PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Daniel Fleischman

An Improved Exact Method for the UBQP

Dissertação de Mestrado

Dissertation presented to the Postgraduate Program in Informatics of the Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio, as partial fulfillment of the requirements for the degree of Mestre.

Advisor: Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão

Rio de Janeiro
August 2010

Daniel Fleischman

An Improved Exact Method for the UBQP

Dissertation presented to the Postgraduate Program in Informatics of the Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio, as partial fulfillment of the requirements for the degree of Mestre.

Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão
Adviser
Departamento de Informática — PUC–Rio

Prof. Nelson Maculan Filho
COPPE – UFRJ

Prof. Alexandre Street de Aguiar
Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal
Coordinator of the Centro Técnico Científico da PUC–Rio

Rio de Janeiro — August 04, 2010

Daniel Fleischman

Daniel Fleischman graduated from Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro in Computer Engineering and Applied Mathematics. During his undergraduate years he participated in undergraduate research projects, mathematics and computer programming competitions, and spent several terms as teaching assistant in Linear Algebra and Computer Architecture.

Acknowledgments

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0812546/CA

Abstract

Unconstrained Binary Quadratic Programming (UBQP) is widely studied. It is a powerful modeling tool and its associate problem is $\mathcal{NP}$-hard. In this work a new approach is introduced, which can be used to build an exact algorithm. Also, the fundamental idea behind it can be used in an even wider family of problems. This exact algorithm derived from the new method is highly parallelizable, which is a desired feature nowadays, when the *cloud computing* is a reality. For reasonably large instances of UBQP, the new method can parallelize to hundreds, or even thousands, of cores easily, with a near-linear speedup.

Keywords

Semidefinite programming. Branch-and-bound. Nonlinear programming. Unconstrained binary quadratic programming. Optimality conditions. Column generation.

Resumo

Fleischman, Daniel; Soledade Poggi de Aragão, Marcus Vinicius. **Um Método Exato Melhorado para o UBQP**. Rio de Janeiro, 2010. 56p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A Programação Quadrática Binária Irrestrita (UBQP) é amplamente estudada. Trata-se de uma ferramenta de modelagem poderosa, mas otimizar de um problema $\mathcal{NP}$-difícil. Neste trabalho uma nova abordagem é apesentada, que pode ser usada para construir um algoritmo exato. Além disso, a ideia básica que fundamenta o trabalho pode ser usado em um espectro ainda mais amplo de problemas. O algoritmo exato derivado do novo método é altamente paralelizável, o que é uma característica desejável nos dias de hoje em que *cloud computing* já é uma realidade. Para instłcias razoavelmente grandes do UBQP, o novo método pode paralelizar a centenas, ou até milhares, de núcleos com facilidade, com um aumento de desempenho quase linear.

Palavras–chave

Programação semidefinida. Branch-and-bound. Programação não linear. Programação quadrática binária irrestrita. Condições de otimalidade. Geração de colunas.

Contents

Hofstadter's Law: It always takes longer than you expect, even when you take into account Hofstadter's Law.

Douglas Hofstadter, *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid.*