

# 1

## Introdução

Atualmente não se pode falar em engenharia sem se falar em simulação computacional. A indústria ganhou com essa ferramenta a possibilidade de projetar máquinas mais complexas, mais otimizadas, economizando custos onde possível e reforçando estruturas onde necessário, além da possibilidade de reduzir o tempo de projeto. Porém, antes de usá-la, o engenheiro deve procurar compreendê-la para que não faça de seu uso um encontro com o desconhecido, onde ele não terá qualquer controle sobre os resultados, se tornando um mero espectador.

Em primeiro lugar, deve-se voltar a atenção para o modelo, cujo objetivo é representar de forma simplificada (ainda que em diversos níveis de complexidade) a realidade. Quais variáveis devem ser consideradas e quais aquelas que servem apenas para torná-lo mais complexo? Quais propriedades e quais interações realmente importam? Uma mesma estrutura pode ter inúmeras representações. Por exemplo, em modelos de uma placa estrutural fina, tal qual a de um casco de um navio, o efeito do cisalhamento transversal pode ser ignorado. Já em modelos de placas espessas, caso este não seja considerado, diferenças entre as tensões reais e as simuladas no modelo podem ser esperadas. Um modelo de placa fina não poderia ser usado para representar um vaso de pressão de paredes espessas.

Outra questão a se considerar quando do início da modelagem é a formulação matemática usada, sendo este o ponto de partido deste trabalho. Conforme será visto, o tipo de formulação está relacionado, dentre outros fatores, ao método de discretização escolhido. O Método dos Elementos Finitos, por exemplo, é aplicado a problemas formulados variacionalmente. Partindo-se do Princípio de Hamilton, que diz que o movimento entre dois pontos em sistemas conservativos é dado pela extremação de um funcional<sup>1</sup> e, usando o auxílio do cálculo variacional, chega-se nesta formulação.

Tendo o modelo sido criado, este é usado para prever o comportamento da estrutura representada em situações de carregamento. Ao se aplicar uma força em uma estrutura flexível esta se deformará. Quando esta força varia com

<sup>1</sup>Ver Capítulo 3 para definição de funcional

o tempo, o chamado carregamento dinâmico, também o fará a deformação, implicando em acelerações na estrutura. Essas acelerações geram forças inerciais, que afetam a deformação. Ao contrário de carregamentos estáticos (aqueles aplicados muito devagar), requer-se que equações diferenciais sejam usadas para descrever matematicamente a interação no sistema entre carregamentos dinâmicos e deformação. As soluções dessas equações mostram o estado da estrutura em um dado instante.

Um tipo de solução é dado pela combinação dos chamados modos de vibração. Conforme será visto, os modos de vibração são obtidos através da solução de um problema de autovalor. Uma característica comum aos sistemas estudados neste trabalho é a de serem autoadjuntos. Pode-se adiantar, que por serem autoadjuntos, os seus modos de vibração são ortogonais, característica essa que se mostrará de extrema valia para a obtenção da resposta dinâmica. Por isso é que, antes de se procurar uma solução para as equações que descrevem o sistema, serão procurados os modos de vibração.

Porém, na maioria dos casos, obter de forma analítica os modos pela solução do problema de autovalor pode ser uma arduosa tarefa ou até mesmo impossível. É por esse motivo que se estuda métodos de aproximação para a obtenção de aproximações da solução. Os métodos que serão apresentados utilizam combinações lineares de funções para esse fim, sendo a principal tarefa encontrar os coeficientes dessa combinação. É na forma de se encontrar esses coeficientes que os métodos se diferenciam.

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma forma de modelagem de estruturas flexíveis, que tem por ponto de partida o Princípio de Hamilton, fazer um estudo de sistemas dinâmicos através da aproximação dos modos de vibração, para posterior obtenção da aproximação da resposta dinâmica, e introduzir algumas propriedades de problemas de autovalores, com destaque para os sistemas autoadjuntos, sem deixar de lado a abordagem prática, exemplificando a teoria com um modelo de cabo e o de uma placa. Também traz métodos de aproximação, escolhidos por suas importâncias na indústria atual.