

4

Resultados Numéricos

Neste capítulo, exemplos de aplicação da modelagem desenvolvida no Capítulo 3 para a determinação de máscaras que limitem o comportamento estatístico das entradas individuais de interferência são apresentados. Especificamente, 2 casos são considerados. O modelo de atenuação por chuvas é fortemente dependente da frequência do enlace, e os dois casos exemplificam situações relativas a enlaces na faixa de frequência: 19 GHz. No primeiro caso é considerado apenas uma parcela de interferência externa e no segundo caso, é considerado a presença de duas parcelas de interferência externa.

A base de funções ortonormais $\{\phi_i(V) , i = 1, \dots, n\}$ escolhida para representar a função densidade de probabilidade das parcelas individuais de interferências $p_{i_k}^N(V)$ no intervalo (V_{min}, V_{max}) foi obtida a partir dos polinômios de Legendre deslocados (*shifted Legendre polynomials*), $\{P_i(V) , i = 0, 1, \dots\}$, cuja definição é apresentada no Apêndice A. O relacionamento entre as funções de base $\{\phi_i(V) , i = 1, \dots, n\}$ e os polinômios de Legendre deslocados é dada por

$$\phi_i(V) = \frac{1}{K} \bar{P}_{i-1} \left(\frac{V - V_{min}}{V_{max} - V_{min}} \right) ; i = 1, 2, \dots, n ; V_{min} < V < V_{max} \quad (4-1)$$

com $K = \sqrt{V_{max} - V_{min}}$ e $\bar{P}_i(V)$ constituem os polinômios de Legendre deslocados, normalizados para energia unitária, ou seja

$$\bar{P}_i(V) = \frac{P_i(V)}{\sqrt{\int_0^1 P_i^2(V) dV}} ; i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (4-2)$$

Neste trabalho, a degradação devida a chuvas foi determinada através do modelo de atenuação por chuvas estabelecido na Recomendação ITU-R P.618-7 [17]. O procedimento para cálculo da distribuição cumulativa de probabilidade de atenuação devida a chuvas, descrito no Item 2.2.1.1 dessa Recomendação, é apresentado de maneira resumida no Apêndice B.

Em cada uma das simulações realizadas, o algoritmo utilizado para a solução do problema de maximização, definido na Seção 3.4, é baseado no método de Programação Quadrática Sequencial [14]. A função objetivo utilizada, definida em (3-127), considerou a possibilidade de ocorrência de valores da razão i_k/N em todo o intervalo, ou seja, considerou-se $\mathcal{S} = (V_{min}, V_{max})$.

A razão $(E_b/N_0)_{CS}$ (Energia de bit/Nível espectral de ruído térmico em condições de céu claro) foi determinada através do cálculo de enlace onde apenas a presença de chuvas é considerada (ver procedimento apresentado no Apêndice C).

Para obter a solução do problema de maximização definido na Seção 3.4, partiu-se da condição inicial onde a razão i_k/N é igual a V_{min} durante todo o tempo, ou seja, $i_k/N = V_{min}$ com probabilidade 1. Neste caso, $p_{\frac{i_k}{N}}(V) = \delta(V - V_{min})$, conforme mostra a Figura 4.1, e consequentemente,

$$\alpha_i = \begin{cases} 1 & ; i = 0 \\ 0 & ; i = 1, \dots, n+1 \end{cases}$$

Cada um dos casos analisados são apresentados a seguir.

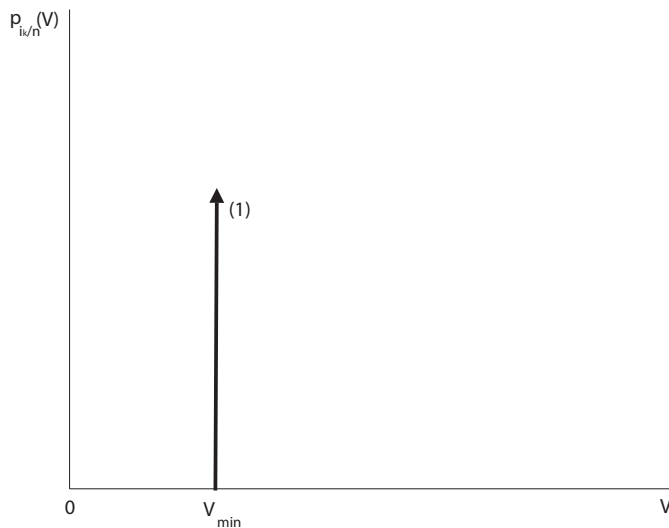


Figura 4.1: Função densidade de probabilidade das parcelas individuais de interferência externa - condição inicial

• **Caso 1: Presença de apenas uma parcela de interferência externa**

Neste caso apenas uma parcela de interferência externa é considerada. O modelo foi aplicado a um enlace com as mesmas características do enlace exemplificado em [12], ou seja o enlace opera em 19 GHz, e o modelo de atenuação por chuvas considera os parâmetros apresentados na Tabela 4.1. Inicialmente, com base nestes parâmetros e no procedimento descrito no Apêndice B, obteve-se a função de distribuição cumulativa de probabilidade de atenuação devida a chuvas, mostrada na Figura 4.1.

taxa de precipitação pluviométrica - $R_{0.01}$ - [mm/h]	23
altitude acima do nível do mar da estação terrena receptora - h_s - [km]	0
altura da chuva - h_r - [km]	3
ângulo de elevação da antena da estação terrena receptora - θ - [graus]	25
latitude da estação terrena receptora - φ - [graus]	40
frequência de operação do enlace - f - [GHz]	19
raio efetivo da Terra - R_e - [km]	8500

Tabela 4.1: Parâmetros considerados no enlace em 19 GHz

Além disso, foram considerados os seguintes dados adicionais:

- (i) Os requisitos de desempenho associados aos valores da razão E_b/N_0 são mostrados na Tabela 4.2, ($m = 3$).

BER_j	$(E_b/N_0)_j$ (dB)	p_j
1×10^{-6}	6,5	0,0004
1×10^{-8}	7,6	0,006
1×10^{-9}	8,7	0,04

Tabela 4.2: Requisitos de desempenho para o enlace em 19 GHz

- (ii) Foram utilizados os dez primeiros polinômios de Legendre deslocados para representar a função $p_{\frac{i_1}{N}}(V)$ no intervalo (V_{min}, V_{max}) , ($n = 10$).
- (iii) Os valores de V_{min} e V_{max} relativos à função $p_{\frac{i_1}{N}}(V)$ foram fixados em 0 e 2.16, respectivamente, ou seja tomando em consideração (3-20) e (3-21) $Y_{min} = 0$ dB e $Y_{max} = 5$ dB.
- (iv) Para a implementação da restrição em (3-54), o intervalo $[Y_{min}, Y_{max}]$ foi discretizado tomando-se 501 pontos igualmente espaçados no referido intervalo, ou seja, $N_p = 501$.

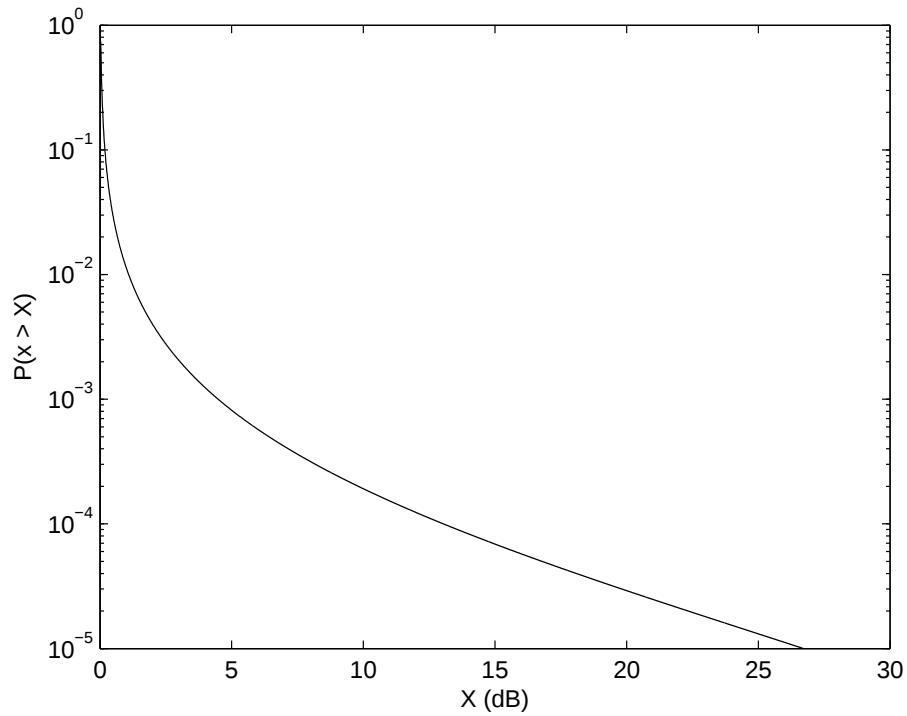


Figura 4.2: Distribuição cumulativa de probabilidade da degradação devida a chuvas

Partindo-se da condição inicial dada por $\alpha_0 = 1$ e $\alpha_i = 0$, $i = 1, \dots, n+1$, ou seja, da condição em que a degradação devida a interferências é zero com probabilidade 1, obteve-se, como solução do problema de otimização definido na Seção 3.3, o valor ótimo α^* , dado por:

$$\alpha^* = \begin{pmatrix} 0,0656 \\ 0,6358 \\ -1,0126 \\ 1,1130 \\ -1,0337 \\ 0,8435 \\ -0,6054 \\ 0,3764 \\ -0,1942 \\ 0,0761 \\ -0,0176 \\ 0,0000 \end{pmatrix}$$

A partir desta solução, e devido à técnica desenvolvida no Capítulo 3, mais precisamente devido a (3-19) e (3-17), podem ser obtidas a função densidade de probabilidade da degradação devido às interferências, $p_y(Y)$, mostrada na Figura 4.3, e a função densidade de probabilidade da parcela individual de interferência, $p_{i_1/N}(V)$, mostrada na Figura 4.4. Nestas Figuras estão indicados, por um asterisco, a situação inicial das funções $p_y(Y)$ e $p_{i_1/N}(V)$ (impulsos de área unitária em Y_{min} e V_{min} respectivamente) e, por um quadrado, o valor destes impulsos após o processo de otimização. Note que a solução encontrada permite a ocorrência de degradação devida a interferências com probabilidade de, aproximadamente, 94% no intervalo $(Y_{min}, Y_{max}]$ ou $(V_{min}, V_{max}]$.

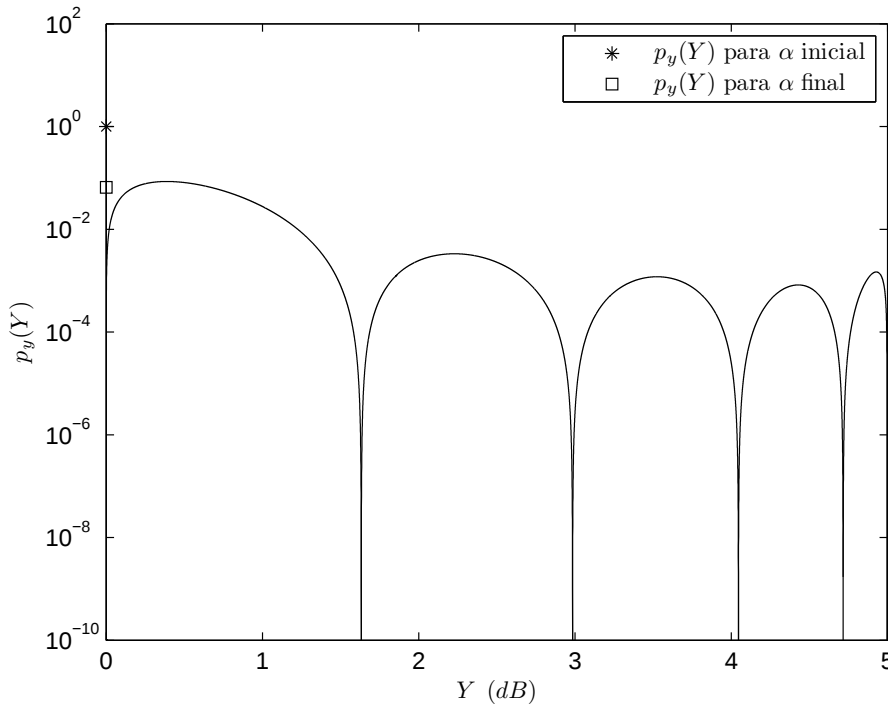


Figura 4.3: Função densidade de probabilidade da degradação devida a interferências externas para o caso 1

A partir de $p_{i_1/N}(V)$ é possível determinar $P(i_1/N > V)$. Esta probabilidade é apresentada na Figura 4.5

Determinou-se também $P(i_1/N > V)$ quando as quantidades i_1/N e V são expressas em dB. O resultado obtido é apresentado na Figura 4.6

Como mostra a Figura 4.7, é possível, mediante a seleção de alguns pontos (indicados por asteriscos), definir uma máscara de i_1/N , a ser satisfeita pelo comportamento estatístico da parcela individual de interferência presente

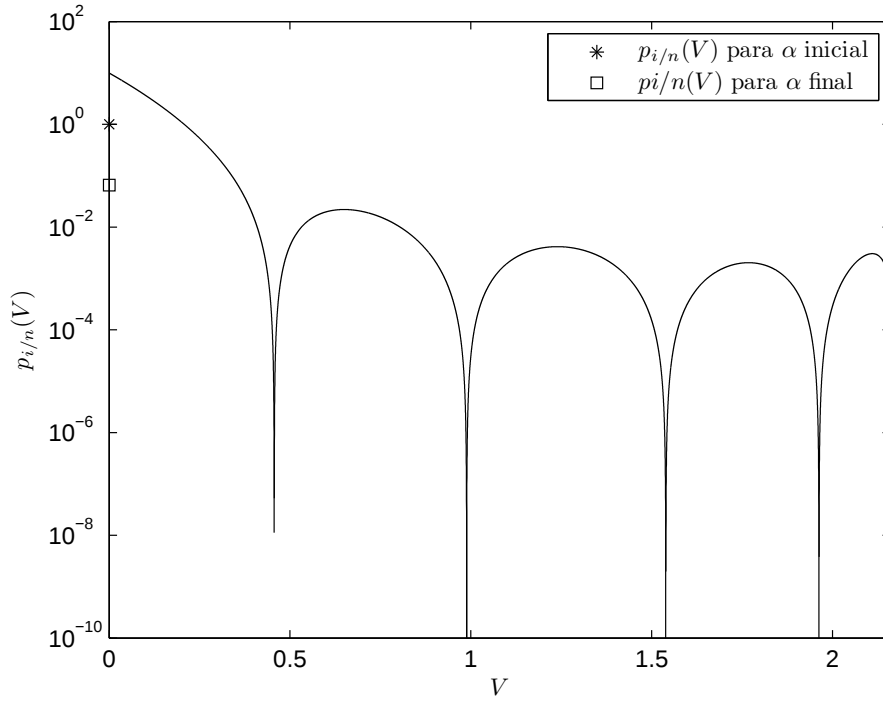


Figura 4.4: Função densidade de probabilidade da razão i_1/N para o caso 1

no receptor vítima. Os pontos que definem esta máscara são apresentados na Tabela 4.3. Tabelas deste tipo, que limitam o comportamento estatístico da potência do sinal interferente de modo a garantir a proteção do sistema interferido, são usualmente encontradas no Regulamento de Radiocomunicações da UIT [22].

Note que neste exemplo particular em que o número de parcelas individuais de interferência é 1, é possível comparar os resultados obtidos pelo modelo aqui proposto no qual a base de funções ortonormais é utilizada para representar a função densidade de probabilidade da razão $\frac{i_1}{N}$, com aquele definido em [12], onde a base de funções ortonormais é utilizada para representar a degradação y , devida á interferência agregada, esta comparação é mostrada na Figura 4.8.

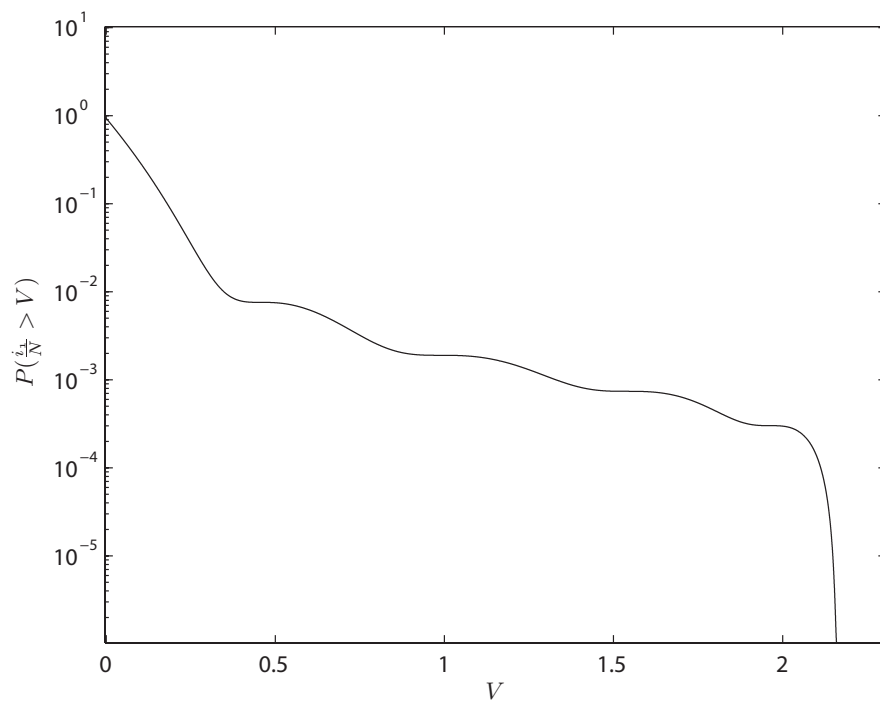


Figura 4.5: Distribuição cumulativa de probabilidade da razão i_1/N para o caso 1

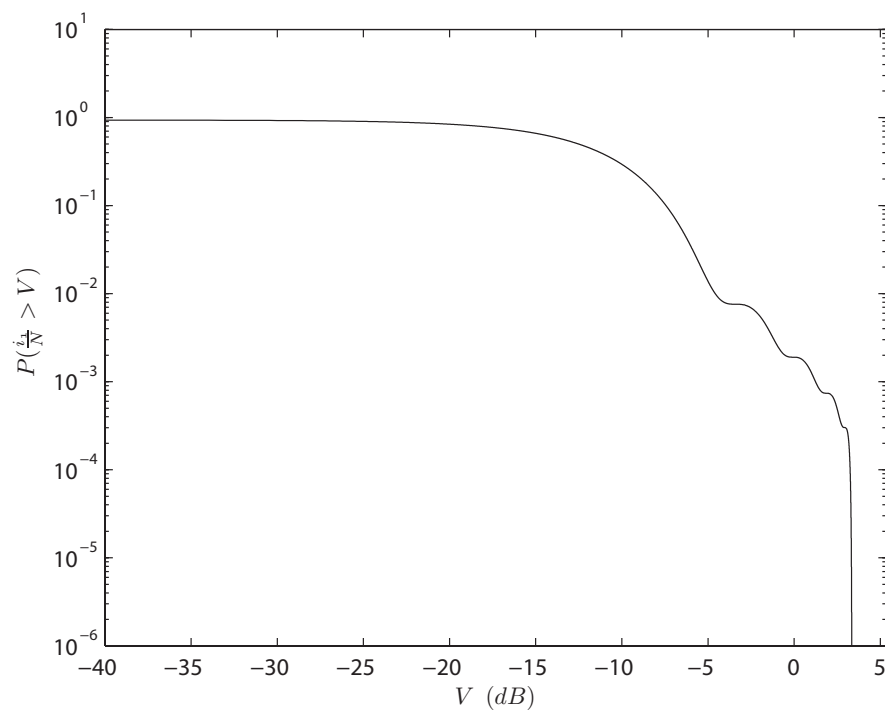


Figura 4.6: Distribuição cumulativa de probabilidade da razão i_1/N em dB para o caso 1

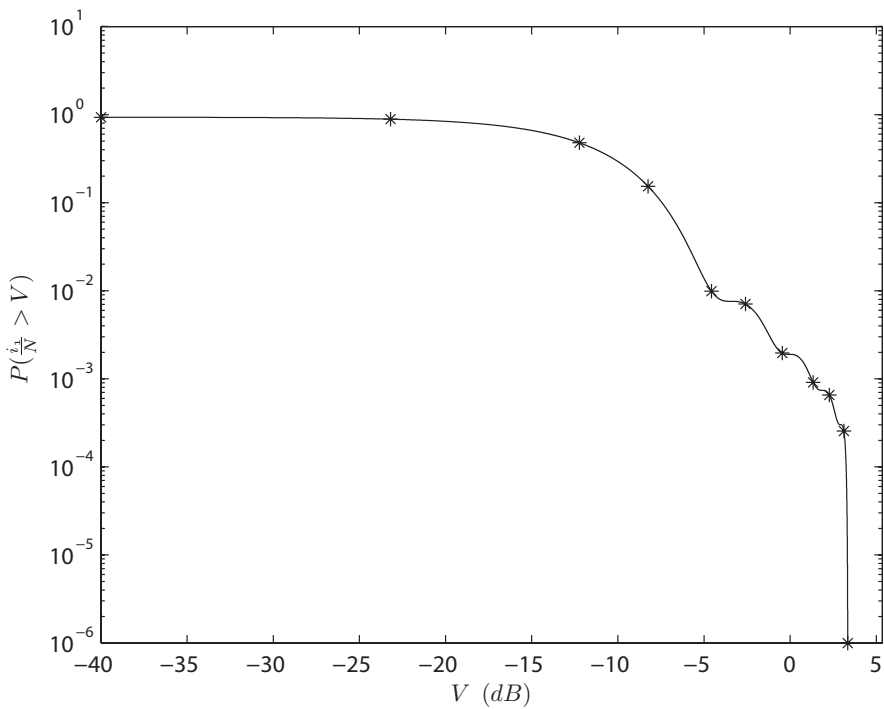


Figura 4.7: Pontos para definir a Máscara a partir da Distribuição cumulativa de probabilidade da razão i_1/N para o caso 1

Nível γ da razão i_1/N (dB)	Percentagem de tempo durante a qual o nível γ não pode ser excedido (equivalente a $P(i_1/N \leq \gamma)$)
-40,00	6,65
-23,18	11,24
-12,23	52,10
-8,24	84,66
-4,56	99,01
-2,59	99,29
-0,45	99,80
1,33	99,90
2,27	99,93
3,11	99,97
3,34	99,99

Tabela 4.3: Limites para o comportamento estatístico da razão i_1/N para o caso 1

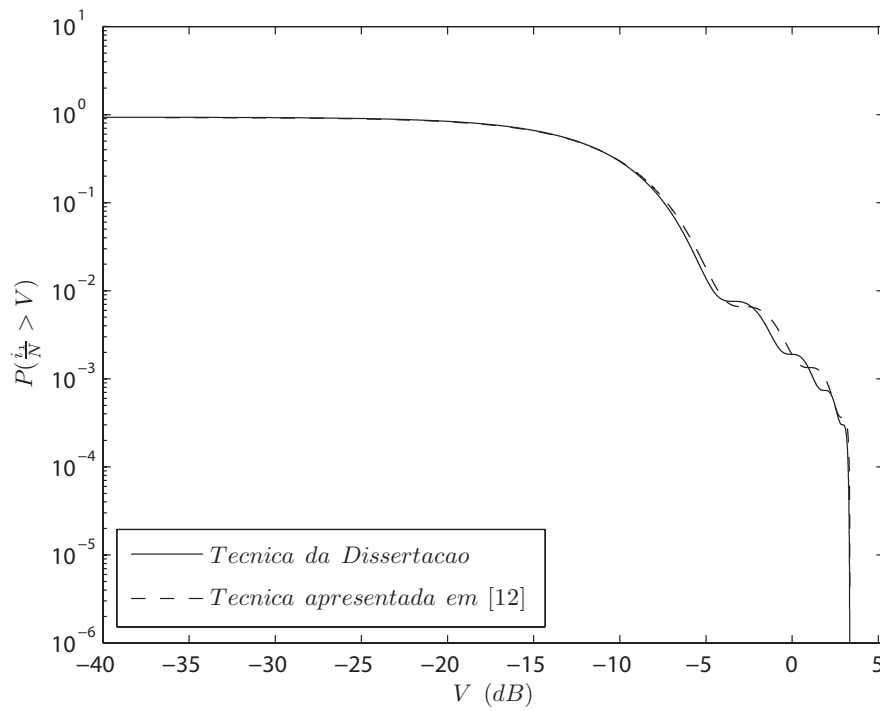


Figura 4.8: Comparação da Máscara obtida neste trabalho ea obtida em [12]

• **Caso 2: Presença de duas parcelas de interferência externa**

Neste exemplo considera-se, o mesmo enlace de comunicação do Caso 1, operando a 19 GHz, e com os parâmetros apresentados na Tabela 4.1. Neste caso são consideradas duas parcelas de interferência externa. A partir dos parâmetros da Tabela 4.1 e do procedimento apresentado no Apêndice B, obteve-se a distribuição cumulativa de probabilidade de atenuação devida a chuvas, mostrada na Figura 4.1. Além disso, as seguintes hipóteses foram consideradas:

- (i) Os requisitos de desempenho associados aos valores da razão E_b/N_0 são mostrados na Tabela 4.2, ($m = 3$).
- (ii) Os sete primeiros polinômios de Legendre deslocados foram utilizados para representar as funções densidade de cada parcela individual de interferência externa, $p_{\frac{i_1}{N}}(V)$ e $p_{\frac{i_2}{N}}(V)$ no intervalo (V_{min}, V_{max}) , ($n = 7$).
- (iii) Os valores de V_{min} e V_{max} relativos à função $p_{\frac{i_1}{N}}(V)$ e $p_{\frac{i_2}{N}}(V)$ foram fixados em 0 e 1.08, respectivamente, ou seja tomando em conta (3-68) e (3-69) tem-se: $Y_{2min} = 0dB$ e $Y_{2max} = 5dB$ (que corresponde aos mesmos limites do caso 1 para degradação devida à interferência agregada).
- (iv) Para a implementação da restrição em (3-112), o intervalo $[V_{min}, V_{max}]$ foi discretizado tomando-se 501 pontos igualmente espaçados no referido intervalo, ou seja, $N_p = 501$.

Com relação às condições suficientes para garantir a convexidade do espaço de soluções viáveis, expressas em (3-120) e (3-121), verifico-se neste exemplo que:

- (i) A condição em (3-121) é satisfeita pela matriz $\mathbf{Q}_j$.
- (ii) Os autovalores da matriz $\mathbf{Q}_j$ calculados numericamente, eram basicamente negativos (quando positivo eram bem próximos de zero), indicando que a matriz $\mathbf{Q}_j$ é possivelmente Negativa Semi-Definida, e portanto a condição (3-120) é satisfeita.

Estas condições aliadas ao fato da função objetivo ser linear, garantem a existência de um máximo global na fronteira do espaço de soluções viáveis. Con efeito verificou-se que partindo de diferentes valores iniciais para $\boldsymbol{\alpha}$, o processo de otimização conduce ao mesmo valor de $\boldsymbol{\alpha}^*$.

Partindo-se da condição inicial dada por $\alpha_0 = 1$ e $\alpha_i = 0$, $i = 1, \dots, n+1$, obteve-se, como solução do problema de otimização definido na Seção 3.3, o valor ótimo α^* , dado por:

$$\alpha^* = \begin{pmatrix} 0,0000 \\ 0,9622 \\ -1,2495 \\ 0,8768 \\ -0,3292 \\ -0,0189 \\ 0,0975 \\ -0,0427 \\ 0,0000 \end{pmatrix}$$

A partir desta solução, e devido à técnica desenvolvida no Capítulo 3, mais precisamente devido a (3-64) e (3-65), podem ser obtidas a função densidade de probabilidade das parcelas individuais de interferência, $p_{i_k/N}(V)$, mostrada na Figura 4.9, e a função densidade de probabilidade da interferência agregada presente na vítima, $p_{i/N}(V)$, mostrada na Figura 4.10. Nestas Figuras estão indicados, por um asterisco, a situação inicial das funções $p_{i/N}(V)$ e $p_{i_k/N}(V)$ (impulsos de área unitária em V_{min} e $2V_{min}$ respectivamente), e por um quadrado, o valor destes impulsos após o processo de otimização. Note que a solução encontrada permite a ocorrência de degradação devida a interferência de entrada única com probabilidade de, 100% no intervalo $(V_{min}, V_{max}]$.

A partir de $p_{i_k/N}(V)$ é possível determinar $P(i_k/N > V)$, esta probabilidade é apresentada na Figura 4.11. Determinou-se também $P(i_k/N > V)$ quando as quantidades i_k/N e V são expressas em dB. O resultado obtido é apresentado na Figura 4.12.

Como mostra a Figura 4.13, é possível, mediante a seleção de alguns pontos (indicados por asteriscos), definir uma máscara de i_k/N , a ser satisfeita pelo comportamento estatístico da parcela individual de interferência presente no receptor vítima. Os pontos que definem esta máscara são apresentados na Tabela 4.4. Tabelas deste tipo, que limitam o comportamento estatístico da potência do sinal interferente de modo a garantir a proteção do sistema interferido, são usualmente encontradas no Regulamento de Radiocomunicações da UIT [22].

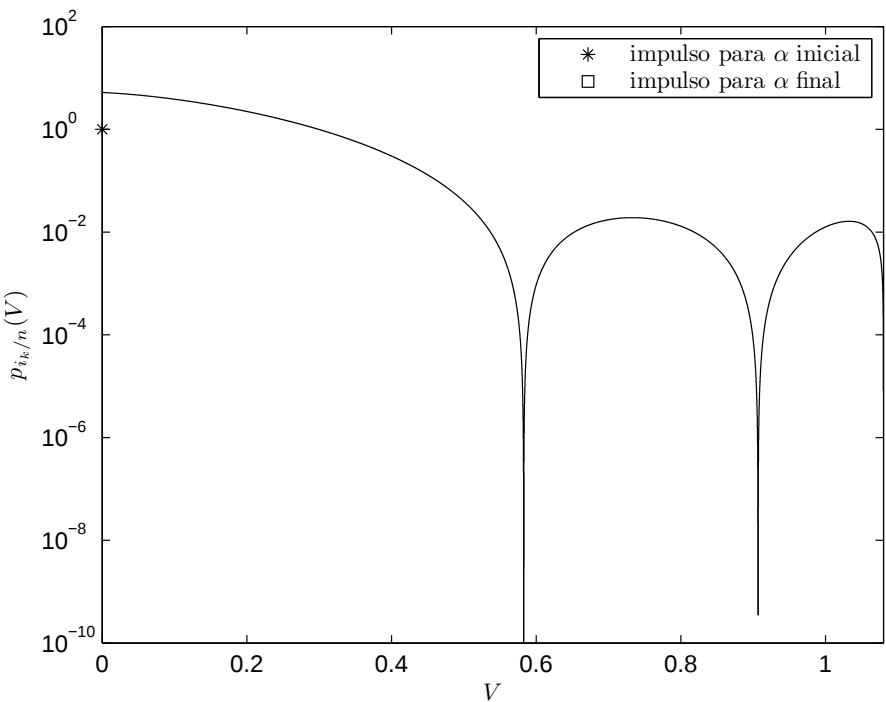


Figura 4.9: Função densidade de probabilidade da razão i_k/N para o caso 2

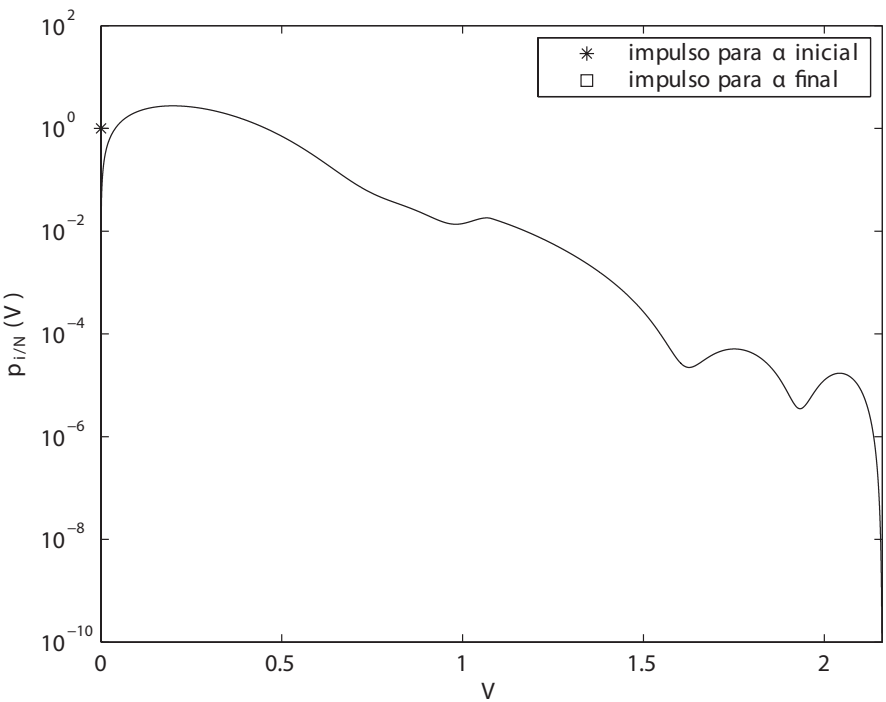


Figura 4.10: Função densidade de probabilidade da razão i/N para o caso 2

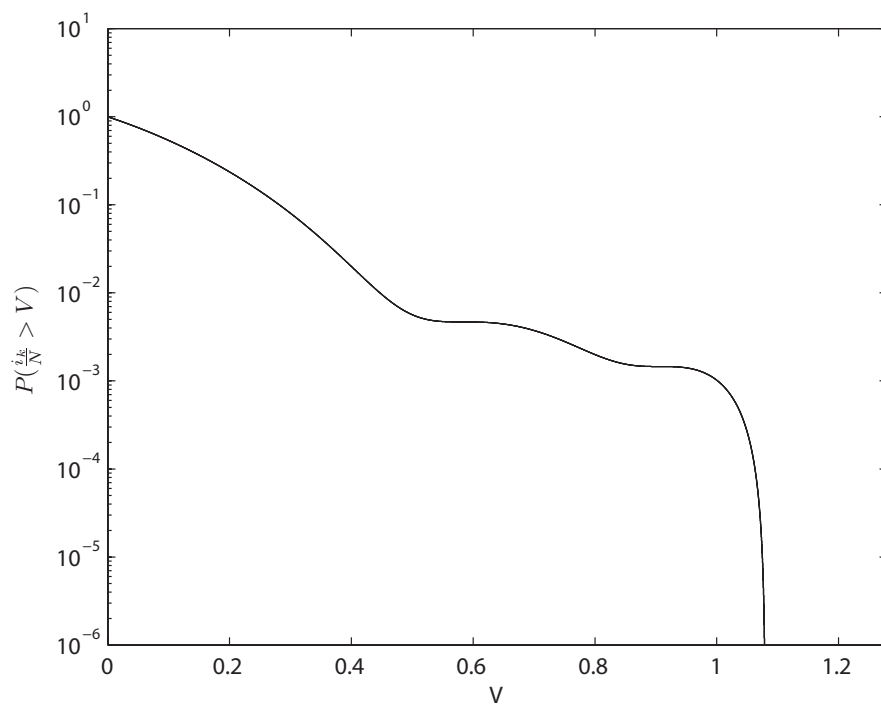


Figura 4.11: Distribuição cumulativa de probabilidade da razão i_k/N para o caso 2

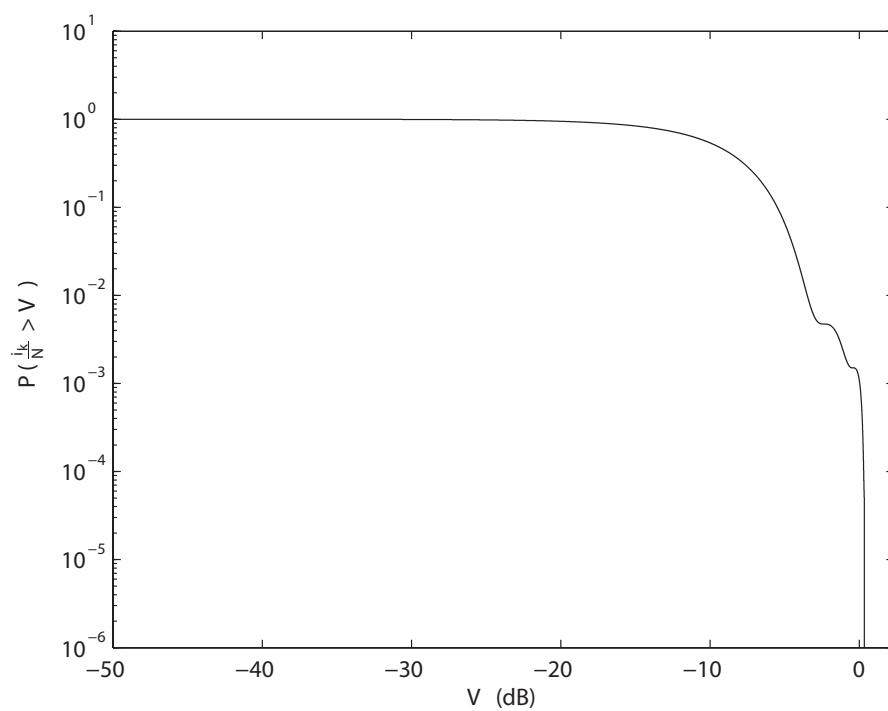


Figura 4.12: Distribuição cumulativa de probabilidade da razão i_k/N em dB para o caso 2

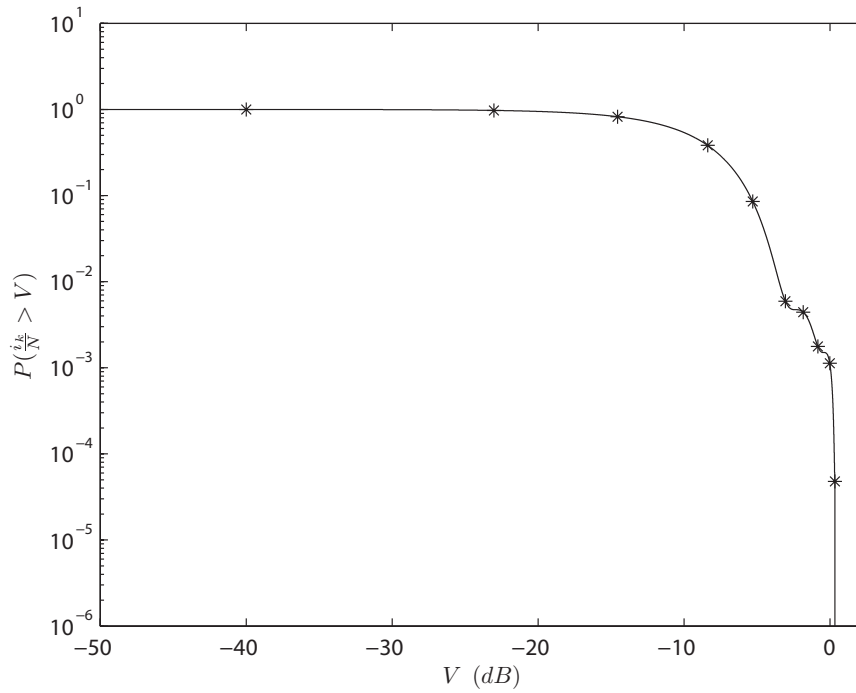


Figura 4.13: Pontos para definir a Máscara a partir de a Distribuição cumulativa de probabilidade da razão i_k/N para caso 2

Nível γ da razão i_k/N (dB)	Porcentagem de tempo durante a qual o nível γ não pode ser excedido (equivalente a $P(i_k/N \leq \gamma)$)
-40,00	6,65
-23,02	11,24
-14,56	52,10
-8,38	84,66
-5,30	99,01
-3,05	99,29
-1,83	99,80
-0,83	99,90
-0,02	99,93
0,3341	99,97
0,3342	99,99

Tabela 4.4: Limites para o comportamento estatístico da razão i_k/N para o caso 2

Como foi dito anteriormente, a técnica apresentada nesta dissertação permite também o cálculo, a partir de $p_{i/N}(V)$, da máscara de interferência agregada, dada por $P(i/N > V)$. Esta Máscara é apresentada na Figura 4.14. Esta mesma máscara quando as quantidades i/N e V são expressas em dB é apresentado na Figura 4.15.

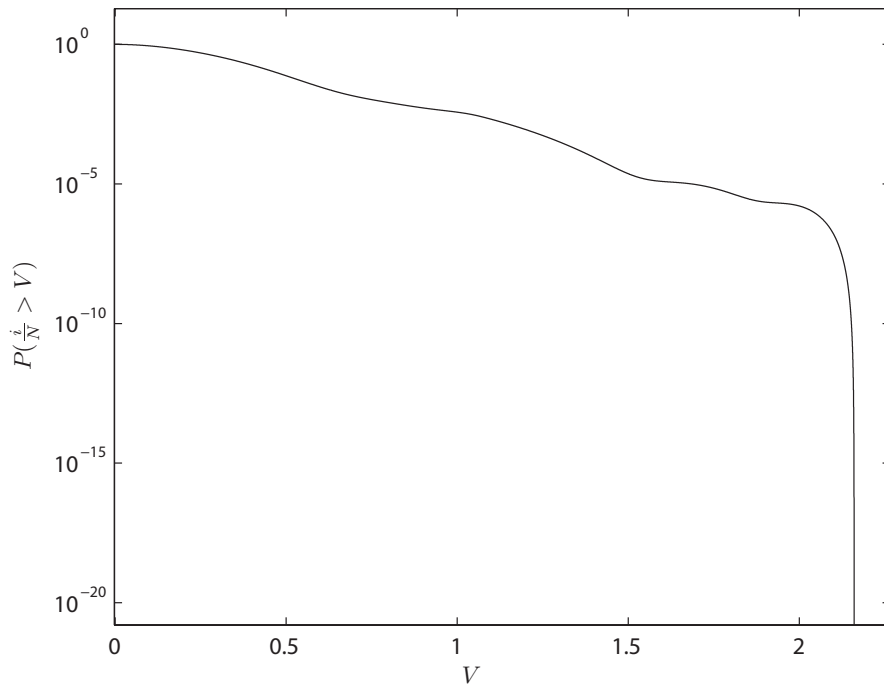


Figura 4.14: Distribuição cumulativa de probabilidade da razão i/N para o caso 2

Este resultado pode ser comparado ao obtido pela técnica descrita em [12], na qual determina-se inicialmente uma máscara para interferência agregada, que serve de base para a obtenção da máscara a ser satisfeita pelas parcelas individuais de interferência (máscara de entrada-única). Esta obtenção indireta de máscaras de entrada-única é feita, conforme indicado em [12], considerando-se que: (i) na região correspondente a interferências de curto prazo, uma boa aproximação para a máscara de entrada-única é obtida dividindo-se as probabilidades da máscara de interferência agregada pelo número de parcelas de interferência; (ii) na região correspondente a interferências de longo prazo, uma boa aproximação para a máscara de entrada-única é obtida dividindo-se os níveis que não devem ser excedidos na máscara de interferência agregada pelo número de parcelas de interferência. Estas duas aproximações, bem como as máscaras correspondentes à interferência agregada e às parcelas individuais de interferência estão ilustradas na Figura 4.16. Conforme pode ser visto nesta figura, no procedimento indireto de determinação da máscara de entrada-única a partir das aproximações não é possível definir exatamente a máscara de entrada-única para valores de V no intervalo $[-8, -2]$. Isto não acontece com o procedimento aqui proposto para a obtenção direta da máscara de entrada-única.

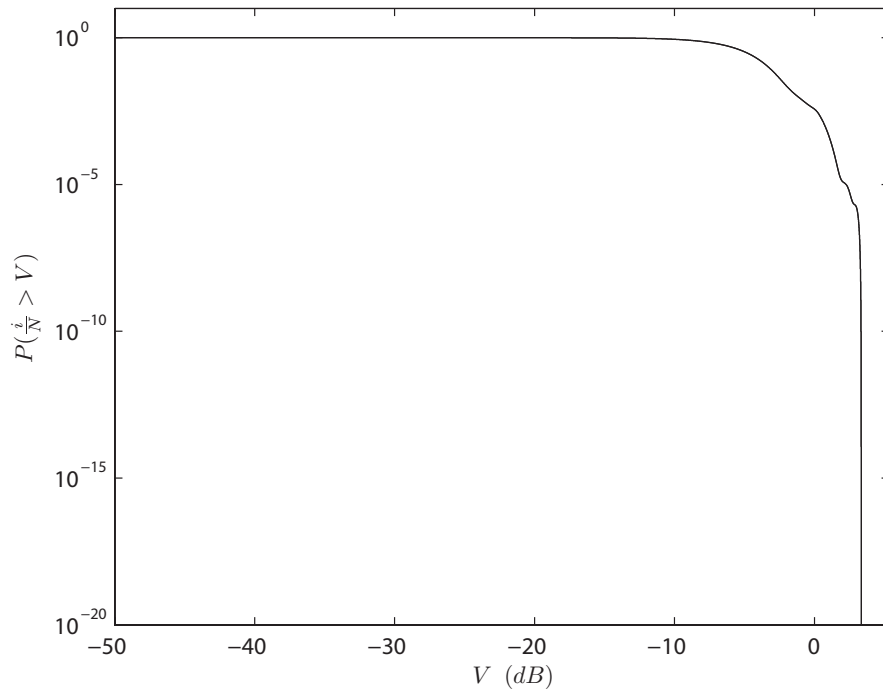


Figura 4.15: Distribuição cumulativa de probabilidade da razão i/N em dB para o caso 2

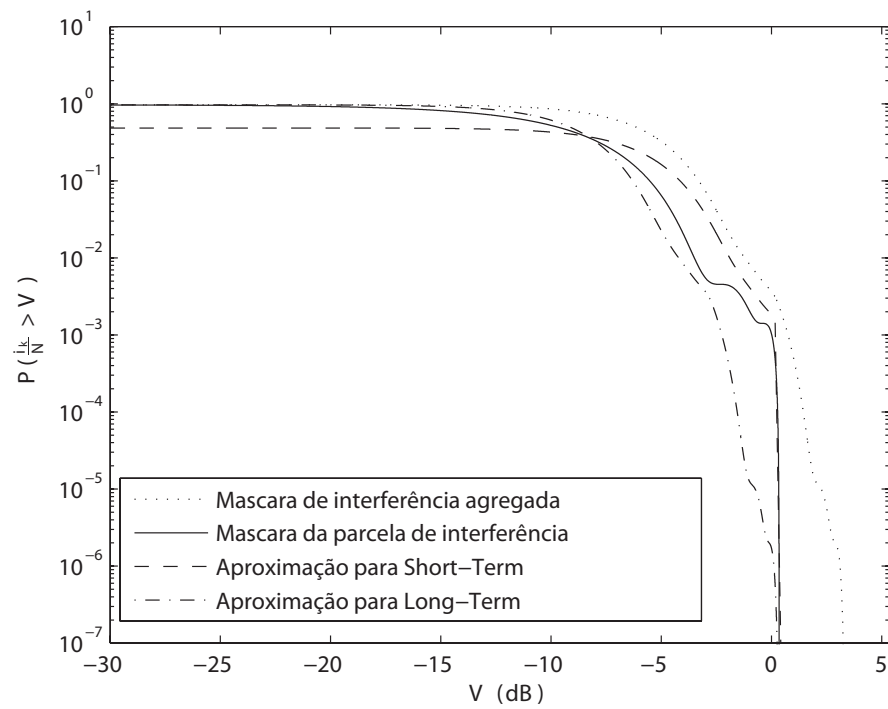


Figura 4.16: Comparação entre a máscara de interferência única obtida pela técnica proposta e a obtida pelas aproximações indicadas em [12]