

10 Bibliografia

AGILENT APPLICATION NOTE. *Introduction to Time, Frequency and Modal Domains*. Nº.1405-1.

AGILENT APPLICATION NOTE. *Introduction to Time, Frequency and Modal Domains*. Nº.1405-2.

ALEKSEENKO S.V., ANTIPIV V.A., CHERDANTSEV A.V., KHARLAMOV S.M. & MARKOVICH D.M. *Investigation of waves interaction in annular gas-liquid flow using high-speed fluorescent visualization technique*. *Microgravity Sci. Technol.*, V.20, pp. 271-275, 2008.

ALEKSEENKO S.V., ANTIPIV V.A., CHERDANTSEV A.V., KHARLAMOV S.M. & MARKOVICH D.M. *Two-wave structure of liquid film and waves interrelation in annular gas-liquid flow with and without entrainment*. *Physics of Fluids*, Vol. 21, 061701-061704, 2009(a).

ALEKSEENKO S.V., CHERDANTSEV A.V., CHERDANTSEV M.V. & MARKOVICH D.M. *Investigation of secondary waves dynamics in annular gas-liquid flow*. *Microgravity Science and Technology*. Vol. 21, Suppl. 1, 221-226, 2009(b).

ALEKSEENKO S.V., CHERDANTSEV A.V., HEINZ O.M., KHARLAMOV S.M. & MARKOVICH D.M. *Properties of primary and secondary waves in annular gas-liquid flow*. 7th International Conference on Multiphase Flow ICMF 2010, 2010.

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. *Flow Measurement Performance Test Codes*. ASME PTC 19.5/2004.

ANICETO, P. H. *Desenvolvimento de Técnica Baseada em Fluorescência para Medição de Escoamento Bifásico em Regime de Golfada*. Dissertação de

Mestrado do Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

BARBOSA J. R. *Turbulência em Sistemas Bifásicos Gás-Líquido*. III Escola de Turbulência, 2002.

BELT R.J. *On the Liquid Film in Inclined Annular flow*. PhD. thesis, Delft University of Technology, Delft University Press, 2007.

BELT R.J., VAN'T WESTENDE J.M.C., PRASSER H.M. & PORTELA L.M. *Time and spatially resolved measurements of interfacial waves in vertical annular flow*. International Journal of Multiphase Flow 36, 570–587, 2010.

BENDAT, J.S. & PIERSOL, A.G. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley-Interscience, New York, 1971.

BROWN, R.C., ANDREUSSI, P. & ZANELLI, S. The use of wire probes for the measurement of liquid film thickness in annular gas-liquid flows. Can. J. Chem. Eng. 56, 754–757, 1978.

BUTTERWORTH, D. & PULLING, D.J. *A Visual Study of Mechanisms in Horizontal Annular Air-Water Flow*. Atomic Energy Research Establishment, M-2556, Berkshire, 1972.

CONEY, M.W.E. The theory and application of conductance probes for the measurement of liquid film thickness in two-phase flow. J. Phys. E: Sci. Instr. 6, 903–910, 1973

FISCHLER, M. A. & BOLLES, R. C. *Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography*. Communications of the ACM 24: 381–395, 1981.

FUKANO, T., OUSAKA A. MORIMOTO T. & SEKOGUCHI K. *Air-Water Annular Two-phase Flow in a Horizontal Tube*. Bulletin of JSME, vol. 26, nº210, 1983.

FUKANO, T. & OUSAKA, A. *Prediction of the Circunferential Distribution of Film Thickness in Horizontal and Near-Horizontal Gas-Liquid Annular Flows*. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 15, 1989.

GERACI G., AZZOPARDI B.J. & VAN MAANEN H.R.E. *Effect of Inclination on Circunferential Film Thickness Variation in Annular Gas/Liquid Flow*. Chemical Engineering Science 62, 3032-3042, 2007.

HARRIS, F.J. *On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform*. Proceedings of the IEEE. Vol. 66, 1978.

HEWITT, G. F. & ROBERTS, D.N. *Studies of two-phase flow patterns by simultaneous X-ray and flash photography*. U.K.A.E.A. Rep. N° AERE-M2159, 1969.

HEWITT, G.F., JAYANTI, S. & HOPE, C.B. *Structure of thin Liquid films in Gas-Liquid Horizontal Flow*. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 16, 1990.

HOLMAN J. P. *Experimental Methods for Engineers*. Fourth Edition. Mc Graw Hill, 1984.

JAYANTI, S., HEWITT, G.F. & WHITE, S.P. *Time-Dependent Behaviour of The Liquid Film in Horizontal Annular Flow*. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 16, 1990.

KOPLIN C.R. *Local Liquid Velocity Measurements in Horizontal, Annular Two-Phase Flow*. PhD Thesis. University of Wisconsin-Madison. 2004.

LAURINAT, J.E., HANRATTY, T.J. & JEPSON, W.P. *Film thickness distribution for gasliquid annular flow in a horizontal pipe*. Physicochem. Hydrodyn., 6, pp. 179-195, 1985.

LIN, T.F., JONES, O.C., LAHEY, R.T., BLOCK, R.C. & MURASE, M. *Film thickness measurements and modelling in horizontal annular flows*. Physicochem. Hydrodyn., 6, pp. 197- 206, 1985.

MATLAB FOR WINDOWS USER'S GUIDE. The Math Works Inc., 2008.

MANDHANE, J.M., GREGORY, G.A. & AZIZ, K.A. *A flow pattern map for gas-liquid flow in horizontal pipes*. International Journal of Multiphase Flow 1, 537-553, 1974.

MOFFAT, R.J. *Contributions to the theory of single-sample uncertainty analysis*. ASME Journal of Fluids Engineering, vol. 204, pp.250-260, 1982.

OLIVEIRA G.H. & PORTELA L.M. *The Interfacial Shear-Stress as a Film Pumping Mechanism in Annular Pipe-Flow*. 7th International Conference on Multiphase Flow, 2010.

PARAS, S.V. & KARABELAS, A.J. *Properties of the liquid layer in horizontal annular flow*. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 17, 1991.

PLETCHER, R. H. & MCMANUS, H. N. *The fluid dynamics of 3-dimensional liquid films with free surface shear: a finite difference approach*. Proceedings of the 9th Midwestern Mechanics Conference, Madison, 1965.

PRASSER, H. M., BOETTGER, A. & ZSCHAU J. *A new electrode-mesh tomograph for gas-liquid flows*. Flow Measure. Instrum. 9, 111-119, 1998.

RAFFEL M., WILLERT C.E., WERELEY S.T. & KOMPENHANS J. *Particle Image Velocimetry – A Practical Guide*. Second Edition Springer Berlin Heidelberg, New York, 2007.

RODRÍGUEZ, D.J. & SHEDD, T.A. *Cross-sectional imaging of the film in horizontal two-phase annular flow*. ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference, Charlotte, North Carolina, USA, 2004.

RUSSEL, T. W. F. & LAMB, D. E. *Flow mechanism of two-phase annular flow*. The Canadian Journal of Chemical Engineering, pp. 237-245, 1965

SCHUBRING, D. & SHEDD, T.A. *Wave behavior in horizontal annular air-water flow*. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 34, 2008.

SCHUBRING D. & SHEDD T.A. *Critical friction factor modeling of horizontal annular base film thickness*. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 35, 2009(a).

SCHUBRING D. & SHEDD T.A. *Two-phase wavy-annular flow in small tubes*. International Journal of Heat and Mass Transfer 52 1619–1622, 2009(b).

SHEDD, T.A. & NEWELL, T.A. Automated optical liquid film thickness measurement method. Review of Scientific Instruments. Vol. 69, 1998.

SUTHARSHAN, B., KAWAJI, M. & OUSAKA, A. *Measurement of Circumferential and Axial Liquid Film Velocities in Horizontal Annular Flow*. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 21, 1995.

TAITEL, Y. & DUKLER, A.E. *A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas–liquid flow*. AIChE Journal. Vol. 22, 1976.

TAYLOR, N.S.H. & NEDDERMAN, R.M. *The coalescence of disturbance waves in annular two phase flow*. Chemical Engineering Science. Vol. 23, 1968.

TONG, L. S. & TANG, Y. S. *Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow*. 2. ed. Washington, 1997.

VASSALO, P. *Near wall structure in vertical air-water annular flows*. International Journal of Multiphase Flow. Vol. 25, 1999.

ZABARAS, G., DUKLER, A.E. & MOALEM-MARON, D. *Vertical upward cocurrent gas-liquid annular flow*. AIChE J. 32 (5), 829–843, 1986.

Apêndice

A Calibração e Correção do Rotâmetro para Medição da Vazão de Ar

O rotâmetro fabricado pela OMEL utilizado para medir a vazão de ar nos experimentos conduzidos na seção de 15,8 mm, foi calibrado utilizando-se uma placa de orifício padrão ASME com diâmetros do tubo e da garganta de, respectivamente, 67 e 23,7 mm.

A placa de orifício utilizada possuía tomada de pressão de D e $\frac{1}{2}$ D de acordo com o padrão ASME (2004). O coeficiente de descarga foi obtido pelo processo iterativo sugerido pela norma ASME.

A Figura A.1 apresenta a curva de calibração obtida para o rotâmetro operando com ar a 25°C e 1 atm. Observa-se que uma relação linear foi obtida entre a vazão indicada pela placa de orifício e a leitura do rotâmetro.

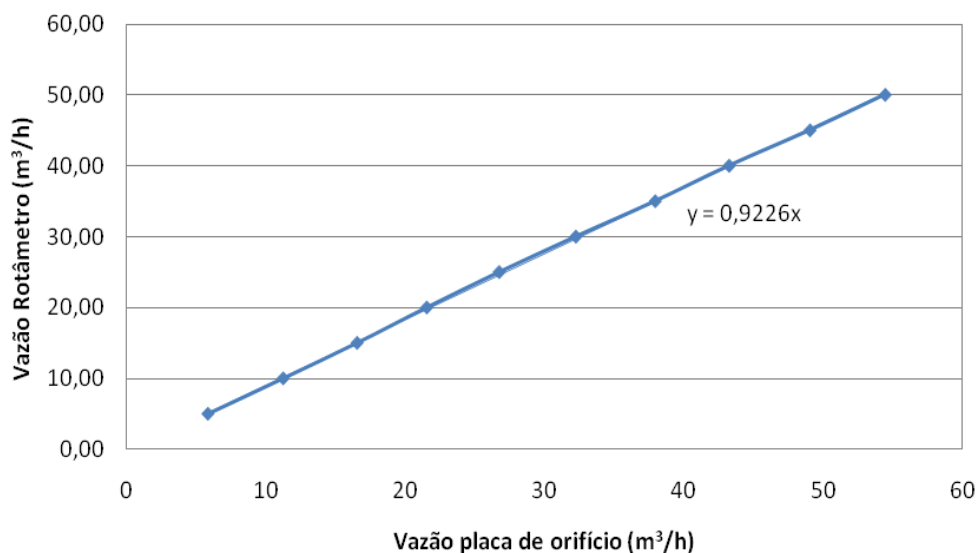


Figura A.1 - Curva de calibração do rotâmetro contra a placa de orifício.

Para as condições especificadas de calibração, a vazão lida no rotâmetro pode ser relacionada com a vazão real através da seguinte curva de calibração,

$$Q_{rot}^{cal} = 0,92226 \cdot Q_{real}^{cal} \quad (A.1)$$

onde, Q_{real}^{cal} é a vazão do gás medida no rotâmetro nas condições de calibração e Q_{rot}^{cal} é a vazão do gás real nas condições de calibração.

Como os experimentos foram conduzidos muitas vezes em condições de pressão e temperatura diferentes daquelas de calibração, tornou-se necessária a implementação de uma correção na leitura do rotâmetro. Esta correção baseia-se nos princípios físicos que regem o funcionamento do rotâmetro, quais sejam o equilíbrio entre o peso do flutuador, o empuxo e a força de arrasto produzida pelo fluido em escoamento. Assim pode-se escrever uma equação para a correção da vazão lida no rotâmetro (e.g., Holman, 1984) nas condições de calibração para as condições reais de operação.

$$Q_{real}^{cal} = Q_{rot}^{op} \left(\frac{\rho_{rot}^{op}}{\rho_{real}^{cal}} \right)^{1/2} \quad (A.2)$$

onde, ρ_{real}^{cal} é a massa específica do gás nas condições de calibração, ρ_{rot}^{op} é a massa específica do gás nas condições de operação e Q_{rot}^{op} é a vazão lida no rotâmetro nas condições de operação.

Logo, a equação de correção da leitura no rotâmetro, para a condição na qual ele foi calibrado, dada uma condição real de operação, é indicada abaixo.

$$Q_{rot}^{cal} = 0,92226 \cdot Q_{rot}^{op} \left(\frac{\rho_{rot}^{op}}{\rho_{real}^{cal}} \right)^{1/2} \quad (A.3)$$

B Cálculo das Incertezas de Medição da Técnica Desenvolvida

O presente apêndice destina-se a apresentar a metodologia utilizada para estimativa dos níveis de incerteza associados à determinação da espessura de filme de líquido pela técnica de detecção da interface descrita nos Capítulos 5 e 6. Nesta avaliação, foi adotada a metodologia comumente utilizada para o estudo de propagação de incertezas, conforme descrito no trabalho de Moffat (1982), sendo brevemente descrita a seguir.

Considerando um resultado, R , de um experimento que dependa da medição de N grandezas independentes, x_i , cada uma delas com incerteza experimental, δx_i , apresentando mesma distribuição de probabilidade, a incerteza no resultado, δR , pode ser avaliada como,

$$\delta R = \left\{ \left(\frac{\partial R}{\partial x_1} \cdot \delta x_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} \cdot \delta x_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_N} \cdot \delta x_N \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{B.1})$$

Onde as derivadas parciais representam a sensibilidade do resultado a cada variável medida.

B.1 Incerteza na Técnica de Medição da Espessura de Filme de Líquido

A espessura de filme líquido em milímetros é definida segundo a equação abaixo.

$$h = \frac{h^p}{c} \quad (\text{B.2})$$

onde, h^p é espessura de filme medida em pixels em um determinado instante, e c é o fator de calibração dado em pixel/mm.

Segundo a equação B.1, a incerteza na medição da espessura do filme de líquido em milímetros pode ser estimada por,

$$\delta h^2 = \left(\frac{\partial h}{\partial h^p} \cdot \delta h^p \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial c} \cdot \delta c \right)^2 \quad (\text{B.3})$$

As derivadas parciais podem ser obtidas derivando-se a equação B.2. Logo,

$$\delta h^2 = \left(\frac{1}{c} \cdot \delta h^p \right)^2 + \left(\frac{h^p}{c^2} \cdot \delta c \right)^2 \quad (\text{B.4})$$

Logo, a incerteza relativa na medição da espessura de filme líquido em milímetros pode ser estimada por,

$$\left(\frac{\delta h}{h}\right)^2 = \left(\frac{\delta h^p}{h^p}\right)^2 + \left(\frac{\delta c}{c}\right)^2 \quad (\text{B.5})$$

A espessura de filme em pixels capturada em um determinado instante, h^p , é dada pela equação abaixo.

$$h^p = y_i^p - y_w^p \quad (\text{B.6})$$

onde, y_i^p é a posição da interface em pixels detectada automaticamente pela rotina de processamento de imagens em um determinado instante, e y_w^p é a posição da parede interna do tubo em pixels, determinada manualmente pelo usuário utilizando o programa de processamento de imagens.

Utilizando-se a equação B.1, a incerteza relativa na medição da espessura de filme líquido em pixels pode então ser calculada como,

$$\left(\frac{\delta h^p}{h^p}\right)^2 = \left(\frac{\delta y_i^p}{y_i^p - y_w^p}\right)^2 + \left(\frac{\delta y_w^p}{y_i^p - y_w^p}\right)^2 \quad (\text{B.7})$$

O fator de calibração, c , é estimado pela equação a seguir.

$$c = \frac{Y_1^p - Y_2^p}{Y_1 - Y_2} \quad (\text{B.8})$$

onde, Y_1^p e Y_2^p são as coordenadas em pixels de dois pontos formados pela interseção das linhas da malha do alvo de calibração e $Y_1 - Y_2$ é a medida da dimensão deste espaçamento em milímetros.

Utilizando-se a equação B.1, a incerteza relativa no fator de calibração pode ser escrita como indicado na equação abaixo.

$$\left(\frac{\delta c}{c}\right)^2 = \left(\frac{\delta Y_1^p}{Y_1^p - Y_2^p}\right)^2 + \left(\frac{\delta Y_2^p}{Y_1^p - Y_2^p}\right)^2 + \left(\frac{\delta Y_1}{Y_1 - Y_2}\right)^2 + \left(\frac{\delta Y_2}{Y_1 - Y_2}\right)^2 \quad (\text{B.9})$$

Finalmente, combinando as equações, a incerteza relativa na espessura de filme de líquido obtida pela técnica proposta pode ser estimada por:

$$\left(\frac{\delta h}{h}\right)^2 = \left(\frac{\delta y_i^p}{y_i^p - y_w^p}\right)^2 + \left(\frac{\delta y_w^p}{y_i^p - y_w^p}\right)^2 + \left(\frac{\delta Y_1^p}{Y_1^p - Y_2^p}\right)^2 + \left(\frac{\delta Y_2^p}{Y_1^p - Y_2^p}\right)^2 + \left(\frac{\delta Y_1}{Y_1 - Y_2}\right)^2 + \left(\frac{\delta Y_2}{Y_1 - Y_2}\right)^2 \quad (\text{B.10})$$

Os valores das incertezas em cada variável medida em pixels foram determinados baseados na observação dos experimentos e, no caso incerteza na medição das distâncias no alvo de calibração, nas informações sobre a resolução do processo de usinagem empregado. A Tabela B.1 apresenta os valores utilizados na estimativa na incerteza na medida da espessura instantânea de filme de líquido,

Tabela B.1 - Valores das incertezas em cada variável medida utilizados na estimativa na incerteza na medida da espessura instantânea de filme de líquido.

Variável	Incerteza
δy_w^p	$\pm 2 \text{ pixels}$
δy_i^p	$\pm 3 \text{ pixels}$
δY_1^p	$\pm 1 \text{ pixel}$
δY_2^p	$\pm 1 \text{ pixel}$
δY_1	$\pm 0,1 \text{ mm}$
δY_2	$\pm 0,1 \text{ mm}$

A incerteza relativa no fator de calibração foi estimada em aproximadamente 2%. Para a seção de 15,8 mm, considerando o fator de calibração de 50 *pixels/mm*, a incerteza experimental estimada do valor medido da espessura instantânea do filme de líquido de 0,4 mm foi de $\pm 14\%$. Já para um valor de 2 mm de espessura instantânea de filme de líquido os procedimento de estima de incerteza experimental descritos apontam para um incerteza de $\pm 4\%$. Para a seção de 50,8 mm, considerando o fator de calibração de 21,7 *pixels/mm*, a incerteza experimental estimada do valor medido da espessura instantânea do filme de líquido de 0,5 e 2 mm e foi de $\pm 30\%$ e $\pm 8\%$, respectivamente.

B.2 Incerteza na Medição da Espessura de Filme Líquido Média

A espessura de filme líquido média é definida segundo a equação 7.1 descrita no Capítulo 7 e reproduzida abaixo.

$$\bar{h} = \frac{\sum h}{N} \tag{B.11}$$

onde, h é espessura de filme em pixels em um determinado instante, e N é o número de medidas utilizado no cálculo da média. Logo, a incerteza na medição da espessura de filme média é dada por:

$$\delta \bar{h}^2 = \sum \left(\frac{\partial \bar{h}}{\partial h_i} \cdot \delta h_i \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{h}}{\partial N} \cdot \delta N \right)^2 \quad (\text{B.11})$$

Como a incerteza no número de medidas é nula, a incerteza relativa no cálculo de espessura média do filme líquido é dada por,

$$\left(\frac{\delta \bar{h}}{\bar{h}} \right)^2 = \left(\frac{1}{N \cdot \bar{h}} \right)^2 \cdot \sum (\delta h)^2 \quad (\text{B.12})$$

A metodologia usada para estimar a incerteza na média da espessura de filme de líquido envolve a combinação da contribuição das incertezas da técnica de medição de cada valor instantâneo da espessura de filme, $\delta h_{técnica}$, com a flutuação do sinal de espessura do filme, δh_{flut} , característica do escoamento anular. Assim,

$$(\delta h)^2 = (\delta h_{flut})^2 + (\delta h_{técnica})^2 \quad (\text{B.13})$$

A estimativa na incerteza na medição da espessura instantânea de filme foi descrita na seção anterior. Uma estimativa para a incerteza da flutuação na espessura do filme de líquido pode ser obtida pelo desvio padrão, σ , calculado para uma série de medições de espessura realizadas ao longo de um período de tempo de condução do experimento.

A Tabela B.2 e Tabela B.3 apresentam os valores estimados para a incerteza no cálculo da média da espessura de filme de líquido para cada um dos casos estudados nas seções com diâmetro interno de 15,8 mm e 50,8 mm, respectivamente. Nota-se pela observação dos resultados apresentados nas tabelas que, apesar dos valores elevados da flutuação da espessura de tipicamente $\pm 30\%$, os níveis de incerteza estimados para o valor médio da espessura de filme são bastante reduzidos, estando sempre abaixo de $\pm 1\%$. Este baixo valor deve-se ao efeito do número elevado de medições utilizadas no cálculo do valor médio da espessura de filme de líquido.

Tabela B.2 - Incerteza relativa na medição de espessura média de filme líquido para todos os casos estudados na seção de 15,8 mm.

U_{sg} (m/s)	U_{sl} (m/s)	$\delta h_{med}/h_{med}$
20	0,056	0,56%
20	0,084	0,59%
20	0,112	0,56%
20	0,140	0,49%
24	0,056	0,55%
24	0,084	0,55%
24	0,112	0,56%
24	0,140	0,47%
28	0,056	0,48%
28	0,084	0,49%
28	0,112	0,50%
28	0,140	0,45%
34	0,056	0,33%
34	0,084	0,35%
34	0,112	0,38%

Tabela B.3 - Incerteza relativa na medição de espessura média de filme líquido para todos os casos estudados na seção de 50,8 mm.

U_{sg} (m/s)	U_{sl} (m/s)	$\delta h_{med}/h_{med}$
25	0,030	0,56%
25	0,060	0,54%
25	0,100	0,49%
30	0,010	0,58%
30	0,030	0,59%
30	0,060	0,59%
30	0,100	0,51%
35	0,010	0,58%
35	0,030	0,62%
35	0,060	0,63%
35	0,100	0,57%
40	0,010	0,63%

B.3 Incerteza no Cálculo da Velocidade de Onda

A velocidade de onda em m/s é definida segundo a equação abaixo.

$$v = \frac{d_s}{t} = \frac{L^p \cdot f}{c \cdot n^q} \quad (\text{B.14})$$

onde, c é o fator de calibração da imagem dado em *pixel/mm*, L^p é a distância em pixels entre as duas sondas de medição, f é a frequência de aquisição das imagens e n^q é o número de quadros calculado pela correlação cruzada dos dois sinais de espessura de filme. Logo, de acordo com equação B.1, a incerteza no cálculo da velocidade de onda em m/s é estimada por,

$$(\delta v)^2 = \left(\frac{\partial v}{\partial c} \cdot \delta c \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial L^p} \cdot \delta L^p \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial f} \cdot \delta f \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial n^q} \cdot \delta n^q \right)^2 \quad (\text{B.15})$$

Considerando nulas as incertezas na determinação da frequência de aquisição de imagens, δf , e na determinação do espaçamento das sondas em pixels, δL^p , obtemos que a estimativa da incerteza relativa na velocidade de onda é dada por,

$$\left(\frac{\delta v}{v} \right)^2 = \left(\frac{\delta c}{c} \right)^2 + \left(\frac{\delta n^q}{n^q} \right)^2 \quad (\text{B.16})$$

O número de quadros calculado pela correlação cruzada é função da forma dos sinais de espessura de filme de líquido das sondas 1 e 2. Logo,

$$n^q = f(h^{s1}, h^{s2}) \quad (\text{B.17})$$

Aplicando a equação B.1 na equação B.17, a incerteza relativa no cálculo do número de quadros pode ser dada por,

$$\left(\frac{\delta n^q}{n^q} \right)^2 = \sum \left(\frac{\partial n^q}{\partial h_i^{s1}} \cdot \delta h_i^{s1} \right)^2 + \sum \left(\frac{\partial n^q}{\partial h_i^{s2}} \cdot \delta h_i^{s2} \right)^2 \quad (\text{B.18})$$

Os coeficientes de sensibilidade do número de quadros, em relação a cada medida da espessura de filme líquida em um determinado instante para cada sonda que aparecem na equação acima, são estimados pelas derivadas parciais indicadas. Como não há uma função analítica que relacione a dependência do número de quadros com os sinais adquiridos em cada sonda, estas derivadas parciais foram estimada numericamente. Para esta estimativa das derivadas parciais foi utilizado um processo iterativo onde cada elemento, h_i , que compunha um registro completo da espessura do filme em cada sonda, tinha o seu valor alterado por um pequeno valor. O novo registro composto por todas as medidas originais e por este componente com valor alterado era fornecido como entrada ao algoritmo de correlação cruzada para determinação do número de quadros, n_q . A variação produzida em n_q como resultado da alteração no elemento h_i era armazenado e usado na estimativa do cálculo da derivada parcial. Este procedimento era repetido para todos os elementos que compunham um dado registro de valores de espessura de filme. Este método consiste em um processo iterativo onde a cada iteração i , a variável h_i é perturbada, h_i^* , e uma nova correlação cruzada é calculada, n^{q*} . Então,

$$\frac{\partial n^q}{\partial h_i} = \frac{n^{q*} - n^q}{h_i^* - h_i} \quad (\text{B.19})$$

onde, h_i representa um valor medido para a espessura de filme em um dado tempo, h_i^* o valor da espessura de filme alterado por um pequeno fator, n^q é valor do número de quadros calculado pela correlação cruzada e n^{q*} o novo valor calculado pela correlação cruzada quando o valor da espessura é alterado.

As Tabelas B.4 e B.5 apresentam os valores estimados para a incerteza no cálculo da velocidade de onda para cada um dos casos estudados nas seções com diâmetro interno de 15,8 mm e 50,8 mm, respectivamente. As tabelas indicam os valores obtidos pelo procedimento descrito para a incerteza relativa no número de quadros, assim como o valor final estimado para a incerteza na velocidade da onda. Nestes cálculos os valores para a incerteza na medição instantânea na espessura de filme foram estimados como descrito anteriormente na seção B.1.

Tabela B.4 - Incerteza relativa no cálculo de espessura de filme líquido para todos os casos estudados na seção de 15,8 mm.

$U_{sg} (m/s)$	$U_{sl} (m/s)$	$\delta v/v$	$\delta n^q/n^q$
20	0,056	2,55%	1,56%
20	0,056	2,55%	1,56%
20	0,112	2,32%	1,13%
20	0,140	2,27%	1,03%
24	0,056	2,69%	1,78%
24	0,056	2,69%	1,78%
24	0,112	2,51%	1,48%
24	0,140	2,28%	1,05%
28	0,056	2,80%	1,94%
28	0,056	2,80%	1,94%
28	0,112	2,52%	1,51%
28	0,140	2,30%	1,08%
34	0,056	3,75%	3,16%
34	0,084	3,04%	2,27%
34	0,112	2,93%	2,11%

Tabela B.5 - Incerteza relativa no cálculo de espessura de filme líquido para todos os casos estudados na seção de 50,8 mm.

$U_{sg} (m/s)$	$U_{sl} (m/s)$	$\delta v/v$	$\delta n^q/n^q$
25	0,030	1,60%	0,74%
25	0,060	1,52%	0,54%
25	0,100	1,49%	0,47%
30	0,010	1,49%	0,45%
30	0,030	1,49%	0,45%
30	0,060	2,16%	1,63%
30	0,100	1,54%	0,61%
35	0,010	1,64%	0,83%
35	0,030	1,57%	0,68%
35	0,060	1,50%	0,48%
35	0,100	1,53%	0,57%
40	0,010	1,67%	0,89%