3
Revisão da literatura e conceituação da medida Ômega (Ω)

3.1
Risco e retorno de investimentos

Ao tomar uma decisão relativa a investimentos, um investidor leva em consideração a relação entre risco e retorno esperados. O risco está estritamente relacionado à rentabilidade esperada do ativo, sendo que quanto maior o risco maior deverá ser o retorno esperado.

De acordo com Gitman (1997) há vários fatores que podem determinar o grau de risco de um investimento: sociais, políticos, casos fortuitos ou de força maior, operacionais e etc. Dessa forma, podem-se classificar e agrupar os riscos em dois grandes grupos: riscos não-sistemáticos e riscos sistemáticos. O risco não-sistemático, ou diversificável, é específico a cada ativo, ou seja, está relacionado ao desempenho de determinada empresa e pode ser mitigado por meio da diversificação de ativos. Já o risco não diversificável, ou sistemático, se refere ao risco do sistema e está relacionado inclusive a eventos de caso fortuito e força maior que não podem ser eliminados pela diversificação de ativos, ou seja, está fora do controle de qualquer gestor.

Ainda de acordo com Gitman (1997), já que o risco não sistemático pode ser eliminado a custo zero, o investidor deveria se preocupar apenas com o risco não diversificável. Todavia, este risco não é o mesmo para todo ativo (ou portfólio de ativos), dependendo do modo como cada ativo comporta-se no contexto do mercado.

A percepção quanto ao risco varia de acordo com cada investidor, visto que para muitos risco pode significar retornos negativos, ou simplesmente abaixo do *benchmark*. De toda forma, é consenso afirmar que risco está associado à incerteza, podendo ser definido por meio de uma medida de dispersão, tal como a volatilidade ou a variância dos retornos observáveis ou simulados, em determinado espaço de tempo.

No entanto, cada investidor possui comportamento específico diante da exposição a riscos. Esse comportamento não homogêneo é decorrente dos diferentes tipos de perfil que cada investidor possui. O mercado classifica três tipos diferentes de perfil: Conservador, Moderado e Agressivo. Caso tenha um perfil mais agressivo, o investidor irá desejar que seus investimentos possuam uma taxa de retorno esperada significativamente superior ao retorno de determinado *benchmark* (taxa livre de risco, por exemplo). Já no caso de o investidor ter um perfil mais moderado irá desejar uma taxa de retorno um pouco acima da média do retorno do *benchmark*. O investidor com perfil conservador buscará investimentos cujos retornos apenas acompanhem a média dos retornos do *benchmark* podendo inclusive ficar abaixo da mesma (como exemplo, a caderneta de poupança que historicamente possui retornos abaixo do CDI – Certificado de Depósito Interbancário).

3.2
Teorias de escolha de carteiras

A seguir, serão descritas algumas das principais teorias sobre análise de investimentos e formação de carteiras que serviram de base para o estabelecimento da metodologia aplicada a este trabalho.

3.2.1
O modelo de Markovitz

Markovitz (1952) elaborou teoria precursora no campo da gestão de carteiras de investimento. Sua teoria mostrou que a variância da taxa de retorno é uma medida apropriada de risco de uma carteira. A teoria foi revolucionária ao defender que é possível criar carteiras ótimas onde se combinariam ativos que melhoram a relação entre retorno esperado *versus* exposição ao risco, derrubando a crença existente na época de que a melhor decisão de investimento seria a concentração de recursos em ativos que oferecem os maiores retornos esperados. Markovitz percebeu que todos os investidores sempre buscavam basicamente dois objetivos: (i) maximizar retornos e (ii) que os retornos fossem constantes e não incertos. Dessa forma, iniciou um estudo que pudesse orientar os investidores quanto à melhor decisão para compor um portfólio de ativos.

Markotivz começou analisando a variância dos retornos de ativos individuais e depois evoluiu sua análise para a covariância entre os ativos, buscando medir o comportamento de uma carteira de investimentos. Sob a ótica de análise de um ativo específico, seu retorno pode ser tratado como uma variável aleatória; dessa forma, adotar a média e a variância como base para análise seria suficiente para se definir o grau de risco ao qual o ativo está exposto. Entretanto, para uma carteira de ativos, o problema se torna mais complexo, haja vista que a distribuição de probabilidade do retorno de uma carteira composta pelos diversos ativos pode diferir drasticamente das distribuições de probabilidade associadas aos ativos individuais (Zanini, 2001).

A teoria de Markovitz passou a ser chamada de A Moderna Teoria de Carteiras e possui as seguintes premissas principais (Zanini, 2001):

1) a tomada de decisão de investimento se baseia unicamente no retorno esperado e no desvio padrão das taxas de retorno de um determinado período;
2) existência de uma taxa livre de risco;
3) entre duas carteiras de mesmo retorno, os investidores optariam pela de menor risco; entre duas carteiras de mesmo risco, os investidores optariam pela de maior retorno;
4) a diversificação de ativos pode reduzir a exposição ao risco e aumentar o retorno esperado.

Dessa forma, o modelo de Markovitz (Equações 2 e 3) determina que a variância e o retorno esperado são os principais pilares da decisão sobre como montar uma carteira ótima de investimento.

Taxa de Retorno de um ativo individual: $$R_i = \left(\frac{P_i}{P_0} - 1\right) x100 \qquad \textbf{(2)}$$

onde:

$\mathbf{R}_i$ = taxa de retorno do ativo *i*

P_0 = valor inicial do ativo *i*

P_i = valor do ativo *i* no instante t.

Taxa de Retorno Esperada da carteira: $$E(R_i) = \frac{R_{i,1} + R_{i,2} + \dots + R_{i,n}}{n} \qquad \textbf{(3)}$$

onde:

$R_{i,c}$ = taxa de retorno do ativo *i*, no cenário $c \in [1, n]$

n = numero de cenários considerados

Geralmente, o mercado utiliza taxas de retorno realizadas (séries históricas) para avaliar o desempenho dos fundos de investimentos. Dessa forma, acabam não tendo uma visão completa do potencial de retorno futuro que o fundo pode gerar, visto que também devem ser analisadas as taxas de retorno esperadas (tanto a de mercado quanto a do fundo).

Para tal análise prospectiva, sistemas de simulação, tais como o *At Risk* e o *CrystalBall*, ajudam a construir séries sintéticas de retornos para cada ativo que faz parte da carteira, com base em parâmetros que podem ser estimados a partir dos dados históricos dos retornos de cada ativo e incorporando, ou não, ajustes que refletem a visão que o gestor tem sobre qual será o comportamento daquele ativo no futuro. Na simulação dos resultados possíveis apresentados pela carteira, são levadas em consideração as covariâncias entre os ativos. Finalmente, são obtidos tanto o resultado esperado daquela carteira específica como a variância de tais resultados. No trabalho de Markovitz (1952), a carteira ótima é aquela cuja composição de ativos garante o melhor retorno para um determinado nível de risco, ou o menor risco, para um determinado nível de retorno.

A variância e o desvio-padrão dos retornos podem ser calculados como detalhado, respectivamente, na Equações 4 e 5).

Variância dos retornos de um ativo individual: $$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[R_i - E(R_i)\right]^2}{n} \qquad \textbf{(4)}$$

Desvio Padrão: $$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[R_i - E(R_i)\right]^2}{n}} \qquad \textbf{(5)}$$

O desvio padrão mede a distância dos retornos de determinada distribuição em relação à sua média. Quanto maior for o desvio padrão de uma distribuição de retornos, maior será a dispersão da mesma e, conseqüentemente, maior será seu risco.

A covariância (Equação 6 e 7) mede o grau em que duas variáveis se movimentam juntas em torno de seus valores individuais médios, ao longo do tempo. Na análise de carteiras, geralmente analisa-se a covariância entre taxas de retorno e não entre preços. Dessa forma, se a covariância é positiva significa que as taxas de retorno de determinado investimento tendem a mover-se na mesma direção em torno de suas médias individuais durante um mesmo período.

Covariância dos retornos de uma carteira:

$$[Cov]_{ij} = E\{[R_i - E(R_j)][R_j - E(R_j)]\} \quad (6)$$

Covariância e Correlação (coeficiente de correlação): $r_{ij} = \frac{Cov_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ **(7)**

Onde:

r_{ij} = coeficiente de correlação entre os retornos

σ_i = desvio padrão de R_{it}

σ_j = desvio padrão de R_{jt}

3.2.2
A fronteira eficiente

O conceito de Fronteira Eficiente foi largamente difundido por Markovitz em sua Moderna Teoria de Carteiras.

Para se obter a Fronteira Eficiente o investidor deve construir curvas com todas as combinações possíveis entre ativos selecionados, de forma a buscar maximizar seu retorno esperado. Sendo assim, a fronteira eficiente se dá em função da relação entre desvio padrão e retorno esperado, sendo que a melhor combinação entre ativos será aquela que apresentar maior retorno esperado e menor desvio padrão (menor risco). Seria então a melhor relação *risco vs retorno* obtida com as combinações entre ativos.

A Figura 6 ilustra a fronteira eficiente formada por combinações entre ativos:

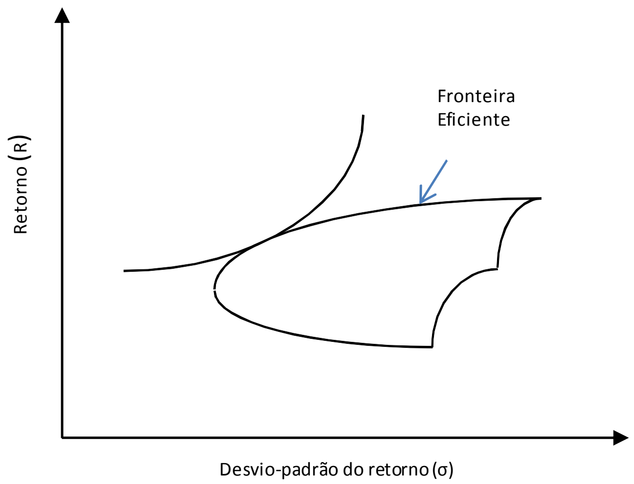


Figura 6: Fronteira Eficiente

Graficamente, a fronteira eficiente assume um formato de uma curva “envelope” e contém as melhores combinações de risco *vs* retorno.

Reilly & Norton (2008) definem a Fronteira Eficiente como “a curva que define o conjunto de carteiras com a taxa de retorno máxima para cada nível de risco ou com risco mínimo para uma dada taxa de retorno”.

A teoria de Markotiz foi precursora no campo de análise de investimento e formação de portfólios ótimos atraindo a atenção de inúmeros matemáticos que formularam, posteriormente, outras teorias, aperfeiçoando seu estudo. Sendo assim, surgiram os tradicionais e respeitados trabalhos de Sharpe (1963), Treynor (1965) e Jensen (1968) cujos índices de desempenho de portfólio de ativos são amplamente aceitos pelo mercado. No entanto, os indicadores propostos por Treynor e Jensen se aplicam basicamente ao mercado de capitais, não sendo válidos para o presente estudo, uma vez que o portfólio de ativos estudado é integralmente composto por contratos de energia elétrica e não ações de empresas. Sendo assim, apenas o índice de Sharpe será abordado em detalhes conforme a seguir.

3.2.3
O índice de Sharpe

Formulado por William Sharpe (1966), o índice de Sharpe (IS) é amplamente utilizado na análise de fundos de investimentos. O IS, sozinho, não leva em consideração a correlação entre os ativos, porém pode ser utilizado como critério para a otimização de carteiras, cujo desempenho pode ser simulado de forma a também considerar as correlações entre seus ativos, no espírito originalmente proposto por Markowitz. O indicador pode ser tanto medido com base em taxas de retorno esperadas, com base em simulações, como com base em taxas de retorno realizadas. O IS é calculado como detalhado na equação 8, podendo retornar valores negativos, caso o retorno esperado do fundo seja inferior ao retorno esperado do retorno livre de risco.

$$IS = \frac{E[R_p] - [R_f]}{\sigma_p} \tag{8}$$

onde:

R_p é o retorno esperado do fundo

R_f é o retorno esperado do ativo livre de risco

σ_p é a volatilidade do fundo

De acordo com Gyorgy Varga (2001), o numerador do IS calcula a diferença entre o retorno esperado do ativo analisado e o retorno da taxa livre de risco, ou seja, indica se determinado investimento gera retornos acima ou abaixo do retorno da taxa livre de risco. Já o denominador do IS é o desvio padrão dos retornos e serve como medida de risco. Assim, o IS mede quanto de retorno acima da taxa livre de risco se espera conseguir, para cada unidade de risco adicional.

O IS é utilizado no mercado como métrica de risco e retorno de qualquer investimento. Porém, esta medida pressupõe que a distribuição analisada pode ser suficientemente descrita pela sua média (retorno esperado) e pelo seu desvio padrão, o que implica obrigatoriamente na premissa de normalidade da distribuição. Isso se torna uma limitação para o índice, dado que distribuições de retorno assimétricas e com caudas largas são comuns nos ativos financeiros e também em problemas relacionados ao setor de energia.

O IS pode ser também aplicado para a análise de qualquer série de retornos em relação a um *benchmark*. Dessa forma, o IS poderia comprar o excesso de retorno de um fundo frente ao Ibovespa, no lugar da taxa livre de risco. Tem-se dessa forma o IS Modificado ou IS Generalizado (Varga, 2001).

3.2.4
Value at Risk

Em função da necessidade de se quantificar as perdas potencias decorrentes da exposição ao risco de mercado a que se sujeitam as operações financeiras, o banco JP Morgan desenvolveu uma ferramenta de controle de risco financeiro chamada *Value at Risk* (*VaR*) (Simões, 2009).

Ao longo de um determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de um determinado intervalo de confiança de (1-α%), o *VaR*(1-α%) significa que há (100-α%) de chances de a carteira perder este valor, ou mais (Jorion, 1997).

Assim, um $VaR_{95\%}$ é o valor relativo ao percentil 95% da distribuição, isto é, há 5% de probabilidade de ocorrência de resultados inferiores a este valor. Em outras palavras significa dizer que, dado um intervalo de confiança de 95%, há 5% de probabilidade de erro.

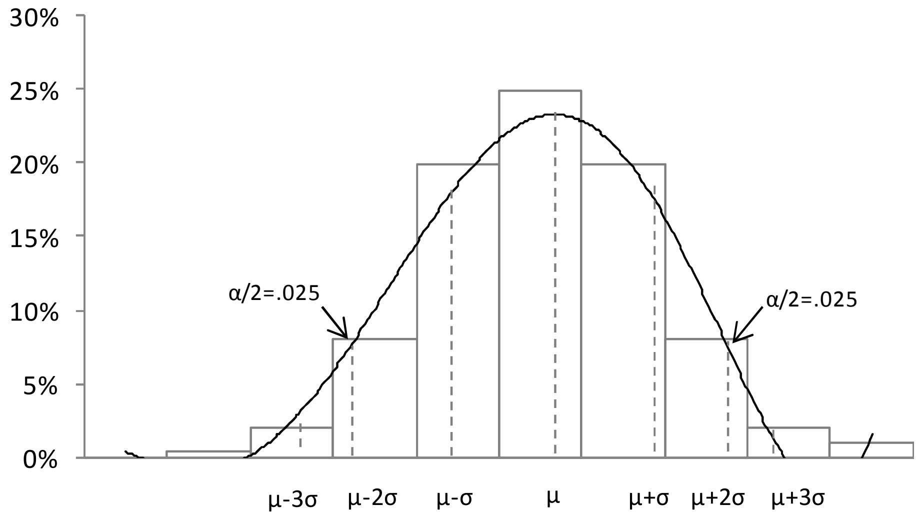
Em resumo, o *VaR* é uma ferramenta de mensuração de risco de um ativo ou de um portfólio de ativos e é bastante difundido entre grandes empresas, que o empregam para tornar mais eficiente seu gerenciamento de risco.

Segundo Jorion (1997), para se gerar a análise do *VaR*, algumas premissas devem ser levadas em conta, como por exemplo:

- O modelo somente pode ser aplicado para ativos sob condições normais de mercado, ou seja, não pode ser usado em momentos de grande volatilidade nos mercados;
- embora nada impeça que o critério *VaR* seja utilizado em distribuições não normais (por meio da aplicação da formula “Percentil” do Excel por exemplo), a não-normalidade da distribuição deve ser conhecida pelos tomadores de decisão, acostumados a interpretar esse valor partindo da premissa de normalidade.

Conforme apresentado por Jorion (1997) no cálculo do *VaR* são utilizados os seguintes conceitos estatísticos:

Intervalo de confiança: é um percentual que reflete a probabilidade de ocorrência de determinado evento. Significa dizer que quando se assume um *Intervalo de Confiança* de 95% ainda restam 5% de *Incerteza,* isto é, há α=5% de chances de que o resultado ficará fora do Intervalo de Confiança. Dada uma distribuição normal dos retornos o Intervalo de Confiança pode ser mais bem compreendido, conforme destacado na Figura 7:



Onde:

μ = média

σ = desvio padrão

α =5% indica que o intervalo de confiança e de 95% [entre μ-2σ e μ+2σ]

Figura 7**:** Intervalo de confiança

A Figura 7 ilustra uma distribuição normal onde estão demonstrados o erro α e o intervalo de confiança (1- α).

Assim, α traduz a probabilidade de ocorrência de retornos menores ou iguais ao *VaR*, ou seja, que se localizem fora do intervalo de confiança. Já 1-α significa a probabilidade de ocorrência de retornos acima do *VaR*.

A distribuição normal é aquela cuja freqüência dos retornos se concentram próximos à média da série formando assim um desenho de sino (*bell shape*), quando representado em gráfico. Em uma normal, o desvio padrão e a variância são medidas de dispersão adequadas para descrever todos os demais momentos da distribuição. A premissa de normalidade pode ser testada estatisticamente (Mcclave, Benson e Sincich, 2005).

Volatilidade: medida de risco de uma distribuição, demonstra o grau de dispersão de retornos em relação a sua média. A volatilidade é calculada utilizando-se o σ (desvio padrão dos retornos).

Tempo: é o horizonte ao qual se quer analisar.

Um dos maiores problemas do *VaR* é que retornos fora do intervalo de confiança podem retornar valores centenas de vezes superior ao *VaR* estimado. Sendo assim, o indicador não é capaz de medir efetivamente a perda esperada. Acerbi & Tasche (2002) também alertam que o *VaR* não é uma medida coerente de risco, conforme definido por Artzner et al (1999), dado que não atende a um dos axiomas de coerência, o de subaditividade. Uma medida de risco atende ao critério de subaditividade quando ela informa que uma carteira tem um risco menor que o risco somado de seus ativos, tomados individualmente. O axioma da subaditividade é importante em qualquer otimização de carteiras e, infelizmente, apesar de todas as vantagens apontadas por Acerbi & Tasche (2002) para o *VaR* – simplicidade, grande aplicação no mercado, universalidade – este critério não atende a este importante princípio. Assim, os autores sugerem o uso do CVar, ou Expected Shortfall (ES), como uma medida melhor e que ainda mantém as vantagens de simplicidade e aplicabilidade do *VaR*.

3.2.5
Conditional value at risk (CVaR)

Marzano (2004), descreve o CVaR como uma medida de risco que complementa a análise de valor em risco já que fornece informações sobre as perdas que excedem o *VaR*. Dessa forma, quando analisados em conjunto, *VaR* e CVaR conseguem dar uma ampla visão sobre o risco de determinada distribuição.

O CVaR pode ser definido como a média, ponderada pela probabilidade de ocorrência, dos valores que se encontram fora do intervalo de confiança, ou na região α da curva (Figura 8). Em outras palavras, o CVaR é o valor esperado das perdas de um portfólio que excedem o *VaR*, ou seja, perdas maiores ou iguais ao VaR.

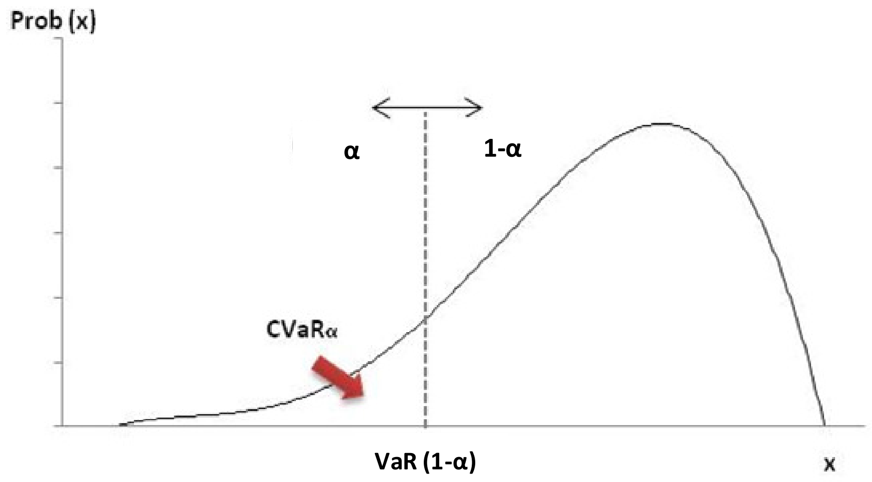


Figura 8: Ilustração do CVaR e do VaR

Ainda de acordo com a Figura 8, o CVaRα corresponde à área do gráfico dos valores inferiores ao *VaR*α, ou em outras palavras, corresponde à área do gráfico que não é capturada pelo intervalo de confiança do *VaR*. Portanto, representa a perda que excede ao *VaR*. A análise do *VaR* e do CVaR em conjunto torna a análise de risco mais criteriosa.

O CVaR pode ser descrito pela fórmula abaixo (Equação 9):

$$CVaR = E[x \mid x \leq VaR] \qquad \textbf{(9)}$$

Ou simplesmente a média dos valores, ponderada pela probabilidade de ocorrência de resultados inferiores ao *VaR* (1-α%).

Torres (2006) sugere a utilização do CVaR para melhor gerenciar riscos associados a um portfólio de contratos de energia elétrica onde foram incorporadas flexibilidades inerentes a comercialização. Já Marzano (2004), utiliza o CVaR como medida de risco para avaliar um portfólio de contratos de energia elétrica em sistemas hidrotérmicos com despacho centralizado.

3.3
A medida ômega Ω

A medida Ômega Ω, apresentada por Keating e Shadwick (2002), foi desenvolvida para ser um indicador de desempenho de ativos individuais ou portfólio de ativos.

A maioria dos indicadores de desempenho assume que a média e a variância são suficientes para descrever completamente a distribuição de retornos. Porém, não necessariamente os retornos dos investimentos (ou séries de preços/valores) possuem uma distribuição normal. Dessa forma, essa simplificação pode levar o investidor a tomar decisões erradas visto que além da média e variância, outras informações devem ser capturadas para representar melhor a distribuição.

Portanto, quando uma distribuição não for uma normal, uma medida de performance indicada pode ser a medida Ω, que consegue incorporar todas as informações contidas na distribuição, inclusive quando há assimetria e curtose, fornecendo uma mais completa descrição das características do risco-retorno. Outra crítica às medidas de risco tradicionais é que elas tendem a concentrar a decisão exclusivamente no potencial de perda, negligenciando um fator relevante para o empreendedor/gestor: o potencial de atingir ou exceder sua meta de retorno ou de resultados. Mesmo ao comparar alternativas que apresentam distribuições perfeitamente simétricas e bem comportadas, as medidas tradicionais podem ser falhas em identificar o "bom risco", ou seja, em diferenciar alternativas pelo seu potencial de *upside* (Dalbem e Gomes, 2010).

A medida Ω tem a vantagem de, sendo ainda simples de calcular, tanto superar a limitação imposta pela premissa de normalidade da distribuição quanto comparar alternativas de investimento com base também nas chances de ganho acima de determinada meta.

Assim, a medida Ω assume uma meta de retorno ou valor chamado de "limite" (L), definido exogenamente, o qual é a fronteira entre o que se considera como ganho e perda. Dessa forma, se um investidor define uma meta de retorno (L) de 12% a.a. para determinada carteira e o retorno efetivamente observado for de 10% a.a., então houve perda de 2%, ao passo que se o retorno observado fosse de 15%, haveria um reconhecimento de 3% de ganho.

A utilização da medida Ω é recente e ainda está sendo difundida no mercado, porém alguns estudos podem ser citados. Uma proposta de utilização da medida Ω é apresentada por Simões (2009) em estudo que objetivou maximizar o resultado de uma usina hidroelétrica através da melhor forma de sazonalizar sua energia assegurada, adotando-se a medida Ω e restrições de VaR 95% como critérios de decisão. Já o estudo proposto por Castro (2008) apresenta uma metodologia de composição de carteiras de investimento onde se utiliza a medida Ω para maximizar toda distribuição de VPLs (valor presente líquido) identificando quais deveriam integrar a carteira. A medida Ω também é utilizada como ferramenta para otimizar portfólio de ações conforme proposto por Ick e Nowak (2006), e por fim, Gomes (2010) utiliza a medida Omega para elaborar a melhor carteira incremental de operações descasadas que maximiza o resultado de uma comercializadora assumindo uma restrição de VaR.

3.3.1 Definição e cálculo da medida ômega

A medida Ômega assume um valor alvo, ou seja, uma meta a ser atingida em determinado prazo. O valor alvo, ou limite, é definido exogenamente. A decisão pode também levar em consideração um limite para o valor em risco (VaR).

Para melhor visualizar o cálculo da medida Ω, a Figura 9 apresenta uma distribuição de retornos de um determinado ativo e destaca o limite que foi estabelecido. Neste exemplo, a meta de retorno adotada foi de L=3,5.

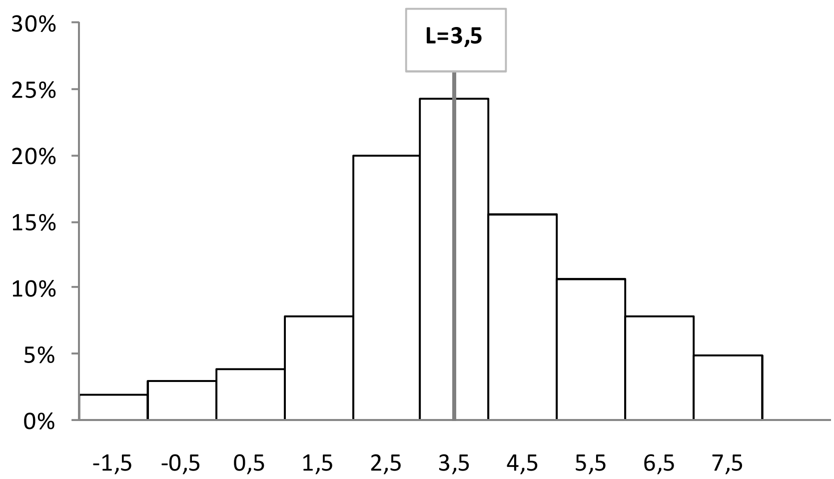


Figura 9: Exemplo de distribuição de probabilidade dos retornos.

Sendo assim, uma vez dada a distribuição dos retornos de determinado ativo e definido o limite (alvo) L, deve-se analisar a probabilidade de ocorrerem retornos inferiores e superiores ao L. Então, podem ser apurados o ganho esperado e a perda esperada com tal ativo. O conceito de ganho e perda é relativo, conforme abordado anteriormente, visto que serão considerados como perda quaisquer retornos inferiores ao L, mesmo se o retorno for superior a zero. Assume-se que, ao analisar inúmeras distribuições que possuem diferentes retornos negativos (perda esperada) e positivos (ganho esperado), um investidor optará por um ativo cujo ganho esperado superar, com maior vantagem, a perda esperada.

Pode-se traduzir o ganho e a perda esperada nas equações 10 e 11:

ganho esperado: E[max(r-L,0)] **(10)**

perda esperada: E[max(L-r,0)] **(11)**

onde:
r = retorno
L= limite (meta ou alvo)

Para melhor exemplificar, a Tabela 2 apresenta os retornos (r), e sua diferença em relação à meta (r - L).

Tabela 2**:** Tabela de retorno e ganhos (ou perdas) em relação à meta L=3,5

retorno (r)	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5
(r-L)	-5,0	-4,0	-3,0	-2,0	-1,0
retorno (r)	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
(r-L)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0

Na Figura 10, que mostra a distribuição de probabilidade acumulada dos retornos, estão indicados o ganho e a perda esperados, em relação à meta estabelecida.

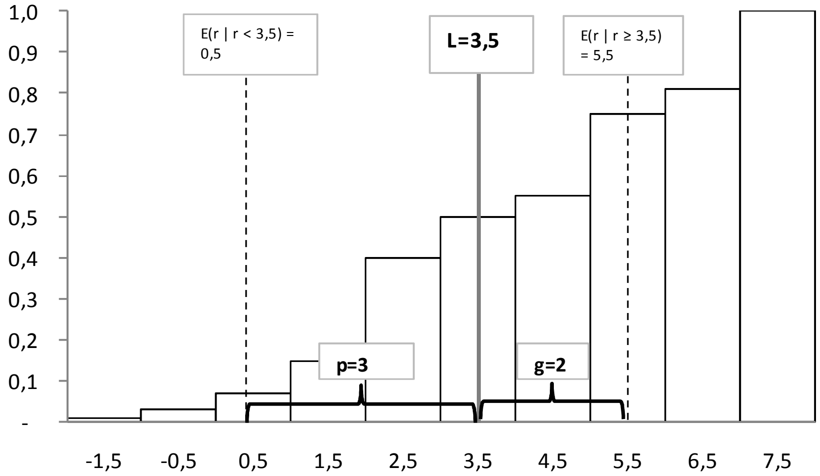


Figura 10**:** Exemplo de perda e ganho esperado

O cálculo do ganho/perda esperados deve considerar as probabilidades associadas à ocorrência de cada retorno. Dessa forma, para se obter a medida Ω, os ganhos e retornos devem ser ponderados pelas suas respectivas probabilidades conforme exemplo abaixo (Tabela 3):

Tabela 3: retorno, ganho ou perda em relação à meta, probabilidade de ocorrência

retorno (r)	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5
(r-L)	-5,0	-4,0	-3,0	-2,0	-1,0
Prob. (%)	2%	3%	4%	8%	20%
Prob. Acum.(%)	2%	5%	9%	17%	37%
retorno (r)	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
(r-L)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0
Prob. (%)	24%	16%	11%	8%	5%
Prob. Acum.(%)	61%	76%	87%	95%	100%

Tomando-se como base a Tabela acima, o cálculo do ganho esperado e da perda esperada é:

Ganho Esperado:

E [max(r-L,0)] = [(3,5*x*0,24) + (4,5*x*0,16) + (5,5*x*0,11) **(12)**

+ (6,5*x*0,08) + (7,5*x*0,05)] / 0,63 = **+ 3,00**

Perda Esperada:

E [max(L-r,0)] = [(-1,5*x*0,02) - (-0,5*x*0,03) - (0,5*x*0,04) **(13)**

- (1,5*x*0,08) - (2,5*x*0,2)] / 0,37 = **- 0,65**

A medida Ômega pode ser definida, então, conforme a equação abaixo (Equação 14):

Ω = - E[max(r-L,0)] / E[max(L-r,0)] **(14)**

Aplicando o exemplo apresentado nas equações 12 e 13, temos:

Ω = -3,00 / -0,65 = 4,62

Observe-se que a distribuição de probabilidade pode ser representada graficamente de forma discreta e de forma contínua. Na forma contínua, todos os valores da distribuição são considerados fazendo com que os intervalos dos retornos fiquem cada vez menores até o limite em que tendem a zero. Dessa maneira, tem-se uma distribuição cumulativa cuja curva assume a forma de uma linha contínua. Assim, o valor Ω(L) é o resultado da divisão de toda a área acima de L (cor branca) por toda a área inferior a L (cor escura) do gráfico, conforme Figura 11.

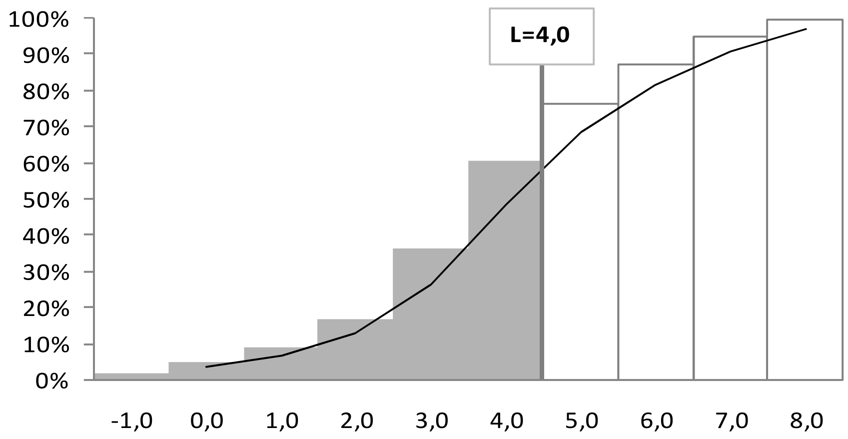


Figura 11**:** Ilustração das parcelas ganho esperado e perda esperada em uma distribuição contínua

A função Ômega, calculada na sua forma contínua, pode ser definida de acordo com a Equação 15:

(15)

$$\Omega(L) = \frac{\int_L^b [1 - F(x)]\,dx}{\int_a^L F(x)\,dx}$$

onde:

F(x) = função de distribuição cumulativa (FDC) dos retornos “x”

L = nível mínimo requerido dos retornos

a = menor retorno

b = maior retorno

3.3.2 Representação alternativa da medida ômega

Kazemi, Schneeweis & Gupta (2003) lembram que o numerador da medida Ω é o valor esperado de ganho ou *Expected Chance* (EC), ao passo que o denominador é o valor esperado de perda ou *Expected Shortfall* (ES) (Equação 16).

Ω(L) = [(valor esperado do ganho) / (valor esperado da perda)] **(16)**

ou simplesmente Ω(L) = EC(L)/ES(L)

Conforme ilustrado na Figura 12 abaixo, o ES(L) é o valor esperado das perdas associadas a resultados abaixo do limite (L) enquanto o EC(L) é o valor esperado dos ganhos associados a valores acima do L.

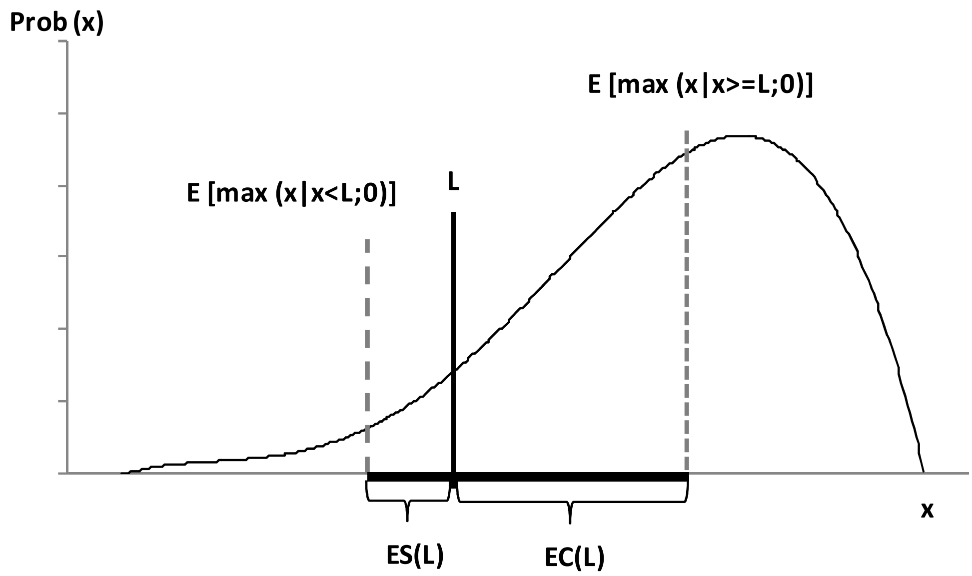


Figura 12**:** Numerador EC(L) e denominador ES(L) do cálculo da medida Ω.