

## 5. Considerações Finais

Procurei expor ao longo desta pesquisa algumas maneiras de se investigar conceitualmente o problema da natureza numérica que seriam distintas daquela que foi inicialmente proposta por Frege, cujo questionamento em seus *Grundlagen* inspirou todo o movimento aqui esboçado. Dediquei, assim, o primeiro capítulo ao tratamento crítico apresentado por Benacerraf em meados da década de sessenta, para quem uma teoria logicista desejosa de estabelecer o que os números de fato seriam não se sustenta argumentativamente. Este ataque conceitual, aliado ao sucesso alcançado pelo trabalho matemático do grupo de Bourbaki nas décadas anteriores, impulsionou fortemente o desenvolvimento das mais diversas teorias com pressupostos estruturalistas em filosofia da matemática, e procurei fazer do segundo capítulo a exposição em maiores detalhes de uma destas teorias. Selecionei, para tanto, o estruturalismo *ante rem* veiculado por Stewart Shapiro em sua obra de 1997, na qual se procurava aliar à uma perspectiva estruturalista uma postura filosófica realista. No meio desta obra enuncia-se um conjunto de pressupostos históricos que teriam possibilitado o surgimento de todo o debate estabelecido por Shapiro, e observei que os pensadores destacados também poderiam ser considerados em relação às críticas desenvolvidas por Benacerraf, de maneira que procurei apresentar semelhantes relações de maneira concisa no terceiro capítulo.

Toda a argumentação aqui exposta organiza-se em torno de uma das perguntas ontológicas em filosofia da matemática – especificamente a pergunta *o que os números poderiam ser?*. Com a situação hipotética proposta por Benacerraf, pude explicitar algumas teses em resposta a este questionamento, como, por exemplo, o fato de que não se poderia identificar os conceitos de “número” e de “conjunto”. Benacerraf generaliza esta tese para a noção de “objeto”, concluindo que não se poderia identificar os números com um objeto em

particular pela mesma razão que fazia com que eles não fossem identificados com conjuntos, seja esta razão a completa ausência de argumentos que possibilitem tal identificação. A constatação desta ausência tem por origem um dilema oriundo de duas identificações distintas apresentadas em seu experimento de pensamento, as quais identificavam os números aos conjuntos a partir das axiomatizações de Zermelo e de von Neumann (ressalte-se que nenhum dos dois efetuou tal identificação em seus artigos). Como uma identificação ontológica apresentaria as características necessárias e suficientes, e existem duas identificações possíveis sem nenhum argumento que habilite um procedimento de decisão, Benacerraf nega qualquer proposta de identificação nestes domínios, sugerindo, ao final de seu artigo, algumas saídas para tal imbróglio.

Shapiro, por sua vez, não procurará responder diretamente a esta pergunta de teor ontológico, mas a amplitude da teoria que desenvolve acaba por oferecer algumas interessantes indicações. Se ele nega, por exemplo, que seja tarefa da filosofia determinar a prática matemática, reserva para ela um papel interpretativo, por intermédio do qual poderá oferecer algum auxílio ao trabalho dos matemáticos. De modo que esta relação não apenas auxiliaria no avanço das pesquisas matemáticas, como também auxiliaria o “avanço” das próprias pesquisas filosóficas, pois o diálogo entre ambas as disciplinas sempre permitiu a dissolução de *puzzles* e o esclarecimento de constantes enigmas. De modo que a filosofia pode operar junto aos matemáticos em, pelo menos, três níveis distintos, sejam eles os da disciplina matemática em sua totalidade, o de um campo matemático específico (como a teoria dos conjuntos ou os fundamentos da aritmética), e, por fim, o de um resultado específico (como os teoremas de Gödel e de Löwenheim-Skolem). Seja em que nível for, deverá ocorrer uma aceitação pragmática dos resultados matemáticos por parte do filósofo, ainda que os mesmos se contraponham às suas teses filosóficas, e Shapiro nomeia semelhante postura como *realismo operacional*. A este realismo operacional segue-se o seu *realismo filosófico*, o qual procura localizar a matemática no barco de Neurath a partir de um maior ou menor comprometimento com as diversas ferramentas matemáticas. Novamente, três são os níveis nos quais este compromisso se realiza, dois níveis descritivos (em primeira e em terceira pessoa) e um nível

normativo, o qual procura oferecer um *télos* para a prática matemática, isto é, procura conceber a maneira como a matemática *deveria* ser feita (sem, com isso, subscrever alguma determinação filosófica da matemática).

Em seguida a esta delimitação, Shapiro desenvolve suas considerações ontológicas e epistemológicas acerca das estruturas, incluindo uma axiomatização das mesmas. No âmbito ontológico, efetua-se a distinção entre duas perspectivas distintas acerca dos lugares que ocorreriam em uma estrutura. A primeira os consideraria enquanto *objetos*, dotados de uma natureza própria, e a segunda os consideraria como *lugares operacionais*, ou seja, *posições* a serem ocupadas por outros objetos cuja característica principal é a relação que estabelece com outras posições da mesma estrutura. Com esta distinção, uma estrutura, observada da perspectiva que considera os lugares como objetos, pode perfeitamente servir de exemplo para si própria, independentemente de possuir ou não sistemas que a instanciem. E esta característica o permitirá destacar o aspecto *ante rem* das mesmas, isto é, a independência que elas possuiriam frente aos sistemas exemplificadores. Os números, então, se constituiriam como posições, e, no caso dos números naturais, posições na estrutura dos números naturais, as quais seriam instanciadas pelo sistema dos números naturais e serviriam de modelo para a aritmética clássica. Também é conceituado o aspecto epistemológico das estruturas, e Shapiro apresenta a abstração, a definição lingüística e a definição implícita como diferentes maneiras de se obter sua inteligibilidade.

Dentre os momentos históricos destacados, sejam eles o debate ocorrido entre Poincaré e Russell, e entre Frege e Hilbert, bem como as figuras de Dedekind e de Bourbaki, não constituiria exagero destacar o pensamento de Dedekind como o que melhor se coaduna com as especulações de Shapiro e de Benacerraf em relação a pergunta ontológica. Afinal, Dedekind não apenas possuía um esboço de *logicismo*, como também possuía uma intuição *estruturalista*. O seu ensaio acerca do sentido e da natureza dos números naturais, por exemplo, caracterizou a noção de *isomorfismo*, a qual será cara aos mais diversos desenvolvimentos estruturalistas. Neste memo ensaio também pode se inferir uma redução da aritmética à lógica (pensada em termos conjuntísticos), na medida em que esta redução apresenta-se como uma sugestão.

Como a pesquisa foi desenvolvida sob a rubrica de uma investigação, pode-se destacar neste momento não apenas as conclusões obtidas a partir dos estudos pontuais em cada um dos capítulos, como também as próximas pistas a serem seguidas. Por exemplo, junto do questionamento ontológico de Benacerraf, bem poderia se incluir o questionamento epistemológico por ele veiculado em seu artigo posterior, no qual toma as teses de Gödel como alvo para seus ataques. Também poderia se efetuar um exame ainda mais minucioso dos argumentos fregeanos contra os quais ele se volta, investigando não apenas sua formulação nos *Grundlagen*, mas em toda a obra fregeana (dentro e fora do projeto logicista). Em relação ao estruturalismo *ante rem* de Shapiro, poder-se-ia compará-lo com outros “estruturalismos” disponíveis, e os nomes de Michael Resnik, Charles Chihara, Geoffrey Hellman e Charles Parsons surgem no horizonte, em função do debate que estabelecem entre si. Acerca das figuras históricas que poderiam ser destacadas, a lista é a mais extensa possível, pois já Shapiro sinaliza que bem poderia se iniciá-la com Platão e Aristóteles. Os nomes de Poincaré, Russell, Cantor e Hilbert, no entanto, não apenas não poderiam se encontrar ausentes, mas seriam referências necessárias.

A maneira como esta dissertação foi organizada também poderia ser passível de mudança, em função da aparente independência que cada um dos capítulos possuiria perante os outros. De fato, salta aos olhos que, em uma organização cronológica, os três capítulos aqui apresentados seriam completamente embaralhados, considerando-se que somente no último capítulo a figura de Richard Dedekind, contemporâneo e crítico das teses de Frege que motivaram todo este desenvolvimento e pesquisa conceitual, é devidamente destacada. De modo que estas observações sobre as áreas para as quais poderá se desenvolver semelhante pesquisa permitem uma nova paráfrase, desta vez, a partir de uma consideração de Shapiro: ao longo da exposição, considerei diversos argumentos como garantidos, e, à medida que sua finalização se aproximava, percebi que os primeiros enunciados nada mais eram do que as minhas primeiras aproximações junto a um tema inesgotável.