

### 3

## Tratamento dos dados

Para aperfeiçoar o método de apresentação dos resultados foi desenvolvida uma metodologia para o tratamento das fotografias e uma adimensionação dos parâmetros que governam o escoamento. A descrição dessas atividades é apresentada nas seções abaixo.

### 3.1

#### Tratamento de imagens

A análise de imagens fornece diversas informações qualitativas em processos que envolvam o movimento de interfaces entre diferentes fluidos (27). Foi desenvolvida uma metodologia de tratamento de imagens no MatLab baseada no histograma de cores das imagens obtidas. Através de uma evidenciação da diferença no espectro cromático dos fluidos é possível identificar a interface. Uma premissa para que essa metodologia funcione é que haja uma interface, pois em caso de mistura ou diluição de um fluido no outro, o processamento torna-se inviável.

Foi desenvolvida uma rotina onde a primeira etapa consiste na leitura de uma fotografia que representa a célula de Hele-Shaw preenchida com o fluido deslocado e de diversas fotografias que descrevam o início, meio e fim do escoamento, como pode ser visto nas Figs. 3.1 e 3.2, respectivamente.



Figura 3.1: Célula de Hele-Shaw preenchida com o fluido deslocado

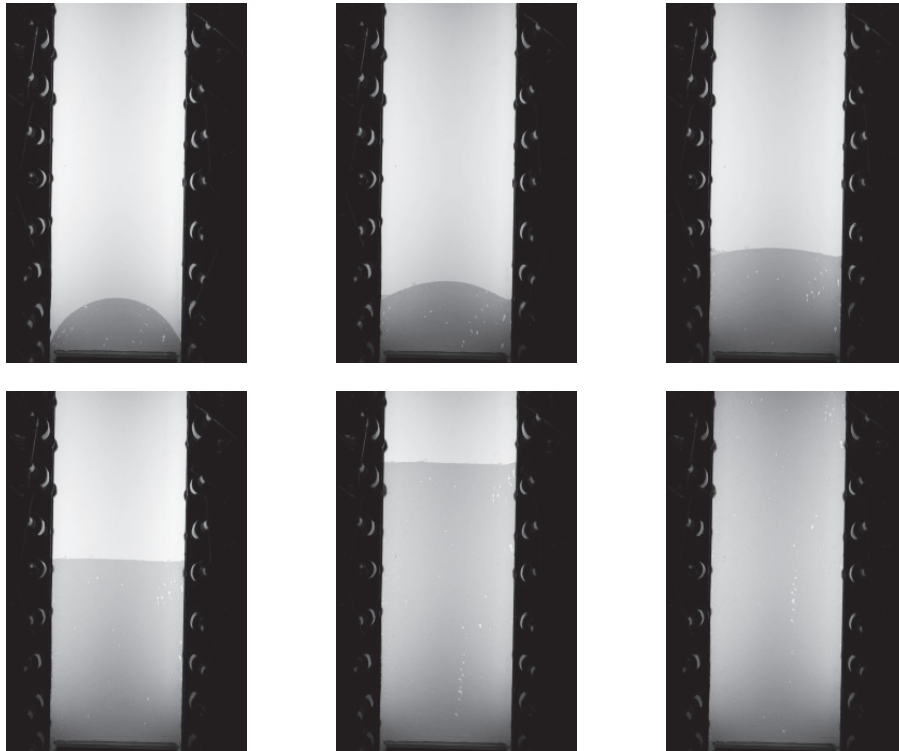


Figura 3.2: Representação do escoamento através de uma sequência de fotografias

Cada foto é reduzida e renomeada com uma numeração que determina a sequência do escoamento. O próximo passo consiste em eliminar as bordas das imagens, ou seja, isolar a seção de interesse, como pode ser visto na Fig. 3.3. Esse corte é feito manualmente para a primeira imagem e replicado automaticamente pela rotina para possibilitar a análise comparativa de todas as imagens. A seção de corte é detalhada na Fig. 2.10.

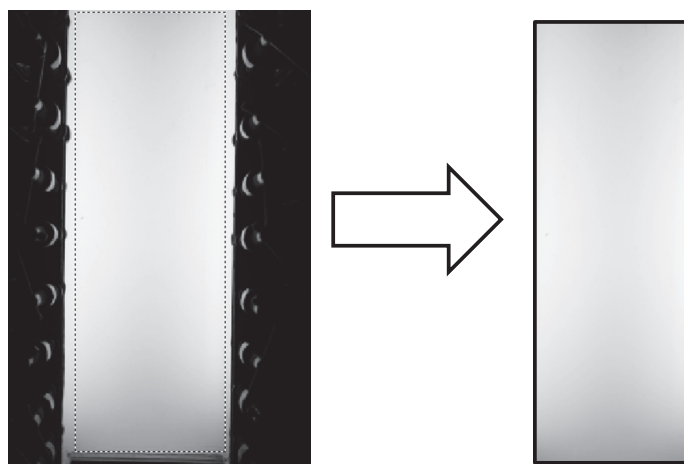


Figura 3.3: Definição da área de corte das imagens

Uma representação clássica de imagens digitais é a decomposição RGB.

A imagem é descrita como três matrizes que representam a intensidade de cada pixel no espectro das três cores primárias: vermelha (R = Red), verde (G = Green) e azul (B = Blue). No entanto essa representação dificulta o tratamento dos dados pois todos os processos são multiplicados por três. O interesse deste tratamento é apenas identificar a interface, não importando o espectro real de cores. Sendo assim, antes de começar o tratamento todas as imagens são convertidas para tons de cinza (Grayscale). A nova representação das imagens consiste em uma única matriz com valores de 0 a 255, onde 0 é preto e 255 é branco. A Figura 3.4 ilustra a transição entre as duas representações: RGB e Grayscale.

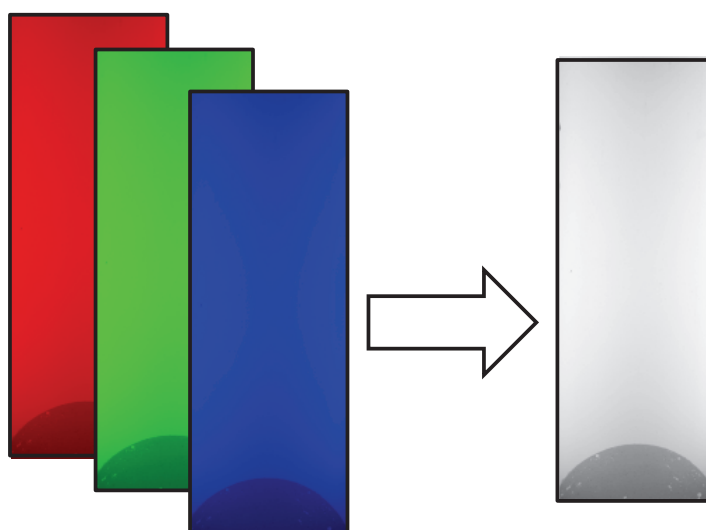


Figura 3.4: Transição entre representações de imagens

Como a primeira imagem analisa apenas um fluido preenchendo a célula é possível armazenar as características de iluminação dessa sequência de fotos. Essa identificação é importante pois ao subtrair essa imagem das subsequentes, sombras e luzes que dificultam o reconhecimento da interface são removidas. A Figura 3.5 ilustra como as sombras aparentes nas bordas da célula somem após esse processamento.

Após a subtração do fundo, calcula-se para cada imagem o histograma de intensidades, onde o eixo x representa todas as intensidades de preto a branco e o eixo y exibe a quantidade de pixels existente em cada intensidade. Cada uma das imagens possui um histograma diferente, mas em todas são observados dois picos, como pode ser visto na Fig. 3.6.

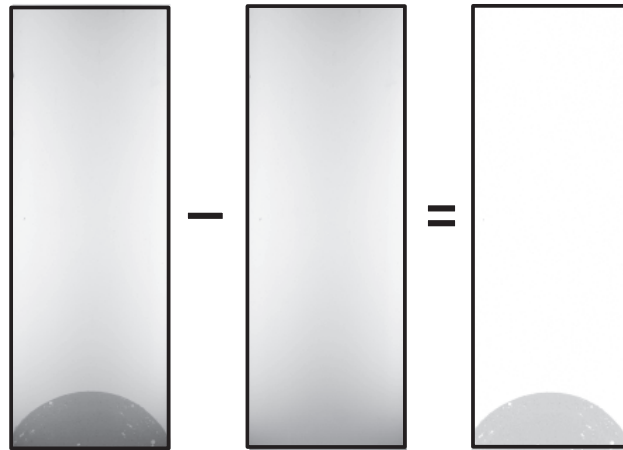


Figura 3.5: Processo de subtração das luzes e sombras

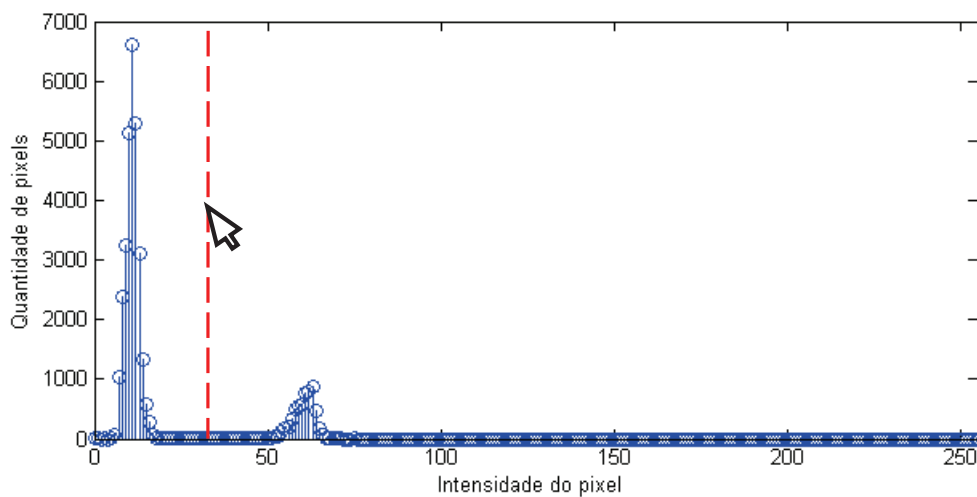


Figura 3.6: Exemplo de histograma e seleção do ponto de corte

Ainda nessa imagem é representada a seleção do usuário de um ponto de corte para o histograma, ilustrada por uma linha tracejada vermelha. A seleção é feita buscando o ponto médio do vale entre os picos do histograma a fim de determinar a intensidade limite entre um fluido e outro. A vantagem deste método é que a marcação do usuário não precisa ser exata, pois toda região do vale pode ser adotada como ponto de corte. A interface entre os dois fluidos começa a ficar mais nítida quando tudo que está à esquerda do ponto de corte é transformado em preto e o que está à direita em branco, como ilustrado na Fig. 3.7.

Pode-se observar que a imagem preto e branco possui imperfeições que foram geradas por bolhas durante o escoamento. Se não forem tratadas, essas bolhas dificultarão a vetorização das imagens pois serão identificadas como um terceiro fluido. Assim, foi utilizado um filtro chamado *Salt and pepper* (41, 14)

que reduz a granulação eliminando os pixels isolados, como pode ser visto na Fig. 3.8.

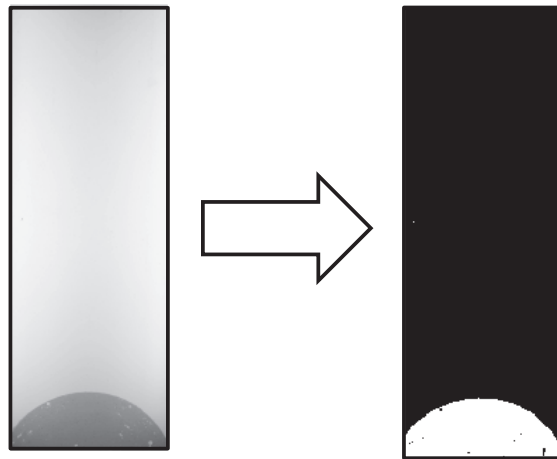


Figura 3.7: Resultado da definição do ponto de corte

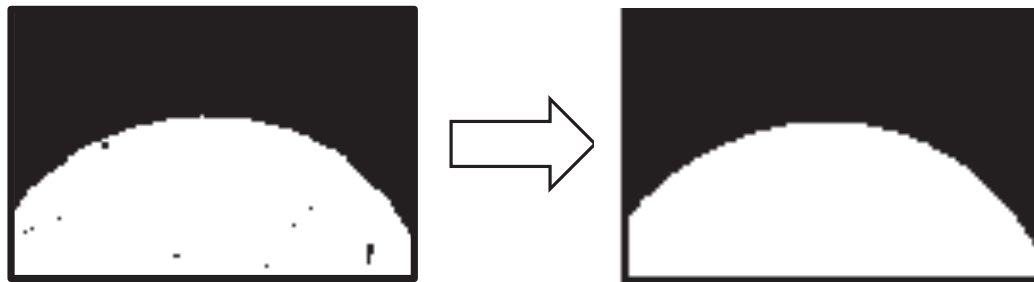


Figura 3.8: Resultado do filtro *Salt and Pepper*

A última etapa do processamento das imagens consiste na vetorização da interface. Para isso, utiliza-se a técnica de detecção de bordas desenvolvida por John F. Canny (12). O algoritmo de Canny baseia-se na derivada multidirecional dos pixels para identificar onde há mudança brusca de cor que define os contornos de uma imagem. O processo de Canny fornece uma sequência de coordenadas cartesianas que descrevem o contorno do fluido deslocador, como ilustrado na Fig. 3.9, onde a origem dos eixos é projetada no canto superior esquerdo. Uma vez vetorizado, o fluido deslocador é descrito como um polígono.

A Figura 3.10 ilustra uma fotografia original da bancada experimental e o posterior tratamento de vetorização o qual permite outros mapeamentos vetoriais como a determinação do campo de velocidade.

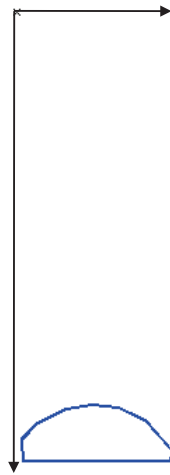


Figura 3.9: Vetorização da interface

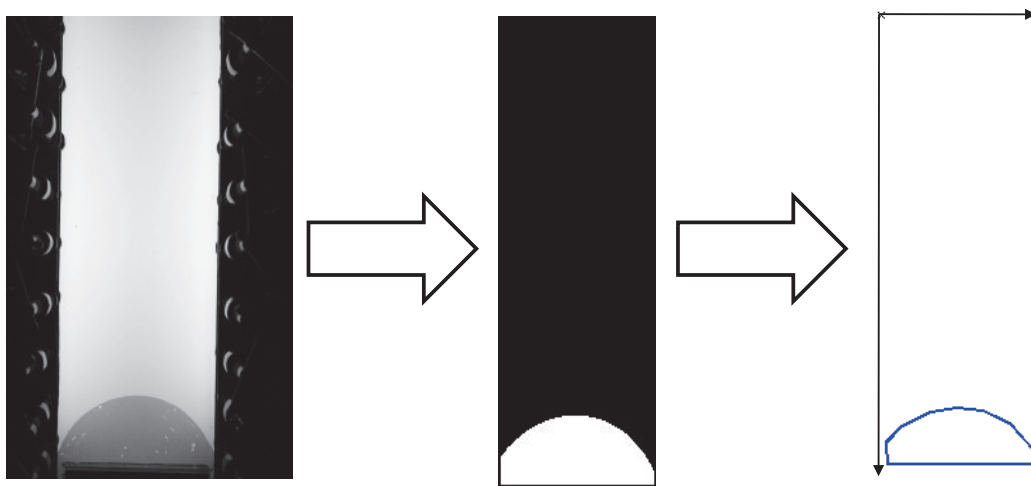


Figura 3.10: Imagem tratada

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0812227/CA

### 3.1.1 Eficiência de deslocamento

A eficiência do deslocamento é calculada através da razão entre a área de pixels brancos e pretos a partir do momento em que o primeiro pixel branco alcança o final da imagem, ou seja, a partir do momento em que a primeira gota de óleo alcança o topo da foto. A equação 3-1 representa esse cálculo, sendo  $A_{pixels\ brancos}$  a área ocupada por pixels brancos e  $A_{Total}$  a área total da imagem.

$$ED = \frac{A_{pixels\ brancos}}{A_{Total}} \quad (3-1)$$

### 3.2 Adimensionalização

A partir da análise da revisão bibliográfica, observa-se que não há uma convenção universal na literatura que determine os parâmetros de controle do problema de formação de *viscous fingering*. Cada grupo de autores apresenta os resultados obtidos de modo diferente. Assim, é proposta uma adimensionalização dos parâmetros que regem o escoamento para apresentar, de forma simples, a delimitação dos casos em que há (ou não) formação de *viscous fingering* em deslocamentos de fluidos pseudoplásticos por newtonianos (ou vice-versa). Essa adimensionalização pode ser facilmente manipulada para que possa ser estudado o caso em que há dois diferentes fluidos pseudoplásticos escoando na célula de Hele-Shaw.

Para análise do escoamento entre placas paralelas (Fig. 3.11), foi selecionado um volume de controle diferencial de tamanho  $dV = dx dy dz$  e foi aplicada a componente  $x$  da equação da quantidade de movimento, como pode ser visto na eq. 3-2.

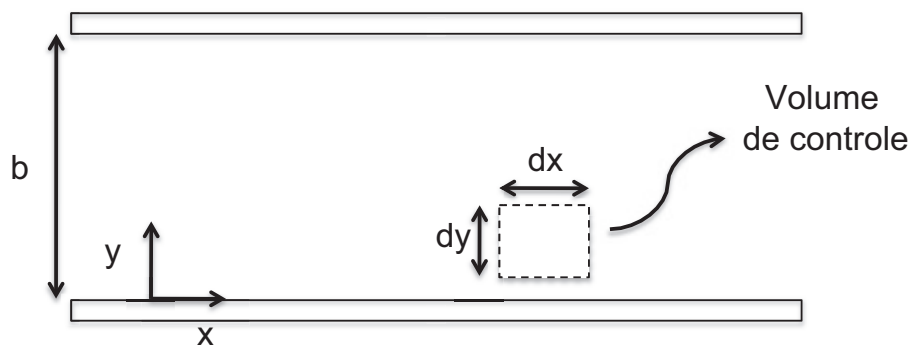


Figura 3.11: Geometria do Volume de Controle

$$FS_x + FB_x = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} u \rho dV + \int_{SC} u \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3-2)$$

Considerações:

- Escoamento permanente
- Escoamento completamente desenvolvido
- $FB_x = 0$

Assim, a equação 3-2 reduz-se a

$$FS_x = 0 \quad (3-3)$$

O próximo passo consiste em somar as forças atuando sobre o volume de controle na direção  $x$ , como pode ser visto na Fig. 3.12.

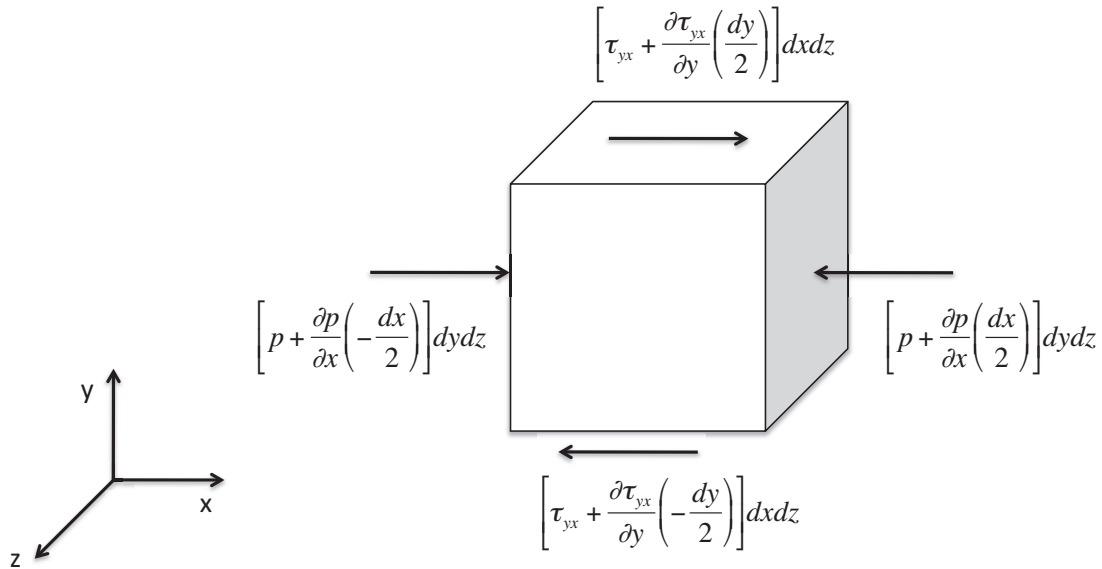


Figura 3.12: Forças atuando sobre o Volume de Controle

$$\left[ p + \frac{\partial p}{\partial x} \left( -\frac{dx}{2} \right) \right] dydz - \left[ p + \frac{\partial p}{\partial x} \left( \frac{dx}{2} \right) \right] dydz + \left[ \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \left( \frac{dy}{2} \right) \right] dx dz - \left[ \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \left( -\frac{dy}{2} \right) \right] dx dz = 0 \quad (3-4)$$

Após uma simplificação, obtém-se:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{d\tau_{yx}}{dy} = 0 \quad (3-5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{d\tau_{yx}}{dy} = \text{constante} \quad (3-6)$$

onde  $p$  é a pressão e  $\tau$  é tensão.

Integrando obtém-se,

$$\tau_{yx}(y) = \frac{\partial p}{\partial x} y \quad (3-7)$$

Considerando a tensão crítica na parede,



$$\tau_{yx}(b) = \frac{\partial p}{\partial x} b = -\tau_w \quad (3-8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{-\tau_w}{b} \quad (3-9)$$

onde  $b$  é a folga.

Substituindo 3-9 em 3-7,

$$\tau_{yx}(y) = \frac{-\tau_w}{b} y \quad (3-10)$$

Considerando um fluido pseudoplástico,

$$\tau_{yx} = \eta(\dot{\gamma}) \frac{du}{dy} = k \dot{\gamma}^{n-1} \dot{\gamma}_{yx} = -k (-\dot{\gamma}_{yx})^n \quad (3-11)$$

onde  $\eta(\dot{\gamma})$  é a viscosidade não newtoniana,  $\dot{\gamma}$  é a taxa de deformação,  $n$  é o índice de comportamento e  $k$  é o índice de consistência.

Igualando as equações 3-11 e 3-10,

$$-k (-\dot{\gamma}_{yx})^n = \frac{-\tau_w}{b} y \quad (3-12)$$

Obtém-se,

$$-\dot{\gamma}_{yx}(b) = \dot{\gamma} = \left( \frac{\tau_w}{k} \right)^{1/n} \quad (3-13)$$

Devido a importância de escoamentos entre placas paralelas em aplicações de engenharia, Bird et al. (9) desenvolveram uma tabela com a equação de vazão volumétrica para cinco equações constitutivas diferentes, incluindo o modelo *power-law*. Assim, a taxa de deformação na parede é representada pela eq. 3-18.

$$Q = \frac{Wb^2}{(2/n) + 4} \left( \frac{\tau_w}{k} \right)^{1/n} \quad (3-14)$$

onde  $Q$  é a vazão volumétrica e  $W$  é a largura da célula.

Sendo  $A$  a área transversal e  $\bar{u}$  a velocidade média,

$$\bar{u} = \frac{Q}{A} \quad (3-15)$$

Logo,

$$\bar{u} = \frac{b}{(2/n) + 4} \left( \frac{\tau_w}{k} \right)^{1/n} \quad (3-16)$$

Na prática, a velocidade média do escoamento, em m/s, é calculada através da vazão mássica em g/min, obtida no anexo D, conforme a eq. 3-17.

$$\bar{u} = \frac{Q}{60000\rho bW} \quad (3-17)$$

Substituindo 3-13 em 3-16,

$$\dot{\gamma} = \frac{6\bar{u}}{b} \left( \frac{1 + 2n}{3n} \right) \quad (3-18)$$

Para adimensionalizar os parâmetros reológicos e dinâmicos que regem o escoamento foi desenvolvido um modelo de acordo com o gráfico log-log da Fig. 3.13.

Foi definida uma taxa de deformação característica  $\dot{\gamma}_c$  que é correspondente a taxa de deformação do cruzamento das curvas da Fig. 3.13. Essa taxa é obtida quando a viscosidade do fluido newtoniano é igual a do fluido pseudoplástico, como pode ser visto nas equações abaixo.

$$\begin{aligned} \tau_{newt} &= \mu\dot{\gamma} \\ \tau_{power-law} &= \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} = k(\dot{\gamma})^{n-1} \\ \tau_{newt} &= \tau_{power-law} \\ \dot{\gamma}_c &= \left( \frac{\mu}{k} \right)^{1/(n-1)} \end{aligned} \quad (3-19)$$

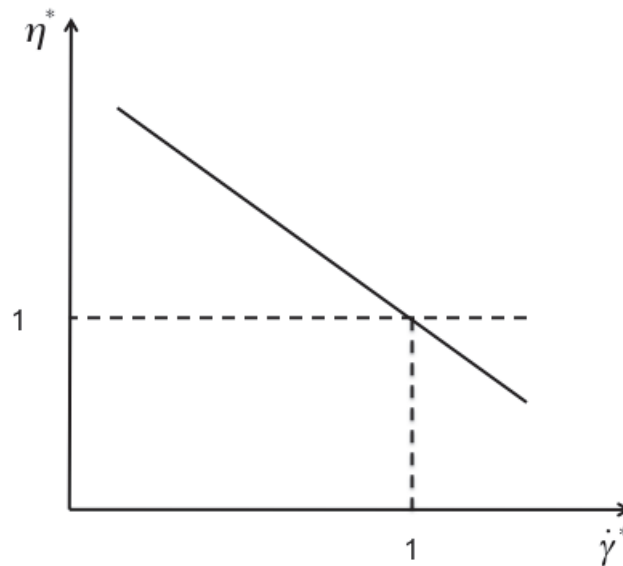


Figura 3.13: Modelo adimensional

A velocidade adimensional  $\bar{u}^*$  é definida como a razão entre a taxa de deformação na parede, eq. 3-18, e a taxa de deformação característica, eq. 3-19. Este valor equivale a taxa de deformação adimensional, de acordo com a equação 3-21.

$$\bar{u}^* \equiv \dot{\gamma}^* \equiv \frac{\dot{\gamma}_w}{\dot{\gamma}_c} \quad (3-20)$$

$$\bar{u}^* \equiv \dot{\gamma}^* = \left\{ \frac{6}{b} \left( \frac{k}{\mu} \right)^{1/n-1} \frac{2n+1}{3n} \right\} \bar{u} \quad (3-21)$$

A viscosidade característica  $\eta_c$  equivale a viscosidade em função da taxa de deformação característica, a qual é mesma do fluido newtoniano, como pode ser visto na eq. 3-22.

$$\eta_c \equiv \eta(\dot{\gamma}_c) = \mu \quad (3-22)$$

A viscosidade adimensional  $\eta^*(\dot{\gamma}^*)$  (Fig. 3.13) é definida como a razão entre a viscosidade do fluido não newtoniano e a viscosidade característica de

acordo com a equação 3-26.

$$\eta^*(\dot{\gamma}^*) = \frac{\eta(\dot{\gamma})}{\eta_c} \quad (3-23)$$

Substituindo eq. 3-22 na eq. 3-23,

$$\eta^*(\dot{\gamma}^*) = \frac{k(\dot{\gamma})^{(n-1)}}{\mu} \quad (3-24)$$

$$\eta^*(\dot{\gamma}^*) = \left(\frac{k}{\mu}\right) \dot{\gamma}_c^{n-1} \dot{\gamma}^{*n-1} \quad (3-25)$$

Assim obtém-se,

$$\eta^* = \dot{\gamma}^{*n-1} \quad (3-26)$$

Outro parâmetro adimensional que rege o escoamento é o número de capilaridade reológico, o qual é definido de acordo com a eq. 3-27, onde  $\sigma$  é a tensão interfacial. Esse número é representado pela razão entre as forças viscosas e as forças capilares. Sendo assim, esse parâmetro deve ter valor menor do que 1 para que as forças de inércia possam ser desprezadas (16).

$$Ca = \frac{\mu \dot{\gamma}_c b}{\sigma} \quad (3-27)$$

### 3.2.1

#### Resumo da adimensionalização dos parâmetros governantes

O conjunto definido pelos parâmetros  $\bar{u}^*$ ,  $n$  e  $Ca$  definem o espectro de situações em que são observados *fingers* ou *plugs*. Como  $\eta^*$  é função de  $\bar{u}^*$  e  $n$  (ver eq. 3-26), fisicamente é mais simples e conveniente analisar o padrão de formação do escoamento através da apresentação do valor da razão de viscosidades  $\eta^*$ .

No caso de um deslocamento imiscível envolvendo um fluido newtoniano sendo deslocado por um outro fluido newtoniano, a formação de *viscous fingering* ocorre quando o fluido deslocador é menos viscoso que o deslocado. Caso contrário, há formação de uma interface estável gerando um deslocamento do tipo *plug*.

A Tabela 3.1 e a Fig. 3.14 resumem os os comportamentos esperados para os casos estudados nesse trabalho. Considerou-se o deslocamento de um fluido pseudoplástico sendo deslocado por um fluido newtoniano. Uma analogia com o caso newtoniano (amplamente conhecido) pode ser feita para determinar os padrões de formação da interface. Espera-se que haja formação de *viscous fingering* quando  $\bar{u}^* < 1$  e  $\eta^* > 1$ , como pode ser visto no lado esquerdo do gráfico. Caso contrário, espera-se observar a formação de uma interface estável gerando um deslocamento do tipo *plug*.

Tabela 3.1: Resumo da adimensionalização

Fluido deslocado	Fluido deslocador	Conjunto de parâmetros adimensionais	Padrões observados
pseudoplástico	newtoniano	$\bar{u}^* < 1, \eta^* > 1$	<i>fingers</i>
		$\bar{u}^* > 1, \eta^* < 1$	<i>plugs</i>

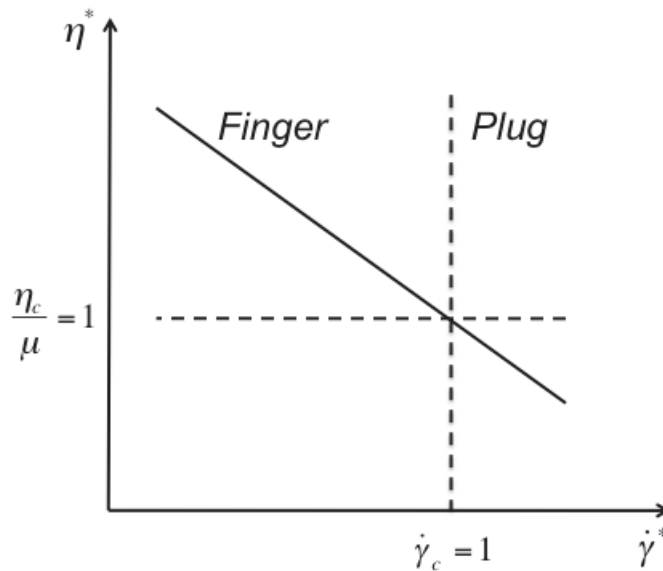


Figura 3.14: Identificação dos padrões de escoamento: *finger* ou *plug*