

3 Teoria do Método dos Elementos Discretos

3.1. Introdução

Muitos estudos têm sido reportados na literatura para entender a relação tensão – deformação de um arranjo regular de esferas (3D) ou cilindros (2D). O módulo elástico de um pacote regular de esferas foi investigado por Duffy e Mindlin (1957) para uma estrutura centrada cúbica, pelo Deresiewicz (1958) para uma rede cúbica simples e por Duffy (1959) para um arranjo compacto hexagonal. Suas análises foram baseadas nas teorias de Hertz e Mindlin para o contato de duas esferas deformáveis. Os coeficientes elásticos do arranjo foram mostrados para ser uma combinação das rigidezes locais normais e cisalhantes.

Este capítulo está relacionado com a descrição dos macro – parâmetros de um arranjo de partículas discretas usando micro – parâmetros. O objetivo é conhecer e aplicar as leis que relacionam o comportamento mecânico dos materiais na escala macro em função de micro – parâmetros para gerar uma rocha virtual que simule o comportamento mecânico da rocha real.

Para arranjos de partículas aleatórios, expressões para o módulo elástico tem sido obtidas usando aproximações de microestruturas contínuas (Walton *et al.*, 1987). O tensor de rigidez para arranjos aleatórios de esferas foi derivado por Chang *et al.* (1990) para vários arranjos de materiais granulares.

O comportamento das ligações entre partículas sob compressão biaxial foi estudado por Donzé *et al.* (1994) para um arranjo hexagonal e por Potyondy *et al.* (1996) para um arranjo irregular usando *PFC2d* (Itasca,1999). No entanto, devido à natureza complexa do problema, os efeitos dos micro – parâmetros nas propriedades de resistência não parecem ter sido estudados.

Neste estudo será usado o *PFC2D* como ferramenta numérica DEM. O método dos elementos discretos permite a simulação do comportamento mecânico de um meio formado por um conjunto de partículas que interagem entre elas através de seus pontos de contato.

A disposição das partículas dentro do conjunto global do sistema ou médio é aleatória, sendo possível formar meios com diferentes tamanhos de partículas distribuídas ao longo do conjunto, idealizando deste jeito, a natureza granular dos meios que usualmente é estudada através desta técnica numérica. Principalmente podem-se distinguir as seguintes propriedades básicas que definem de forma global este método de análise numérica:

- As partículas como elementos discretos que no seu conjunto conformam o sistema complexo de partículas.
- Estes elementos distintos deslocam-se independentemente um do outro e interagem entre eles na zona de contato.
- Neste método, para cada partícula, usa-se a mecânica do meio rígido e os elementos discretos consideram-se elementos rígidos entre eles.

O comportamento global do material é governado pelo modelo constitutivo aplicado nos contatos entre as partículas. O cálculo executado no método integra a aplicação da segunda Lei de Newton para as partículas e a Lei de Força – Deslocamento para os contatos.

1. Segunda Lei de Newton: Determina o movimento de cada partícula a partir das forças de contato e as forças aplicadas nas partículas.
2. Lei de Força – Deslocamento: Atualiza as forças de contato surgidas do movimento relatório de cada contato.

A caracterização dos contatos neste modelo se descreve pelos seguintes elementos mecânicos:

- Molas: Os elementos molas descrevem a fase do comportamento elástico do meio na zona de contato entre cada partícula. Este comportamento elástico é caracterizado por duas molas, uma na direção normal ao contato e outra na direção tangencial, as quais correspondem com a decomposição das forças de contato que são usadas na formulação do método.
- Amortecedores: São elementos que levam em conta a viscosidade do meio que é simulado. Na formulação estabelecida podem usar-se vários modelos de contato que podem ser delimitados em modelos de contato viscoso e não viscoso o que permite aplicar o modelo para um maior número de problemas mecânicos, tanto elásticos como viscoelásticos.

- Elementos de Atrito: Estes elementos descrevem a rotura da coesão e a falha do material na zona de contato entre cada partícula. Quando no contato se produz a ruptura, a partícula desprende-se do meio.

3.2.

Formulação do Método dos Elementos Discretos.

A formulação estabelecida para o desenvolvimento do modelo pelo método dos elementos discretos adota uma série de hipóteses que permitem simplificar o problema real descartando os aspectos menos significativos e permitindo estabelecer um modelo físico e matemático do problema em estudo. As hipóteses que são estabelecidas são as seguintes:

1. As partículas são consideradas corpos rígidos.
2. O contato acontece num ponto ou numa área muito pequena do contato entre cada partícula.
3. No contato existe uma tolerância de penetração entre as partículas. A magnitude desta é relacionada com a força de contato através da Lei Força – Deslocamento e é muito pequena em relação ao tamanho das partículas.
4. Todas as partículas são circulares. Em 2D são utilizados cilindros e em 3D esferas.
5. A geração de um meio empregando elementos discretos deve ser aleatória e os diâmetros dos mesmos devem ser tratados de forma similar (posição e diâmetro dos elementos distintos são aleatórios).
6. Nas uniões entre partículas considera-se que existem contatos entre cada partícula.

Na formulação podem-se incluir elementos rígidos ou paredes, as quais podem ter velocidade, deslocamentos ou forças. Estas paredes dão as condições de contorno às partículas, e podem compactar um arranjo de partículas. No método dos elementos discretos, identifica-se um ciclo de cálculo básico, apresentado na figura 3.1 onde são executadas as principais etapas do método. Para o desenvolvimento de sua formulação e de sua implementação é interessante abordar e desenvolver cada etapa de cálculo individualmente, o que será feito a seguir:

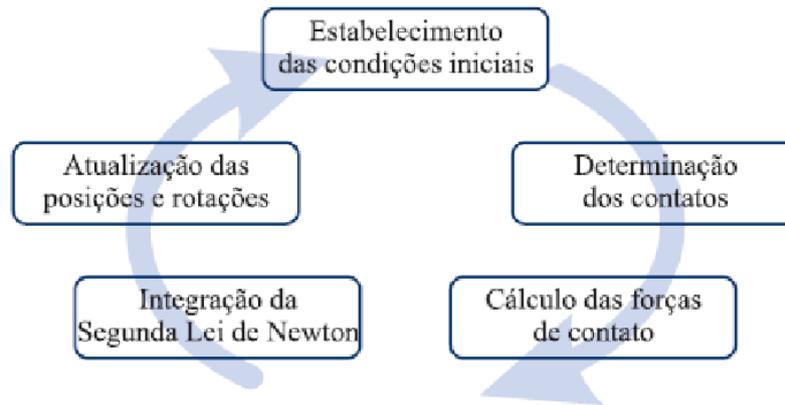


Figura 3.1: Ciclo de cálculo do método dos elementos discretos, (Ayquipa, 2008)

3.3. Lei Força – Deslocamento

A lei Força – Deslocamento é aplicado no contato de duas entidades. O contato pode ser formado por duas partículas ou por uma partícula e uma parede sendo a sua posição representada como $x_i^{[C]}$. O contato encontra-se em um plano com vetor normal n_i , sendo este definido pela reta que une os centros das duas partículas (da partícula A para B). O vetor normal é:

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d} \quad (3.1)$$

Sendo d a distância entre os centros das duas partículas em contato. Este valor pode ser determinado por:

$$d = |x_i^{[B]} - x_i^{[A]}| = \sqrt{(x_i^{[B]} - x_i^{[A]})(x_i^{[B]} - x_i^{[A]})} \quad (3.2)$$

Se o contato for partícula – parede, a normal terá a direção da reta de menor distância entre o centro da partícula e a parede. A superposição de uma partícula sobre outra é definida pelo deslocamento relativo das partículas na direção normal e é dada pela equação 3.3. A superposição é representada por U^n . Estas definições podem ser vistas nas figuras 3.2 e 3.3.

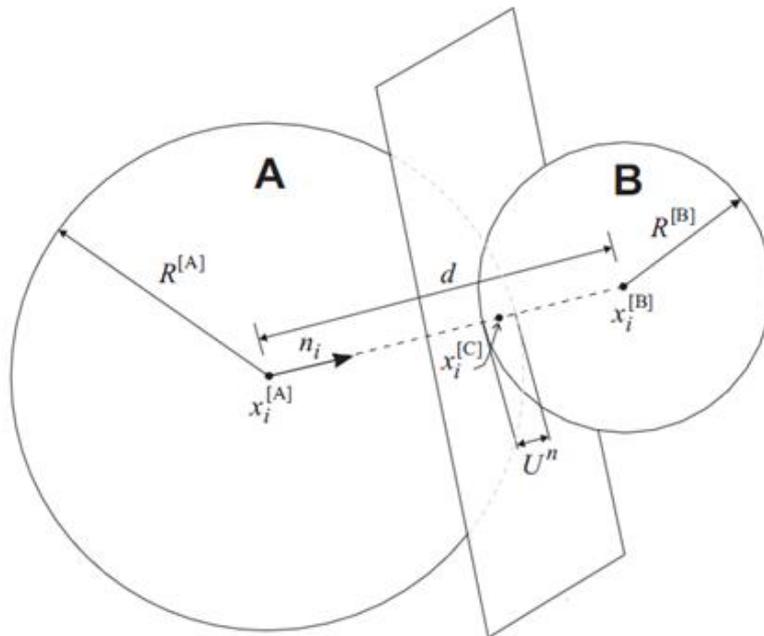


Figura 3.2: Nomenclatura partícula – partícula. (Itasca, 2008)

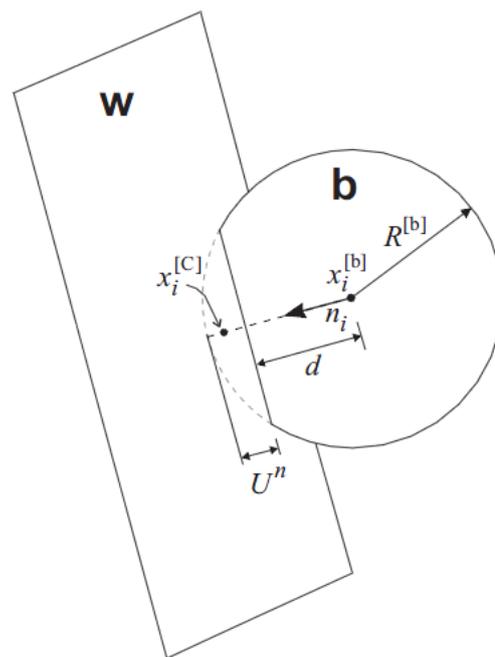


Figura 3.3: Nomenclatura partícula – parede. (Itasca, 2008)

A superposição das partículas em contato U^n pode-se determinar, conhecendo os raios das entidades em contato e a distância inicial entre elas.

$$U^n = \begin{cases} R^{[A]} + R^{[B]} - d, & (\text{partícula} - \text{partícula}) \\ R^{[b]} - d, & (\text{partícula} - \text{parede}) \end{cases} \quad (3.3)$$

Sendo o $R^{[\alpha]}$ o raio da partícula α . Após a definição destas variáveis, a posição do contato é determinada por:

$$x_i^{[c]} = \begin{cases} x_i^{[A]} + \left(R^{[A]} - \frac{1}{2}U^n\right)n_i, (partícula - partícula) \\ x_i^{[b]} + \left(R^{[b]} - \frac{1}{2}U^n\right)n_i, (partícula - parede) \end{cases} \quad (3.4)$$

A força gerada no contato é baseada na superposição de partículas. Esta pode ser no sentido normal ou cisalhante. A força total no contato é a soma destas, sendo a sua magnitude dependente da lei de rigidez adotada.

$$F_i = F_i^n + F_i^s \quad (3.5)$$

As partículas atuam como se fossem unidas por molas nos seus contatos. Baseado neste critério, a força gerada no contato será o produto da deformação da mola pela sua rigidez. Assim, o deslocamento no sentido normal que seria a deformação da mola nessa orientação é a superposição. Sendo a rigidez normal do contato igual a K_n , a força normal é:

$$F_i^n = K^n U^n n_i \quad (3.6)$$

Para o caso da força cisalhante, a deformação da mola nessa direção seria o deslocamento lateral do contato. Quando o contato é formado, o valor total da força cisalhante é zero. Cada deslocamento cisalhante subsequente incrementa a força. Neste sentido, para determinar a força cisalhante, são consideradas a força gerada pelo deslocamento translacional do contato e a força gerada pela rotação das partículas. Sendo K_s a rigidez cisalhante, as forças rotacionais são definidas como:

$$\{F_i^s\}_{rot.1} = F_j^s \left(\delta_{ij} - e_{ijk} e_{kmn} n_m^{[OLD]} n_n \right) \quad (3.7)$$

$$\{F_i^s\}_{rot.2} = \{F_i^s\}_{rot.1} (\delta_{ij} - e_{ijk} (\omega_k) \Delta t) \quad (3.8)$$

Onde $n_m^{[OLD]}$ é o vetor unitário normal referente ao passo anterior e ω_k é a velocidade angular das duas partículas na nova direção normal. A velocidade angular é definida pela equação 3.9:

$$(\omega_i) = \frac{1}{2}(\omega_j^{[\alpha 1]} + \omega_j^{[\alpha 2]})n_j n_i \quad (3.9)$$

$$\{\alpha^1, \alpha^2\} = \begin{cases} (A, B) \text{ partícula - partícula} \\ (b, \omega) \text{ partícula - parede} \end{cases} \quad (3.10)$$

Onde $\omega_i^{[\alpha^j]}$ é a velocidade angular da partícula α^j , equação 3.9.

Esta formulação usa duas ferramentas matemáticas: o delta de Kronecker e o símbolo de permutação. Estas são definidas como:

$$\{\alpha^1, \alpha^2\} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ 0, \text{ se } i \neq j \end{cases} \quad (3.11)$$

$$e_{ijk} = \begin{cases} 0, & \text{se dois índices coincidem;} \\ +1, & \text{se } i, j, k \text{ permuta entre } 1, 2, 3 \\ -1, & \text{outro caso} \end{cases} \quad (3.12)$$

Usando a permutação, o produto vetorial das normais $c = n^{[OLD]} * n$ é da forma seguinte:

$$c_k = e_{kmn} n_m^{[OLD]} n_n \quad (3.13)$$

Assim, substituindo a equação 3.13 na equação 3.7, podem-se escrever as equações 3.7 e 3.8 como:

$$F_{rot.1}^S = \begin{bmatrix} 1 & -c_3 & c_2 \\ c_3 & 1 & -c_1 \\ -c_2 & c_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1^S \\ F_2^S \\ F_3^S \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$F_{rot.2}^S = \begin{bmatrix} 1 & -\bar{\omega}_3 \Delta t & \bar{\omega}_2 \Delta t \\ \bar{\omega}_3 \Delta t & 1 & -\bar{\omega}_1 \Delta t \\ -\bar{\omega}_2 \Delta t & \bar{\omega}_1 \Delta t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{1 \text{ rot.1}}^S \\ F_{2 \text{ rot.1}}^S \\ F_{3 \text{ rot.1}}^S \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Uma vez determinada a força rotacional é preciso saber o valor da força gerada pelo movimento translacional do contato. No caso da força normal, o deslocamento foi definido como a superposição de U^n , sendo este calculado diretamente em função dos raios das partículas e a distância entre os seus centros. No caso do deslocamento cisalhante U_i^S , a determinação dela é feita usando as velocidades das partículas, sendo calculada como:

$$V_i = \left(\dot{x}_i^{[C]} \right)_{\alpha^2} - \left(\dot{x}_i^{[C]} \right)_{\alpha^1} \quad (3.16)$$

$$V_i = \left(\dot{x}_i^{[\alpha^2]} + e_{ijk} \omega_j^{[\alpha^2]} (x_k^{[C]} - x_k^{[\alpha^2]}) \right) - \left(\dot{x}_i^{[\alpha^1]} + e_{ijk} \omega_j^{[\alpha^1]} (x_k^{[C]} - x_k^{[\alpha^1]}) \right) \quad (3.17)$$

Onde $\dot{x}_i^{[\alpha^j]}$ é a velocidade translacional da partícula α^j . A velocidade do contato é definida em termos da velocidade normal e cisalhante, sendo a componente cisalhante descrita na equação 3.18:

$$V_i^s = V_i - V_i^n = V_i - V_j n_j n_i \quad (3.18)$$

Com a velocidade cisalhante, é possível determinar o deslocamento incremental cisalhante no contato usando a equação 3.19, que ocorre para cada Δt :

$$\Delta U_i^s = V_i^s \Delta t \quad (3.19)$$

Assim, pode-se determinar o incremento da força cisalhante com a equação 3.20:

$$\Delta F_i^s = -k^s \Delta U_i^s \quad (3.20)$$

A força de contato na equação 3.21 é definida como a soma da força gerada pela rotação no início do Δt (*timestep*) com o valor da força incremental calculada na equação 3.20:

$$F_i^s = \{F_i^s\}_{rot.2} + \Delta F_i^s \quad (3.21)$$

Determinada a força de contato, esta tem que ser corrigida segundo o modelo constitutivo adotado no contato. Depois desta correção, a força final do contato é transferida para as partículas seguindo as equações:

$$\begin{aligned}
F_i^{[\alpha^1]} &= F_i^{[\alpha^1]} - F_i \\
F_i^{[\alpha^2]} &= F_i^{[\alpha^2]} - F_i \\
M_i^{[\alpha^1]} &= M_i^{[\alpha^1]} - e_{ijk} (x_j^{[C]} - x_j^{[\alpha^1]}) F_k \\
M_i^{[\alpha^2]} &= M_i^{[\alpha^2]} - e_{ijk} (x_j^{[C]} - x_j^{[\alpha^2]}) F_k
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Onde $F_i^{[\alpha^j]}$ e $M_i^{[\alpha^j]}$ são a força e momento aplicado para uma partícula α^j .

3.4. Lei de Movimento

Após o cálculo da força do contato e a sua contribuição para cada partícula o movimento das partículas pode ser determinado. O movimento translacional pode ser escrito em termos de posição x_i , velocidade \dot{x}_i e aceleração \ddot{x}_i , e o movimento rotacional em termos de sua velocidade angular ω_i e aceleração angular $\dot{\omega}_i$.

Assim, o movimento translacional é calculado como:

$$F_i = m(\ddot{x}_i - g_i) \tag{3.23}$$

Sendo F_i a força resultante de todas as forças externas atuantes na partícula, m igual à massa da partícula e g_i a aceleração da gravidade.

A rotação pode ser escrita como:

$$M_i = \dot{H}_i \tag{3.24}$$

Sendo M_i o momento resultante atuante na partícula e H_i o momento angular da partícula. A equação 3.24 pode ser reduzida pela equação de Euler para o movimento como segue:

$$\begin{aligned}
M_1 &= I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_3 \omega_2 \\
M_2 &= I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_1 \omega_3 \\
M_3 &= I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_2 \omega_1
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Num sistema global a equação 3.25 pode ser escrita como:

$$M_i = I\dot{\omega}_i = \left(\frac{2}{5}mR^2\right)\dot{\omega}_i \quad (3.26)$$

As equações de movimento dadas nas equações 3.24 e 3.26 são integradas usando diferenças finitas centrais que envolvem um valor Δt para o passo de tempo. Os valores de \dot{x}_i e ω_i são calculados para intervalos de $t \pm n\Delta t/2$. No entanto, os valores x_i , \ddot{x}_i , $\dot{\omega}_i$, F_i e M_i são calculados em intervalos primários $t \pm n\Delta t$. As acelerações são calculadas como:

$$\ddot{x}_i^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} \left(\dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} - \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)} \right) \quad (3.27)$$

$$\dot{\omega}_i^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} \left(\omega_i^{(t+\Delta t/2)} - \omega_i^{(t-\Delta t/2)} \right) \quad (3.28)$$

Estas equações podem ser substituídas em 3.23 e 3.26 determinando as velocidades para o tempo $t + n\Delta t/2$. Tem-se como resultado:

$$\dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{F_i^{(t)}}{m} + g_i \right) \Delta t \quad (3.29)$$

$$\omega_i^{(t+\Delta t/2)} = \omega_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{M_i^{(t)}}{I} \right) \Delta t \quad (3.30)$$

A velocidade mostrada nas equações acima é usada para atualizar a posição do centro da partícula. A posição da partícula pode-se determinar como segue:

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad (3.31)$$

3.5. Modelo de contato

O modelo de ligação paralela é usado neste trabalho. Neste tipo de ligação se descreve o comportamento de um elemento finito que conecta duas partículas atuando como um cimentante. O contato por ligação paralela pode transmitir forças e momentos nas partículas. Este tipo de contato é representado como um disco com um raio definido pelo menor dos raios das partículas em contato. A

força e o momento podem ser definidos em função das suas componentes normais e cisalhantes.

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^n + \bar{F}_i^s \quad (3.32)$$

$$\bar{M}_i = \bar{M}_i^n + \bar{M}_i^s \quad (3.33)$$

Estas forças são inicializadas na geração do contato paralelo.

O incremento destas forças são consequência dos deslocamentos e rotações relativas das partículas e os incrementos podem ser calculadas usando:

$$\Delta \bar{F}_i^n = (-\bar{K}_n A \Delta U_n) n_i \quad (3.34)$$

$$\Delta \bar{F}_i^s = (-\bar{K}_s A \Delta U_i^n) \quad (3.35)$$

Onde:

$$\Delta U_n = V_i \Delta t \quad (3.36)$$

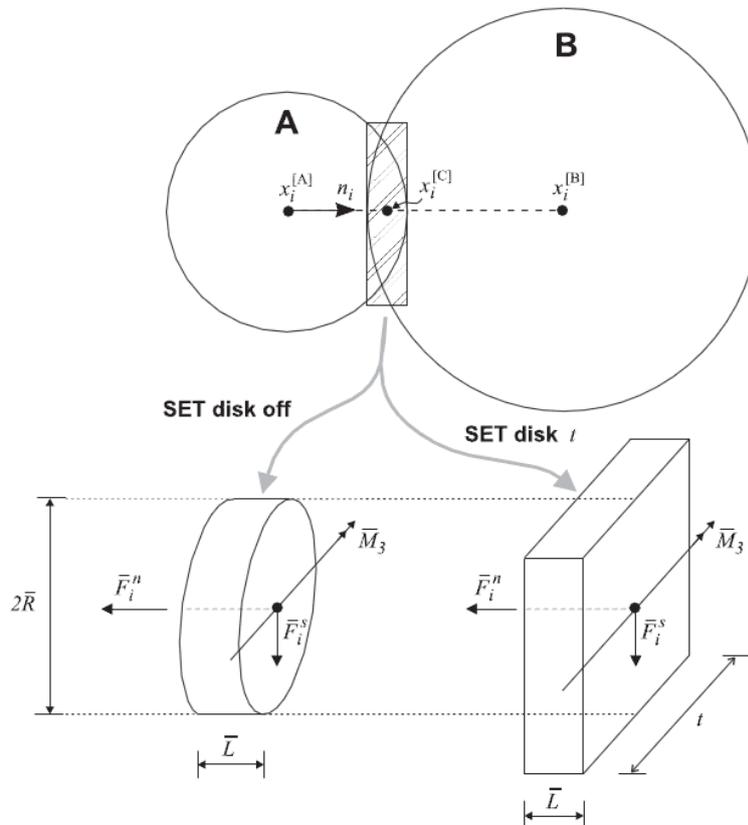


Figura 3.4: Ligação paralela descrita como uma peça de tamanho finito do material cimentante. (Itasca, 1999)

O incremento dos momentos é:

$$\overline{\Delta M}_i^n = (-\overline{K}_s J \Delta \theta_n) n_i \quad (3.37)$$

$$\overline{\Delta M}_i^s = (-\overline{K}_n I \Delta \theta_i^s) \quad (3.38)$$

Onde:

$$\Delta \theta_i = (w_i^{[B]} - w_i^{[A]}) \Delta t \quad (3.39)$$

$A = \text{Área do disco de contato paralelo}$

$J = \text{Momento polar de inercia da seção do disco}$

$I = \text{momen. de inercia da seção do disco com eixo no contato e na direção de } \Delta \theta_i^s$

$$A = \pi \overline{R}^2 \quad (3.40)$$

$$J = \frac{1}{2} \pi \overline{R}^4 \quad (3.41)$$

$$I = \frac{1}{4} \pi \overline{R}^4 \quad (3.42)$$

As forças normais e cisalhantes podem ser determinadas por:

$$\overline{F}_i^n = \overline{F}^n n_i + \Delta \overline{F}_i^n \quad (3.43)$$

$$\overline{F}_i^s = \{\overline{F}_i^s\}_{rot.2} + \Delta \overline{F}_i^s \quad (3.44)$$

Os momentos são calculados por:

$$\overline{M}_i^n = \overline{M}^n n_i + \Delta \overline{M}_i^n \quad (3.45)$$

$$\overline{M}_i^s = \{\overline{M}_i^s\}_{rot.2} + \Delta \overline{M}_i^s \quad (3.46)$$

O valor máximo da tensão atuando no contato normal e cisalhante é calculado segundo:

$$\sigma_{max} = \frac{-\overline{F}^n}{A} + \frac{|\overline{M}_l^s|}{I} \overline{R} \quad (3.47)$$

$$\tau_{max} = \frac{-\overline{F}_l^s}{A} + \frac{|M_n|}{J} \overline{R} \quad (3.48)$$

Quando $\sigma_{max} \gg \overline{\sigma}_c$ ou $\tau_{max} \gg \overline{\tau}_c$, o contato paralelo rompe, sendo $\overline{\sigma}_c$ e $\overline{\tau}_c$ as resistências normais e cisalhantes do contato paralelo.

Um contato com ligação paralela é definido por 5 parâmetros:

1. \overline{K}_n = Rigidez normal do contato, (tensão/deslocamento)
2. \overline{K}_s = Rigidez cisalhante do contato, (tensão/deslocamento)
3. $\overline{\sigma}_c$ = Resistência normal do contato, (tensão)
4. $\overline{\tau}_c$ = Resistência ao Cisalhamento do contato, (tensão)
5. $\overline{\lambda}$ = Multiplicador do Raio da Ligação Paralela

3.6. Parâmetros na modelagem de ensaios triaxiais

Na modelagem de uma amostra de rocha é usado um arranjo de partículas, sendo estas partículas unidas usando um modelo de contato como a ligação paralela, cujo comportamento é simulado pelo método dos elementos discretos. Os parâmetros para a modelagem são definidos como micro-parâmetros e macro-parâmetros. Os micro-parâmetros estão referidos nas propriedades de rigidez e resistência aplicadas nas partículas e nos contatos e o dano é representado pela ruptura da ligação, Potyondy *et al.* (2003). Quando uma carga é aplicada na amostra os contatos vão se deformar até atingir o valor máximo de resistência. Quando no contato, a força aplicada supera o valor da resistência, o contato rompe, unindo-se com outros contatos da mesma condição formando uma macro-fissura. O comportamento de um material representado por seus macro-parâmetros depende dos micro-parâmetros que os compõem. Os micro-parâmetros usados neste caso são mostrados na tabela 3.1:

Note-se que não foi incluído o valor da rigidez. Este parâmetro é obtido através do modulo de deformação. Potyondy *et al.* (2003) estabeleceram as relações mostradas anteriormente para a obtenção destas propriedades.

Onde R^θ refere-se ao raio das partículas. O tipo de contato em referência atua em paralelo com o tipo de contato por ligação. A representação deste tipo de contato é um disco paralelo ao plano do contato. O raio deste disco é definido como \bar{R} e depende de $\bar{\lambda}$ e dos raios das partículas. Assim, o valor de \bar{R} é:

$$\bar{R} = \bar{\lambda} \min(R^{(A)}, R^{(B)}) \quad (3.49)$$

Tabela 3.1: Nomenclatura partícula – parede. (Itasca, 2008)

Propriedade	Unidade	Descrição
R_{max}/R_{min}	-	Relação entre o raio máximo e mínimo da partícula
ρ_{bulk}	kg/m^3	Densidade da partícula
E_c	GPa	Modulo de deformação da partícula
K_n/K_s	-	Relação entre a rigidez normal e cisalhante na partícula
μ	-	Coeficiente de atrito da partícula
$\bar{\lambda}$	-	Múltiplo do raio do contato por ligação paralela
\bar{E}_c	GPa	Modulo de deformação do contato por ligação paralela
\bar{K}_n/\bar{K}_s	-	Relação da rigidez normal e cisalhante do contato da ligação paralela
$\bar{\sigma}_c (mean)$	MPa	Resistência normal do contato
$\bar{\tau}_c (mean)$	MPa	Resistência cisalhante do contato

A condição de ruptura de contato é atingida quando $\sigma_{max} \gg \bar{\sigma}_c$ e $\tau_{max} \gg \bar{\tau}_c$. Para o caso de um modelo contínuo, a entrada de propriedades do material pode ser derivada de medições em amostras de laboratório, não podendo ser aplicado o mesmo critério no meio discreto, onde as propriedades do material dependem da iteração dos micro-parâmetros das partículas Potyondy *et al.* (2003). Não existe formulação que relacione estes dois grupos de parâmetros, sendo estes correlacionados através da calibração a partir de ensaios de laboratório. Os micro-parâmetros são ajustados até obter uma melhor representação do material. A correlação é feita mediante simulações de ensaios triaxiais, onde é possível obter a curva tensão – deformação e os parâmetros de coesão e atrito do material.