

## 5 SQUID, PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO.

### 5.1. Quantização de fluxo

O SQUID (“Superconducting quantum interference device” – Dispositivo supercondutor de interferência quântica) é o mais sensível detector de fluxo magnético conhecido até hoje. Basicamente ele é composto de um anel supercondutor interrompido por uma ou duas junções Josephson. Com isto, ocorre a combinação de dois fenômenos físicos: A quantização de fluxo magnético e o tunelamento Josephson [35].

A quantização de fluxo magnético ocorre sempre que um material supercondutor envolve um material não supercondutor, como é o caso do anel supercondutor.

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{h}{2e} n \equiv n\Phi_0 \quad (16)$$

Neste caso, a expressão **(16)** se refere ao fluxo na área delimitada por um caminho fechado, que passa todo em região do corpo do supercondutor onde a supercorrente é zero. Este fluxo será sempre um número inteiro do quantum de fluxo  $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \times 10^{-15}$  Wb. Se este caminho fechado passar por regiões do supercondutor onde exista supercorrente, o que é quantizado nesta área se chama fluxóide [36]:

$$\oint_{\Gamma} (\Lambda \mathbf{j}_s) \cdot d\mathbf{l} + \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{h}{2e} n \equiv n\Phi_0 \quad (17)$$

A quantização do fluxo **(16)** é, portanto, um caso especial da expressão **(17)** (Item 9.3).

O tunelamento Josephson é a passagem de um par de Cooper através da barreira de potencial existente na junção Josephson que é

caracterizada por uma fina região não supercondutora que separa duas regiões supercondutoras.

## 5.2. SQUID RF

Quanto ao princípio de funcionamento existem dois tipos de SQUIDs: SQUID RF com uma junção Josephson e SQUID DC com duas junções Josephson.

Nesta tese vamos falar do SQUID RF, pois o SQUID desenvolvido para a medição de nanopartículas magnéticas foi deste tipo.

O SQUID RF no modelo mais básico, é formado por um anel supercondutor com uma junção Josephson. Este anel é acoplado magneticamente (sem ligações elétricas) a uma bobina de um circuito ressonante LC (chamado de circuito tanque). A indutância mútua ( $\mathcal{M}$ )

entre o SQUID e o indutor do circuito tanque ( $L_T$ ) é dada por:

$$\mathcal{M} = k \sqrt{L_{SQ} L_T} \quad (18)$$

onde  $L_{SQ}$  é a indutância do SQUID,  $L_T$  é a indutância do indutor do circuito tanque e  $k$  é o coeficiente de acoplamento entre as duas indutâncias. O circuito tanque (Figura 4) é excitado por uma corrente ( $I_{rf} \sin \omega_{rf} t$ ) onde  $\omega_{rf}/2\pi$  é a frequência de excitação.

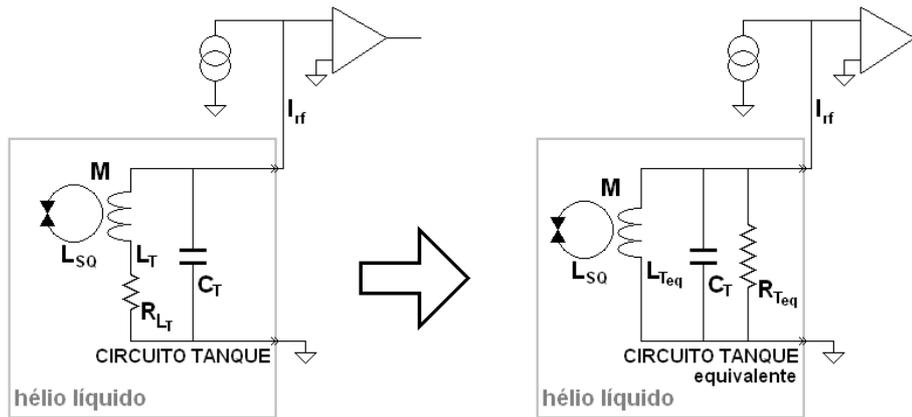


Figura 4: Esquema do circuito tanque com SQUID (à esquerda).  $R_{L_T}$  representa a resistência do fio de  $L_T$ . No circuito equivalente (à direita) o  $L$  e o  $R$  são modificados para ficarem em paralelo.

Se o SQUID não estiver acoplado a  $L_T$ ,  $X_L$  será devido somente a  $L_T$ . Pela análise do funcionamento de um circuito RLC paralelo alimentado por uma fonte de corrente (circuito equivalente acima), funcionando na ressonância e sem o acoplamento com o SQUID, a corrente do indutor será:

$$i_{L_0} = \frac{R_{Teq}}{X_{Leq}} I_{rf} \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (19)$$

$$\frac{R_{Teq}}{X_{Leq}} \equiv Q_0$$

onde  $Q_0$  é o fator de qualidade do circuito ressonante RLC sem SQUID.

Mas pela teoria de circuitos elétricos, na transformação série para paralelo:

$$R_{Teq} = \frac{R_{L_T}^2 + X_{L_T}^2}{R_{L_T}}$$

$$X_{Leq} = \frac{R_{L_T}^2 + X_{L_T}^2}{X_{L_T}} \quad (20)$$

$$Q_0 = \frac{R_{Teq}}{X_{Leq}} = \frac{X_{L_T}}{R_{L_T}} = \frac{\omega L_T}{R_{L_T}}$$

Com a presença do SQUID, o fluxo dentro do SQUID devido à corrente em  $L_T$  é:

$$\Phi_{rf} = \mathcal{M}i_L = \mathcal{M}QI_{rf}\text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (21)$$

onde  $Q (\neq Q_0)$  é o fator de qualidade na presença do SQUID

O fluxo total no SQUID ( $\Phi$ ) será então:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_{dc} + \Phi_{rf} + \Phi_i \\ \Phi_{dc} + \Phi_{rf} &\equiv \Phi_{apl} \\ \Phi &= \Phi_{apl} + \Phi_i \end{aligned} \quad (22)$$

onde:

- $\Phi_{dc} \rightarrow$  Fluxo externo (o que vai ser medido).
- $\Phi_{rf} \rightarrow$  Fluxo induzido pela corrente de  $L_T$ .
- $\Phi_i \rightarrow$  Fluxo devido à corrente no SQUID ( $I_{SQ}$ ).

De acordo com o item 9.3 temos:

$$\begin{aligned} i_{SQ} &= -I_C \text{sen}\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \\ \Phi_i &= i_{SQ}L_{SQ} = -L_{SQ}I_C \text{sen}\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \end{aligned} \quad (23)$$

onde  $I_C$  é a corrente crítica da junção, o máximo de corrente que a junção suporta. Ela depende fortemente das condições da junção.

A relação entre o fluxo aplicado e o fluxo total no SQUID é então expressa como:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_{apl} - L_{SQ}I_C \text{sen}\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \\ \frac{\Phi}{\Phi_0} &= \frac{\Phi_{apl}}{\Phi_0} - \underbrace{\frac{L_{SQ}I_C}{\Phi_0}}_{\beta_L/2\pi} \text{sen}\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \end{aligned} \quad (24)$$

O SQUID rf pode funcionar em dois regimes dependendo do valor do parâmetro  $\beta_L$ .

$$\beta_L = \frac{2\pi L_{SQ} I_C}{\Phi_0} \quad (25)$$

- Regime não histerético (dispersivo), quando  $\beta_L < 1$ .
- Regime histerético (dissipativo), quando  $\beta_L > 1$ .

### 5.3. Regime não histerético

No regime não histerético, o SQUID funciona como uma indutância paramétrica, cujo valor é controlado pelo fluxo aplicado no anel [36].

$$LSQ_{efet} = -\frac{d\Phi_{apl}}{di} \quad (26)$$

$$LSQ_{efet} = LSQ + L_J$$

onde  $L_J$  é a indutância da junção que é função do fluxo e sua expressão é:

$$L_J = \frac{LSQ}{\beta_L \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)} \quad (27)$$

onde  $\Phi$  é o fluxo total no anel do SQUID.

Logo, é um valor que depende do fluxo total  $\Phi$ . A ressonância do circuito tanque mencionado acima é modificada, pois a indutância efetiva do circuito tanque é dada por: (ver dedução completa no Item 9.2)

$$L_{Tefet} = L_T \left( 1 + k^2 \frac{LSQ}{LSQ + L_J} \right) \quad (28)$$

Como  $L_J$  é função do fluxo (27), a indutância do circuito tanque efetiva também será e isto mudará a tensão no circuito tanque em função do fluxo sentido pelo SQUID.

#### 5.4. Regime histerético (dissipativo)

Quando  $\beta_L > 1$  o fluxo total no SQUID deixa de ser uma função unívoca do fluxo aplicado (ver curva vermelha na Figura 5). Neste caso a indutância  $L_J$  é desprezível em comparação com a indutância do anel.

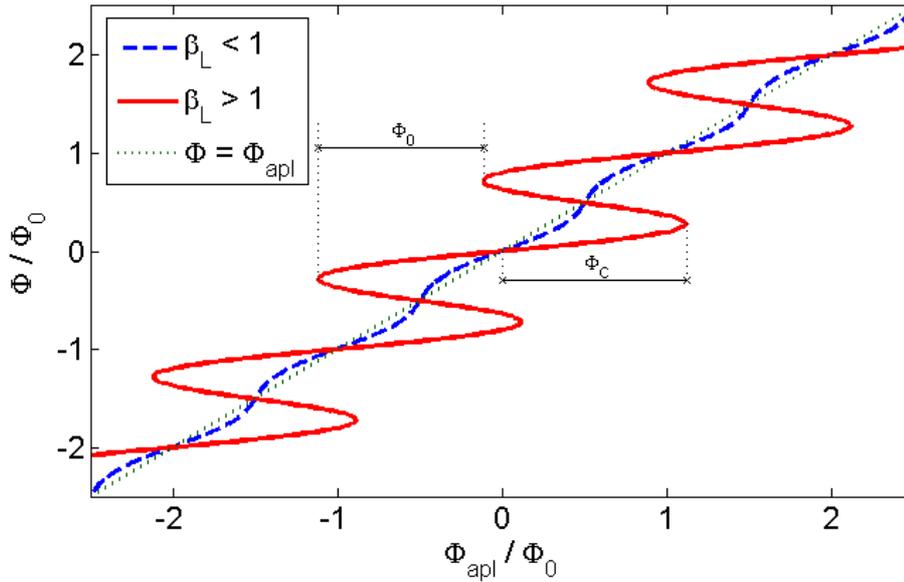


Figura 5: Fluxo total no anel em função do fluxo aplicado para  $\beta_L < 1$  (azul) e para  $\beta_L > 1$  (vermelha).

Considerando o  $\Phi_{dc} = 0$ , o fluxo aplicado total no SQUID será:

$$\Phi_{apl} = \mathcal{M}QI_{rf} \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (29)$$

A resposta da amplitude da tensão do circuito tanque ( $V_{rf}$ ) em função da amplitude da corrente aplicada ( $I_{rf}$ ) é representada na Figura 6.

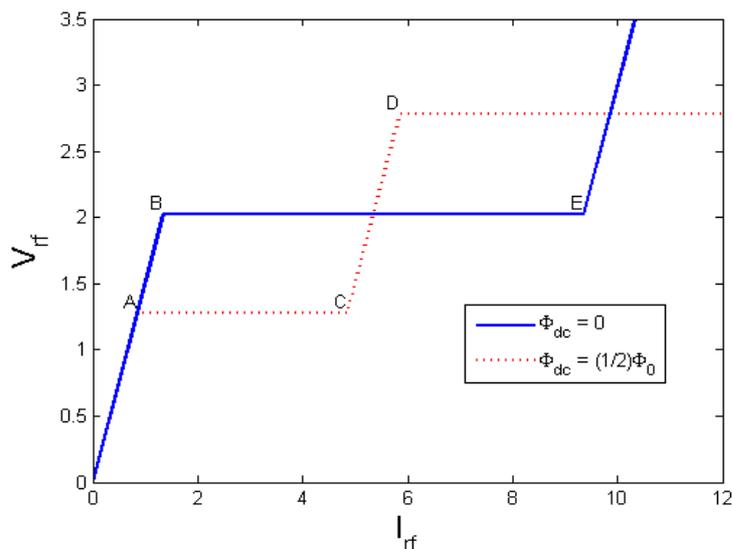


Figura 6: Amplitude da tensão no circuito tanque em função da amplitude da corrente.

Para  $\Phi_{dc} = 0$ , a amplitude de  $V_{rf}$  responde linearmente até o ponto B do gráfico azul da Figura 6. Nesta primeira rampa do gráfico, o fluxo alternado induzido no SQUID tem amplitude menor ou igual a  $\Phi_C$  (ver Figura 5). Quando a amplitude  $I_{rf}$  passa um pouco do ponto B, o fluxo  $\Phi_{rf}$  induzido no SQUID pela corrente de  $L_T$  passa de  $\Phi_C$ . Neste momento a junção deixa de ser supercondutora por um instante, o SQUID faz uma transição e retira energia de  $L_T$  o que corresponde a queda na amplitude da corrente  $I_L$ . O próprio circuito tanque recuperaria esta amplitude depois de alguns ciclos, mas, antes do pico negativo do mesmo ciclo, acontece a transição de volta para estado original roubando mais energia e diminuindo ainda mais a corrente  $I_L$ . Nesta situação, o fluxo  $\Phi_{apl}$  tem amplitude momentaneamente pequena e não faz mais transições de estado no SQUID. Mas com a recuperação de  $I_L$ , depois de mais alguns ciclos, para o mesmo valor anterior, esta mesma sequência de eventos acontece novamente mantendo a limitação da amplitude média da tensão  $V_{rf}$ , para qualquer amplitude de  $I_{rf}$  até o ponto E. O tempo necessário para que o circuito tanque recupere o valor de  $I_L$  é inversamente proporcional à amplitude de  $I_{rf}$ . Quando a amplitude de  $I_{rf}$  passa um pouco do valor do ponto E, este tempo é menor que um ciclo, logo ele recupera e faz as duas transições em cada ciclo. Nesta região do gráfico (depois do ponto E) uma amplitude maior de  $I_{rf}$  vai dar para o circuito tanque energia

suficiente para suprir as duas transições em cada ciclo e a sobra irá aumentar a amplitude da tensão  $V_{rf}$ .

Normalmente, quando é feito o ajuste inicial do sistema, a corrente  $I_{rf}$  é ajustada (e fixada) para um valor na primeira metade do platô entre os pontos B e E da Figura 6. Neste ponto de operação, se  $\Phi_{dc} > 0$ , o zero da senoide de  $\Phi_{apl}$  será deslocado para direita no gráfico da Figura 5 e o valor limitado para a tensão ( $V_{rf}$ ) será menor até chegar num mínimo quando  $\Phi_{dc} = (1/2)\Phi_0$  (linha pontilhada vermelha na Figura 6). Para valores de  $\Phi_{dc}$  entre  $(1/2)\Phi_0$  e  $\Phi_0$  o limite da tensão do circuito tanque ( $V_{rf}$ ) começa novamente a aumentar. Isto pode ser entendido voltando a analisar a Figura 5. Quando  $\Phi_{dc} < (1/2)\Phi_0$ , enquanto o indutor recupera a energia, o SQUID fica predominantemente, no estado de fluxo zero, no seguimento do gráfico histerético que passa pelo ponto (0, 0). Para  $\Phi_{dc}$  entre  $(1/2)\Phi_0$  e  $\Phi_0$  o SQUID fica por mais tempo com 1  $\Phi_0$ , no seguimento que passa pelo ponto (1, 1) do gráfico na Figura 5. Neste novo patamar, quanto mais para direita for o sinal (mais  $\Phi_{dc}$ ) mais distante fica a limitação que agora é para os picos negativos, logo maior fica a amplitude de  $V_{rf}$ . Ao ultrapassar o valor de  $\Phi_0$  a limitação passa a ser para os picos positivos e  $V_{rf}$  começa a diminuir novamente. Desta forma, se for aplicado como  $\Phi_{dc}$  um sinal em forma de rampa crescente, a resposta do SQUID terá uma forma triangular. Este sinal é denominado de “triângulos” (Figura 24). Se o fluxo ficar na faixa  $0 < \Phi_{dc} < (1/2)\Phi_0$ , a resposta do SQUID será linear e o coeficiente angular deste braço do triângulo será o parâmetro de transferência  $V_T/\Phi_{dc}$ .

Logo temos, finalmente, quando o SQUID está ajustado para este ponto de operação, a resposta da amplitude média da tensão do circuito tanque em função do fluxo externo (que vai ser medido). Mais detalhes sobre o funcionamento são mostrados em 7.4.