

6 NOSSO SQUID

6.1. SQUID de dois furos original

Nós usamos SQUIDs simétricos de dois furos feitos de nióbio baseados no formato tradicional de Zimmerman [37, 9, 38] contendo uma junção Josephson de fio. Neste sistema o fluxo é detectado diretamente pelo SQUID sem a intermediação de transformador de fluxo. O desenho esquemático do sistema SQUID é mostrado na Figura 7, onde um microtubo com uma suspensão das nanopartículas magnéticas é mostrado dentro em um dos furos do SQUID. Nós utilizamos o controlador do SQUID (também chamado de “Eletrônica do SQUID”) SHE 330X (maiores detalhes sobre este equipamento estão no próximo capítulo).

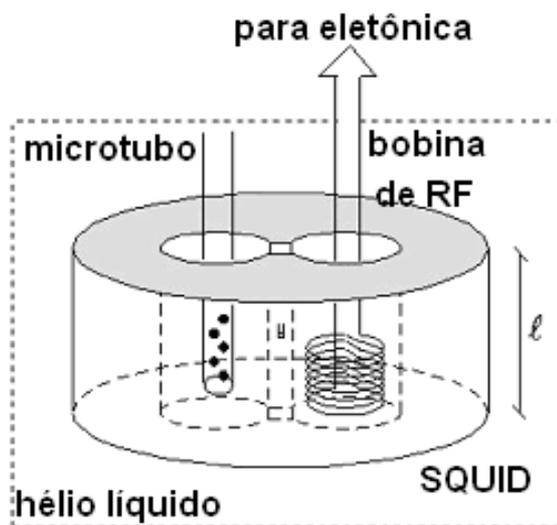


Figura 7: Detalhes da parte central do SQUID mostrando a bobina de RF e microtubo contendo as nanopartículas magnéticas.

Uma das vantagens deste modelo de SQUID é a sua maior proteção contra campos magnéticos externos. Isto acontece porque o conjunto dos

dois furos fica envolvido por material supercondutor. Além disto, os dois furos funcionam como um gradiômetro (resposta magnética anti-paralela entre os dois furos). O prolongamento de paredes cilíndricas (não mostradas na Figura 7) de aproximadamente 7 mm para cima e para baixo a partir da parte central do corpo do SQUID tem a função de ajudar a blindagem contra gradientes de campo magnético externo na direção da fenda que liga os dois furos (ver Figura 9).

As dimensões do SQUID de dois furos no formato original de Zimmerman satisfazem a seguinte condição para a sua auto-indutância:

$$k_B T \ll \frac{1}{2} \frac{\Phi_0^2}{L_{SQ}} \quad (30)$$

Ou seja, a energia do anel deve ser muito maior que as flutuações térmicas [37]. Com isto podemos ter um valor para a indutância do SQUID (L_{SQ}) que satisfaça com folga a condição acima.

$$L_{SQ} \ll \Phi_0^2 / 2k_B T \quad (31)$$

Como o SQUID funciona em He líquido ($T=4,2$ K), k_B é a constante de Boltzmann ($=1,38 \times 10^{-23}$ J/K) e Φ_0 é o quantum de fluxo ($=2,07 \times 10^{-15}$ Wb), temos.

$$L_{SQ} \ll \frac{(2,07 \times 10^{-15})^2}{(2 \cdot 1,38 \times 10^{-23} \cdot 4,2)} \quad (32)$$

$$L_{SQ} \ll 37 \text{ nH}$$

O SQUID de dois furos projetado por Zimmerman tinha um diâmetro de furo de 2,1 mm e comprimento de 6,2 mm. A indutância de cada furo (L_F) pode ser calculada usando a fórmula e tabela de [10]:

$$L_F = 0,002 \pi^2 a \left(\frac{2a}{b} \right) N^2 K \quad (CGS) \quad (33)$$

Onde a é o raio do furo, b é o comprimento, K (função de $2a/b$) é um fator que leva em conta os efeitos de borda e seu valor é tabelado em [10] e N representa o número de voltas de cada furo que pode ser visto como uma folha de corrente, logo $N=1$.

Nesta fórmula, quando os valores de a e b são colocados em cm, o valor da indutância do furo (L_F) fica em μH . Para $a = (0,21 \text{ cm})/2$ e $b = 0,62 \text{ cm}$, o valor de K fica em 0,8699. Colocando estes valores na fórmula acima temos:

$$L_F \cong 0,61 \times 10^{-3} \mu\text{H} = 0,61 \text{ nH} \quad (34)$$

Em termos de indutância total, o SQUID de dois furos é visto pelo circuito tanque como um paralelo de 2 indutâncias iguais a L_F , logo:

$$L_{SQ} = \frac{L_F}{2} \cong 0,31 \text{ nH} \quad (35)$$

Isto satisfaz com bastante folga a condição acima **(32)**.

Durante o trabalho de doutorado foram usados dois SQUIDs diferentes (“SQUID1” e “SQUIDi”) e um terceiro foi fabricado mas não houve tempo hábil para testá-lo (“SQUIDii”). O cálculo da relação entre o diâmetro e a altura é feito para manter a indutância do SQUID próxima ou um pouco menor que o valor original do SQUID de Zimmerman [37]. Para isto foi construído um gráfico da equação **(33)** que mostra a indutância em função da altura do furo para vários diâmetros (Figura 8).

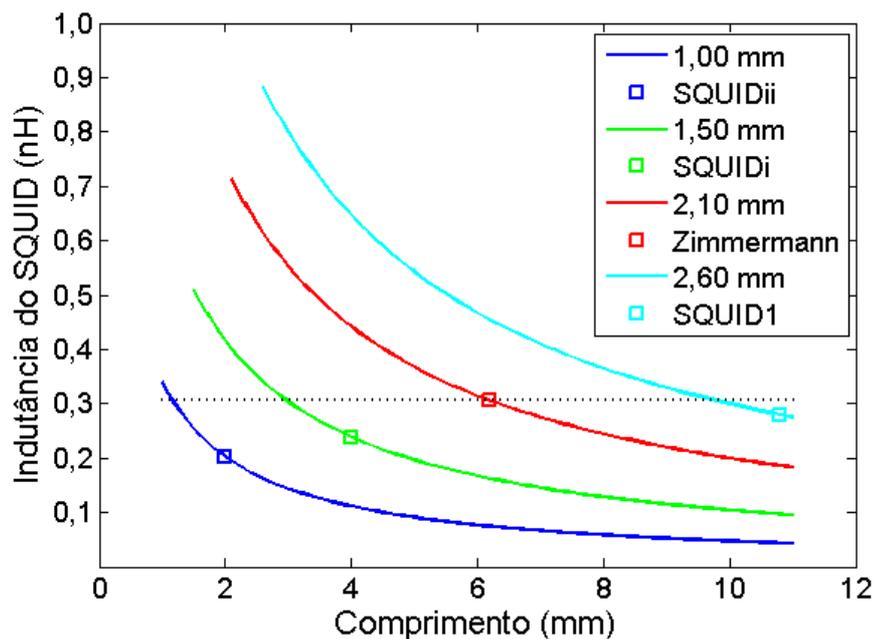


Figura 8: Indutâncias do SQUID em função do comprimento do furo para vários diâmetros. Os pontos representam os valores para cada SQUID.

- SQUID Zimmerman
 - Diâmetro do furo: 2,1 mm;
 - Altura do furo: 6,2 mm.
- SQUID1
 - Diâmetro do furo: 2,6 mm;
 - Altura do furo: 10,8 mm.
- SQUIDi
 - Diâmetro do furo: 1,5 mm;
 - Altura do furo: 4,0 mm.
- SQUIDii
 - Diâmetro do furo: 1,0 mm;
 - Altura do furo: 2,0 mm.

Na Figura 8 a linha horizontal pontilhada indica a indutância do SQUID de Zimmerman e os pontos representam o diâmetro e comprimento do furo de cada SQUID.

6.2. Detalhes do SQUID1

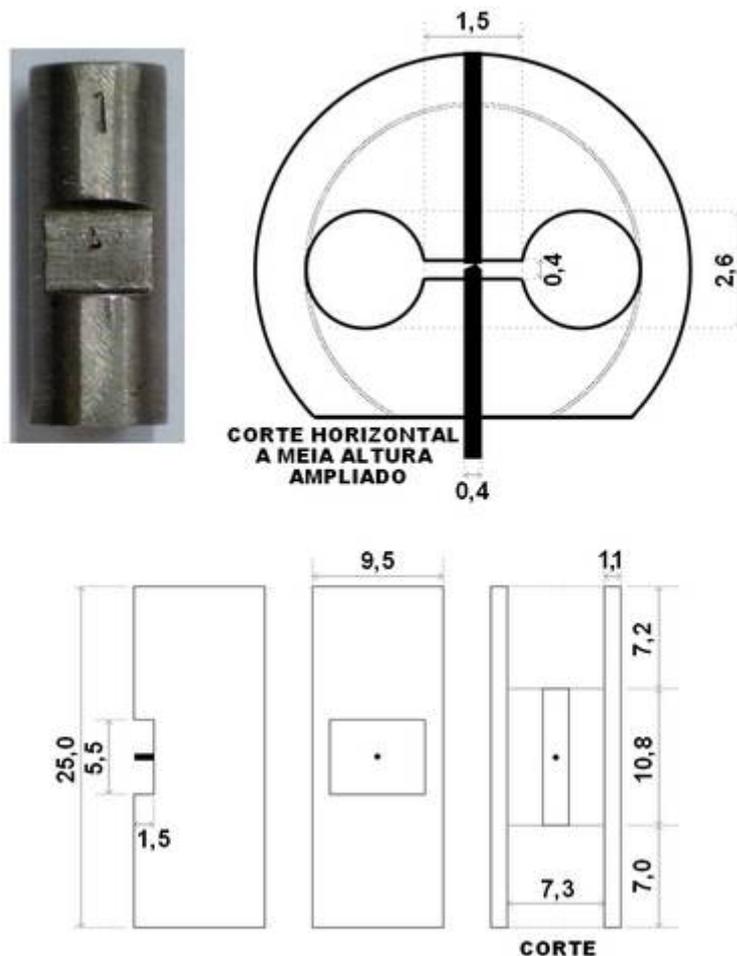


Figura 9: Imagem e esquema do SQUID1 (medidas em mm).

Antes do início dos trabalhos de tese já existiam, no laboratório, vários destes SQUIDs que seguem o modelo de Zimmerman, mas com algumas adaptações feitas por vários motivos, entre eles o de introduzir um novo conceito de construção da junção Josephson [9]. Uma das características introduzidas na época foi o aumento do diâmetro do furo, para facilitar a construção das bobinas de RF. Com um diâmetro de furo de aproximadamente 2,5 mm, o comprimento deveria ir para valores em torno de 10 mm para manter L_{SQ} próxima de 0,2 nH (um pouco menor que a indutância do SQUID original, ver Figura 8). Escolhemos um deles com o nome de “SQUID1” (Figura 9) que tem o diâmetro e comprimento dos furos de 2,6 mm e 10,8 mm respectivamente.

$$\left. \begin{array}{l} a = 0,26/2 = 0,13 \\ b = 1,08 \end{array} \right\} \frac{2a}{b} = 0,2407 \quad (36)$$

$$K \text{ (para } 2a/b \cong 0,24) \cong 0,9053$$

A indutância deste SQUID1 é então:

$$L_{SQ1} = \frac{L_F}{2} = \frac{1}{2} 0,002\pi^2 a \left(\frac{2a}{b} \right) N^2 K \quad (37)$$

$$L_{SQ1} = 0,28 \text{ nH}$$

Ou seja, com o alargamento do furo foi necessário o aumento do comprimento do furo para manter aproximadamente a mesma indutância (ver Figura 8). Com esta geometria de SQUID é possível alcançar uma sensibilidade em termos de fluxo por momento magnético de $30 \times 10^9 \Phi_0/\text{Am}^2$. Este valor foi obtido colocando uma corrente conhecida na bobina de rf e medindo o fluxo no SQUID1. O momento magnético foi estimado pelo produto da corrente por 7 vezes a área da bobina, pois ela tem 7 voltas. Este valor é fortemente dependente da geometria do SQUID e levemente dependente da geometria da amostra desde que ela tenha o mesmo valor de momento magnético, como será mostrado na Figura 12.

6.3. Projeto do SQUIDi

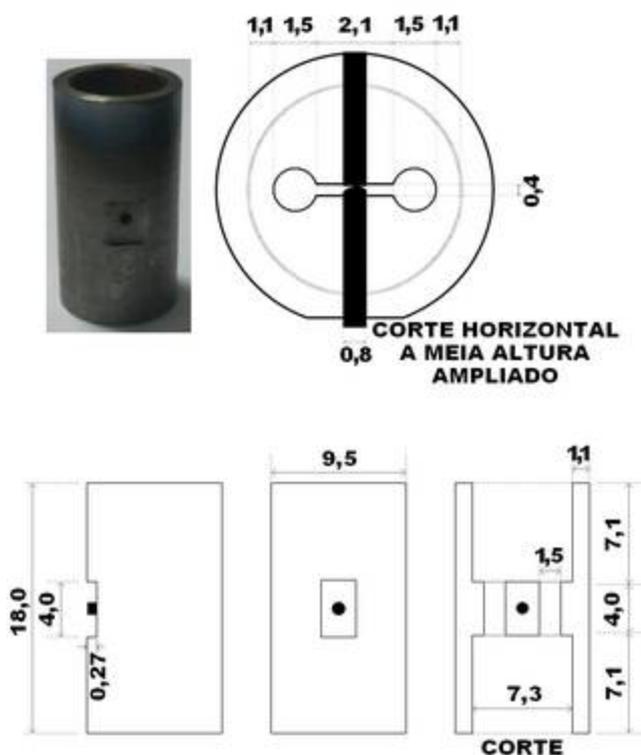


Figura 10: Imagem e esquema do SQUIDi (medidas em mm).

Durante o período do doutorado construímos várias geometrias diferentes de SQUID, mas só foi possível colocar para funcionar, além do “SQUID1” descrito acima, mais dois SQUIDs, cada um com uma geometria diferente. Um destes novos recebeu o nome de “SQUIDi” (ver Figura 10).

Com o desenvolvimento de novas técnicas para enrolar as bobinas de rf, foi possível a diminuir o tamanho delas e, conseqüentemente, o diâmetro dos furos. Neste sentido foi projetado um mecanismo que facilita a confecção das bobinas de rf (Figura 11). Consiste basicamente de dois suportes que seguram o mandril da bobina e um sistema que segura o fio exercendo uma pressão suficiente para mantê-lo esticado. Os suportes giram, pois estão presos em rolamentos.



Figura 11: Enrolador de bobina de rf.

Com um diâmetro do furo menor, o comprimento pode ser menor, de acordo com (37), mantendo a indutância com um valor próximo de 0,2 nH. Este menor diâmetro e comprimento do furo resultam em aumento da sensibilidade do SQUID como veremos mais tarde.

O processo de fabricação deste SQUID foi análogo ao processo dos SQUIDs anteriores. Ele foi fabricado a partir de um cilindro de nióbio de 9,5 mm de diâmetro e 18 mm de comprimento (ver Figura 10). Foram fresadas, nas duas extremidades, depressões com diâmetro de 7,3 mm e profundidade de 7 mm, sobrando, assim, uma parte de 4 mm na região central do cilindro para a construção da estrutura do SQUIDi propriamente dita. Foram, então, furados nesta região os dois furos de aproximadamente 1,5 mm de diâmetro como mostra a Figura 10 e, com uma microsera, foi feita uma fenda de 0,4 mm de espessura ligando os dois furos. Finalmente, foi feito um furo passante de 0,8 mm de diâmetro para a colocação dos fios da junção que estão representados pela linha preta grossa na Figura 10. O aumento no diâmetro deste veio a facilitar a construção da junção Josephson que antes era feita com uma broca de 0,4 mm, que era muito frágil e geralmente quebrava dentro do furo durante a confecção do SQUID.

Para se obter a indutância do “SQUIDi” que tem o diâmetro e comprimento dos furos de 1,5 mm e 4 mm respectivamente usamos as equações (36) e (37):

$$L_{SQi} = 0,24 \text{ nH} \quad (38)$$

Logo, é um valor um pouco abaixo da indutância do SQUID original (quadrado verde no gráfico da Figura 8).

6.4. Projeto do SQUIDii

Como sequência ao SQUIDi construímos um novo SQUID com o diâmetro e comprimento menores (diâmetro do furo: 1,0 mm e altura do furo: 2,0 mm). Pode ser visto na Figura 12 que o fluxo gerado no furo por uma amostra pontual (ou de volume muito menor que o do furo) aumenta com a diminuição do diâmetro e da altura para um mesmo valor de momento magnético.

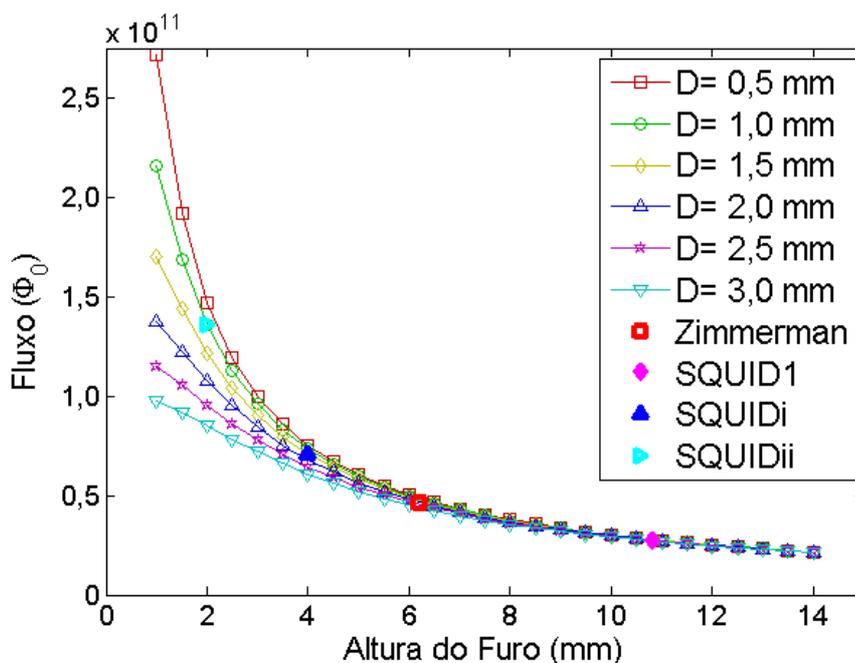


Figura 12: Fluxo de um dipolo magnético (ou uma amostra muito pequena) de 1 Am^2 em função da geometria do furo do SQUID. A relação fluxo por momento magnético é: $27 \times 10^9 \Phi_0/\text{Am}^2$ para o SQUID1; $71 \times 10^9 \Phi_0/\text{Am}^2$ para o SQUIDi e será de $136 \times 10^9 \Phi_0/\text{Am}^2$ no SQUIDii.

Não foi possível, numa primeira tentativa, obter êxito no ajuste da junção do SQUIDii. Por este motivo os dados experimentais relativos a ele não constam nesta tese. Aqui ficou apenas o projeto. O valor da auto-indutância do SQUIDii, de acordo com (37), ficará em.

$$L_{SQii} = 0,20 \text{ nH} \quad (39)$$

6.5. Calibração do SQUID através de modelos.

6.5.1. Modelo para um momento de dipolo pontual.

Para estimar a sensibilidade do nosso sistema em termos de momento de dipolo magnético, precisamos integrar em todo volume do furo do SQUID, o fluxo gerado por um dipolo magnético localizado no eixo do furo.

$$\Phi(z_0) = \frac{N}{l} \iiint_{\text{Volume do furo}} B_z(x, y, z) dx dy dz \quad (40)$$

onde l é o comprimento do furo do SQUID, N é igual a $1/2$ para SQUID de dois furos, o eixo do furo é o eixo z e z_0 é a distância entre o dipolo e o SQUID.

O valor de N igual a $1/2$ equivale a simular os dois furos em paralelo como é visto pelo circuito tanque. Isto está descrito no item 6.1, equação (35).

Para fazer este cálculo, primeiramente, calcula-se o fluxo gerado por um dipolo magnético, localizado na origem e orientado na direção z positivo, através de uma espira circular centrada no eixo z , com diâmetro D e colocada numa altura z acima do dipolo. Isto pode ser expresso como em [39]:

$$\varphi(z) = \frac{\mu_0 \mu}{D} \left(1 + \frac{4z^2}{D^2} \right)^{-3/2} \quad (41)$$

onde μ é o momento de dipolo magnético. Então, o fluxo total através do furo do SQUID gerado por um dipolo em qualquer posição no eixo do furo do SQUID pode ser expresso como:

$$\Phi(z_0) = \frac{N}{l} \int_{z_0 - l/2}^{z_0 + l/2} \varphi(z) dz \quad (42)$$

Resolvendo-se a integral, o fluxo total é dado por:

$$\Phi(z_0) = \frac{\mu_0 \mu N}{l} \left\{ \frac{z_0 + l/2}{\sqrt{D^2 + 4(z_0 + l/2)^2}} - \frac{z_0 - l/2}{\sqrt{D^2 + 4(z_0 - l/2)^2}} \right\} \quad (43)$$

que é a expressão do fluxo no furo do SQUID em função da distância entre o dipolo e a parte de baixo do SQUID. O ponto em que $z_0 = 0$ neste caso é o centro do furo. Logo, para representar o fluxo no furo do SQUID quando o dipolo está no centro do furo devemos fazer $z_0 = 0$ e substituir em (43).

$$\Phi(0) = \frac{\mu_0 \mu N}{\sqrt{D^2 + l^2}} \quad (44)$$

Por exemplo, para um dipolo com $\mu = 1,0 \times 10^{-15} \text{ Am}^2$ localizado no centro de um furo do SQUID1 de dois furos ($N=1/2$) de diâmetro $D = 2,6 \text{ mm}$ e comprimento $l = 10,8 \text{ mm}$, o fluxo fica em:

$$\Phi(0) = \Phi_{\substack{\text{dipolo} \\ \text{centrado}}} \cong 27 \mu \Phi_0 \quad (45)$$

O gráfico de (43) em função de z_0 é apresentado na Figura 13.

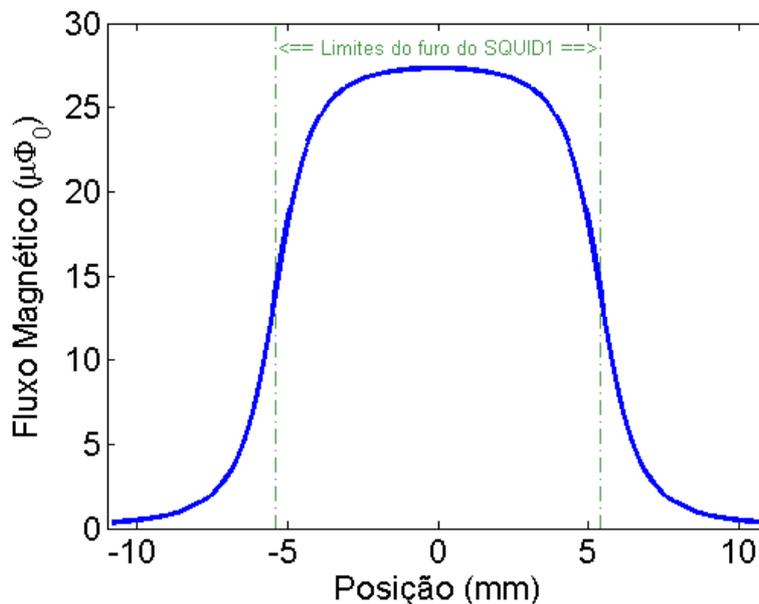


Figura 13: Simulação do fluxo magnético dentro do SQUID1 em função da posição de um dipolo magnético com momento de $1,0 \times 10^{-15} \text{ Am}^2$ quando ele passa através do furo vazio do SQUID.

Este modelo então pode ser usado para ser ajustado aos dados experimentais deixando como parâmetro a ser ajustado o momento magnético da amostra.

6.5.2.

Modelo para amostra não pontual.

O modelo de dipolo funciona bem desde que o tamanho da amostra seja bem menor que a as dimensões do furo. Se o tamanho da amostra for comparável ao tamanho do furo ele pode gerar distorções.

Este fato nos motivou a tentar ajustar nossos dados com outro modelo usando como base os cálculos de indutância mútua entre distribuições de corrente em várias geometrias. Para isto usamos os cálculos e tabelas apresentadas em [10].

A possibilidade de usar este modelo no nosso caso tem relação com o fato de um cilindro uniformemente magnetizado na direção de seu comprimento gerar externamente um campo magnético igual ao de uma folha de corrente cilíndrica de mesmo comprimento e diâmetro. Neste caso, a corrente por unidade de comprimento deve ser igual à magnetização da amostra. Isto nos permite modelar a dispersão de partículas como uma folha de corrente cilíndrica.

Nós modelamos o nosso SQUID de dois furos como duas folhas de corrente cilíndricas em paralelo. E modelamos a amostra (ou da bobina de rf dependendo do que vai ser modelado) como outra folha de corrente menor, onde:

- $a \rightarrow$ raio da amostra (ou da bobina de rf);
- $A \rightarrow$ raio do furo;
- $\ell_1 \rightarrow$ semicomprimento da amostra (ou da bobina de rf);
- $\ell_2 \rightarrow$ semicomprimento do furo;
- $N_1 \rightarrow$ número de voltas equivalente para simular a amostra (ou da bobina de rf);
- $N_2 \rightarrow$ número de voltas equivalente para simular o SQUID.

Como os microtubos com dispersões de partículas são posicionados através do furo do SQUID, o fluxo dentro do SQUID pode ser calculado como função da distância z entre os seus centros como:

$$\Phi_{SQ}(z) = \mathcal{M}(z)\mu_r / \pi a^2 \quad (46)$$

onde μ_r é o momento magnético remanente da dispersão de partículas e \mathcal{M} é a indutância mútua entre esta amostra e o SQUID. A indutância mútua é calculada usando as séries de soluções tabeladas em [10] para a indutância mútua entre duas folhas de corrente cilíndricas coaxiais.

Os parâmetros envolvidos no cálculo são mostrados esquematicamente na Figura 14. A fórmula geral consiste na soma de quatro integrais elípticas que são funções de quatro distâncias entre as folhas cilíndricas de corrente. Assumindo que $n_2 = N_2/(2\ell_2)$ é densidade linear de espiras da folha que representa o SQUID, $n_1 = N_1/(2\ell_1)$ é densidade linear de espiras da folha que representa a amostra; a indutância mútua em henry em função de z pode ser expressa como:

$$\mathcal{M}(z) = 2 \times 10^{-7} \pi^2 a^2 n_{SQ} n_s (r_1 K_1 - r_2 K_2 - r_3 K_3 + r_4 K_4) \quad (47)$$

onde, para $i = 1$ a 4 , $r_i = (A^2 + z_i^2)^{1/2}$, z_i são as distâncias mostradas na Figura 14, e K_i são quatro integrais elípticas que dependem das razões: $\alpha = a/A$ e $\rho_i^2 = A^2/r_i^2$.

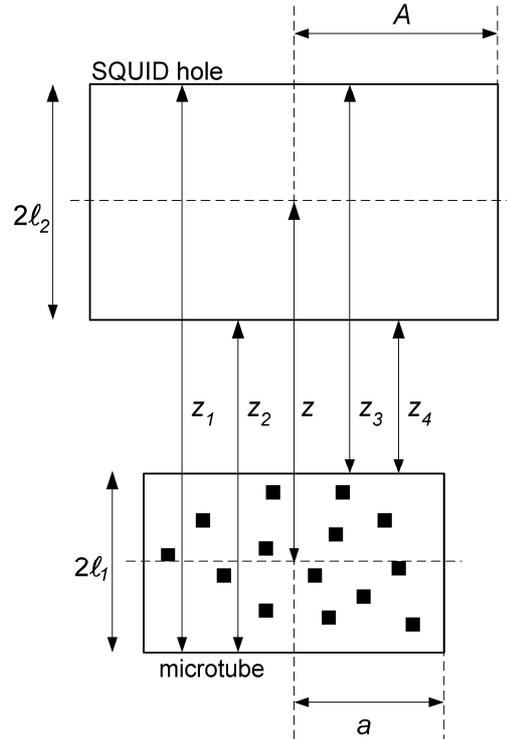


Figura 14: Desenho esquemático do furo do SQUID e tubo contendo a dispersão de partículas magnéticas. A variável z é a distância entre o centro do furo do SQUID e o centro da dispersão das partículas. A é o raio do furo do SQUID de $2\ell_2$ de comprimento. O raio da dispersão de partículas de $2\ell_1$ de comprimento é a .

As integrais elípticas são obtidas por interpolação das tabelas [10]. As distâncias z_i são calculadas em função da distância entre o centro do furo do SQUID e o centro da dispersão de partículas:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= z + (\ell_1 + \ell_2), \\
 z_2 &= z + (\ell_1 - \ell_2), \\
 z_3 &= z - (\ell_1 - \ell_2), \\
 z_4 &= z - (\ell_1 + \ell_2).
 \end{aligned}
 \tag{48}$$

Variando z , nós podemos modelar as medições de campo magnético quando a dispersão de partículas passa através do furo do SQUID. O fluxo no SQUID devido a uma folha de corrente (ou a uma bobina) será então esta indutância mutua obtida pela equação (42) multiplicada pela corrente da bobina. Com isto a corrente pode ser determinada de forma que os pontos experimentais do fluxo se ajustem a $\mathcal{M}(z) \cdot I$. No caso de ser uma amostra magnetizada, podemos fazer um procedimento igual ao

anterior, mas a corrente encontrada será uma corrente equivalente e com o seu valor podemos encontrar o momento magnético da amostra bastando para isto multiplicar pela área de um corte horizontal da amostra.

$$I_{eq} = \frac{\Phi_{exp}(z)}{\mathcal{M}(z)}, \quad (49)$$

$$\mu = I_{eq} \pi a^2$$

Na Figura 15 é mostrada esta simulação para uma amostra de 1,5 mm de diâmetro e 7,5 mm de comprimento contendo um momento magnético total de $1,0 \times 10^{-15} \text{ Am}^2$. Os dados do SQUID são os mesmos da Figura 13. Quando uma amostra com estas dimensões e com este momento magnético está no centro do furo o fluxo gerado é $\Phi(0) = 26,8 \mu\Phi_0$. Logo, praticamente o mesmo que uma amostra pontual de mesmo momento que era de $27 \mu\Phi_0$ (45).

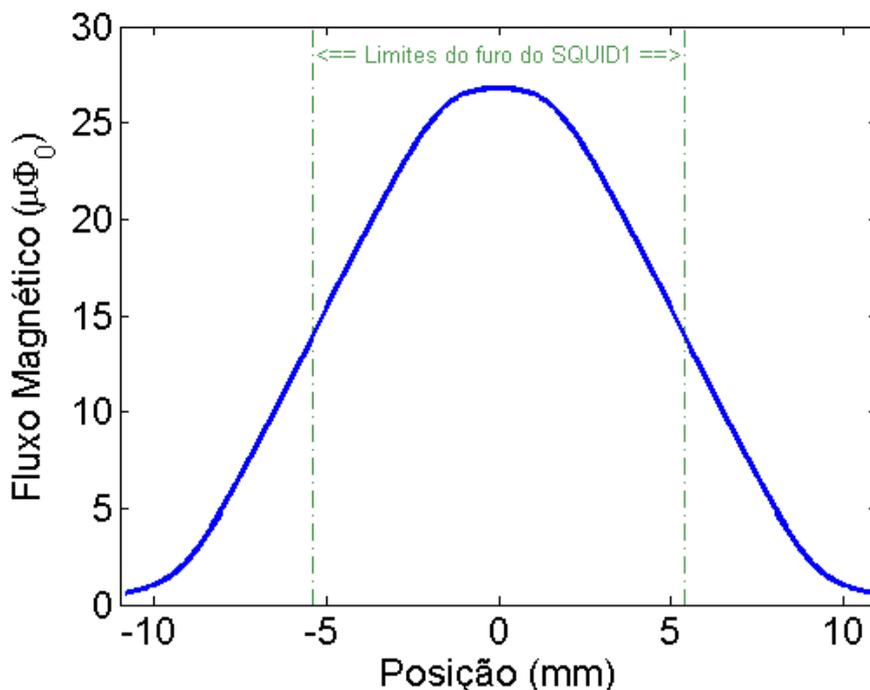


Figura 15: Gráfico do fluxo magnético de uma amostra de 7,5 mm de comprimento e 1,5 mm de diâmetro com momento de $1,0 \times 10^{-15} \text{ Am}^2$ passando no furo do SQUID1

6.5.3. Modelo usando Método de Elementos Finitos.

Foram feitos também modelos usando um programa que se baseia no Método de Elementos Finitos (FEM - Finite Element Method). Este método que tem sua origem no início do século XX com o trabalho de Walter Ritz [40, 41] em 1908.

O nosso objetivo ao usar o FEM é verificar a concordância com os dados experimentais em comparação com o modelo analítico usado anteriormente [10]. No caso, a contribuição para o cálculo do fluxo da região da fenda não era levada em conta, mas esta região pode ser computada com o FEM.

O software usado foi o OPERA[®] que é apropriado para modelagem dos problemas eletromagnéticos. A modelagem da geometria do SQUID em conjunto com a bobina (bobina de RF ou uma bobina que modele a amostra) é feita com o recurso “Modeller” do OPERA[®]. Todos os comandos que criam e combinam os volumes podem ser executados de forma interativa ou gravados em um arquivo texto com extensão “.com” que quando chamado pelo “Modeller” executam a geometria programada. Nós preferimos esta segunda forma, pois, uma vez que eles funcionem, sempre gerarão o mesmo SQUID eliminando a possibilidade da construção de um modelo de SQUID diferente por um erro no processo. No “Modeller” são definidas, além da geometria, as características dos materiais e as correntes em condutores.

É possível então criar um modelo de SQUID com material condutor de resistência muito baixa e é possível até simular o efeito Meissner colocando a permeabilidade magnética muito baixa, mas não é possível simular a quantização do fluxo. Isto impede a modelagem exata do SQUID. Por outro lado, isto não é empecilho para a modelagem desejada, pois o interesse não é modelar o fluxo resultante que no caso ideal seria sempre zero ou $n\Phi_0$ (n inteiro). O interesse é calcular o fluxo aplicado no furo e metade da fenda, pois é este fluxo aplicado no SQUID que determina a sua resposta.

Então nós modelamos o SQUID de dois furos com uma bobina em um desses furos que pode representar a bobina de RF ou a amostra. E para medir somente o fluxo aplicado, criamos no “Modeller” um SQUID com permeabilidade magnética igual a do ar. Com isto ele não distorce o campo originalmente produzido pela bobina que é efetivamente o fluxo medido pelo SQUID chamado de fluxo geométrico. Mas a geometria do SQUID no modelo é necessária para facilitar o cálculo da integral do campo magnético no volume desejado.

Depois de criado o modelo geométrico, ele é tratado por outro recurso do OPERA[®] chamado “Post-Processor” que faz os cálculos dos campos e apresenta os mapas magnéticos. Pode também calcular o fluxo total em determinado volume, como definido na equação (42). Foram feitas então várias simulações em elementos finitos que diferem entre si na posição da amostra em relação ao centro do furo. Em cada uma delas foi obtido o fluxo total do furo (identificado como “FEM furo” na Figura 16) e o fluxo do conjunto formado pelo furo e a parte da fenda ligada a este furo (“FEM furo e fenda”). Na simulação de elementos finitos assim como nos outros modelos, é necessário dividir por 2 o resultado da integral do fluxo para simular o efeito dos dois furos em paralelo. Ver equação (35) do item 6.1.

O gráfico da Figura 16 mostra estes resultados e compara com a simulação do modelo analítico [10]. O gráfico menor mostra uma ampliação do gráfico principal onde pode ser visto que a presença da fenda diminui o valor na simulação em menos de 1%.

Isto indica que, para esta geometria, a simulação em elementos finitos não é necessária. Porém, o fato de haver concordância com a simulação analítica, legitima este método para ser usado em geometrias mais complexas, onde o uso dos outros métodos não é possível.

A comparação deste modelo (e dos outros dois modelos apresentados) com os dados experimentais será mostrada no capítulo 7 (itens 7.8 e 7.9).

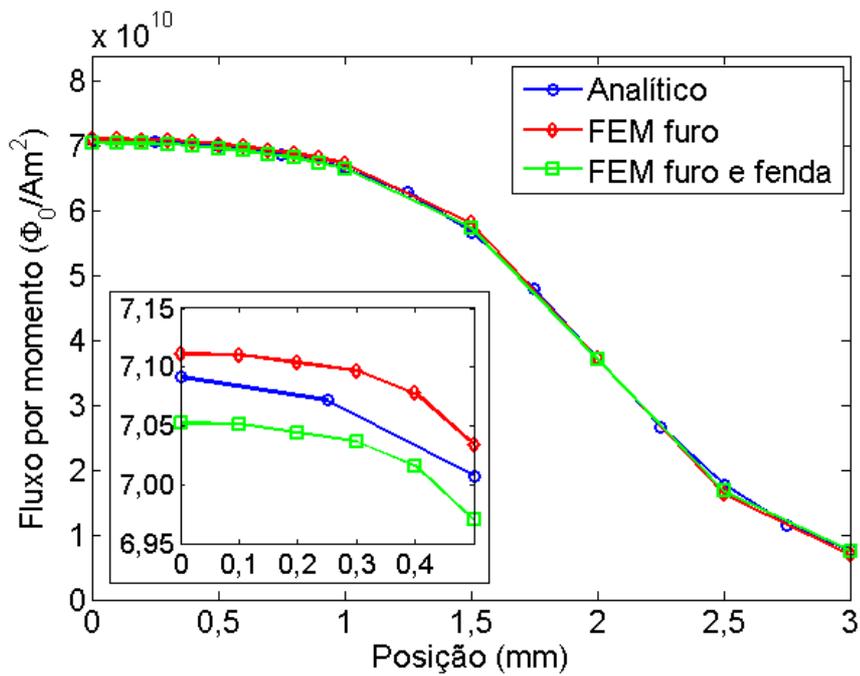


Figura 16: Comparação entre simulação com elementos finitos e modelo analítico [10] no SQUiDi. A amostra nesta simulação tem as dimensões da bobina de rf (diâmetro de 1,12 mm e altura 1 mm). Posição zero é no centro do furo.

A seguir, são mostradas figuras retiradas do “Post-Processor” do OPERA[®] das simulações do SQUID1 e do SQUIDi.

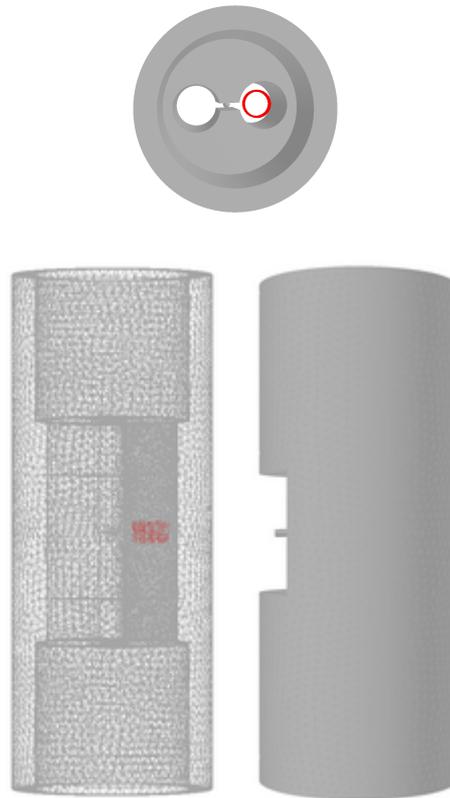


Figura 17: Modelo do SQUID1 criado pelo OPERA.

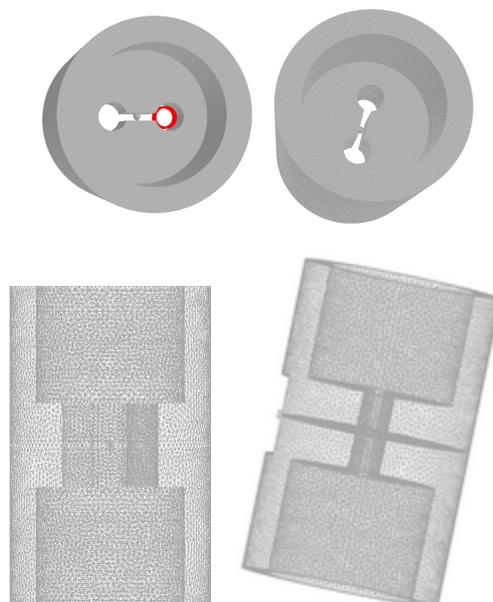


Figura 18: Modelo do SQUIDi criado pelo OPERA.

6.5.4. Comparação entre os três modelos

Resumindo os três modelos:

- Modelo de momento magnético pontual [39]: A diferença entre este modelo e o analítico completo [10] para uma amostra com a geometria igual a relativa à Figura 15, centralizada no furo e de mesmo momento magnético, é relativamente pequena. Porém, para a amostra fora do centro, esta diferença fica bem mais acentuada. Ver Figura 13 e Figura 15.
- Modelo analítico completo [10]: Modela melhor uma amostra finita com dimensões próximas das dimensões do furo. É mais complexo, pois usa recursos matemáticos mais avançados. Este modelo é necessário para ajustar as curvas experimentais.
- Modelo de elementos finitos (FEM) [40]: É mais exato que o anterior, pois nele podem ser modeladas as contribuições da fenda entre os furos para o fluxo total. Porém, para as geometrias de SQUID estudadas, esta diferença foi menor que 1%. Em geometrias mais complexas este modelo será necessário. A desvantagem é a necessidade de aparato computacional maior.