

1. Introdução

Uma opção é um instrumento financeiro cujo contrato gera a seu detentor não a obrigação, mas tão somente um direito tendo, contudo, como contrapartida ao emissor, a obrigação de satisfazer o direito nascente, caso este seja exercido.

Normalmente tais contratos são padronizados e negociados na bolsa de valores. Existem dois tipos básicos de opções: opções de compra e opções de venda. Sendo aquela responsável por garantir a seu detentor a compra do ativo básico pelo valor do preço de exercício. Enquanto que esta dá a seu detentor o direito de vender o ativo básico pelo preço de exercício acordado.

A padronização destes contratos dá-se tanto pela estipulação do tamanho do contrato (por exemplo, sobre quantas unidades do ativo objeto está-se transacionando a opção), quanto pela determinação dos prazos de vencimento e preço de exercício.

Existe ainda no mercado, um conjunto de opções mais sofisticado, geralmente negociado fora da bolsa entre um banco e um cliente sendo, portanto, um contrato de balcão. Essas opções são conhecidas como opções complexas ou ainda opções exóticas. As características destes contratos (objeto, prêmio, preço de exercício, prazos e vencimento) são livremente pactuadas entre as partes, o que ressalta a sua não padronização.

Desta forma, podemos definir precisamente as opções exóticas, como um derivativo complexo, cuja confecção visa resolver um problema financeiro específico pertencente a um determinado agente econômico cuja solução ótima não seria conseguida através da utilização de uma opção financeira padrão, sendo, portanto, uma opção financeira não padronizada.

Dentro desta definição, consideremos o caso da empresa hipotética AAB, que compra regularmente metais não-ferrosos, tais como níquel e alumínio, cotados no mercado internacional.

Dada a volatilidade dos preços desses recursos e o prévio conhecimento das datas de aquisição dos mesmos por parte da empresa, talvez seja mais apropriado utilizar um instrumento financeiro que oferecesse a possibilidade de compra desses ativos pela média dos preços dos últimos dias de negociação.

O que, por sua vez, garantiria alguma estabilidade ao fluxo de caixa de AAB, tendo em vista, que reduziria a exposição da empresa à ocorrência de movimentos anômalos nos preços desses metais nas respectivas datas de aquisição pré-determinadas em seu planejamento de produção.

A possibilidade de aquisição de um ativo caracteriza este instrumento como uma opção, já que lhe faculta um direito. Pelo fato de se adequar ao problema da empresa hipotética AAB de forma particularizada, tornando possível a utilização da média de uma série de preços, ao invés do preço observado à data de aquisição, este instrumento financeiro configura-se como uma opção exótica baseada na média de preços do ativo básico, ou seja, na média de preços dos metais não-ferrosos.

1.1.Opções Asiáticas

Propostas inicialmente no artigo de Boyle & Emanuel (1980), as opções baseadas na média de preços de um ativo básico só passaram a ser conhecidas como opções asiáticas quando, em 1987, este instrumento financeiro foi utilizado pelo *Banker's Trust of Tokyo* em uma de suas operações (Boyle & Boyle, 2001).

A Opção Asiática é uma opção exótica dependente do caminho (ou *path dependent*), porque sua valoração depende da trajetória seguida pelos preços do ativo básico, já que há a necessidade de se computar a média da série de valores observados.

Graças a seu grande potencial enquanto instrumento de redução a exposição ao risco, esta opção tornou-se extremamente popular, o que ocasionou a multiplicação dos tipos de opções asiáticas existentes.

A fim de aduzir praticidade e referenciar a exposição e desenvolvimento da pesquisa empreendida, delineemos um esquema de classificação para a opção asiática dividido em cinco categorias listadas a seguir^{1,2}:

- a) **Quanto ao estilo** - Ou seja, se uma opção é européia ou americana. Uma opção cujo exercício só é possível em seu vencimento é dita européia, enquanto que se denomina americana a opção que permite o exercício do direito desde a sua emissão até seu vencimento.
- b) **Quanto ao tipo de média utilizada** - Dada uma série de preços do ativo básico podemos ter dois tipos de média: aritmética ou geométrica.

¹ Vide Apêndice A, detalhamento formal das categorias de classificação.

² Vide Anexo I, esquema de classificação em árvore de uma opção asiática genérica.

- c) **Quanto à ponderação dos termos que compõem a média** – Os elementos que compõem determinado tipo de média podem ter mesmo peso relativo (sendo, portanto, não flexível) ou pesos relativos diferentes (flexível).
- d) **Quanto ao tipo de amostragem** - A amostragem dos dados pode acontecer de forma discreta ou de forma contínua.
- e) **Quanto ao lugar da média** – Na função *payoff*, a média pode ser utilizada como sendo o preço de exercício (*floating strike*) ou, mesmo ser utilizada no lugar do preço corrente do ativo básico (*fixed strike*).

Ressalte-se, que esta classificação será denominada “básica” ou “de base”, porque de forma alguma esgota o rol de opções asiáticas existentes, tendo como papel principal o de referenciar o estudo.

1.2.Relevância do Trabalho

1.2.1.Contribuição Acadêmica

As Opções Asiáticas Americanas (*Amerasian*) são derivativos complexos cuja solução requer, para sua valoração, instrumentos mais refinados e extremamente flexíveis para que as peculiares desses contratos sejam devidamente consideradas.

Métodos numéricos mais tradicionais tais como os *lattice* e os de diferenças finitas precisam ser adaptados. Os métodos *lattice* tornam-se computacionalmente inviáveis tendo em vista o aumento exponencial do número de nós ao longo do tempo, enquanto que os métodos de diferenças finitas precisam ser adaptados dado que a equação diferencial parcial do derivativo asiático é degenerada³ na direção da média de preços do ativo básico.

As técnicas mais flexíveis na precificação de opções exóticas do tipo Americano utilizam-se da simulação estocástica, combinada com um algoritmo de otimização. Dentre estas técnicas temos o método de Mínimos Quadrados de Monte Carlo (MQMC), apresentado inicialmente por Longstaff & Schwartz (2001), que permite avaliar opções Americanas do tipo *path dependent* com múltiplas dimensões e com múltiplas variáveis de estado, sendo também aplicável a problemas markovianos e não markovianos, tendo tanto velocidade no processamento computacional quanto uma boa precisão.

Dada a crescente multiplicação dos tipos de *Amerasian* que se pode obter e sua aplicabilidade prática, torna-se oportuna a existência de um trabalho

³ Ver Apêndice B

que se dedique a ampliação dos tipos de opções asiáticas americanas precificadas utilizando-se de um método flexível como o de Mínimos Quadrados de Monte Carlo. Em geral, os trabalhos dedicados a precificação das *Amerasian* valoram somente um tipo específico de asiática americana.

Além disso, a aplicação intensiva do referido método na precificação das *Amerasian* e sua extensão com a utilização de diferentes bases polinomiais é pouco explorada, tendo em vista que os trabalhos dedicados a este tema usam no máximo duas bases polinomiais distintas, o que não permite a obtenção de resultados numéricos interessantes.

Neste sentido, pode-se enumerar as contribuições deste trabalho: (i) ampliação do número de Opções Asiáticas Americanas precificadas, contemplando as Opções Asiáticas Americanas de compra e de venda *Floating Strike* e *Fixed Strike*, baseadas em média aritmética e geométrica, de amostragem discreta e não flexível com a utilização do Método de Mínimo Quadrados de Monte Carlo proposto por Longstaff & Schwartz(2001). (ii) extensão do Método de Mínimos Quadrados de Monte Carlo, para cada uma das Opções Asiáticas Americanas analisadas, através da utilização de diferentes bases polinomiais tais como as de Potência, Legendre, Laguerre e Hermite A de modo a verificar o comportamento da estimativa de preço da opção em diferentes bases polinomiais.

1.2.2. Posicionamento da Dissertação

A seguir revisa-se a literatura dedicada aos métodos que combinam simulação estocástica com uma técnica de regressão até o surgimento do MQMC, e as aplicações do mesmo para a precificação de opções asiáticas americanas que guardam proximidade com a proposta de pesquisa.

Carriere (1996) - mostra que a estimação da regra de decisão do agente no que se refere ao exercício ótimo é equivalente à estimação de uma série de expectativas condicionais. As expectativas condicionais são estimadas com a utilização de técnicas de regressão não paramétricas como *splines* e regressões locais;

Tsitsiklis & Van Roy (1999) - propõem um algoritmo estocástico que aproxima a expectativa condicional verdadeira através da combinação linear de funções de base. Em geral, não existe uma expressão fechada para a função de expectativa condicional, assim eles selecionam um conjunto de funções de base

ortogonais, cuja combinação ponderada sirva de insumo à regressão de mínimos quadrados, a fim de que a estimativa gerada seja próxima à função verdadeira; Esta abordagem é pioneira porque utiliza uma técnica de regressão mais simples, além de construir a teoria usada como base para o Método de Mínimos Quadrados de Monte Carlo.

Longstaff & Schwartz (2001) - propõem o Método de Mínimos Quadrados de Monte Carlo (MQMC) no qual a técnica de programação dinâmica é utilizada para escrever o problema de decisão ótima do detentor da opção. Para tanto aproxima a expectativa condicional através da regressão de mínimos quadrados feita com dados obtidos via Simulação de Monte Carlo. Diferentemente de seus predecessores, i.e. Tsitsiklis & Van Roy (1999), Longstaff & Schwartz utilizam somente as trajetórias *in the money* de modo a aumentar a eficiência do método.

Moreno & Navas (2003) - Investigam a robustez do MQMC analisando diferentes versões do método, variando desde o número de funções de base utilizadas, passando pela inclusão ou não dos respectivos produtos cruzados na regressão e aplicando diferentes bases polinomiais para cada um dos casos apresentados em Longstaff & Schwartz (2001). No que refere às Opções Asiáticas Americanas, assim como em Longstaff & Schwartz (2001), dedica-se a precificar uma Opção Asiática Americana *Fixed Strike* de compra baseada em média aritmética, mas além do polinômio de Laguerre utilizado pelo artigo que propõe o MQMC, esses autores também utilizam o polinômio de Hermite B.

Frota (2003) - Realiza através de exemplos práticos o estudo de modelos de precificação tradicionais como o de árvores binomiais e diferenças finitas, além de debruçar-se sobre os modelos de Grant, Vora & Weeks (1997) e Mínimos Quadrados de Monte Carlo baseados em Simulações de Monte Carlo e Quase Monte Carlo. Precifica uma opção asiática americana *fixed strike* de compra baseada em média aritmética através do MQMC utilizando como base o polinômio de Potência no lugar do polinômio de Laguerre usado originalmente por Longstaff & Schwartz(2001).

Bilger(2003) – Aplica o MQMC sem variar a base polinomial utilizada, centrando sua análise na utilização do método com a base de Laguerre. Precifica as opções asiáticas americanas *floating strike* de média aritmética dedicando-se ao estudo das *Amerasian* de média móvel.

Chaudhary(2005) – Introduz as seqüências quase-aleatórias ao Método de Mínimos Quadrados de Monte Carlo de modo a melhorar sua performance. Para tanto, utiliza como exemplo uma *call* asiática bermuda sem que haja variação quanto à base ou ao tipo de Amerasian precificada originalmente usadas em Longstaff & Schwartz(2001).

Cerrato & Cheung(2006) – Precifica três opções americanas distintas com o Método de Mínimos Quadrados de Monte Carlo dentre as quais uma opção asiática americana *fixed strike* de compra aplicando três conjuntos de trajetórias simuladas (30, 50 e 75 mil *paths*), variando os valores iniciais para o preço do ativo base [80:10:120]. Supletivamente, utiliza duas bases diferentes, exponencial e de laguerre.