

## 6 Análise dos Experimentos

Nesse capítulo reportamos e discutimos os principais experimentos que foram realizados ao longo de nossa pesquisa. Diversos outros experimentos foram feitos, mas somente os mais relevantes serão apresentados aqui. As demais informações encontram-se na Seção B do apêndice. Consideramos experimentos como um conjunto de testes, cujo modelo de otimização e os métodos de predição são os mesmos, variando apenas os parâmetros. Utilizamos a palavra teste para definir um grupo de parâmetros, um período, um método de estimativa de retorno e um de risco. Os experimentos descritos nesse capítulo tiveram como objetivo entender com maior clareza os diferentes aspectos do processo de seleção de carteiras. Em particular, investigamos os seguintes pontos:

- eficiência computacional de métodos de seleção de carteira que consideram custos transacionais;
- impacto de utilizar os custos transacionais no processo de otimização de carteiras;
- capacidade dos modelos de seleção de carteira de controlar o risco;
- impacto das diferentes formas de estimar o retorno dos ativos que compõem a carteira;
- impacto das diferentes formas de estimar o risco;
- impacto do período de revisão de carteira.

Dedicamos a cada um destes itens uma seção deste capítulo. Antes de descrever os resultados obtidos, explicamos a metodologia adotada durante os experimentos.

## 6.1 Metodologia

Para que fosse possível uma melhor análise e validação dos testes os dados foram divididos em 3 períodos. Não utilizamos os dados anteriores a 2004 por causa do número reduzido de ativos.

O período *A* contém os dados históricos dos dias entre 01/01/2004 e 22/11/2005 que são 471 dias úteis. O mercado brasileiro utiliza como base 252 dias úteis em um ano, então 471 dias úteis são 1,87 anos. No entanto a simulação só começava a operar após 61 dias de treino, então comparações devem ser feitas utilizando o período 31/03/2004 a 22/11/2005. Nesse período o IBOVESPA rendeu 42,2% com desvio padrão de 0,01597601 e o CDI 30,8% com desvio padrão 0,00005504. Na faixa entre os dias 23/11/2005 a 24/07/2007 é o período *B* com 412 dias úteis e período de investimento entre 20/02/2006 e 24/07/2007. O IBOVESPA e o CDI tiveram, respectivamente, 44,8% e 20% de retorno e desvio padrão de 0,01517884 e 0,00005205 nesse mesmo período. O período *C* é do dia 25/07/2007 ao dia 03/07/2009, com 480 dias úteis e período de investimento começando de 22/10/2007. Nesse caso o IBOVESPA rendeu -16,8% com desvio padrão 0,02918474 e o CDI teve 20,8% e 0,00004341. Este último período inclui a crise, que teve início em meados de 2008 e vai servir para validar o comportamento dos modelos em momentos no qual o mercado está muito volátil e em tendência de baixa. Os três períodos podem ser visualizados na Figura 6.1 que contém o IBOVESPA.



Figura 6.1: Gráfico do IBOVESPA com os períodos *A*, *B* e *C*.

Em cada experimento foi feito uma batelada de testes, variando os parâmetros de risco esperado e o número de dias para a revisão de carteira. Como parâmetro

para o risco alvo(desvio padrão) foi utilizado, 0,0075, 0,0100, 0,0150, 0,0200 e 0,0250 e os seguintes períodos de revisão de carteira foram utilizados 1,5,10,20 e 100 dias.

Ao todo são executados 25 testes em cada experimento. Foram utilizados ainda os seguintes padrões de parâmetros: 61 dias anteriores como histórico para estimar retorno e risco e o algoritmo de mínimos quadrados para estimar os retornos dos ativos. Utilizamos o algoritmo PLS com apenas um componente e 7 dias anteriores mais uma variável determinando o tempo para predição do retorno. Os métodos de predição de retorno são treinados por ativo e a cada dia de revisão de carteira os modelos são novamente treinados. Quaisquer alterações desses padrões serão especificadas na descrição do experimento.

Para facilitar o processo de simulação considerou-se que a compra e venda de ativos não impactavam o mercado, ou seja, considerou-se que as ordens de compra e venda não modificam o mercado. No entanto acreditamos que essa abordagem é uma aproximação razoável do mercado real, principalmente por estarmos utilizados apenas ativos de grande movimentação.

## **6.2 Experimento Tradicional de Maximização de Retorno**

Nesse experimento foi utilizado o modelo tradicional para maximização do retorno, utilizando mínimos quadrados como método de predição de retorno. O CDI não foi usado nesse experimento. Na tabela 6.1 a primeira coluna identifica a quantidade de dias utilizados para a revisão da carteira e a primeira linha contém os parâmetros de risco alvo(desvio padrão) que foram utilizados. O RiscoR é o desvio padrão real obtido durante o período, RiscoA é o risco alvo utilizado e Ret% é o retorno em porcentagem. Esse formato de tabela será utilizado para descrever esse tipo de experimento durante toda a dissertação.

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,004766	0,009907	0,017639	0,022321	0,025320
	Ret%	2,59%	80,16%	195,96%	245,00%	177,87%
Dias 5	RiscoR	0,004971	0,009326	0,016741	0,022259	0,026071
	Ret%	5,00%	74,66%	175,93%	152,78%	161,41%
Dias 10	RiscoR	0,005174	0,009538	0,016868	0,021300	0,024697
	Ret%	-0,92%	59,66%	135,40%	149,81%	154,71%
Dias 20	RiscoR	0,004836	0,010012	0,016855	0,021778	0,024645
	Ret%	12,99%	20,45%	73,24%	63,11%	55,37%
Dias 100	RiscoR	0,007403	0,010114	0,016377	0,019629	0,022191
	Ret%	9,26%	31,26%	52,64%	51,00%	36,67%

Tabela 6.1: Maximização de retorno tradicional para o período A

Como esperado, pudemos observar neste experimento que em geral aumentar o risco alvo, parâmetro RiscoA, causa um crescimento no retorno. Outra observação importante é que o risco real (RiscoR) difere consideravelmente do risco alvo quando o risco alvo é igual a 0,0075. Isso ocorre porque em diversos momentos não foi possível selecionar uma carteira que tenha o risco menor ou igual ao risco alvo com os ativos analisados, o que força o modelo a ficar fora do mercado, diminuindo o risco.

### 6.3 Adição do CDI

Esse experimento foi idêntico ao modelo anterior, somente com a adição do CDI ao conjunto de ativos. O resumo pode ser visto na Tabela 6.2.

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,008819	0,011760	0,017402	0,022106	0,025331
	Ret%	77,47%	95,76%	160,93%	206,01%	168,06%
Dias 5	RiscoR	0,008613	0,011477	0,017071	0,022297	0,026145
	Ret%	93,57%	117,39%	153,24%	146,55%	155,20%
Dias 10	RiscoR	0,008364	0,011143	0,016164	0,020890	0,024474
	Ret%	74,13%	90,28%	134,08%	150,15%	151,35%
Dias 20	RiscoR	0,008420	0,011150	0,016395	0,021589	0,024562
	Ret%	52,85%	57,87%	67,61%	59,18%	52,83%
Dias 100	RiscoR	0,009199	0,011785	0,015287	0,019419	0,022210
	Ret%	46,64%	51,67%	40,75%	43,12%	35,75%

Tabela 6.2: Maximização de retorno com adição do CDI para o período A

Observamos que a adição do CDI permitiu obter uma carteira com risco muito mais próximo ao risco alvo quando este último foi fixado em 0,0075. Para as demais faixas de risco não houve mudanças muito significativas.

## 6.4

### Comparação dos Modelos com Custos Transacionais

Este experimento teve o objetivo de comparar os resultados obtidos utilizando busca binária sobre o modelo proposto por Mitchell, descrito na seção 4.3, com os resultados obtidos utilizando o modelo aproximado descrito na seção 4.4.

Os resultados do modelo de Mitchell são apresentados nas Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5 enquanto que os resultados com o modelo aproximado podem ser vistos nas Tabelas 6.6, 6.7 e 6.8. Para estes experimentos utilizamos com custo transacional de 0,3% do valor da compra ou venda. Esse valor foi escolhido levando em consideração uma corretagem de 0,25%, 0,0345% de emolumentos e 0,0155% de outros custos.

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,008561	0,011754	0,017205	0,021682	0,025109
	Ret%	19,71%	24,07%	37,61%	37,18%	21,11%
Dias 5	RiscoR	0,008330	0,011517	0,017054	0,022005	0,025983
	Ret%	57,00%	76,82%	92,50%	96,74%	96,09%
Dias 10	RiscoR	0,008118	0,011277	0,016098	0,020709	0,024370
	Ret%	55,11%	64,28%	96,61%	100,35%	103,49%
Dias 20	RiscoR	0,008235	0,011124	0,016447	0,021554	0,024414
	Ret%	41,69%	46,96%	52,64%	39,12%	35,67%
Dias 100	RiscoR	0,008311	0,011427	0,015111	0,019325	0,022224
	Ret%	40,98%	45,28%	35,53%	40,20%	33,51%

Tabela 6.3: Busca binária no modelo de Mitchell para o período A

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,008684	0,011821	0,017070	0,021818	0,024555
	Ret%	9,80%	8,37%	31,97%	92,20%	118,48%
Dias 5	RiscoR	0,008125	0,011175	0,016510	0,020762	0,023779
	Ret%	44,90%	57,98%	82,33%	94,48%	122,77%
Dias 10	RiscoR	0,008538	0,011485	0,016375	0,020619	0,023135
	Ret%	33,09%	43,31%	62,50%	77,84%	77,94%
Dias 20	RiscoR	0,008777	0,011690	0,016403	0,020297	0,022478
	Ret%	29,02%	27,54%	54,56%	61,78%	55,79%
Dias 100	RiscoR	0,009802	0,011797	0,017148	0,020280	0,022740
	Ret%	12,04%	15,91%	20,75%	58,04%	73,54%

Tabela 6.4: Busca binária no modelo de Mitchell para o período B

	RiscoA	0.007500	0.010000	0.015000	0.020000	0.025000
Dia 1	RiscoR	0.010892	0.013358	0.019027	0.025760	0.031774
	Ret%	-29.56%	-35.01%	-43.51%	-49.05%	-47.56%
Dias 5	RiscoR	0.010885	0.012150	0.017443	0.022769	0.028140
	Ret%	-20.72%	-14.11%	-18.09%	-09.83%	-06.41%
Dias 10	RiscoR	0.010594	0.012193	0.017170	0.022952	0.027246
	Ret%	-20.03%	-15.21%	-12.39%	-12.01%	-10.41%
Dias 20	RiscoR	0.011328	0.012719	0.017564	0.023072	0.026736
	Ret%	-24.82%	-26.18%	-15.69%	-30.27%	-33.32%
Dias 100	RiscoR	0.010097	0.010834	0.016537	0.022570	0.027020
	Ret%	-20.20%	-09.00%	-03.22%	-10.01%	-19.31%

Tabela 6.5: Busca binária no modelo de Mitchell para o período C

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,008694	0,011586	0,017153	0,021851	0,025161
	Ret%	30,81%	30,06%	40,69%	38,88%	21,59%
Dias 5	RiscoR	0,008610	0,011471	0,016959	0,022123	0,025942
	Ret%	65,45%	77,54%	92,76%	94,19%	95,28%
Dias 10	RiscoR	0,008299	0,011049	0,016022	0,020675	0,024340
	Ret%	57,92%	67,22%	95,18%	102,22%	102,68%
Dias 20	RiscoR	0,008410	0,011141	0,016412	0,021585	0,024526
	Ret%	44,27%	46,98%	51,60%	40,79%	35,14%
Dias 100	RiscoR	0,009177	0,011774	0,015286	0,019424	0,022217
	Ret%	43,54%	47,69%	36,46%	39,65%	32,37%

Tabela 6.6: Modelo aproximado com alto custo transacional para o período A

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,008837	0,011784	0,017136	0,021719	0,024588
	Ret%	18,42%	17,73%	30,35%	82,72%	110,22%
Dias 5	RiscoR	0,008532	0,011375	0,016483	0,020742	0,023762
	Ret%	46,18%	55,61%	78,09%	88,58%	109,39%
Dias 10	RiscoR	0,008678	0,011554	0,016278	0,020594	0,023167
	Ret%	38,33%	44,57%	61,27%	79,18%	77,47%
Dias 20	RiscoR	0,008642	0,011514	0,016606	0,020399	0,022494
	Ret%	26,46%	28,24%	52,04%	61,28%	54,73%
Dias 100	RiscoR	0,009094	0,012219	0,017071	0,020236	0,022782
	Ret%	13,64%	11,10%	17,10%	58,22%	74,96%

Tabela 6.7: Modelo aproximado e alto custo transacional para o período B

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,010744	0,013265	0,019047	0,025846	0,031630
	Ret%	-24,18%	-31,60%	-43,46%	-49,34%	-47,33%
Dias 5	RiscoR	0,009005	0,012019	0,017383	0,022755	0,028057
	Ret%	-4,36%	-12,15%	-17,26%	-8,09%	-7,79%
Dias 10	RiscoR	0,009138	0,012202	0,017392	0,022912	0,027273
	Ret%	-6,32%	-14,55%	-14,32%	-10,67%	-9,57%
Dias 20	RiscoR	0,010831	0,012477	0,017505	0,023129	0,026676
	Ret%	-24,32%	-20,90%	-17,22%	-29,48%	-34,13%
Dias 100	RiscoR	0,010428	0,011559	0,016377	0,022190	0,026918
	Ret%	-22,52%	-15,54%	-5,69%	-9,29%	-18,95%

Tabela 6.8: Modelo aproximado e alto custo transacional para o período C

Para cada experimento o modelo com busca binária executou por cerca de 22 horas e o modelo aproximado por 45 minutos. O segundo modelo apresentou retornos ligeiramente superiores ao primeiro e similares em termos de risco. Sendo assim, passamos a utilizar o modelo aproximado para os próximos experimentos e descartamos o modelo de busca binária.

## 6.5 Impacto dos Custos Transacionais

Realizamos experimentos para entender o impacto de considerar os custos transacionais no processo de seleção de carteiras.

A Tabela 6.9 mostra os resultados obtidos utilizando um modelo que não considera os custos transacionais para selecionar a carteira. Apesar do modelo não considerar tais custos, os custos eram descontados da carteira no momento da compra ou venda do ativo.

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,008836	0,011776	0,017402	0,022111	0,025421
	Ret%	16,04%	11,20%	12,44%	12,01%	-5,29%
Dias 5	RiscoR	0,008624	0,011485	0,017039	0,022199	0,026007
	Ret%	62,63%	72,71%	87,26%	76,73%	80,44%
Dias 10	RiscoR	0,008322	0,011078	0,016044	0,020771	0,024368
	Ret%	57,35%	66,56%	96,86%	104,87%	104,66%
Dias 20	RiscoR	0,008421	0,011145	0,016372	0,021566	0,024526
	Ret%	43,60%	45,63%	50,97%	41,05%	35,14%
Dias 100	RiscoR	0,009193	0,011780	0,015285	0,019418	0,022207
	Ret%	44,17%	48,55%	37,27%	39,42%	32,14%

Tabela 6.9: Modelo com a retirada dos custos transacionais

Podemos observar que houve uma queda muito grande nos retornos em comparação com aqueles obtidos quando se considera custo transacionais na otimização, Tabela 6.6, para os casos em que a carteira é revisada freqüentemente. No entanto essa queda pode ficar menor dependendo do método de estimativa de retorno, mas para a maioria dos testes a queda foi maior que zero e o risco não foi modificado significativamente.

As tabelas 6.10, 6.11 e 6.12 mostram a média de retorno de todos os experimentos, para os períodos A, B e C, não considerando custo transacional (MTC) na otimização e considerando (TC). Foram colocadas apenas as iniciais dos métodos de predição.

Pred. Ret.	Pred. Risco	Média de Retorno		Média de Risco	
		MTC	TC	MTC	TC
MQ	Cov.	50.98%	61.56%	0.016456	0.016395
MA	Cov.	44.46%	52.88%	0.017038	0.017030
MG	Cov.	43.67%	52.94%	0.017057	0.017030
PLS	Cov.	71.20%	69.00%	0.014958	0.014915
MQ	SI	48.35%	59.73%	0.016860	0.016795
MQ	SI Vasicek	39.44%	44.86%	0.017190	0.017160
MQ	SI Blume	43.06%	52.28%	0.015421	0.015378
Média		48.73%	56.18%	0.016426	0.016386

Tabela 6.10: Média de retorno e risco para os experimentos que consideram (TC) e não consideram (MTC) custos transacionais na otimização para o período A.

Pred. Ret.	Pred. Risco	Média de Retorno		Média de Risco	
		MTC	TC	MTC	TC
MQ	Cov.	47.32%	58.04%	0.016293	0.016251
MA	Cov.	58.73%	69.77%	0.016945	0.016940
MG	Cov.	58.53%	69.18%	0.016953	0.016936
PLS	Cov.	54.38%	64.07%	0.012213	0.012218
MQ	SI	47.89%	57.48%	0.016503	0.016468
MQ	SI Vasicek	55.81%	64.96%	0.016292	0.016285
MQ	SI Blume	43.00%	50.73%	0.014789	0.014754
Média		52.24%	62.03%	0.015713	0.015693

Tabela 6.11: Média de retorno e risco para os experimentos que consideraram (TC) e não consideram (MTC) custos transacionais na otimização para o período B.

Pred. Ret.	Pred. Risco	Média de Retorno		Média de Risco	
		MTC	TC	MTC	TC
MQ	Cov.	-23.55%	-21.35%	0.018457	0.018270
MA	Cov.	-12.17%	-6.55%	0.019571	0.019556
MG	Cov.	-11.55%	-5.95%	0.019587	0.019568
PLS	Cov.	-16.35%	-19.12%	0.016745	0.016746
MQ	SI	-28.38%	-28.09%	0.019013	0.018870
MQ	SI Vasicek	-16.04%	-14.77%	0.018468	0.018428
MQ	SI Blume	-32.74%	-34.75%	0.018046	0.017965
Média		-20.11%	-18.66%	0.018555	0.018486

Tabela 6.12: Média de retorno e risco para os experimentos que consideram (TC) e não consideram (MTC) custos transacionais na otimização para o período C.

Isso evidencia a importância de utilizar os custos transacionais no processo de otimização de carteiras, principalmente se desejarmos revisar a carteira frequentemente. Para estratégias que revisam a carteira com menor frequência podemos desprezar tais custos.

## 6.6 Controle de Risco

Durante quase todos os testes o risco foi muito bem controlado. As maiores variações entre o risco alvo e o risco alcançado ocorreram para os parâmetros mais altos de risco alvo. A Tabela 6.13 contém as médias das porcentagens de erro do risco real dos testes em relação ao risco alvo e Tabela 6.14 as maiores porcentagens. Sendo calculada através da fórmula:

$$\frac{1}{|P|} \sum_{p \in P, Rr_p > Ra_p} (Rr_p / Ra_p - 1)$$

O risco real é  $Rr$ , o risco alvo é  $Ra$  e  $P$  é o conjunto de testes feitos para um período e um custo transacional. Quando o teste obtém um risco menor que o risco alvo considerou-se uma porcentagem zero de erro, porque a restrição é que o risco seja menor ou igual ao risco alvo, então quando o valor é menor não deve ser considerado um erro. Nesse e nos próximos experimentos, consideramos dois valores para o custo transacional: 0,3% da compra ou da venda que seria pago por uma pessoa física e 0,04% que seria menor valor pago por uma instituição financeira. Nas tabelas os testes são separados pelos períodos de investimento e pelo alto (TC), da compra ou venda, ou baixo (LTC), 0,04%, custo transacional.

	RiscoAlvo	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Período A	LTC	11,91%	12,16%	11,30%	8,83%	3,01%
	TC	11,60%	11,83%	11,09%	8,42%	2,90%
Período B	LTC	13,81%	14,24%	11,92%	4,65%	0,02%
	TC	13,86%	14,28%	11,95%	4,62%	0,02%
Período C	LTC	26,91%	21,88%	20,84%	20,61%	15,00%
	TC	24,02%	21,39%	20,89%	20,68%	14,88%

Tabela 6.13: Médias das porcentagens de erro dos testes em relação ao risco alvo

	RiscoAlvo	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Período A	LTC	24,62%	24,47%	21,75%	20,72%	12,71%
	TC	22,90%	22,78%	20,81%	20,01%	11,73%
Período B	LTC	35,03%	35,77%	30,72%	13,46%	0,73%
	TC	34,91%	35,58%	30,55%	13,17%	0,83%
Período C	LTC	51,47%	39,92%	46,19%	52,88%	30,91%
	TC	50,87%	39,09%	45,94%	52,91%	29,84%

Tabela 6.14: Maiores porcentagens de erro dos testes em relação ao risco alvo

Dentre os períodos utilizados o C teve as maiores médias e os maiores valores de erros percentuais. Os maiores parâmetros de risco alvo também tiveram as menores médias e as menores máximas. E como consequência o teste para o período C com risco alvo de 0,0075 e baixo custo transacional obteve a maior média e o maior erro percentual. As Tabelas 6.15 e 6.16 apresentam a média e a maiores porcentagens de erro do risco real dos testes em relação ao dia de revisão de carteira. Considerando todos os experimentos feitos com o modelo aproximado.

		Dia 1	Dias 5	Dias 10	Dias 20	Dias 100
Período A	LTC	13,13%	11,71%	8,54%	9,46%	4,36%
	TC	12,58%	11,34%	8,08%	9,59%	4,26%
Período B	LTC	9,57%	7,39%	7,76%	8,15%	11,76%
	TC	9,59%	7,21%	7,93%	8,25%	11,76%
Período C	LTC	26,25%	18,61%	18,80%	19,44%	22,14%
	TC	25,28%	18,21%	17,86%	19,18%	21,33%

Tabela 6.15: Médias das porcentagens de erro dos testes em relação ao risco alvo por dia de revisão de carteira

		Dia 1	Dias 5	Dias 10	Dias 20	Dias 100
Período A	LTC	24,62%	20,72%	17,41%	19,37%	22,60%
	TC	22,90%	20,01%	16,62%	19,10%	22,35%
Período B	LTC	23,04%	19,23%	22,95%	25,92%	35,77%
	TC	22,87%	19,07%	22,93%	25,88%	35,58%
Período C	LTC	51,43%	31,21%	47,37%	51,47%	52,88%
	TC	50,87%	25,76%	32,41%	50,26%	52,91%

Tabela 6.16: Maiores porcentagens de erro dos testes em relação ao risco alvo por dia de revisão de carteira

Analisando os erros percentuais de cada método de predição de retorno, verificamos que o método PLS, para a maioria dos testes, teve o risco real menor que o risco alvo. O PLS foi o método que melhor respeitou a restrição de risco, obtendo as menores médias de erros para o período A(TC e LTC) e o período B (LTC). O PLS investiu muitas vezes no CDI, o que pode ter ocasionado esse desempenho.

## 6.7

### Sensibilidade a Métodos de Estimativa de Retorno

Durante os experimentos percebemos que o retorno obtido é muito sensível aos métodos de estimativa de retorno empregados. Foram obtidos resultados completamente diferentes apenas modificando o método de estimativa de retorno. Por exemplo, existe uma diferença muito grande entre os experimentos que utilizam *PLS* e os que utilizam mínimos quadrados, como mostram as Tabelas 6.17 e 6.18. No teste com risco alvo de 0,0250 e revisão de carteira em 10 dias o método *PLS* obteve retorno aproximadamente 1.5 vezes maior do que os mínimos quadrados. Porém, com esse mesmo risco alvo, mas com revisão de carteira diária a variação se inverteu e o método *PLS* ficou 7 vezes menor que o método de mínimos quadrados aproximadamente.

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,008837	0,011784	0,017136	0,021719	0,024588
	Ret%	18,42%	17,73%	30,35%	82,72%	<b>110,22%</b>
Dias 5	RiscoR	0,008532	0,011375	0,016483	0,020742	0,023762
	Ret%	46,18%	55,61%	78,09%	88,58%	109,39%
Dias 10	RiscoR	0,008678	0,011554	0,016278	0,020594	0,023167
	Ret%	38,33%	44,57%	61,27%	79,18%	<b>77,47%</b>
Dias 20	RiscoR	0,008642	0,011514	0,016606	0,020399	0,022494
	Ret%	26,46%	28,24%	52,04%	61,28%	54,73%
Dias 100	RiscoR	0,009094	0,012219	0,017071	0,020236	0,022782
	Ret%	13,64%	11,10%	17,10%	58,22%	74,96%

Tabela 6.17: Maximização do retorno com modelo aproximado e alto custo transacional para o período B utilizando mínimos quadrados

	RiscoA	0,007500	0,010000	0,015000	0,020000	0,025000
Dia 1	RiscoR	0,006857	0,009140	0,013706	0,018016	0,021068
	Ret%	24,66%	25,88%	27,64%	29,39%	<b>21,51%</b>
Dias 5	RiscoR	0,006714	0,008950	0,013422	0,017523	0,019933
	Ret%	54,77%	68,04%	97,13%	135,60%	150,29%
Dias 10	RiscoR	0,006771	0,008999	0,013418	0,017393	0,020107
	Ret%	54,75%	67,99%	97,00%	130,75%	<b>145,78%</b>
Dias 20	RiscoR	0,007350	0,009752	0,014498	0,018469	0,020327
	Ret%	26,95%	29,11%	33,04%	32,18%	28,88%
Dias 100	RiscoR	0,003298	0,004374	0,006495	0,008578	0,010295
	Ret%	25,17%	26,97%	30,60%	34,25%	37,64%

Tabela 6.18: Maximização do retorno com modelo aproximado, alto custo transacional e utilizando PLS para estimar os retornos para o período A

## 6.8

### Sensibilidade a Métodos de Estimativa de Risco

Apesar da utilização de quatro diferentes técnicas para estimar risco, não houve uma variação significativa entre os riscos e retornos obtidos.

É importante relatar que o *Single-Index* utilizando a técnica de Blume para o ajuste dos betas não teve um bom desempenho para baixos níveis de risco alvo. A fórmula utilizada para ajuste era:  $B_{i2} = a + bB_{i1}$ . O ajuste dos betas em direção

da média acarretava em um  $a$  alto e mesmo com um  $B_{i1}$  muito baixo o valor de  $B_{i2}$  ficava muito alto. Sendo assim ativos de baixo risco, principalmente o CDI, acabavam tendo betas altos e não conseguiam ser utilizados para diminuir o risco.

Na Tabela 6.19 consta a média dos retornos e dos riscos para cada nível de risco alvo. A única diferença entre os quatro experimentos são os métodos de estimativa de risco, todos usam o modelo aproximado e mínimos quadrados. Foram utilizados os períodos A, B e C com alto e baixo custo transacional.

Preditor Risco	Risco Alvo				
	0,0075	0,0100	0,0150	0,0200	0,0250
	Retorno Médio				
Covariância	25,77%	30,57%	43,85%	56,58%	58,88%
Single-Index	24,13%	27,11%	41,24%	52,61%	55,93%
Single-Index Vasicek	29,99%	32,44%	39,73%	54,74%	57,24%
Single-Index Blume	0,64%	14,82%	38,46%	56,88%	58,68%
	Risco Médio				
Covariância	0,009060	0,011470	0,016423	0,021378	0,025346
Single-Index	0,008986	0,011674	0,016756	0,021434	0,025167
Single-Index Vasicek	0,008274	0,011176	0,016800	0,021829	0,025724
Single-Index Blume	0,006059	0,009912	0,016353	0,021403	0,025407

Tabela 6.19: Média dos retornos e risco médio dos experimentos classificados pelo risco alvo

## 6.9

### Revisão da Carteira

Determinar o período ótimo de revisão de carteira é uma questão fundamental enfrentada pelos gestores de investimento. Essa questão não é fácil de ser resolvida e varia muito em função do modelo e métodos de predição utilizados. Entretanto, parece razoável, pelo menos intuitivamente, que é vantajoso revisar a carteira frequentemente no caso em que os custos transacionais são bastante reduzidos.

Para que fosse possível confirmar essa hipótese utilizamos uma medida de inversão. Em um experimento, dado um nível de risco  $R$  e dois períodos de revisão  $t, t'$ , com  $t < t'$ , dizemos que há uma inversão entre  $t$  e  $t'$  se o retorno obtido revisando a carteira a cada  $t'$  dias for maior que o retorno obtido revisando a cada  $t$  dias. Para cada risco alvo podemos gerar até  $\binom{5}{2} = 10$  inversões. Em cada experimento são utilizados cinco níveis de risco alvo, logo, cada simulação (tabela) pode gerar até 50 inversões. Em uma atribuição aleatória de retornos o número esperado de inversões é 50% ou seja 25 de 50. Os números de inversões para os

períodos A, B e C dos experimentos com baixo custo transacional podem ser vistos na Tabela 6.20.

Preditor ret.	Preditor Risco	Período A	Período B	Período C
Mínimos quadrados	Covariância	16%	12%	36%
Média aritmética	Covariância	6 %	58%	46%
Média geométrica	Covariância	6 %	58%	46%
PLS	Covariância	60%	15%	46%
Mínimos quadrados	<i>Single-Index</i>	16%	8 %	32%
Mínimos quadrados	<i>Single-Index</i> Vasicek	32%	10%	20%
Mínimos quadrados	<i>Single-Index</i> Blume	8 %	24%	36%
Média		20%	29%	37%

Tabela 6.20: Números de inversões para os experimentos com baixo custo transacional

Nos experimentos o número de inversões com baixo custo transacional foi pequeno. Esse resultado indica que revisar a carteira com mais freqüência tende a ser melhor. Isso pode ser atribuído ao fato de que rebalancear a carteira mais freqüentemente ajuda a prever melhor a variação dos ativos, porque os valores que se tenta prever estão mais próximos dos dados de treino. No entanto movimentar a carteira acarreta em maiores custos, porém nestes experimentos o custo transacional era baixo. Então é razoável esperar que tal comportamento não ocorra quando se considera um alto custo transacional, como será verificado na Tabela 6.21. No entanto para os períodos A e B a média ainda foi inferior a 50%.

Preditor ret.	Preditor Risco	Período A	Período B	Período C
Mínimos quadrados	Covariância	46%	22%	58%
Média aritmética	Covariância	30%	74%	54%
Média geométrica	Covariância	34%	76%	54%
PLS	Covariância	88%	44%	88%
Mínimos quadrados	<i>Single-Index</i>	42%	24%	62%
Mínimos quadrados	<i>Single-Index</i> Vasicek	50%	36%	42%
Mínimos quadrados	<i>Single-Index</i> Blume	40%	48%	70%
Média		47%	46%	61%

Tabela 6.21: Números de inversões para os experimentos com alto custo transacional

Na Tabela 6.21 o número médio de inversões foi bem maior e em todos os períodos foi próximo do 50%. Logo a penalização por uma maior movimentação foi superior ao aumento no retorno quando se ajusta frequentemente a carteira, com custos transacionais altos.

## 6.10 Avaliação dos Modelos

Fazendo uma análise geral dos experimentos podemos observar algumas características importantes. As carteiras comumente são avaliadas em função do retorno e do risco, mas existem algumas outras características que são importantes quando estamos avaliando uma carteira. Como exemplo, podemos citar o maior e o menor retorno alcançados, assim como a maior queda e a maior alta consecutiva. Nas Tabelas 6.22, 6.23, 6.24, 6.25, 6.26 e 6.27 são apresentadas essas características para todos os experimentos separados por período e custo transacional.

Os dados das tabelas foram gerados considerando todos os experimentos em um período, para um nível de custo transacional. Os valores em negrito destacam os melhores valores para cada coluna. Lembrando que não estamos levando em consideração os parâmetros de risco ou dia de revisão de carteira, tabelas considerando esses parâmetros são apresentadas no capítulo C do apêndice.

Preditor ret.	Preditor Risco	Max. Ret.	Min. Ret.	Max A. C.	Max Q. C.
MQ	Cov.	143,85%	-28,67%	25,53%	-23,46%
MA	Cov.	124,56%	-23,57%	<b>25,86%</b>	-17,19%
MG	Cov.	126,22%	-23,57%	<b>25,86%</b>	-17,19%
PLS	Cov.	132,05%	<b>-15,06%</b>	23,37%	<b>-12,96%</b>
MQ	SI	138,75%	-30,54%	25,53%	-23,45%
MQ	SI Vasicek	143,08%	-33,95%	25,53%	-25,21%
MQ	SI Blume	<b>151,08%</b>	-28,44%	25,45%	-25,21%

Tabela 6.22: Período A com alto custo transacional

No período A com alto custo transacional os experimentos tiveram resultados similares considerando esses atributos.

Preditor ret.	Preditor Risco	Max. Ret.	Min. Ret.	Max A. C.	Max Q. C.
MQ	Cov.	190,51%	-28,21%	25,53%	-23,46%
MA	Cov.	159,30%	-22,57%	<b>27,17%</b>	-17,17%
MG	Cov.	155,65%	-22,57%	<b>27,17%</b>	-17,17%
PLS	Cov.	176,63%	<b>-14,84%</b>	24,86%	<b>-14,00%</b>
MQ	SI	185,06%	-29,18%	25,53%	-23,45%
MQ	SI Vasicek	189,77%	-33,29%	25,53%	-25,21%
MQ	SI Blume	<b>216,85%</b>	-28,23%	25,45%	-25,21%

Tabela 6.23: Período A com baixo custo transacional

A Tabela 6.23 apresenta uma maior variação dos retornos máximos para os diferentes métodos de predição.

Preditor ret.	Preditor Risco	Max. Ret.	Min. Ret.	Max A. C.	Max Q. C.
MQ	Cov.	128,37%	-26,68%	21,78%	-21,72%
MA	Cov.	<b>241,20%</b>	-30,96%	23,52%	-19,41%
MG	Cov.	240,87%	-30,96%	23,51%	<b>-18,94%</b>
PLS	Cov.	151,70%	<b>-23,35%</b>	15,91%	-20,24%
MQ	SI	127,51%	-26,32%	21,78%	-21,83%
MQ	SI Vasicek	140,01%	-27,33%	<b>24,09%</b>	-22,15%
MQ	SI Blume	135,04%	-26,86%	23,97%	-20,82%

Tabela 6.24: Período B com alto custo transacional

Preditor ret.	Preditor Risco	Max. Ret.	Min. Ret.	Max A. C.	Max Q. C.
MQ	Cov.	284,02%	-24,24%	23,05%	-21,72%
MA	Cov.	263,53%	-30,78%	24,16%	-18,47%
MG	Cov.	262,75%	-30,78%	24,16%	<b>-17,97%</b>
PLS	Cov.	175,00%	<b>-21,77%</b>	16,51%	-20,24%
MQ	SI	280,21%	-23,85%	23,05%	-21,83%
MQ	SI Vasicek	298,17%	-24,77%	<b>24,74%</b>	-22,15%
MQ	SI Blume	<b>298,36%</b>	-24,42%	24,61%	-20,82%

Tabela 6.25: Período B com baixo custo transacional

Nos experimentos dos períodos A e B os valores de retorno mínimo, maior alta e queda consecutiva não variam muito de um experimento para outro. Podemos verificar que apesar de nos experimentos existirem grandes quedas consecutivas

não foram obtidos retornos muito baixos ao final das simulações. Os experimentos utilizando PLS e covariância destacou-se por ter em todos os experimentos dos períodos A e B o menor valor de retorno mínimo.

Preditor ret.	Preditor Risco	Max. Ret.	Min. Ret.	Max A. C.	Max Q. C.
MQ	Cov.	55,92%	<b>-49,34%</b>	22,93%	-29,51%
MA	Cov.	36,82%	-73,60%	30,71%	-40,34%
MG	Cov.	40,48%	-73,78%	<b>30,76%</b>	-40,35%
PLS	Cov.	17,39%	-58,91%	29,52%	-33,18%
MQ	SI	55,58%	-55,61%	24,48%	-29,36%
MQ	SI Vasicek	50,64%	-52,14%	21,49%	<b>-24,66%</b>
MQ	SI Blume	<b>57,17%</b>	-54,56%	19,00%	-28,86%

Tabela 6.26: Período C com alto transacional

Preditor ret.	Preditor Risco	Max. Ret.	Min. Ret.	Max A. C.	Max Q. C.
MQ	Cov.	83,47%	<b>-45,94%</b>	23,38%	-31,90%
MA	Cov.	87,23%	-73,73%	30,82%	-40,34%
MG	Cov.	<b>91,92%</b>	-73,92%	<b>30,87%</b>	-40,35%
PLS	Cov.	24,04%	-56,84%	29,52%	-33,18%
MQ	SI	77,26%	-52,30%	24,93%	-31,36%
MQ	SI Vasicek	72,20%	-51,75%	21,71%	<b>-24,30%</b>
MQ	SI Blume	79,30%	-50,93%	26,23%	-30,49%

Tabela 6.27: Período C com baixo custo transacional

A Tabela 6.27 teve um aumento significativo nos valores máximos de retorno em relação à Tabela 6.26, ambas referentes ao período C. Entretanto, mesmo com baixo custo transacional, a segunda tabela teve os valores mínimos de retorno similares à primeira. O experimento utilizando mínimos quadrados em conjunto com *Single-Index* ajustado pela técnica de Blume teve em 4 das 6 tabelas os melhores valores para o retorno máximo. Os atributos maior retorno e maior queda consecutiva não demonstraram nenhum padrão claro, entretanto em 4 das 6 tabelas, para ambos os casos, o melhor valor foi do experimento que utilizava *Single-Index* ou alguma variação do mesmo.