

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**César Raúl Mamani Choquehuanca**

**PROJETO E CONTROLE ROBUSTO DE UM  
TRANSPORTADOR PESSOAL ROBÓTICO AUTO-  
EQUILIBRANTE**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro  
Outubro de 2010



**César Raúl Mamani Choquehuanca**

**PROJETO E CONTROLE ROBUSTO DE UM  
TRANSPORTADOR PESSOAL ROBÓTICO AUTO-  
EQUILIBRANTE**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.  
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marco Antonio Meggiolaro**

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Prof. Mauro Speranza Neto**

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Prof. Max Suell Dutra**

Departamento de Engenharia Mecânica – Coppe/UFRJ

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 01 de outubro de 2010

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **César Raúl Mamani Choquehuanca**

Graduou-se em Engenharia Mecatrónica (Universidad Nacional de Ingeniería-Perú) em 2006. Trabalhou na área de desenvolvimento de projetos de automação industrial antes de começar mestrado na área de Mecânica Aplicada na Pós-Graduação da PUC-Rio. Suas áreas de interesse abrangem robótica, controle, visão computacional, modelagem de sistemas, automação de processos e inteligência artificial.

#### Ficha Catalográfica

Mamani Choquehuanca, César Raúl

Projeto e controle robusto de um transportador pessoal robótico auto-equilibrante / César Raúl Mamani Choquehuanca ; orientador: Marco Antonio Meggiolaro. – 2010.

99 f. : il.(color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2010.

Inclui bibliografia

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. Transportador robótico auto-equilibrante. 3. Sistema não linear. 4. Controle PID. 5. Controle fuzzy. 6. Controle robusto. 7. Controle deslizante. 8. Método de Kane. I. Meggiolaro, Marco Antonio. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

aos meus pais, Juan e Sebastiana e ao meu irmão Roger

## **Agradecimentos**

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Ao orientador Marco Antonio Meggiolaro, pelas oportunidades, orientação e ensinamentos no âmbito da Robótica.

Ao professor Mauro Schwanke da Silva, pelo apoio no laboratório.

A meus colegas e amigos do mestrado que me apoiaram no dia a dia.

Aos alunos de graduação e pós-graduação que diariamente trabalham no Laboratório de Robótica e me ajudaram tanto para a conclusão desse trabalho.

## Resumo

Mamani, César R. Ch.; Meggiolaro, Marco A. **PROJETO E CONTROLE ROBUSTO DE UM TRANSPORTADOR PESSOAL ROBÓTICO AUTO-EQUILIBRANTE**. Rio de Janeiro 2010, 99p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nesta dissertação, um transportador pessoal robótico auto-equilibrante (TPRE) foi desenvolvido, consistindo de uma plataforma com duas rodas que funciona a partir do equilíbrio do indivíduo que o utiliza, assemelhando-se ao funcionamento do clássico pêndulo invertido. Entre as características que o TPRE tem, podem-se destacar a rapidez na movimentação, o uso de um espaço reduzido, alta capacidade de carga, e capacidade de fazer curvas de raio nulo. Ao contrário de veículos motorizados tradicionais, o TPRE utiliza alimentação elétrica, portanto não gera emissões poluentes e, além disso, não contribui com poluição sonora. Para a locomoção, são utilizados dois motores de corrente contínua de potências entre 0,7HP e 1,6HP. Para medir o ângulo de inclinação e a velocidade da variação do ângulo de inclinação, é utilizado um acelerômetro de três eixos e um girômetro de um eixo. Para indicar a direção do TPRE, foi utilizado um potenciômetro deslizante. A modelagem dinâmica do sistema foi feita usando o método de Kane, utilizada posteriormente em simulações na plataforma Matlab. O controlador lê os sinais provenientes do acelerômetro, do girômetro e do potenciômetro deslizante, e envia o sinal de controle, em forma de PWM, a placas controladoras de velocidade dos motores, usando a linguagem eLua. Os algoritmos de controle desenvolvidos neste trabalho foram PID, Fuzzy e Robusto, tendo como variáveis de controle o erro e a velocidade da variação do erro do ângulo de inclinação. Experimentos demonstram que os controles Fuzzy e Robusto reduzem significativamente as oscilações do sistema em terrenos planos em relação ao PID. Verifica-se também uma maior estabilidade para terrenos irregulares ou inclinados.

## Palavras-chave

Transportador robótico auto equilibrante; Sistema não linear; Controle PID; Controle Fuzzy; Controle Robusto; Controle Deslizante; Método de Kane.

## Abstract

Mamani, César R. Ch.; Meggiolaro, Marco A (Advisor). **DESIGN AND ROBUST CONTROL OF A SELF-BALANCING PERSONAL ROBOTIC TRANSPORTER VEHICLE**. Rio de Janeiro 2010. 99p. MSc Dissertation – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A Self Balancing Personal Transporter (SBPT) is a robotic platform with two wheels that functions from the balance of the individual who uses it, resembling the operation of classic inverted pendulum. In this thesis, a SBPT is designed, built and controlled. Among the features from the developed SBPT, it can be mentioned: relatively high speeds, agility, compact aluminum structure, zero turn radius, and high load capacity, when compared to other SBPT in the market. Unlike traditional motor vehicles, the SBPT uses electric power, so there is no pollutant emissions to the environment and no noise pollution. It is powered by two motors with output powers between 0.7HP and 1.6HP. To measure the tilt angle and its rate of change, a three-axis accelerometer and a gyroscope are used. The turning commands to the SBPT are sent through a potentiometer attached to the handle bars. The method of Kane is used to obtain the system dynamic equations, which are then used in Matlab simulations. The controller, programmed in eLua, reads the signals from the accelerometer, gyroscope and potentiometer slider, process them, and then sends PWM output signals to the speed controller of the drive motors. This thesis studies three control implementations: PID, Fuzzy and Robust Control. The control variables are the error and error variation of the tilt angle. It is found that the Fuzzy and Robust controls are more efficient than the PID to stabilize the system on inclined planes and on rough terrain.

## Keywords

Self-Balancing robotic transport; Non Linear System; PID Control; Fuzzy Control; Robust Control; Sliding Control; Method's Kane.

# Sumário

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1 MOTIVAÇÃO	16
1.2 OBJETIVO	16
1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	23
<b>2 MODELAGEM</b>	<b>24</b>
2.1 MODELO I	24
2.2 MODELO II	26
2.3 MODELO III	28
<b>3 CONTROLE</b>	<b>39</b>
3.1 CONTROLE PID	40
3.2 CONTROLE INTELIGENTE	42
3.3 CONTROLE ROBUSTO	46
3.4 CONTROLE DIRECIONAL	52
<b>4 SIMULAÇÃO</b>	<b>53</b>
4.1 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO SEM CONTROLE	55
4.2 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO CONTROLE PID	56
4.3 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO CONTROLE FUZZY	61
4.4 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO CONTROLE ROBUSTO	66
4.5 COMPARAÇÕES DAS ESTRATÉGIAS DE CONTROLE	71
<b>5 SISTEMA EXPERIMENTAL</b>	<b>73</b>
5.1 SENSORES	77
5.2 MOTORES	80
5.3 CONTROLADOR	81
5.4 SOFTWARE DE CONTROLE	82
<b>6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b>	<b>84</b>
6.1 TESTES COM O PID	84
6.2 TESTES COM CONTROLE INTELIGENTE FUZZY	86
6.3 TESTE COM O CONTROLE ROBUSTO	89
<b>7 CONCLUSÕES</b>	<b>92</b>
<b>8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>94</b>
<b>9 ANEXOS</b>	<b>96</b>
9.1 FOLHA TÉCNICA DO SENSOR DE ÂNGULO.	96
9.2 FOLHA TÉCNICA DO SENSOR DE ÂNGULO.	97
9.3 FOLHA TÉCNICA DA PLACA DE DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE	98



## Lista de Figuras

FIGURA 1: ROBONAUT DESENVOLVIDO PELA NASA	17
FIGURA 2: ROBÔ MÓVEL COM CÂMERA PARA APLICAÇÕES DE VISÃO COMPUTACIONAL DESENVOLVIDA PELA CARNEGIE MELLON UNIVERSITY	18
FIGURA 3: (A) ROBÔ TPRE COM SENSOR DE RAIO LASER (B) AMOSTRA DO MAPEAMENTO 3D.	19
FIGURA 4: UM TPRE PARA TRANSPORTE PÚBLICO, CHAMADO B2	20
FIGURA 5: PROTÓTIPO DE UM ROBÔ MÓVEL AUTO EQUILIBRANTE	21
FIGURA 6: ROBÔ MÓVEL DE DUAS RODAS JOE	22
FIGURA 7: SISTEMA DE COORDENADAS MODELADO POR TSAI-JIUN REN, TIEN-CHIE E CHUN-JUNG CHEN	25
FIGURA 8: SISTEMA DE COORDENADAS MODELADO POR S.W. NAWAWI, M. N. AHMAD E J.H.S.OSMAN	26
FIGURA 9: SISTEMA DE COORDENADAS DO SISTEMA [13]	31
FIGURA 10: LOOP DE CONTROLE CLÁSSICO	39
FIGURA 11: RESPOSTA DE UM SISTEMA PARA UM DEGRAU.	40
FIGURA 12: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA UM CONTROLADOR PID	42
FIGURA 13: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA UM CONTROLE FUZZY.	43
FIGURA 14: CONJUNTOS FUZZY E SEUS GRAUS DE PERTINÊNCIA	45
FIGURA 15: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA UM CONTROLADOR PID	49
FIGURA 16: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA UM CONTROLADOR PID	50
FIGURA 17: EFEITO DE CHATTERING OU CHAVEAMENTO EXCESSIVO	51
FIGURA 18: DESENHO SIMPLIFICADO UTILIZADO PARA A SIMULAÇÃO 3D	54
FIGURA 19: DIAGRAMA DE BLOCO SEM NENHUM CONTROLADOR	55
FIGURA 20: RESPOSTA PARA O SISTEMA SEM AÇÃO DE CONTROLE, SEM USUÁRIO E SEM ATRITO	55
FIGURA 21: RESPOSTA PARA O SISTEMA SEM AÇÃO DE CONTROLE E COM ATRITO	56
FIGURA 22: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE SEM USUÁRIO.	57
FIGURA 23: RESPOSTA PARA UM CONTROLE PID DA POSIÇÃO ANGULAR, MOSTRANDO O DESLOCAMENTO DO VEÍCULO E A VARIAÇÃO (VELOCIDADE) ANGULAR	58
FIGURA 24: RESPOSTA PARA UM CONTROLE PID MOSTRANDO A CORRENTE I DO MOTOR E A VELOCIDADE ANGULAR W DAS RODAS	59
FIGURA 25: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE CONSIDERANDO UM USUÁRIO DIRIGINDO.	60
FIGURA 26: RESPOSTA PARA UM CONTROLE PID DE POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E A VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM A USUÁRIO, PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 1M/S	60
FIGURA 27: RESPOSTA PARA UM CONTROLE PID DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E A VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM O USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 2M/S.	61
FIGURA 28: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE SEM USUÁRIO.	62
FIGURA 29: RESPOSTA PARA UM CONTROLE FUZZY DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR	63
FIGURA 30: RESPOSTA PARA UM CONTROLE FUZZY DA CORRENTE I DO MOTOR E A VELOCIDADE ANGULAR W NAS RODAS	64
FIGURA 31: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE CONSIDERANDO UM USUÁRIO DIRIGINDO.	65
FIGURA 32: RESPOSTA PARA UM CONTROLE FUZZY DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM O USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 1M/S	65
FIGURA 33: RESPOSTA PARA UM CONTROLE FUZZY DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM O USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 2M/S	66
FIGURA 34: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE SEM USUÁRIO.	67

FIGURA 35: RESPOSTA PARA UM CONTROLE ROBUSTO DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR.	68
FIGURA 36: RESPOSTA PARA UM CONTROLE ROBUSTO DA CORRENTE I DO MOTOR E DA VELOCIDADE ANGULAR NAS RODAS	69
FIGURA 37: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPPE CONSIDERANDO UMA USUARIO DIRIGINDO.	70
FIGURA 38: RESPOSTA PARA UM CONTROLE ROBUSTO DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM A USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 1M/S	70
FIGURA 39: RESPOSTA PARA UM CONTROLE ROBUSTO DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM A USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 2M/S.	71
FIGURA 40: ROBÔ ORIGINAL DE ONDE FORAM APROVEITADAS A BASE DA ESTRUTURA DE ALUMÍNIO, MOTORES, RODAS E ELETRÔNICA DE POTÊNCIA.	73
FIGURA 41: MONTAGEM DA HASTE PARA O TPPE	74
FIGURA 42: POTENCIÔMETRO DESLIZANTE UTILIZADO PARA ENVIAR UM SINAL ELÉTRICO CONTÍNUO PARA O CONTROLADOR	75
FIGURA 43: PLACA CONTROLADORA DE VELOCIDADE DOS MOTORES UTILIZADOS NO TPPE	76
FIGURA 44: DESCRIÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DOS COMPONENTES NO TPPE DESENVOLVIDO.	77
FIGURA 45: PLACA ONDE FORAM MONTADOS OS SENSORES. NO LADO ESQUERDO APARECE O GIRÔMETRO, E NO LADO DIREITO O ACELERÔMETRO.	78
FIGURA 46: ACELERÔMETRO ACCM3D	79
FIGURA 47: DIAGRAMA DE PINOS PARA O GIRÔMETRO ADXRS150	80
FIGURA 48: MOTOR NPC	80
FIGURA 49: KIT DE CONTROLE LM3S8962, UTILIZADO COMO CONTROLADOR DO TPPE	82
FIGURA 50: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE PID COM PARÂMETROS DE CONTROLE $K_P=15$ , $K_D=7$ , $K_I=0.3$	85
FIGURA 51: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE PID COM PARÂMETROS DE CONTROLE $K_P=10$ , $K_D=5$ , $K_I=0.3$	85
FIGURA 52: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE PID COM PARÂMETROS DE CONTROLE $K_P=5$ , $K_D=4$ , $K_I=0.3$	86
FIGURA 53: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE FUZZY COM PARÂMETROS DE CONTROLE $U_{ERRO}=25$ , $U_{DERRO}=15$ E $U_{OUT}=100$	87
FIGURA 54: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE FUZZY, COM PARÂMETROS DE CONTROLE $U_{ERRO}=22$ , $U_{DERRO}=13$ E $U_{OUT}=100$	88
FIGURA 55: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE FUZZY COM PARÂMETROS DE CONTROLE $U_{ERRO}=20$ , $U_{DERRO}=10$ E $U_{OUT}=100$	88
FIGURA 56: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE ROBUSTO COM PARÂMETROS DE CONTROLE $\mu =15$ E $\lambda=5$	90
FIGURA 57: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE ROBUSTO COM PARÂMETROS DE CONTROLE $\mu =10$ E $\lambda=3$	90
FIGURA 58: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE ROBUSTO COM PARÂMETROS DE CONTROLE $\mu =10$ E $\lambda=3$	91

## Lista de Símbolos

$\theta$	posição angular tilt utilizada no modelo I	[rad]
$M_w$	massa da roda	[kg]
$\phi$	posição angular tilt utilizada no modelo III	[rad]
$R$	raio da roda	[m]
$\tau_2$	torque sobre a roda	[N.m]
$f_{dL}$	força de perturbação da roda esquerda	[N]
$f_{dR}$	força de perturbação da roda direita	[N]
$f_p$	força de perturbação sobre estrutura	[N]
$J_{m\phi}$	inercia do chassis	[Kgm <sup>2</sup> ]
$J_{p\phi}$	inercia do pendulo	[Kgm <sup>2</sup> ]
$M$	massa do chassis	[kg]
$m$	massa do pendulo	[kg]
$J_w$	inercia da roda	[Kgm <sup>2</sup> ]
$l$	distancia entre o eixo das rodas e o centro de gravidade	[m]
$x_{RL}$	posição linear da roda esquerda	[m]
$H_{TL}$	força de reação horizontal entre o solo e a roda	[N]
$H_L$	força de reação horizontal entre o chassis e a roda	[N]
$f_{dRL}$	força de perturbação sobre a roda esquerda	[N]
$f_{dRR}$	força de perturbação sobre a roda direita	[N]
$y_{RL}$	posição linear vertical da roda esquerda	[m]
$M_r$	massa da roda, modelo	[kg]
$V_{TL}$	força de reação vertical entre o solo e a roda	[N]
$V_L$	força de reação vertical entre o chassis e a roda esquerda	[N]
$g$	aceleração de gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
$\theta_{RL}$	posição angular da roda esquerda	[rad]
$J_{RL}$	inercia da roda esquerda	[Kgm <sup>2</sup> ]
$C_L$	torque sobre a roda esquerda	[N.m]
$x_{RL}$	posição linear da roda esquerda	[m]
$\theta_{RL}$	posição angular da roda esquerda	[rad]
$y_p$	posição linear vertical da estrutura	[m]
$\theta_p$	posição angular tilt utilizada no modelo I	[rad]
$L$	distancia entre o eixo da roda e o centro de gravidade	[m]
$x_p$	posição linear horizontal da estrutura	[m]

$x_{RR}$	posição linear horizontal da roda direita	[m]
$\delta$	posição angular de yaw	[rad]
$M_p$	massa do pendulo modelo II	[kg]
$H_R$	força de reação horizontal entre o chassis e a roda	[N]
$f_{dP}$	força de perturbação sobre a estrutura ou ação do usuário sobre a estrutura	[N]
$V_R$	força de reação vertical entre o chassis e a roda direita	[N]
$J_p$	inercia da estrutura com relação	[Kgm <sup>2</sup> ]
$C_R$	torque sobre a roda direita	[N.m]
$J_\delta$	inercia com relação ao eixo yaw	[Kgm <sup>2</sup> ]
$H_L$	força de reação horizontal entre o chassis e a roda esquerda	[N]
$D$	distancia entre as rodas	[m]
$x_r$	posição linear do veiculo modelo II	[m]
$\tilde{F}_r$	força ativa generalizada; e	[N]
$\tilde{F}_r^*$	força inercial generalizada	[N]
$q$	coordenada generalizada	
$t$	variável do tempo	[seg]
$\mathbf{v}_r^{Pi}$	velocidade parcial da partícula $Pi$ para coordenada r	[m/s]
$R_i$	enésima força de contato	[N]
$\tilde{\omega}_r^{Pi}$	velocidade angular da partícula $Pi$ para a coordenada r	[rad/s]
$T_i^*$	torque total em S	[N.m]
$R_i^*$	enésima força de relacionada com a inercia da partícula	[N]
$\mathbf{R}^*$	resultante das forças inerciais	[N]
$M$	massa total	[kg]
$\mathbf{a}^*$	aceleração de S	[m/s <sup>2</sup> ]
$\mathbf{T}^*$	torque no sistema S	[N.m]
$\mathbf{I}^*$	inércia no sistema S	[Kgm <sup>2</sup> ]
$\alpha$	aceleração angular	[rad]
$\omega$	velocidade angular	[rad/s]
${}^F \hat{\mathbf{v}}_{C_1}$	velocidade linear de C1 no sistema F	[m/s]
${}^F \hat{\mathbf{v}}_{C_2}$	velocidade linear de C1 no sistema F	[m/s]
$u_1$	velocidade generalizada	
${}^F \mathbf{v}^{Sc}$	velocidade linear de Sc no sistema F	[m/s]
$u_2$	velocidade generalizada	
${}^F \boldsymbol{\omega}^S$	velocidade angular de S no sistema F	[rad/s]
$u_3$	velocidade generalizada	
$G$	força de gravidade	[N]
$\mathbf{K}_1$	força total sob a roda	[N]
$\gamma_1$	componente escalar de força em n1	
$\mathbf{n}_1$	vetor direção do sistema de coordenadas S	

$\gamma_2$	componente escalar de força em n2	
$\mathbf{n}_2$	vetor direção do sistema de coordenadas S	
$\gamma_3$	componente escalar de força em n3	
$\mathbf{n}_3$	vetor direção do sistema de coordenadas S	
$\mathbf{K}_2$	força total sob a roda	[N]
$\delta_1$	componente escalar de força em n1	
$\delta_2$	componente escalar de força em n2	
$\delta_3$	componente escalar de força em n3	
$\mathbf{M}_1$	torque total sob a roda	[N.m]
$\alpha_1$	componente escalar de torque em n1	
$\alpha_2$	componente escalar de torque em n2	
$\alpha_3$	componente escalar de torque em n3	
$\mathbf{M}_2$	torque total sob a roda	[N.m]
$\beta_1$	componente escalar de torque em n1	
$\beta_2$	componente escalar de torque em n2	
$\beta_3$	componente escalar de torque em n3	
$m_s$	massa da estrutura	[kg]
${}^F \boldsymbol{\omega}^S$	velocidade angular de S no sistema F	[rad/s]
${}^F \mathbf{v}^{S^c}$	velocidade angular de S no sistema F	[m/s]
${}^F \mathbf{v}^{S^*}$	velocidade angular de S no sistema F	[m/s]
$d$	comprimento da haste	[m]
${}^F \boldsymbol{\omega}^{C_1}$	velocidade angular de C1 no sistema F	[rad/s]
${}^F \mathbf{v}^{C_1^*}$	velocidade linear do centro de gravidade de C1 no sistema F	[m/s]
${}^F \boldsymbol{\omega}^{C_2}$	velocidade angular de C2 no sistema F	[rad/s]
${}^F \mathbf{v}^{C_2^*}$	velocidade linear do centro de gravidade de C2 no sistema F	[m/s]
${}^F \boldsymbol{\alpha}^S$	aceleração angular de S no sistema F	[rad/s <sup>2</sup> ]
${}^F \boldsymbol{\alpha}^{C_1}$	aceleração angular de C1 no sistema F	[rad/s <sup>2</sup> ]
${}^F \boldsymbol{\alpha}^{C_2}$	aceleração angular de C2 no sistema F	[rad/s <sup>2</sup> ]
${}^F \mathbf{a}^{S^*}$	aceleração linear de centro de gravidade de S no sistema F	[m/s <sup>2</sup> ]
${}^F \mathbf{a}^{C_1^*}$	aceleração linear de centro de gravidade de C1 no sistema F	[m/s <sup>2</sup> ]
${}^F \boldsymbol{\alpha}^{S_c}$	aceleração angular de S no sistema F	[rad/s <sup>2</sup> ]
${}^F \boldsymbol{\omega}^{S_c}$	velocidade angular de S no sistema F	[rad/s]
${}^F \mathbf{a}^{C_2^*}$	aceleração linear de centro de gravidade de C2 no sistema F	[m/s <sup>2</sup> ]
$m_c$	massa da roda	[kg]
$m_s$	massa da estrutura	[kg]
$x$	posição linear do veiculo	[m]
$\phi$	posição angular do tilt	[rad]

$\psi$	posição angular do yaw	[rad]
$\tau_1$	torque da roda	[N.m]
$\tau_2$	torque da roda	[N.m]
$L$	metade da distancia entre as rodas	[m]
$R$	radio da roda	[m]
$d$	distancia desde o eixo das rodas e o centro de gravidade	[m]
$R_a$	resistência elétrica	[ $\Omega$ ]
$B$	coeficiente de atrito	[kgm/rad/s]
$J$	coeficiente de Inércia	[Kgm <sup>2</sup> ]
$L_a$	indutância do motor	[mH]
$K_w$	constante de velocidade	[RPM/A]
$K_m$	constante de torque	[N.m/A]
$u$	signal de controle	[V]
$TL$	torque de carga	[N.m]
$e_{vel}$	erro de velocidade linear	[m/seg]
$x_{ref}$	referência de posição linear	[m]
$k_{pp}$	ganho proporcional para o usuário	[V/rad]
$k_{dp}$	ganho derivativo para o usuário	[V/rad/seg]
$A$	matriz de estados das variáveis	
$B$	vetor de estados da entrada	
$e(t)$	erro em função do tempo	
$y_{ref}$	signal de referencia	
$y(t)$	signal medida	
$u(t)$	signal de controle	
$K_p$	ganho proporcional	[V/rad]
$K_i$	ganho integral	[V/rad.seg]
$K_d$	ganho derivativo	[V/rad/seg]
$\mu_{U_i}(u)$	universo de discurso para a saída de controle	
$\mu_{E^1}(e_i)$	universo de discurso para o erro	
$\mu_{CE^1}(ce_i)$	universo de discurso para a velocidade da variação do erro	
$s$	superfície de deslizamento	
$\eta$	banda do sistema de controle para um grau de liberdade	
$\lambda$	coeficiente angular para a convergência até a superfície de deslizamento	
$\phi_{ref}$	posição angular de referencia	[rad]
$\mu$	Coeficiente para a saída de controle deslizante	[V]
$I_3$	Inércia com relação ao eixo das rodas	[Kgm <sup>2</sup> ]
$I_2$	Inércia com relação perpendicular ao eixo das rodas	[Kgm <sup>2</sup> ]
Vmax	Tensão máxima de alimentação do motor	[V]
u_ang	Limite de universo de discurso para a posição angular	[seg]
u_vel	Limite de universo de discurso para a velocidade da variação da posição angular	[seg/seg]

u_sal	Limite de universo de discurso para a saída de controle	[V]
U_erro	limite de universo de discurso para erro da posição angular	
U_derro	limite de universo de discurso para a velocidade da variação da posição angular	
U_out	limite de universo de discurso para a saída do controlador	