

1 Introdução

1.1 Motivação

O crescimento do consumo de petróleo no início do século XX pode ser relacionado à difusão de motores à combustão, assim como à necessidade de fonte de energia para usinas termelétricas e matéria-prima para muitas indústrias químicas. Atualmente, o petróleo corresponde a mais de 60% da energia primária consumida no mundo, além de ser matéria-prima para diversos produtos como combustíveis, lubrificantes, insumos para a petroquímica, asfalto, remédios, plásticos e alimentos.

Combustível fóssil não-renovável e de origem orgânica, o petróleo é um recurso energético que constitui um dos principais suportes para o desenvolvimento econômico mundial. Assim, deve-se investir em exploração de poços em águas profundas, ultra-profundas, na camada pré-sal e em ambientes inóspitos como o continente antártico, a fim de aumentar as reservas para que a demanda possa ser atendida. O petróleo obtido de novas descobertas tenderá a ficar cada vez mais escasso e de difícil acesso, valorizando aquele já existente (40). Analogamente, deve-se investir em tecnologias que permitam extrair mais petróleo residual para aumentar a rentabilidade dos campos petrolíferos existentes e consequentemente estender sua vida útil.

Atualmente, diversas técnicas são empregadas para maximizar o fator de recuperação em reservatórios de petróleo. Tradicionalmente, as etapas de recuperação são definidas, cronologicamente, como recuperação primária, secundária e terciária.

Em poços surgentes, a produção de petróleo no primeiro estágio é obtida por causa da pressão natural do reservatório. A eficiência da recuperação primária depende da natureza do reservatório e é limitada a, no máximo, 30% do volume total de petróleo disponível (39, 51, 49). Assim, mais de 70% do petróleo restante no reservatório poderão ser removidos por técnicas de recuperação secundárias e terciárias.

O segundo estágio de recuperação consiste na injeção de água ou gás para

extrair o petróleo das rochas porosas (21, 49). Esses fluidos injetados tendem a percorrer as regiões mais permeáveis, deixando quantidades substanciais de óleo nas formações rochosas (51). O estudo da interface entre o fluido injetor e o deslocado é de extrema importância, visto que a eficiência de deslocamento dos fluidos pode ser avaliada pela forma da interface entre eles. Perfis mais ramificados sugerem o atravessamento indesejável do fluido deslocador através do deslocado. Esse fenômeno, conhecido como *viscous fingering*, pode implicar na produção do fluido injetor e conseqüentemente em um procedimento inviável economicamente, como pode ser visto na Fig. 1.1.

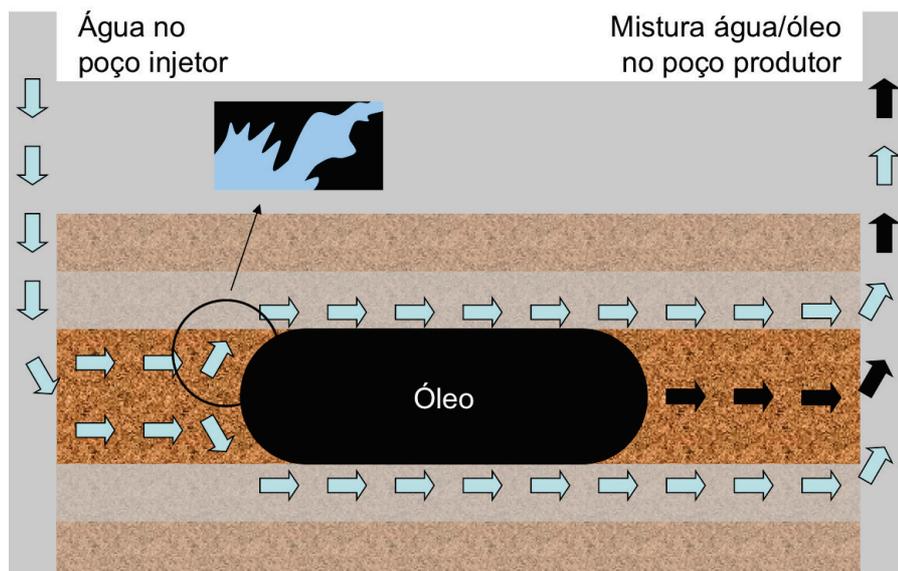


Figura 1.1: Recuperação secundária de petróleo e a formação de *viscous fingering*

Os principais métodos da recuperação terciária são os métodos térmicos, miscíveis e químicos. O método térmico é normalmente utilizado para reservatórios que contêm óleo com baixíssimo grau API o que dificulta a movimentação do fluido. Esse método consiste na injeção de água quente ou vapor d'água com o objetivo de diminuir a viscosidade do óleo, aumentando a sua mobilidade. Já o método miscível é aplicado quando há alta tensão interfacial. Essa tensão pode ser diminuída através da injeção de fluidos que, ao serem misturados com o óleo do reservatório, permitem o seu deslocamento. Por último, o método químico utiliza polímeros dissolvidos em água, microemulsões ou fluidos alcalinos que difundem-se no meio poroso aumentando a eficiência do varrido.

Na década de 70, por causa dos bruscos aumentos do preço do petróleo, os métodos de recuperação foram muito estudados, buscando o aumento da eficiência de recuperação. Estes esforços foram norteados pela pouca disponibilidade de petróleo no mercado. No mar do Norte, por exemplo, lençóis

petrolíferos sob águas profundas considerados economicamente inviáveis no período anterior, passaram a ser ativamente explorados. Novamente estamos assistindo a uma escalada nos preços de petróleo, o que certamente induz uma nova demanda de esforços de pesquisa visando a desenvolver tecnologias para o aumento da taxa de recuperação.

Além da recuperação secundária e terciária de petróleo, o estudo da instabilidade de Saffman-Taylor também é muito importante em outras aplicações, como a invasão de fluidos de perfuração em meios porosos, fraturamento hidráulico, processamento de polímeros, hidrologia e filtração. Portanto, *viscous fingering* são identificados em diversos campos da ciência e tecnologia nos quais se observa o escoamento de fluidos através de meios porosos.

1.2

Revisão bibliográfica

Em 1898, Henry Selby Hele-Shaw introduziu um simples sistema com o objetivo de estudar o escoamento potencial de água em torno de objetos a baixos números de Reynolds. Como ficou conhecida, a célula de Hele-Shaw (25), consistia em duas placas planas transparentes separadas por 1 mm de distância e com 30 cm de largura. A Figura 1.2 exemplifica uma célula retangular de Hele-Shaw. As dimensões W , L e b representam respectivamente a largura, o comprimento e a espessura da célula.

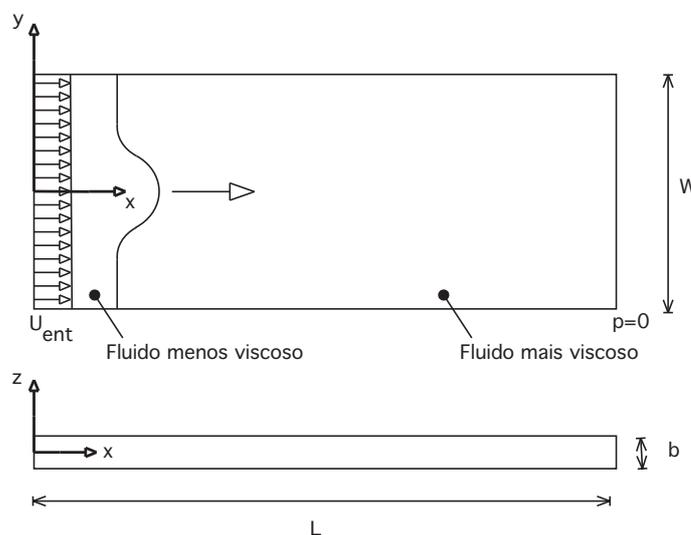


Figura 1.2: Diagrama esquemático de uma célula retangular de Hele-Shaw

Sir Geoffrey Taylor (46) investigou problemas de escoamento bifásico em meios porosos com interesse na recuperação secundária de petróleo. Ele observou que escoamentos bidimensionais em meios porosos são modelados pelo escoamento na célula de Hele-Shaw, conforme o anexo A. Esta é caracterizada

por duas placas paralelas separadas por uma pequena distância b . A velocidade média bidimensional v do fluido viscoso newtoniano entre as placas está relacionada com a pressão p pela Lei de Darcy para um meio poroso com permeabilidade k , como pode ser visto nas equações 1-1 e 1-2. Essa aproximação é válida apenas quando a distância entre as placas é pequena em comparação com a largura das placas.

$$k = \frac{b^2}{12} \quad (1-1)$$

$$\vec{v} = \frac{k}{\mu} \nabla p \quad (1-2)$$

A lei de Darcy é amplamente utilizada para descrever macroscopicamente o escoamento monofásico através de um meio poroso. Convencionou-se, que esta lei também pode ser utilizada para descrever escoamentos bifásicos em meios porosos. Devido a complexidade das interações entre os fluidos e dos fluidos com a rocha, essa suposição é muito questionada (3).

A instabilidade de Saffman-Taylor ou *viscous fingering* é um fenômeno observado quando um fluido de baixa viscosidade substitui um de maior viscosidade na célula de Hele-Shaw. A Figura 1.3 apresenta um desenho esquemático com dois diferentes efeitos que podem ser observados nesse tipo de escoamento. A Figura 1.3 (A) apresenta um escoamento com a interface instável e com a presença de *viscous fingering* e a Fig. 1.3 (B) apresenta um deslocamento com a interface estável com deslocamento pistonado. Pode ser observado que a eficiência de deslocamento é maior quando não há presença de *viscous fingering*. A literatura relativa a essa área é vasta: várias combinações de configurações, importantes relações de forças atuando sobre os fluidos e condições de contorno foram estudadas.

Em 1987, Homsy (26) publicou uma extensa revisão sobre a formação de *viscous fingering* em meios porosos. Ele questiona o fato do fenômeno, conhecido como instabilidade de Saffman-Taylor, ser creditado a esses dois pesquisadores. Para Homsy, o fenômeno já havia sido observado anteriormente entretanto os mecanismos básicos não eram completamente compreendidos. Apesar das considerações de Homsy, Saffman e Taylor são considerados os responsáveis pelas primeiras observações de *viscous fingering* em termos de mecânica dos fluidos. Saffman e Taylor (47) observaram que a interface instável entre dois fluidos cresce, como uma interpenetração, com formato similar a dedos. Com o desenvolvimento do escoamento, um *finger* domina e supre o crescimento dos demais, e o escoamento atinge o regime permanente com apenas um *finger* sendo propagado sem mudança no seu formato.

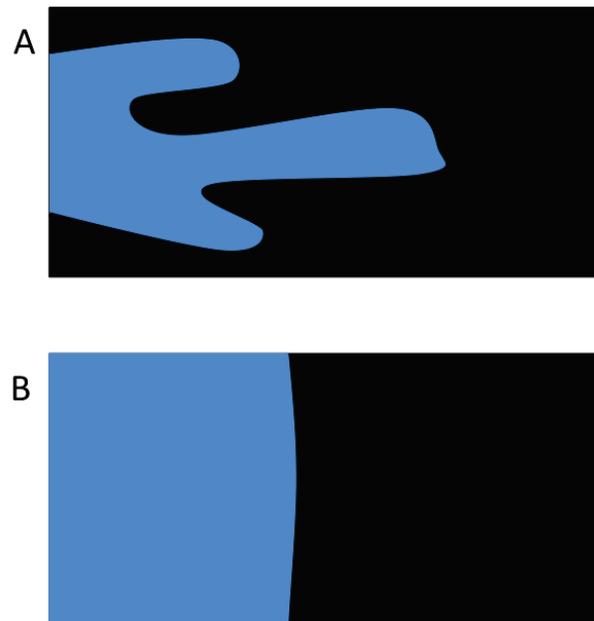


Figura 1.3: (A) Escoamento com a presença de *viscous fingering*; (B) Escoamento com deslocamento do tipo pistão.

Foram observadas discrepâncias entre a teoria e os experimentos desenvolvidos devido à hipótese assumida de que as condições de contorno dinâmicas são independentes da tensão superficial. Isso foi demonstrado experimentalmente, pois a largura do *finger* é função do número de capilaridade, $Ca = \Delta\mu v / \sigma$, sendo $\Delta\mu$ a diferença de viscosidade entre os dois fluidos e σ a tensão superficial. Observou-se que a razão entre a largura do *finger* e do canal, λ , aproxima-se assintoticamente a 0.5 conforme o número de capilaridade aumenta.

McLean et al. (38) descreveram os resultados de uma extensão da análise de Saffman-Taylor incluindo os efeitos da tensão superficial devido à curvatura lateral da interface. O problema foi resolvido numericamente e as soluções foram comparadas com resultados experimentais. Investigou-se as soluções em regime permanente na presença de pequenas, mas finitas, tensões superficiais. Resolvendo numericamente a forma integral da equação para interface, eles encontraram uma única solução para a dependência da razão entre a largura do *finger* e do canal com a tensão superficial. Ou seja, eles determinaram a dependência da curva universal de λ com $1/B$ (31). Saffman et al. (47) tinham anteriormente encontrado uma família de soluções contínuas para as equações de Hele-Shaw em relação ao formato da interface.

McLean e Saffman (38) acreditam que os *fingers* permanecem instáveis mesmo considerando a presença da tensão superficial, o que contradiz simulações numéricas e resultados experimentais. Assim, a partir de suas pesquisas, o problema de instabilidade continuava com muitas lacunas a serem

preenchidas.

De acordo com Homsy (26), na maioria dos casos, o mecanismo de instabilidade está intimamente relacionado com as variações de viscosidade entre as fases ou dentro de uma única fase contendo um soluto. Homsy (26) estudou o fenômeno de *viscous fingering* em meios porosos homogêneos nas geometrias retangulares, radiais e nos padrões de cinco pontas. Investigou o escoamento bidimensional nos casos em que a orientação da gravidade é colinear com a direção do escoamento. As forças consideradas foram a de gravidade, viscosidade e no caso de fluidos imiscíveis, a tensão superficial.

Homsy (26) determina que são três os parâmetros regem o escoamento de fluidos viscosos imiscíveis em células de Hele-Shaw: número de capilaridade modificado, contraste de viscosidade entre os fluidos e o número modificado de Darcy-Rayleigh. O primeiro determina a relação entre as forças viscosas e a tensão superficial, o segundo a relação entre viscosidades e o último, a importância relativa entre as forças de empuxo e as forças viscosas.

No experimento clássico de Saffman-Taylor (47), observa-se que após uma instabilidade inicial, um único *finger* domina o escoamento. A razão desse fato para Homsy é explicada pelo “efeito de proteção”. A tendência de um *finger* em fluidos em movimento é crescer na direção do gradiente de pressão no fluido mais viscoso. Assim, um *finger* que estiver ligeiramente à frente dos demais, rapidamente irá ultrapassá-los e os protegerá de um possível crescimento.

Homsy (26) explica detalhadamente o mecanismo de formação dos padrões de *viscous fingering* da seguinte forma. Conforme a tensão superficial torna-se fraca, a frente do *finger* estável é susceptível à instabilidade de Saffman-Taylor pelo mecanismo básico associado ao deslocamento de um fluido viscoso por um menos viscoso. Após uma divisão, cada um dos novos lobos do *finger* é estável devido ao fato de eles serem mais finos do que o *finger* original dos quais eles se separaram. Como resultado do efeito de proteção, um desses lobos eventualmente resistirá ao outro, devido à tensão superficial, e tenderá a se espalhar para ocupar uma determinada largura da célula. Nesse processo, o *finger* alcança uma largura que novamente pode ser considerada instável e há uma nova divisão de sua ponta. Assim, esse padrão se repete. A tensão superficial tem um papel importante: deve ser fraca o suficiente para que a ponta do *finger* seja instável, mas também é a força física que causa o espalhamento do *finger* garantindo repetidas ramificações.

Bensimon et al. (8) afirmam que uma das maiores dificuldades na análise do escoamento em uma célula de Hele-Shaw é a previsão do movimento da interface entre os fluidos. Ele estudou o deslocamento de um fluido por outro em uma célula de Hele-Shaw, as equações de Saffman-Taylor que modelam

o sistema e o padrão de formação dos *fingers*. Concluiu que para altos valores de tensão superficial, após uma instabilidade inicial, um único *finger* domina o escoamento. Entretanto, conforme a velocidade do fluido aumenta e conseqüentemente a tensão superficial diminui, os experimentos e simulações mostram a tendência de um padrão instável da interface.

As equações de Saffman-Taylor são válidas para escoamento bidimensionais em células de Hele-Shaw. Portanto, é fundamental verificar se há escoamento na terceira dimensão. Caso haja, devem ser feitas alterações nas condições de contorno que regem o problema, como por exemplo, as sugeridas por Park e Homsy (42). Eles observaram que a discrepância entre a teoria e os resultados experimentais em relação às equações de Saffman-Taylor aparentemente ocorre devido à camada de fluido remanescente na célula.

Bensimon (7) analisou o problema de Saffman-Taylor numericamente e experimentalmente. Considerando a influência da tensão superficial, os *fingers* são linearmente estáveis. Entretanto, a estrutura do problema de estabilidade linear é exponencialmente sensível a perturbações, as quais implicam na existência de uma amplitude finita não linear de instabilidade a baixas tensões superficiais. Ou seja, a amplitude da perturbação para desestabilizar o *finger* diminui exponencialmente com a velocidade.

McCloud et al. (37) analisaram a instabilidade no deslocamento de fluidos não newtonianos e observaram vários diferentes padrões de *fingers*. Revisaram experimentos com enfoque na instabilidade de Saffman-Taylor, onde perturbações são adicionadas a *fingers* estáveis para que as mudanças nos padrões de escoamento possam ser compreendidas.

Em 1986, a instabilidade de Saffman-Taylor foi novamente estudada por Saffman (46) com relação ao formato e à estabilidade dos *fingers*. O problema foi revisado e o progresso dos estudos, ao longo de 30 anos, foi descrito. Para Saffman, a interface entre os fluidos move-se microscopicamente e macroscopicamente o que aumenta a dificuldade de tratamento do problema.

Guan et al. (24) desenvolveram um método *volume-tracking*, capaz de lidar com interfaces complexas, a fim de simular o fenômeno de *viscous fingering* para o estudo de fluidos newtonianos em uma célula de Hele-Shaw. Concluíram que o efeito da razão de viscosidades finita e da tensão interfacial definem quatro distintos padrões de formação de *fingers*, além de um padrão altamente ramificado e um coalescente. De acordo com Guan et al., os padrões de formação de *viscous fingering* podem ser facilmente previstos através do conhecimento de alguns parâmetros adimensionais, como a razão de viscosidades e o número de capilaridade modificado.

Algumas variações do clássico modelo de Saffman-Taylor foram analisa-

das por diversos pesquisadores com a finalidade de investigar novas morfologias e dinâmicas. Chen et al. (15) mencionaram algumas delas: (i) modificar o formato da célula, (ii) colocar a célula em movimento rotacional, (iii) estudar o escoamento de fluidos não newtonianos, fluidos magnéticos e investigar a evolução do padrão de fluidos miscíveis e (iv) alterar a distância entre as placas paralelas.

Yamamoto et al. (57) estudaram o fenômeno *viscous fingering* em uma célula retangular de Hele-Shaw. Foram investigados os efeitos dos padrões de formação e de crescimento dos *fingers*. Ar foi injetado sobre fluidos não newtonianos viscoelásticos, no caso carboximetilcelulose (CMC) e poliacrilamida (PAA), e sobre a glicerina, que representa um fluido newtoniano. Observou-se que os *fingers* da glicerina possuem estruturas densas, enquanto os dos fluidos não newtonianos formam estruturas ramificadas. Os autores explicam esse fenômeno através do “efeito de proteção” (26) em relação às características pseudoplásticas dos fluidos não newtonianos. Ou seja, o “efeito de proteção” ocorre quando um *finger*, que cresce mais que os demais, supre o crescimento dos outros. Devido à viscosidade pseudoplástica, pequenas diferenças no gradiente de pressão perto de duas frentes de *fingers* causam grandes diferenças na viscosidade, assim a viscosidade pseudoplástica aumenta o “efeito de proteção”. Observa-se que o número de ramificações aumenta com o acréscimo da pressão do ar injetado. Para elevadas pressões sobre o PAA não foi encontrado um padrão de crescimento dos *viscous fingering*, ao contrário do que foi visto no CMC. Yamamoto et al. acreditam que a mudança nos padrões de crescimento dos *fingers* está relacionada às propriedades elongacionais dos fluidos testados.

Yamamoto et al. (56) simularam numericamente o fenômeno de *viscous fingering* para fluidos não newtonianos, no caso CMC, em uma célula retangular de Hele-Shaw. O método usado foi uma combinação de elementos finitos com VOF (*volume of fluid*). O modelo CSF (*continuum surface force*) foi utilizado para tratar a tensão interfacial e a função de viscosidade utilizada foi o modelo de Carreau. Foi investigado o campo de velocidade do fluido mais viscoso. Os resultados indicam que a velocidade é maior perto da ponta dos *fingers* e que a direção do vetor velocidade fornece a direção de propagação da interface. Quando a ponta do *finger* fica mais robusta, há quebra da estabilidade e há divisão da sua ponta. Após essa divisão, a velocidade entre os dois *fingers* resultantes decresce e a interface dessa região pára de crescer. Por outro lado, a velocidade perto dos dois *fingers* é alta, com isso o *finger* avança. Yamamoto et al. propõem uma melhor modelagem das equações que regem a interface e acreditam que os efeitos elásticos devem ser considerados nas simulações numéricas.

Kawagushi et al. (28) investigaram padrões de *viscous fingering* em soluções de hidroxipropil metilcelulose (HPMC) em células de Hele-Shaw radiais e lineares. Foi determinada a velocidade da ponta dos *fingers*.

Yamamoto et al. (58) também caracterizaram a velocidade da ponta dos *fingers* pelo gradiente de pressão. A relação entre estes foi estabelecida através da Lei de Darcy modificada. Os fluidos e os procedimentos experimentais utilizados foram os mesmos descritos por Yamamoto et al. (56). Constatou-se que a velocidade da ponta dos *fingers* globalmente aumenta com o acréscimo do gradiente de pressão, enquanto o crescimento dos *fingers* pode ser retardado, em alguns momentos, em função do acréscimo de ramificações que diminuem ou mantém constante a velocidade do *finger*. Entretanto, a velocidade da ponta do *finger* começa a aumentar após o *finger* se dividir. Assim, um *finger* começa a crescer por causa do “efeito de proteção”. Segundo a Lei de Darcy modificada, o gradiente efetivo de pressão perto da ponta do *finger* é maior do que a média do gradiente de pressão entre a ponta do *finger* e a saída da célula. Observou-se que a taxa de crescimento depende da altura entre as placas paralelas.

Yamamoto (55) investigou o fenômeno de crescimento instável de *viscous fingering* em fluidos viscoelásticos. Simulações numéricas foram feitas para validar experimentos feitos anteriormente (57, 56, 58). O método usado foi uma combinação de elementos finitos com VOF (*volume of fluid*) e a função de viscosidade utilizada foi o modelo de Carreau. A relação entre a viscosidade dos fluidos com características pseudoplásticas e o crescimento dos *viscous fingering* foi analisada. Em geral, a interface cresce repetindo três padrões de crescimento: “*spreading, splitting, shielding*”, como descrito por Homsy (26). A viscosidade aparente é menor perto da ponta do *finger* que cresce mais rápido que os demais *fingers* devido ao maior valor da taxa de deformação. Assim, a ponta do *finger* cresce mais que os demais *fingers* e o “efeito de proteção” se intensifica. Concluiu-se que a velocidade da ponta dos *fingers* possui dependência não-linear com o gradiente de pressão e a taxa de crescimento da velocidade aumenta com o aumento do gradiente de pressão em função dos efeitos dos fluidos com características pseudoplásticas.

Outro estudo, experimental e numérico, foi realizado por Yamamoto et al. (59) onde verificou-se o movimento de *viscous fingering* para soluções surfactantes em células retangulares de Hele-Shaw. O procedimento experimental foi análogo ao dos experimentos anteriores, entretanto o fluido utilizado foi uma solução aquosa de Cetil trimetil amônio (CTAB) com excesso de Salicilato de sódio (NaSal). As imagens obtidas foram convertidas para o estilo binário, ou seja, foram criadas regiões pretas e brancas que correspondem respectivamente

ao preenchimento por surfactante e ar. Padrões de comportamentos diferentes em relação à formação e crescimento de *viscous fingering* foram observados. Em pesquisa anterior (57), ressaltou-se que *fingers* finos crescem a taxas de deformação altas e esse fenômeno é relacionado à viscosidade pseudoplástica da solução polimérica. Entretanto, a solução de CTAB/NaSal tem característica de viscosidade fortemente pseudoplástica. Concluiu-se que existe uma taxa de deformação crítica onde há uma mudança na estrutura química do polímero e o fenômeno de crescimento do *finger* muda drasticamente.

Lindner et al. (31) investigaram a instabilidade de Saffman-Taylor para três diferentes fluidos complexos: uma solução do polímero rígido xantana, uma solução do polímero flexível PEO e uma solução do surfactante AOT. Para cada uma dessas soluções um mecanismo de seleção clássico é alterado: para soluções de xantana as forças viscosas são modificadas, as soluções de PEO são afetadas pela tensão normal e a tensão superficial atua sobre os surfactantes.

Soluções poliméricas podem apresentar propriedades de fluidos não newtonianos como efeitos de tensão normal e dependência da viscosidade com a taxa de deformação. Esses efeitos podem ser mais ou menos importantes dependendo da natureza do polímero. Para soluções de polímeros flexíveis, efeitos elásticos como tensão normal e altos valores de viscosidade elongacional são dominantes, enquanto a viscosidade de cisalhamento pode ser praticamente constante. Polímeros rígidos podem apresentar a viscosidade como função da taxa de deformação, entretanto os efeitos elásticos são insignificantes.

Lindner et al. (31) apresentam seus resultados em função de alguns parâmetros de controle importantes. Em uma célula retangular de Hele-Shaw, $\lambda = w/W$ é uma adimensionalização típica, onde w é a largura do *finger* e W é a largura do canal. Essa relação é função da velocidade do *finger* v e é determinada pelo número de capilaridade, Ca . Esse número é representado pela razão entre as forças viscosas e forças capilares. Assim, as forças viscosas tendem a estreitar os *fingers* enquanto as forças capilares tendem a alargá-lo e conseqüentemente λ diminui com o acréscimo da velocidade do *finger*. Para valores altos de Ca , λ alcança um valor limite de 0.5 de acordo com Saffman e Taylor (47). O parâmetro de controle utilizado é $1/B = 12Ca(W/b)^2$, onde b é a distância entre as placas paralelas. Todos os valores de λ , para diferentes sistemas, podem ser observados no mesmo gráfico universal de λ x $1/B$. Essa dependência já havia sido determinada numericamente por McLean e Saffman(38).

Bonn et al. (11) afirmam que polímeros flexíveis alargam os *fingers*, enquanto polímeros rígidos estreitam os *fingers*. Linder et al. (30) realizaram um estudo sobre a instabilidade de Saffman-Taylor em uma célula de Hele-

Shaw. O experimento foi realizado com diferentes concentrações de soluções de xantana, com características de viscosidade pseudoplásticas, deslocado por ar. Esse fluido foi escolhido de forma que a viscosidade pseudoplástica possa ser a única propriedade influenciando o experimento. Foi medida a largura do *finger* como função da velocidade.

Assim, Lindner et al. (31) e Lindner et al. (30) concluem que para fluidos pseudoplásticos, a largura do *finger* tende a diminuir com o aumento da velocidade. A largura limite do *finger* para altas velocidades tende a decrescer com o aumento da concentração do polímero. Para fluidos ligeiramente pseudoplásticos, a substituição da constante de viscosidade encontrada na Lei de Darcy efetiva pela viscosidade pseudoplástica fornece bons resultados experimentais. Ou seja, a viscosidade deve ser substituída por $\mu(\dot{\gamma})$, sendo $\dot{\gamma}$ a taxa de deformação determinada por $\dot{\gamma} = v/b$. Para fluidos fortemente pseudoplásticos, são encontradas algumas discrepâncias em relação aos resultados clássicos para fluidos newtonianos. Entretanto, para altos valores de $1/B$, λ é menor do que o limite clássico de 0.5. Assim, aumentando a concentração do polímero, a largura dos *fingers* diminui.

Kondic et al. (29) estudaram a instabilidade de Saffman-Taylor para uma bolha de gás deslocando um líquido com características pseudoplásticas em uma célula radial de Hele-Shaw. Foi comprovada a importância da influência dos efeitos pseudoplásticos no desenvolvimento de padrões interfaciais. Vicsek (50) apresenta sugestões para a construção de células radiais de Hele-Shaw.

Wilson (54) analisou numericamente a instabilidade de Saffman-Taylor para fluidos não newtonianos. A análise de Saffman-Taylor foi repetida, entretanto foram utilizadas outras equações constitutivas. Considerou-se uma célula de Hele-Shaw preenchida com fluido Oldroyd-B e com Ostwald-de Waele power-law a fim de investigar os efeitos de elasticidade e de pseudoplasticidade. Wilson concluiu que a viscosidade pseudoplástica não apresenta importantes efeitos sobre o padrão de crescimento dos *fingers*. Ele julga que a influência da tensão interfacial é a mais importante. Entretanto, diversos estudos experimentais indicam a importância da viscosidade pseudoplástica no crescimento dos *fingers* (31, 55, 56, 58, 57, 59, 30, 29).

Lindner et al. (32) estudaram os efeitos de diferentes propriedades de fluidos não newtonianos na instabilidade do escoamento. Para isso, foram realizados experimentos com polímeros deslocados por ar em uma longa célula de Hele-Shaw. A célula possui mais de 1 metro de comprimento para garantir que há regime permanente e que o *finger* não muda com o tempo.

Para o escoamento de PEO em concentração de 50 w.p.m., observou-se que λ diminui com o aumento da velocidade e estabiliza em altas velocidades

em um patamar $\lambda > 0.5$. Para 250 w.p.p.m., observou-se inicialmente uma diminuição do valor de λ seguido pelo seu acréscimo até a estabilização de seu valor em um patamar maior que o de 50 w.p.p.m. Esse fenômeno não foi explicado pelos autores. Entretanto, Lindner et al. incorporaram os efeitos da tensão normal à queda de pressão na interface e conseqüentemente os consideraram na tensão superficial efetiva. Assim, um parâmetro de controle $1/B_{corr}$ foi determinado. A curva $\lambda \times 1/B_{corr}$ apresenta resultados coerentes com o clássico resultado de McLean e Saffman (38).

Ben Amar et al. (2) fizeram um estudo teórico com enfoque no comportamento de um fluido newtoniano deslocando um fluido não newtoniano em uma célula de Hele-Shaw. Para modelar o sistema, foi investigada a instabilidade de Saffman-Taylor quando o fluido deslocado apresenta sua viscosidade em função da deformação local. O problema foi modelado em duas dimensões e uma transformação hodográfica foi feita, onde uma aproximação controlada é possível. Concluiu-se que para fluidos pseudoplásticos a largura do *finger* tende a zero para pequenos valores da tensão superficial. Como o modelo é bidimensional isso é válido enquanto a largura do *finger* é maior que a distância entre as placas paralelas. Essa análise está coerente com o estudo apresentado por Homsy (26).

Chevalier et al. (16) afirmam que para a instabilidade de Saffman-Taylor, a inércia do fluido pode ser importante para altas velocidades dos *fingers*. Investigou-se experimentalmente os efeitos da inércia sobre a largura dos *fingers* para números de Reynolds acima de 100. Foi utilizada uma célula de Hele-Shaw preenchida com óleo silicone (fluido newtoniano) e o ar comprimido foi usado como fluido menos viscoso para direcionar o escoamento.

A importância da inércia é determinada pela acuidade entre as forças de inércia e forças viscosas que é quantificada pelo número de Reynolds, $Re = \rho vb/\eta$, sendo ρ a densidade do fluido e b a distância entre as placas. Para que na modelagem do sistema as forças de inércia possam ser desconsideradas, deve-se ajustar os parâmetros do número de Reynolds de modo que obtenha-se $Re < 1$. O número de Weber representa a razão entre as forças de inércia e forças capilares e pode ser escrita como $We = \rho v^2 b/\sigma$.

Para regimes onde os efeitos viscosos são importantes, com o aumento da velocidade, a largura do *finger* aumenta devido a inércia, ao contrário do que ocorre para pequenos números de Reynolds. Para altos valores da velocidade do *finger* e do número de capilaridade, conforme já havia sido previsto por Bensimon (8), a influência de uma fina camada de fluido remanescente na célula de Hele-Shaw torna-se importante. A análise experimental mostra que os efeitos inerciais são importantes para fluidos com baixa viscosidade e

para grandes espaçamentos entre as placas paralelas. Assim, observa-se que com o aumento da velocidade, surge um primeiro regime caracterizado pela diminuição da razão de largura entre o *finger* e a célula. Em seguida surge um novo regime devido à importância da inércia no qual há o aumento da largura do *finger*. Foi introduzido o número de Reynolds modificado e o número de Weber modificado que explica a transição entre os dois regimes.

Para regimes abaixo do número modificado de Weber crítico, a largura do *finger* é dada pelo balanço entre forças capilares, que tendem a alargar o *finger*, e forças viscosas, que tendem a achatar o *finger*. Com o aumento da velocidade, as forças viscosas dominam e é observado um achatamento dos *fingers*. Para regimes acima do número modificado de Weber crítico, é observado um aumento da largura do *finger* com o aumento da velocidade. Para este caso, a largura do *finger* é determinada pelo número de Reynolds modificado e pelo balanço entre forças viscosas e inerciais. Com o aumento da velocidade, a inércia domina o escoamento e conseqüentemente há um alargamento dos *fingers*.

Foi definido um novo parâmetro de controle, $1/B'$, que leva em consideração os efeitos de inércia. Ao gerar um gráfico de λ em função desse parâmetro empírico, a curva obtida é semelhante à curva obtida pela clássica instabilidade de Saffman-Taylor.

Tanveer (45) revisou alguns aspectos da célula de Hele-Shaw que, à primeira vista, parecem desafiar a intuição. Foram estudados os efeitos singulares de tensão superficial relativos ao problema de tensão superficial nula para sistemas estáveis e instáveis. Também foram analisadas as importâncias relativas de pequenos efeitos como a não-homogeneidade do escoamento próximo à ponta do *finger* e como os efeitos da formação de uma fina camada de fluido remanescente na célula. Esses efeitos podem ter uma grande influência no problema, mas geralmente não são considerados devido à intuição física atribuída à problemas estruturalmente instáveis ou mal definidos.

Na literatura existem poucas publicações sobre o estudo da instabilidade de Saffman-Taylor para líquidos viscoplásticos. A análise desse fenômeno é complexa, visto que a relação entre a velocidade e o gradiente de pressão, ou seja, a Lei de Darcy para fluidos newtonianos, não pode mais ser considerada linear.

Fluidos viscoplásticos, como cola, tinta, pastas, lamas e concreto, apresentam tensão limite de escoamento. O termo “yield stress” ou tensão limite de escoamento refere-se a tensão necessária para iniciar a deformação plástica e conseqüentemente o escoamento deste fluido. Abaixo desta tensão o fluido não escoar, mas responde elasticamente à deformação (5). De acordo com Souza

Mendes et al. (19), ocorre um colapso da microestrutura quando a tensão limite de escoamento é alcançada implicando em uma queda brusca de viscosidade.

Experimentos com diversos fluidos viscoplásticos, como espumas, argilas, pastas e geles polímeros, apresentaram diferentes padrões de escoamento: ramificado, fractal ou com formatos semelhantes a fraturas (26). A origem física de diferentes estruturas é mal compreendida até hoje, principalmente porque a maioria desses fluidos apresenta múltiplas características viscoelásticas, as quais não foram determinadas simultaneamente. O principal desafio matemático está relacionado ao fato do campo de pressão não ser mais regido pelas Leis de Laplace, tornando difícil uma previsão numérica da largura do *finger*.

Coussot (17) investigou a instabilidade de Saffman-Taylor em fluidos viscoplásticos em células de Hele-Shaw retangular e radial. Nesse estudo, a Lei de Darcy foi estabelecida de forma detalhada a partir da consideração da teoria da lubrificação a fim de resumir o problema a duas dimensões. Essa modelagem não é capaz prever o comportamento de todos os fluidos viscoplásticos, visto que não foi considerado o fenômeno de deslizamento nas paredes nem a tixotropia que está associada ao tempo requerido para a estrutura ser restaurada ou rompida. Coussot afirma que diversos pequenos *fingers* podem propagar em paralelo no canal.

Lindner et al. (33) pesquisaram o fenômeno de formação de *viscous fingering* para fluidos viscoplásticos. O experimento foi realizado em uma célula retangular de Hele-Shaw com um gel polímero e uma espuma sendo deslocados por ar.

Para o gel, foram observadas estruturas ramificadas para baixas velocidades ($U < 0,05$ cm/s) e para velocidades altas, apenas um *finger* estável foi observado e sua largura decresce com o aumento da velocidade. Ao contrário do que é observado para fluidos newtonianos, para baixas velocidades a largura do *finger* não depende nem da velocidade de propagação nem da largura do canal. Entretanto, a largura do *finger* aumenta com o aumento do espaçamento entre placas. Para espuma, diferentes resultados foram obtidos em função do deslizamento nas paredes da célula de Hele-Shaw e conseqüentemente o fluido se desloca como um bloco único. Assim, para investigar o efeito dos fluidos viscoplásticos sobre a instabilidade de Saffman-Taylor considerou-se apenas o gel.

Observou-se a existência de dois regimes: para baixas velocidades existe um regime dominado pela tensão limite de escoamento e para altas velocidades, um regime viscoso. A partir do uso da Lei de Darcy efetiva (17), pode ser feita uma análise da estabilidade linear. A partir desse resultado, pode-se comprovar

que para baixas velocidades a largura do *finger* independe da velocidade e depende da geometria da célula de Hele-Shaw.

Assim, a instabilidade Saffman-Taylor é drasticamente modificada para fluidos viscoplásticos, visto que apresentam *fingers* ramificados para baixas velocidades. Nesse caso, a tensão limite de escoamento é muito importante. Para velocidades altas, apenas um *finger* estável é observado. Padrões fractais, que foram observados em fluidos viscoplásticos, ocorrem em função de instabilidades secundárias a altas velocidades devido ao fato da tensão viscosa dominar a tensão limite de escoamento. Esse fato provavelmente não está relacionado com a característica viscoplástica do fluido.

Magdaleno et al. (34) analisaram o problema de Saffman-Taylor referente à formação de dois *fingers*. Não foi possível determinar a existência de soluções para a análise feita, entretanto foi comentada a importância do estudo de diversos *fingers* propagando simultaneamente. Um estudo similar, referente a competição entre dois *fingers* propagando simultaneamente em uma célula, foi feito por Alimov (1).

Casademunt (13) revisou alguns conceitos sobre a dinâmica de *viscous fingering*. Dentre eles, foi investigada a importância da diferença de viscosidade entre os fluidos. Concluiu-se que para baixos contrastes de viscosidade, a competição entre os *fingers* foi insignificante. Assim, não foi observado o processo que ocorre para altas diferenças de viscosidade, os quais resultam na formação de um único *finger*. Foram comentados alguns resultados recentes acerca de células de Hele-Shaw rotacionais.

Chen et al. (15) realizaram um detalhado estudo numérico sobre a evolução do deslocamento de fluidos miscíveis em uma célula radial de Hele-Shaw com dependência temporal. A célula tem sua placa superior deslocada uniformemente, isto é, as placas permanecem paralelas durante o processo de elevação de modo que a distância entre as placas seja função do tempo e não do espaço.

Gland e Pisarenko (22) estudaram experimentalmente a estabilidade entre dois fluidos imiscíveis, ar e óleo de silicone, em uma célula de Hele-Shaw. Investigou-se a influência da injeção de uma pressão constante no sistema associada às oscilações periódicas, com frequências entre 5 e 15 Hz, no desenvolvimento da instabilidade de Saffman-Taylor. O efeito da estabilidade foi quantificado através de uma análise harmônica da interface dos fluidos. Observou-se que a taxa de crescimento de *viscous fingering* é reduzida com a aplicação de uma pequena amplitude de oscilação à pressão de injeção e que a estabilidade é resultado do “endurecimento” da interface sob o efeito de movimento periódicos do menisco.

A partir da análise da revisão bibliográfica, observa-se que não há uma convenção universal na literatura que determine os parâmetros de controle do problema de formação de *viscous fingering*. Portanto, deve-se ter bastante cuidado ao comparar resultados de diferentes pesquisadores.

As equações que regem o escoamento em células de Hele-Shaw são válidas apenas quando a distância entre as placas é pequena em comparação com a sua largura. Diversas pesquisas experimentais foram feitas sob condições que invalidam as equações de Hele-Shaw, portanto deve-se ter cautela na comparação entre o experimento e a teoria, pois algumas aproximações devem ser feitas. Não foram encontrados na literatura publicações referentes ao escoamento de fluidos pseudoplásticos deslocados por fluidos newtonianos em células de Hele-Shaw. A maioria dos trabalhos publicados contempla fluidos (newtonianos ou não newtonianos) sendo deslocados por ar. O deslocamento com gases facilita a visualização da interface pois os fluidos são imiscíveis e com significativa diferença de densidade e de índice de refração.

1.3

Objetivos

Foi construída uma bancada experimental para realizar a simulação do deslocamento de um fluido não newtoniano por um newtoniano em um meio poroso. O meio poroso é representado por uma célula retangular de Hele-Shaw, o fluido pseudoplástico pelo polissacarídeo goma xantana e o fluido newtoniano é um óleo mineral. Uma descrição das características e do método de preparo da goma xantana é apresentada no anexo B.

O principal objetivo deste trabalho consiste em analisar a evolução da forma da interface, através de uma câmera fotográfica, em função dos parâmetros geométricos, dinâmicos e reológicos. Pretende-se determinar o espectro de situações em que há formação de *viscous fingering*. Para analisar o problema foi feita uma adimensionalização de acordo com (18) onde os principais parâmetros governantes são a velocidade adimensional, o número de capilaridade reológico e o índice de comportamento da goma xantana.