação do fluido presente no interior do poço influencie o mínimo possível no sistema de transmissão.

4.5 Análise do comportamento de modos superiores de propagação.

Todos os resultados obtidos até então derivam de modelos teóricos, obtidos através de solução da equação de onda (capítulo 2). Além disso, assume-se que não existem modos superiores propagantes, isto é, nas frequências trabalhadas os modos superiores apresentam tanta atenuação que podem ser desprezados.

Cabe, por isso, fazer uma análise aproximada do que ocorre nos modos superiores. Esta análise irá incluir, basicamente, as frequências de corte – frequências acima das quais a propagação atinge atenuações aceitáveis.

Da página 21, tem-se a equação para a constante de propagação no meio 1 para modos superiores 2-59:

$$\gamma_z = \sqrt{\beta_\rho^{(1)^2} + \gamma_1^2} \tag{4-12}$$

Como $\beta_{\rho}^{(1)}$ é real (ver capítulo 2) e não depende da frequência de propagação, mas apenas da geometria, fica claro pela equação 4-12 que a atenuação dos modos superiores é maior do que a atenuação do modo TEM. Resta saber agora o quão maior é esta atenuação e como estes modos estão presentes nas frequências em que está sendo estudado o problema (f < 100 MHz).

Supondo que as dimensões do problema são 2a = 0, 1m e 2b = 0, 2m, o cálculo de $\beta_{\rho}^{(1)}$ através de 2-65 leva à tabela 4.12. Note que a tabela ordena apenas os 11 primeiros zeros para cada modo $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Entretanto, infinitos zeros coexistem.

Pela tabela 4.12, nota-se que, quanto maior a ordem do modo, isto é, quanto maior n ou m, maior é o valor de $\beta_{\rho}^{(1)}$, ou ainda, maior é a parte real da constante de propagação $\gamma_z^{(1)}$. Conclui-se, então, que modos superiores tem atenuação maior e, por isso, concentram quase toda sua energia próximo à fonte: são modos indesejáveis.

Cabe ressaltar, contudo, que, independentemente do tipo de fonte, estes modos sempre existirão e representarão energia acumulada próximo à fonte, ou, em terminologia de circuitos, representarão energia reativa (indesejada). Portanto, o tipo de fonte deve ser escolhido de modo a minimizar a quantidade

N / M	0	1	2	3	4	5	6
0	2,865	32,192	62,016	91,844	121,672	151,500	181,328
1	5,986	35,334	65,159	94,987	124,815	$154,\!643$	184,472
2	9,121	38,477	68,302	98,130	127,958	157,787	187,615
3	12,259	41,619	71,445	101,273	131,101	160,930	190,758
4	15,398	44,761	74,588	104,416	134,244	164,073	193,901
5	18,538	47,903	77,730	$107,\!559$	137,387	167,216	197,044
6	21,679	51,045	80,873	110,702	140,530	$170,\!359$	200,187
7	24,820	54,188	84,015	113,844	143,673	$173,\!502$	203,330
8	27,961	57,329	87,158	116,987	146,816	$176,\!645$	206,473
9	31,102	60,471	90,300	120,129	149,959	179,787	209,616
10	34,243	63,613	93,442	123,272	153,101	182,930	212,759

Tabela 4.12: Valores de $\beta_{\rho}^{(1)}$ assumindo 2a = 0, 1m e 2b = 0, 2m. A ordem da função de Bessel é dada pela variável m, na horizontal. Para uma dada coluna, n representa a ordem ou ordenamento do zero. Vale lembrar que existem infinitos zeros.

de energia entregue sob forma de modos superiores, quando comparada a quantidade de energia entregue sob forma de modo TEM.

A próxima análise utilizará apenas o modo superior de menor atenuação (n = 0, m = 0), mas enunciar que essa é análoga para outros modos é proveitoso.

Foi feito o estudo de como a constante de atenuação varia para uma determinada frequência, assumindo um meio com $\sigma_s = 10^{-6}$ S/m e $\epsilon'' = 10^{-13}$ F/m. O esquema da figura 4.18 prova definitivamente que existe uma frequência a partir da qual a atenuação experimentada pelo modo sofre brusca queda. No entanto, a presença de uma condutividade efetiva crescente com a frequência leva a um aumento posterior da constante de atenuação, indicando que existe uma frequência cuja a atenuação para o modo é mínima.

Compreenda, ainda, que o valor da atenuação neste ponto de atenuação mínima é baixo e, de fato, é comparável à atenuação vista no modo TEM na mesma frequência (observar gráfico). Por consequência, os modos superiores podem ser usados em frequências maiores juntamente com o modo TEM. Isto facilita muito o casamento do gerador com o guia de ondas, porque a antena de excitação passa a ter comprimento comparável ao comprimento de onda e, além disso, diminui a reatância na fonte, o que é desejado. Essa análise, contudo, não será feita neste trabalho, dada a complexidade inerente de estruturas multimodo.



Figura 4.18: Atenuação experimentada pelo modo $TM_{0,0}$, supondo $\sigma_s = 10^{-6}$ S/m e $\epsilon'' = 10^{-13}$ F/m. Repare a presença de uma frequência de corte, a qual delimita uma transição forte entre altas e baixas constantes de atenuação.

Análise da possibilidade de alimentação através de energia eletromagnética.

Resta ainda um problema a abordar: a alimentação dos sensores.

Considerar-se-á que a tecnologia de nanosensores [28] é capaz de introduzir estruturas que menos de $10\mu W$ (microwatts) consomem, sendo este o patamar a ser atingido para alimentar a cirtuitaria do sensor. Todavia, vale lembrar da necessidade de transmissão de sinais do sensor em direção à base, o que revela que o sensor necessita de mais de $10\mu W$ de potência.

A análise feita na tabela 4.9 não se aplica agora, porque fora feita levando em consideração apenas a propagação da onda em um único sentido, já que era necessário avaliar a perda de transmissão de sinal. Contudo, o caso agora é outro: qualquer energia presente na posição $z = z_s$ do sensor é válida e deve ser aproveitada. Para isso, retorna-se à expressão da tensão e da corrente elétrica na linha de transmissão, deduzida na página 25, equações 2-82 e 2-83. Como a potência aparente é dada por $S \stackrel{\text{def}}{=} VI^*$, vem:

$$S \stackrel{\text{def}}{=} V(z)I(z)^{*}$$

$$= \frac{V_{+}^{2}}{Z_{0}} \operatorname{senh}(\gamma_{1}z) \operatorname{cosh}(\gamma_{1}^{*}z)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{V_{+}^{2}}{Z_{0}} [j \operatorname{senh}(2\alpha_{1}z) + \operatorname{sen}(2\beta_{1}z)] \qquad (4-13)$$

$$\alpha_{1} \stackrel{\text{def}}{=} \Re \gamma_{1} \ge 0$$

$$\beta_{1} \stackrel{\text{def}}{=} \Im \gamma_{1}$$

Existe, portanto, uma componente oscilante na potência, determinante de um caráter hesitante da energia em função de z: existem pontos de máximo e de mínimo de potência ao longo do poço. Fica óbvio que se deve posicionar os sensores em pontos de máximo. A grande dificuldade, portanto, fica em determinar estes pontos de máximo, já que a constante de propagação γ_1 varia sensivelmente de amostra para amostra de fluido.

É importante notar, contudo, que não se deve levar em conta a parcela $\operatorname{senh}(2\alpha z)$, já que esta não modela corretamente a presença do meio 2 como carga, porque simplesmente o meio 2 não fora considerado na modelagem via linha de transmissão. Sendo assim, será feita apenas uma aproximação dos pontos de máximo de potência, sem calcula-la nestes pontos.

Sejam $z = z_k$ os pontos de máxima potência. Então: $sen(2\beta_1 z_k) = 1$, ou:

$$z_k = \frac{1}{2\beta_1} (\frac{\pi}{2} + 2k\pi), \quad k \in \mathbb{N}$$
(4-14)

Fica óbivo, com isso, o papel desempenhado por β_1 : seu valor determina as posições admissíveis para o posicionamento dos sensores. Como $0 \ge z \ge -L$, o número total K de valores de k correspondentes aos máximos de potência é finito e limitado por β_1 . Quanto maior a valia deste, menor o número total de pontos cuja potência é máxima.

Já que β_1 é crescente com ω , fica claro, também, que o aumento da frequência aumenta as possíveis posições para os sensores. É evidente: maior frequência, menor comprimento de onda; menor comprimento de onda, mais oscilações ao longo da direção de propagação e, assim, mais posições de máxima potência. Mais que isso: o mesmo ocorre com a permissividade elétrica ϵ' , com justificativa análoga.

A análise estatística das posições de máxima potência foi feita seguindo os mesmos moldes das outras análises de mesma classe deste capítulo. Mais uma vez, foi feita simulação Monte-Carlo, cujo resultado está apresentado no gráfico 4.19 para 11 máximos. Enxergue que, na frequência de 1MHz, os valores médios dos máximos ocorrem entre 2000 e 3000 metros de profundidade. Adicionalmente, é fácil observar um aumento de variância da posição do máximo com o aumento de profundidade, o que dificulta o projeto do posicionamento dos sensores.



Figura 4.19: Boxplot mostrando a posição de 11 primeiros máximos de potência, na frequência de 1MHz.

Conclui-se, a partir deste gráfico, que é muito difícil definir uma posição exata para 1 único sensor. Existem fatores desconhecidos (aleatórios) que fazem com que esta posição tenha um desvio padrão da ordem de dezenas de metros, gerando a possibilidade de um máximo calculado, em teoria, ser um mínimo, na prática. Esta situação ilustra, mais uma vez, a dificuldade do problema em questão.

Uma possível alternativa jaz na técnica de redes de sensores: múltiplos sensores, espaçados ou posicionados de modo a otimizar a quantidade de energia absorvida pelo conjunto ou apenas por algum deles. Considere, então, o seguinte problema: deseja-se posicionar uma rede de N_s sensores na posição $0 \ge z_s \ge -L$. Quais devem ser seus respectivos posicionamentos de modo a garantir que algum deles esteja em um máximo de potência? O problema proposto pode

N_s	Espaçamento (m)
2	89,9
3	45,0
4	30,0
5	22,5

Tabela 4.13: Espaçamento entre os sensores da rede de sensores. Note que, com esta distribuição, sempre haverá algum sensor cuja posição está próxima a um máximo.

ser reescrito como um problema de otimização, descrito matematicamente a seguir.

Basicamente, deve-se abordar o problema com a finalidade de posicionar os sensores de modo mais próximo possível dos máximos adjacentes à posição z_s . Como estamos lidando com esteatística, isso significa maximizar a probabilidade de algum dos N_s sensores estar próximo a algum máximo adjacente. Entretanto, se a posição dos máximos é governada por uma variável aleatória, como definir quais são os máximos adjacentes? A solução pode ser mais simples do que parece.

Para a frequência que estamos assumindo, pode-se notar que a condutividade efetiva é desprezível perante o termo $j\omega\epsilon'$ na definição de γ_1 . Neste caso, $\beta_1 = \omega\sqrt{\mu\epsilon'}$ e, por isso, o comprimento de onda passa a ser dependente apenas de ϵ' . Então, uma solução simples e funcional é espaçar os N_s sensores em torno de z_s , distribuindo-os igualmente com espaçamento $\Delta\lambda/(N_s - 1)$, onde $\Delta\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \lambda_{max} - \lambda_{min}$.

Dados os limites de ϵ' , ou seja, seus valores máximo e mínimo admissíveis, pode-se achar λ_{max} e λ_{min} e, por fim, calcular o espaçamento. Supondo $\epsilon'_{min} = 3\epsilon_0 \ e \ \epsilon'_{max} = 13\epsilon_0$, temos, em 1 MHz, os comprimentos de onda máximo e mínimo de 173, 1*m* e 83, 2*m*. Com isso, o espaçamento necessário fica como na tabela 4.13. Pode-se escolher um sensor para posicionar na posição $z = z_s$ e os demais são distribuídos com o espaçamento da tabela.

Com isso, resta analisar, através de simulação, qual seria a potência que chega ao sensor. Contudo, como simulações computacionais envolvendo métodos de elementos finitos e FDTD demandam muito tempo e um custo computacional elevado, não é possível aplicar diretamente a técnica de simulações Monte-Carlo. Apenas para ilustrar o problema, uma única simulação leva, em média, 10 minutos. Entretanto, uma análise estatística com 11 variáveis aletórias demandaria bilhões de simulações. Mesmo que houvesse 1 única variável aleatória, uma análise Monte-Carlo demandaria, pelo menos, 100 simulações, o que levaria a 1000 minutos ou 16,6 horas. Isso para uma única frequência e para uma única variável aleatória.

Profundidade (m)	Tempo (dBm)	Frequência (dBm)	Absorvida (mW)
1000	29,1	29	79,4
2000	28,4	28,2	66,1
3000	27,6	27,5	56,2
4000	26,8	26,8	47,9
5000	26	26	39,8
6000	25,3	25,4	33,9
7000	23,9	23,9	24,5

Tabela 4.14: Potência presente na seção transversal onde o sensor está posicionado. As simulações foram conduzidas em 1MHz, num meio de condutividade efetiva igual a $1,0 \cdot 10^{-6}$ S/m e $\epsilon'_R = 5$. As colunas "Tempo"e "Frequência" indicam os resuldados das simulações no domínio do tempo e no domínio da frequência.

No entanto, o intuito deste trabalho não é resolver o problema de alimentação sem fio, mas sim ilustrar a aplicação de técnicas de apoio à decisão neste problema. Portanto, será assumido um fluido com características específicas, dentro da faixa de valores admissíveis e, com isso, será feita uma análise com uso de simulação FDTD. Os resultados e conclusões tirados serão específicos para este fluido. Contudo, a técnica aplicada é genérica o suficiente para ser extendida para outros fluidos.

Pondere, então, a presença de um fluido com condutividade efetiva igual a $\sigma_e = 1, 0 \cdot 10^{-6}$ S/m em f = 1MHz e permissividade relativa igual a $\epsilon'_R = 6$. A análise do gráfico 4.1 mostra que existem fluidos com condutividade próxima a este valor em 1MHz e, mais ainda, que esta condutividade é facilmente alcalçável em frequências inferiores. Deseja-se avaliar quanta potência atravessa a superfície $S(z_s) \stackrel{\text{def}}{=} \{(\rho, \phi, z) : a \leq \rho \leq b, z = z_s\}$, onde $z_s \in \{-1000, -2000, -3000, -4000, -5000, -6000, -7000\}$ metros. Para tal, assumiu-se, no simulador, a condição de contorno que, em $S(-\lambda/4)$ existe 1,0W de potência atravessando a seção.

A tabela 4.14 identifica a potência que atravessa a seção cuja profundidade é dada pela primeira coluna. A última coluna mostra a potência absorvida pelo sensor, assumindo que este é capaz de absorver 10% da potência disponível na seção transversal a qual ele está posicionado. As duas colunas centrais demonstram o valor simulado, em dBm, resolvendo equações de Maxwell no domínio do tempo e no domínio da frequência.

A energia disponível para o sensor é sempre bem maior que os 10μ W necessários para o funcionamento de seus circuitos internos, mesmo em grandes profundidades. Todavia, deve-se lembrar que este precisa reenviar sinal de volta ao topo do poço. Neste meio, a constante de atenuação é igual a $\alpha_1 = 0,0001$ Np/m e, usando este valor, pode-se estimar quanto de potência

Profundidade (m)	Atenuação (dB)	Potência Recebida (mW)
1000	$0,\!87$	65,0
2000	1,74	44,3
3000	2,61	30,9
4000	3,47	21,5
5000	4,34	14,6
6000	5,21	10,2
7000	6,08	6,1

Tabela 4.15: Potência disponível no receptor, após ser recebida e reenviada pelo sensor.

está disponível no receptor, conforme mostra a tabela 4.15.

A tabela 4.15 leva em conta, ainda, que o receptor do sinal do sensor é capaz de absorver apenas 30% da energia disponível na seção transversal em que ele está posicionado. Vale lembrar que fora assumido um meio cuja condutividade efetiva em 1MHz é igual a $1, 0 \cdot 10^{-6}$ S/m. Tal valor, claramente, permite comunicação e alimentação remota do sensor, devido à baixa atenuação presente: com $\alpha_1 = 0,0001$ Np/m, a atenuação em 7000m é de apenas 6,8dB.

Para este fluido, com esta atenuação, fica claro que a energia presente no receptor é suficiente para haver uma comunicação. Entretanto, vale lembrar que, nesta análise, fora assumido um meio com baixa condutividade $(1, 0 \cdot 10^{-6} \text{ S/m})$. Em condutividades maiores, a atenuação aumenta, logo menos energia chega aos sensores e, por isso, menos energia é reenviada ao receptor.